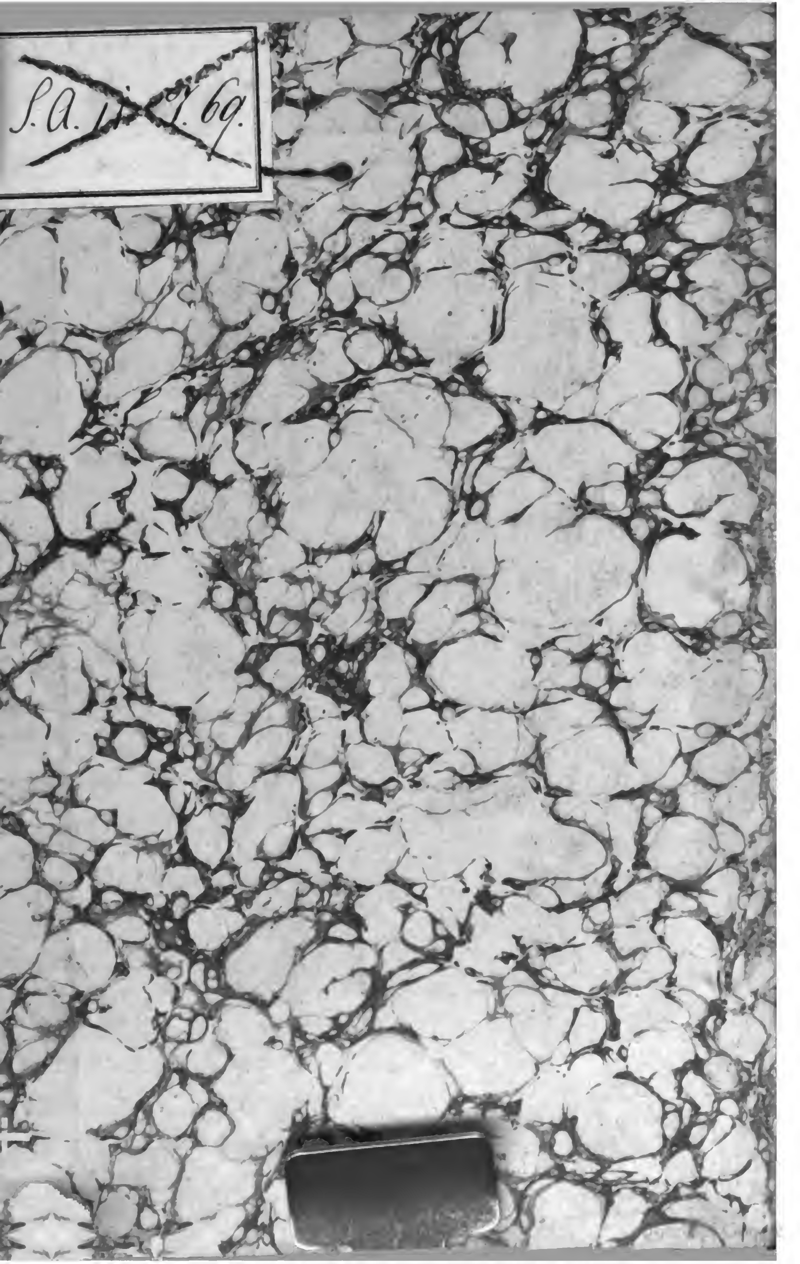
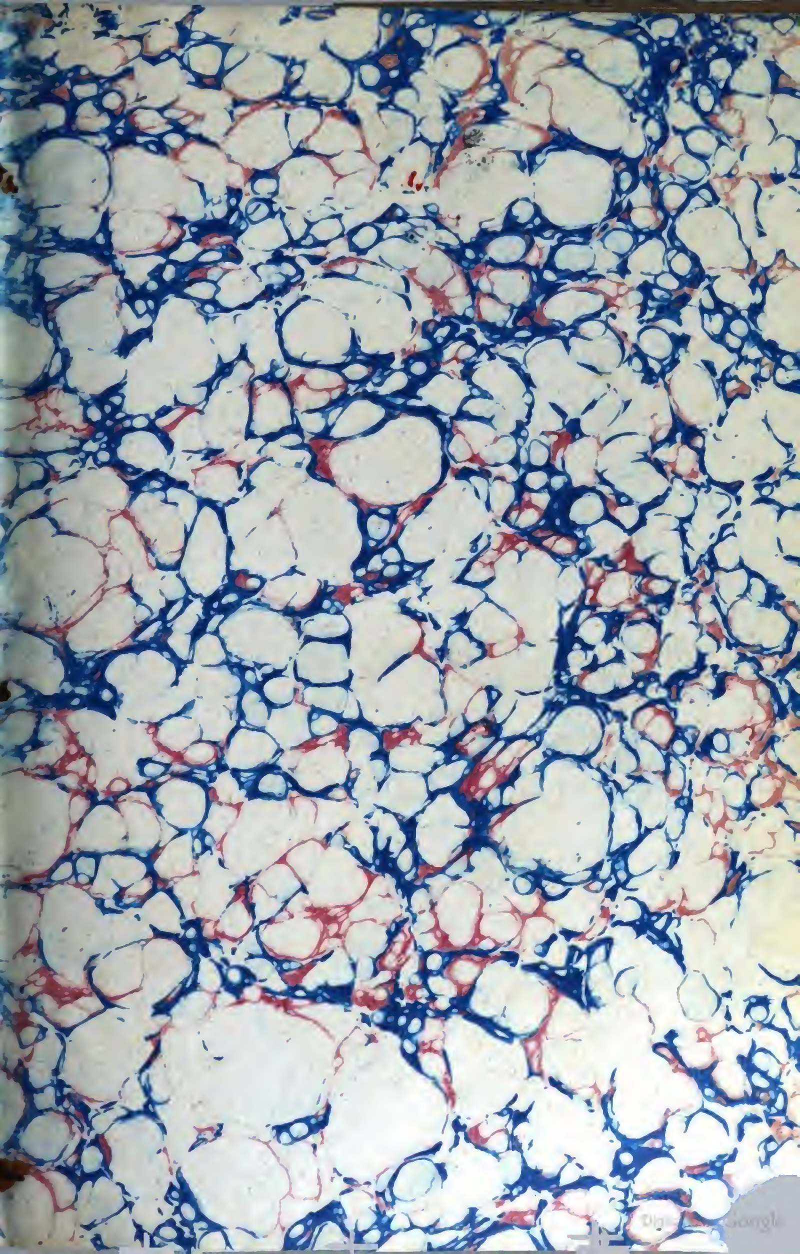
HANDBUCH DER PRAKTISCHEN SEEFAHRTSKUNDE. - ZÜRICH (USW.), JUL. FRÖBEL 1846

Eduard Bobrik









Handbuch

der

Praktischen Seefahrtskunde

von

Dr. Eduard Bobrik.

Zweiten Bandes zweite Abtheilung,

enthaltend

Schifferkunde,

oder

Stereometrie; Statik und Hydrostatik; Dynamik und Hydrodynamik; Schiffsgebäudekunde; Zurüstungskunde; Manövrirkunde; Ankerkunde.

Leipzig.
Verlagsbureau.
1848.

Druck der Philipp Reclam'schen Officin in Leipzig.

Inhalt

der

Zweiten Abtheilung des zweiten Bandes.

Erstes Buch.

Stereometrie; Statik und Hydrostatik; Dynamik und Hydrodynamik.

Erstes Kapitel: Stereometrie; §§. 259–268.

Zweites Kapitel: Statik; §§. 269–276.

*

Seite.

Drittes Kapitel: Von den Maschinen; §§. 277–286.

Viertes Kapitel: Hydrostatik; §§. 287–291.

Fünftes Kapitel: Theorie der schwimmenden Körper; §§. 292–296.

Sechstes Kapitel: Dynamik; §§. 297–313.

Siebentes Kapitel: Hydrodynamik; §§. 314–316.

Zweites Buch.

Schiffsgebäudekunde.

Erstes Kapitel: Die Lehre von der Konstruktion der Schiffsgebäude, oder allgemeine statische und dynamische Theorie derselben; §§. 317—333.

Zweites Kapitel: Die Lehre von der Zeichnung der Baurisse eines Schiffes; §§. 334—353.

Drittes Buch.

Zurüstungskunde.

Erstes Kapitel: Uebersicht und Eintheilung der Zutaakelung; §§. 368—370.

Seite.

Zweites Kapitel: Von den Booten und Schaluppen; §§. 371—373.

Viertes Buch.

Manövrirkunde.

Erstes Kapitel: Von der Drehung des Schiffs um seine perpendikuläre Axe, vermöge des Ruders und der Segel; §§. 374—375.

Zweites Kapitel: Die Wendung über Stag oder durch den Wind; §§. 376—377.

Drittes Kapitel: Vom Einbrechen der Segel und Wegbringen einer Eule; §. 378.

Viertes Kapitel: Von der Wendung vor dem Winde, oder vom Halsen; §§. 379—380.

Fünftes Kapitel: Das Segeln mit günstigem Winde, und Beisetzung der Leesegel; §§. 381—382.

Sechtes Kapitel: Vom Reefen und allmäligen Einziehen der Segel bei stärker werdendem Winde; §§. 383—386.

Verbesserungen.

Die vollständige Angabe der etwa erforderlichen Verbesserungen findet sich am Ende des Nautischen Wörterbuches. Die in dieser Abtheilung des zweiten Bandes häufig angeführte Lithographientafel XXXV, D ist in dem Verzeichnisse des dritten Bandes noch nicht aufgezählt; sie kann aber bei dem Gesammt-Einbande zwischen XXXV, C und XXXV, E eingeordnet werden.

Zweiter Theil.

Praktische Schifferkunde.

Erstes Buch.

Stereometrie, Statik und Hydrostatik, Dynamik und Hydrodynamik.

Erstes Kapitel.

Stereometrie.

§. 259. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Die Stereometrie oder Körpermessung lehrt hauptsächlich die nach allen drei Dimensionen des Raumes ausgedehnten Körper hinsichtlich ihrer Volumen und Oberflächen auf geometrische Weise bestimmen (vergl. S. 626); außerdem gehören aber auch die geometrischen Bestimmungen von Punkten, Linien und Flächen dazu, sobald dieselben nicht in einer und derselben Ebene (vergl. S. 627 Nr. 9) liegen. 1

Eine Ebene durch eine Linie legen, heißt ihr eine solche Lage geben, daß die Linie ganz in sie hineinfällt. 2

Eine Linie und eine Ebene sind mit einander parallel, wenn die Linie beliebig weit verlängert die Ebene nicht schneidet. 3

Zwei Ebenen sind mit einander parallel, wenn sie sich bei beliebiger Verlängerung der einen oder andern nirgends schneiden. 4

Der Punkt, in welchem eine außerhalb einer Ebene, aber nicht parallel mit ihr liegende gerade Linie bei gehöriger Verlängerung die Ebene trifft, heißt der Fuß der Linie. 5

Eine gerade Linie steht senkrecht auf einer Ebene, wenn sie mit allen durch ihren Fuß in der Ebene gezogenen geraden Linien rechte Winkel bildet. Man kann in diesem Falle auch sagen, daß die Ebene senkrecht auf der geraden 6

Linie sei. Es steht z. B. Tafel II, Fig. 1, die Linie GC senkrecht auf der Ebene WNOS, da die Winkel GCW, GCN, GCO, GCS sämmtlich rechte sind.

7 Eine Ebene steht auf einer andern Ebene senkrecht, wenn jede gerade Linie, die in der einen Ebene senkrecht auf den gemeinschaftlichen Durchschnitt beider Ebenen gezogen wird, auch senkrecht auf der andern Ebene steht. Z. B. Tafel III, Fig. 3 ist der gemeinschaftliche Durchschnitt der Ebenen H'S und mr die gerade Linie C'B; zieht man in der Ebene H'S die Linie HC senkrecht auf C'B, und steht sie auch senkrecht auf der Linie op, und auf jeder andern in der Ebene mr durch den Punkt C gezogenen Linie, so steht die Linie HC auch senkrecht auf der Ebene mr, und diese senkrecht auf der Ebene H'S.

8 Die Neigung einer geraden Linie gegen eine Ebene, d. h. der Winkel, den sie mit derselben macht, ist derselbe Winkel, den sie mit derjenigen geraden Linie macht, welche durch ihren Fuß und durch den Fuß des aus einem beliebigen Punkte der geneigten Linie auf die Ebene gefällten Perpendikels gezogen wird. Z. B. Tafel XXXI. B, Fig. 1 sei die Ebene DAB, und die Linie CE; der Neigungswinkel derselben mit der Ebene ist der Winkel CEF, welcher die Linie CE mit der Linie EF macht; diese letztere geht durch den Fuß E und durch den Fuß F, die Linie CF steht aber perpendikulär auf der Ebene DAB. Der Neigungswinkel einer Linie gegen eine Ebene ist der kleinste unter allen Winkeln, welche sie mit denjenigen Linien bilden kann, die in der Ebene durch ihren Fuß gehen.

9 Der Neigungswinkel zweier Ebenen gegen einander ist der Winkel, welcher entsteht, wenn man aus einem beliebigen Punkte des Durchschnittes in jeder Ebene eine auf der Durchschnittslinie senkrecht stehende Linie zieht. Z. B. Tafel XXXI, B, Fig. 1 ist der Neigungswinkel zwischen den beiden Ebenen CDB und DAB der Winkel CEF; dieser wird von den beiden Linien CE und EF gebildet; die erstere liegt in der Ebene CDB, und steht in dem Punkte E senkrecht auf der Durschnittslinie DB; die zweite Linie EF liegt in der Ebene DAB, und steht in demselben Punkte E senkrecht auf der Durchschnittslinie DB (vergl. S. 1378).

10 Wenn eine gerade Linie zum Theil in einer Ebene liegt, so liegt sie auch ganz darin. Z. B. Tafel III, Fig. 3 liegt die Linie BC in der Ebene mr; sollte ihre Verlängerung CC' nicht auch in derselben Ebene liegen, so müßte sie nach einer der beiden Seiten von ihr abweichen; angenommen die abweichende Verlängerung sei CA'; alsdann hätte man zwei gerade Linien BCC' und BCA', welche zum Theil zusammenfielen, und zum Theil von einander abwichen, welches aber (vergl. S. 626 unten) unmöglich ist.

11 Durch jede drei Punkte ist es möglich eine Ebene zu legen. Liegen die drei Punkte in einer geraden Linie, so braucht man nur die Ebene durch diese Linien zu legen. Liegen die drei Punkte nicht in einer geraden Linie, wie Tafel III, Fig. 3 die Punkte B, C' und P, so verbinde man zuerst die beiden Punkte B und C' durch die gerade Linie BC', und lege durch diese die Ebene H'S. Darauf denke man sich diese Ebene um BC' drehend, so kommt

sie in unzählig viele verschiedene Lagen, unter denen auch eine sein wird, hier durch die Ebene mr angedeutet, welche auf den Punkt P trifft; alsdann liegen alle drei Punkte B, C' und P in einer Ebene. Jedes geradlinige Dreieck liegt also auch in einer Ebene.

12 Da es aber nur eine einzige Lage gibt, in welcher die durch BC' gelegte Ebene den Punkt P trifft, so folgt, daß drei Punkte, welche nicht in einer geraden Linie liegen, die Lage einer Ebene bestimmen.

Man gibt daher den Stativen der Meßinstrumente (Tafel XXIV, Fig 1, und Tafel XXIX, Fig. 7), so wie Stühlen und Tischen, welche auf ungleichem Boden ohne Wanken stehen sollen, drei Füße, deren Spitzen immer drei Punkte finden müssen, welche in einer und derselben Ebene liegen.

13 Zwei gerade Linien, welche einander schneiden, liegen in einer Ebene; denn Tafel III, Fig. 3, liegen die drei Punkte C', C, P, welche zu zu den beiden sich schneidenden Linien BC' und oP gehören, in einer Ebene; da also ein Theil von jeder beider Linien in einer und derselben Ebene liegt, so müssen auch die ganzen Linien (Nr. 10) darin liegen.

14 Wird also eine Ebene durch zwei sich schneidende gerade Ebene gelegt, so ist die Lage einer solchen Ebene dadurch bestimmt.

15 Der Durchschnitt zweier Ebenen ist immer eine gerade Linie; denn schnitten sie sich in einer krummen Linie, so könnte man darin drei Punkte annehmen, die nicht in einer geraden Linie liegen. Durch solche drei Punkte könnte aber nur eine Ebene gelegt werden (Nr. 11), und nicht zwei Ebenen von verschiedener Lage, wie es doch bei solcher Annahme einer krummen Durchschnittslinie der Fall sein müßte.

16 Zwei Ebenen, die einander schneiden, haben außer der Durchschnittslinie keinen Punkt mit einander gemein.

17 In einem bestimmten Punkte innerhalb, und von einem bestimmten Punkte außerhalb einer Ebene ist nur ein einziges Perpendikel auf dieselbe möglich.

18 Wenn eine gerade Linie auf zwei in einer Ebene liegenden und sich schneidenden Linien senkrecht steht, so steht sie auf der ganzen Ebene senkrecht.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 1, MN die Ebene, in der sich die beiden geraden Linien AB und CD in dem Punkte R schneiden, und auf diesem Schnittpunkte stehe die gerade Linie PR senkrecht. Durch denselben Punkt R ziehe man die dritte gerade Linie QR, welche jede andere gerade Linie in dieser Ebene durch R gezogen vorstellen kann. Durch den willkürlichen Punkt Q dieser Linie zieht man die Linie DB, nnd zwar so, daß $BQ = QD$; ferner ziehe man die Linie PB, PQ, PD.

Wenn man in einem beliebigen Dreiecke aus dem Scheitel eines Winkels gerade auf die Mitte der gegenüberliegenden Seite eine gerade Linie zieht, so ist die Summe der Quadrate der beiden den betreffenden Winkel einschließenden Seiten gleich der doppelten Summe der Quadrate der aus dem Winkelscheitel gezogenen Linie und der halben dadurch getheilten Seite.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 2 das beliebige Dreieck ABC; die Line AE

halbire die Linie BC, so daß $EB = EC$; zieht man darauf das Perpendikel AD; so hat man folgende Gleichungen (vergl. S. 685. Nr. 13):

$$AB^2 = AD^2 + DB^2; \text{ und } AC^2 = AD^2 + DC^2$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke ADE ist aber $AD^2 = AE^2 - ED^2$; daher:

$$AB^2 = AE^2 - ED^2 + DB^2; \text{ und } AC^2 = AE^2 - ED^2 + DC^2$$

Man kann nun noch DB^2 und DC^2 durch gleiche Größen ausdrücken; da $EB = EC$, so ist $DB^2 = EC^2 + 2\,EC \cdot ED + ED^2$; und $DC^2 = EC^2 - 2\,EC \cdot ED + ED^2$ (vergl. S. 445); man hat demnach:

$$\text{addirt} \left\{ \begin{array}{l} AB^2 = AE^2 - ED^2 + EC^2 + 2\,EC \cdot ED + ED^2 \\ AC^2 = AE^2 - ED^2 + EC^2 - 2\,EC \cdot ED + DE^2 \end{array} \right.$$

$$AB^2 + AC^2 = 2\,AE^2 \quad + 2\,EC^2$$

Wendet man den eben bewiesenen Satz auf Fig. 1 an, so hat man:

im Dreieck RBD die Gleichung $RB^2 + RD^2 = 2\,RQ^2 + BQ^2$

„ „ PBD „ „ $PB^2 + PD^2 = 2\,PQ^2 + BQ^2$

Daher durch Subtraktion $(PB^2 - RB^2) + (PD^2 - RD^2 = 2PQ^2 - 2RQ^2$

Da aber die beiden Dreiecke PRB und PRD rechtwinklig sind, und den rechten Winkel bei R haben, so ist $(PB^2 - RB^2) = PR^2$; und $(PD^2 - RD^2) = PR^2$

und daraus $2\,PR^2 = 2\,PQ^2 - 2RQ^2$; oder $PR^2 = PQ^2 - RQ^2$

Folglich ist auch das Dreieck PQR ein rechtwinkliges, dessen rechter Winkel in R liegt; und PR steht senkrecht auf QR. Da aber QR jede andere Lage haben könnte, wenn sie nur durch den Schnittpunkt R geht, so steht PR auf der ganzen Ebene senkrecht.

Es mag hiebei gleich ein Unterschied der Planimetrie und der Stereometrie bemerkt werden. In der Planimetrie, wo alle Figuren in einer und derselben Ebene liegend gedacht werden, heißt es (vergl. S. 631 Nr. 25), daß zwei Linien, die sich schneiden, nicht auf einer dritten zugleich senkrecht stehen können, insofern nämlich diese dritte in derselben Ebene mit den beiden schneidenden liegen soll. In der Stereometrie dagegen, wo auch die dritte Dimension des Raumes zugleich in Betracht kommt, können unendlich viele sich schneidende Linien auf einer und derselben Linie senkrecht stehen.

Weil das Perpendikel PR kürzer ist, als jede schräge Linie, wie PB oder PQ, welche aus dem Punkte P auf die Ebene gezogen wird, so ist das Perpendikel das wahre Entfernungsmaaß eines Punktes P von der Ebene MN; hieraus folgt auch Nr. 17, indem für den Punkt P außerhalb, und den Punkt R innerhalb der Ebene nur das einzige Perpendikel PR möglich ist.

19 Schräge Linien, die sich gleich weit von einem auf eine Ebene gefällten Perpendikel entfernen, indem sie von einem und demselben Punkte des Perpendikels nach der Ebene gehen, sind gleich lang; denn sie sind sämmtlich Hypotenusen kongruenter rechtwinkliger Dreiecke. Unter ungleich entfernten sind natürlich die entferntesten die längsten.

20 Wenn man durch eine Linie, die auf einer Ebene senkrecht steht, eine andere Ebene legt, so steht diese auf der erstern gleichfalls senkrecht.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 3, die Linie AB senkrecht auf der Ebene MN; man lege die Ebene DF durch die Linie AB; alsdann ist DE die Durch-

schnittslinie beider Ebenen; zieht man hierauf BC senkrecht auf DE, so ist ABC der Neigungswinkel der Ebenen, und zwar, da AB senkrecht auf der Ebene MN steht, ein rechter Winkel; es ist also die Ebene DF senkrecht auf MN.

21 Umgekehrt steht ein Perpendikel, welches in einer auf einer andern senkrecht stehenden Ebene auf die Durchschnittslinie gezogen wird, auf der ganzen andern Ebene senkrecht.

22 Durch DE kann außer der Ebene DF keine andere auf MN senkrecht stehen, weil sonst in dem Punkte B zwei verschiedene Perpendikel auf der Ebene MN stehen müßten, was nach Nr. 19 unmöglich ist.

23 Wenn zwei einander schneidende Ebenen auf einer dritten senkrecht stehen, so steht auch die Durchschnittslinie der beiden ersteren Ebenen auf der dritten Ebene senkrecht.

Tafel XXXV, D, Fig. 4 schneiden sich die beiden Ebenen AC und EC in der Linie BC, und stehen beide senkrecht auf der Ebene MN; man zieht in der letztern aus dem Punkte C sowohl die Linie GC senkrecht auf die Durchschnittslinie DC der beiden Ebenen MN und AC, als auch die Linie HC senkrecht auf die Durchschnittslinie CF der beiden Ebenen MN und EC. Es ist GC senkrecht auf der Ebene AC, und HC senkrecht auf der Ebene EC (nach Nr. 21); da die Durchschnittslinie BC zu beiden Ebenen AC und EC gehört, so steht sie auch auf den beiden Linien GC und HC senkrecht; und demnach (vergl. Nr. 18) auf der ganzen Ebene MN senkrecht.

24 Wenn eine Linie auf mehreren andern Linien, die aus einem Punkte ausgehen, zugleich senkrecht steht, so liegen dieselben alle in einer und derselben Ebene.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 5. AB senkrecht auf den drei aus dem Punkte B ausgehenden Linien BC, BD, BE; man legt durch die drei Punkte B, C, und D die Ebene MN; fiele nun die Linie BE nicht auch in diese Ebene, so müßte sie eine Lage unter oder über derselben haben. Angenommen sie habe sie über derselben, so daß statt ihrer Be in der Ebene läge, so müßte ABe ein rechter Winkel sein (nach Nr. 18); da aber ABE ein rechter, und zugleich kleiner, als ABe ist, so kann der letztere nicht auch ein rechter sein.

25 Zwei Linien sind einander parallel, wenn sie auf derselben Ebene senkrecht stehen.

Es seien XXXV, D, Fig. 6, die beiden Linien AB und CD senkrecht auf der Ebene MN; zieht man die Linie BD, so ist Winkel ABD = CDB = 1 Rechten; also ABD + CDB = 2 R.

Man lege durch die drei Punkte A, B und D die Ebene FG; diese steht (nach Nr. 20) senkrecht auf der Ebene MN. Sollte nun die Linie CD nicht in die Ebene fallen, so müßte sie auf einer ihrer beiden Seiten von ihr abweichen. Nimmt man an, CD müßte ihre Lage bis DE ändern, um in die Ebene FG zu kommen; und zieht DE: so müßte diese Linie (nach Nr. 21) ebenfalls senkrecht auf der Ebene MN stehen; dann gäbe es aber in dem Punkte D, weil nach der ursprünglichen Annahme, oder per hypothesin, CD auch senkrecht auf MN steht, zwei verschiedene Perpendikel, was (nach Nr. 17) unmöglich ist.

Es muß also CD und DE zusammenfallen; und da Winkel ABD = CDB, so sind beide in der einen Ebene FG liegende Linien AB und CD parallel.

26 Steht eine von zwei Parallellinien, z. B. AB senkrecht auf der Ebene MN, so steht auch die andere senkrecht auf ihr.

Man lege die Ebene FG durch beide Linien, so steht diese (nach Nr. 20) senkrecht auf MN, und es ist der Winkel ABD = 1 R.; also auch als korrespondirender Winkel CDB = 1 R. (vergl. S. 672 Nr. 2); daher steht auch CD senkrecht auf MN.

27 Wenn eine Linie außerhalb einer Ebene nur mit einer einzigen Linie in derselben parallel liegt, so ist sie mit dieser ganzen Ebene parallel.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 7 die Linie AB außerhalb der Ebene MN parallel mit der Linie ab innerhalb derselben. Legt man durch beide Linien die Ebene Ab, so ist ab die Durchschnittslinie beider Ebenen, und außer dieser Linie haben sie keinen Punkt weiter mit einander gemein (nach Nr. 15); folglich kann die Linie AB niemals mit MN zusammentreffen, und ist also mit ihr parallel.

28 Wenn zwei Linien in einer und derselben Ebene mit einer dritten Linie außerhalb derselben parallel sind, so sind sie auch unter einander parallel.

Tafel XXXV, D, Fig. 8 liegen die beiden Linien AB und CD in der Ebene MN und sind mit der dritten außerhalb dieser Ebene liegenden Linie EF parallel.

Man lege durch AB und EF die Ebene AF, und durch CD und EF die Ebene CF. Diese beiden Ebenen haben die gemeinschaftliche Durchschnittslinie EF; außerdem aber haben sie keinen Punkt gemein; folglich kann auch die Linie AB in keinem Punkte mit der Linie CD zusammentreffen, und da sie außerdem mit ihr in einer und derselben Ebene MN liegt, so ist sie auch mit ihr parallel.

29 Wenn umgekehrt zwei gerade Linien, wie AB und CD, einer dritten EF parallel sind, so liegen die beiden ersteren in einer und derselben Ebene.

Man lege zuerst die Ebene MN durch die drei Punkte A, B und C, und die Ebene AF durch die Linien EF und AB; alsdann haben beide Ebenen außer der Durchschnittslinie AB keinen Punkt weiter gemein. Ferner lege man die Ebene CF durch die drei Punkte E, F und C. Wäre nun die Durchschnittslinie der beiden Ebenen MN und CF nicht die Linie CD, so müßte es irgend eine andere, etwa Cd sein; da nun CD parallel mit EF ist, so kann Cd es nicht auch sein, und muß daher EF irgend wo schneiden. Gehörte nun aber Cd zur Ebene MN, wie sie es als deren Durchschnittslinie mit der Ebene CF angenommener Weise sein soll, so hätte die Ebene MN mit der Ebene AF, zu welcher die geschnittene Linie EF gehört, noch einen Punkt, nämlich den Schnittpunkt von Cd und EF, außer der Durchschnittslinie AB gemein, was aber (nach Nr. 16) unmöglich ist. Es kann also Cd nicht verschieden von CD sein

30 Es sind also im Allgemeinen zwei gerade Linien, welche mit irgend einer dritten parallel liegen, auch mit einander parallel.

31 In der Ebene AF könnten unzählige gerade Linien unzähligen andern in

der Ebene CF parallel sein, ohne daß diese beiden Ebenen selbst mit einander parallel liegen müßten.

32 Auf zwei einander schneidenden Ebenen kann eine gerade Linie nicht zugleich senkrecht stehen.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 9, DG und DH die einander in DF schneidenden Ebenen; AB sei die zwischen beiden Ebenen stehende Linie; zieht man von den beiden Endpunkten A und B nach einem beliebigen Punkte C der Durchschnittslinie DF die beiden Linien AC und BC, so hat man das geradlinige Dreieck ABC. Sollte nun die Linie AB auf beiden Ebenen zugleich senkrecht stehen, so müßten die Winkel bei A und bei B innerhalb des Dreiecks jeder = 1 Rechten sein, was (vergl. S. 672 Nr. 5) unmöglich ist.

33 Steht aber eine gerade Linie auf zwei Ebenen zugleich senkrecht, so sind die Ebenen parallel.

34 Steht eine gerade Linie zwischen zwei parallelen Ebenen auf der einen senkrecht, so steht sie auch auf der andern senkrecht.

35 Wenn zwei sich schneidende gerade Linien in einer Ebene zweien sich schneidenden Linien in einer andern Ebene parallel laufen, so sind auch die Ebenen mit einander parallel.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 10, die beiden geraden Linien AB und AC in der Ebene MN parallel den beiden Linien ab und ac in der Ebene OP, und zwar AB ∥ ab, und AC ∥ ac. Man errichtet in dem Punkte A ein Perpendikel auf die Ebene MN, welches die Ebene OP in dem Punkte D trifft; durch diesen Punkt ziehe man DE ∥ ab, und DF ∥ ac; alsdann ist auch auch DE ∥ AB, und DF ∥ AC (nach Nr. 30). Es steht also auch AD senkrecht auf DE und DF (vergl. S. 631 Nr. 24); daher auch senkrecht auf der Ebene OP (nach Nr. 18); also sind auch (nach Nr. 333) die beiden Ebenen MN und OP einader parallel.

36 Zwischen zwei geraden Linien, welche nicht in einer und derselben Ebene liegen, ist die auf beiden zugleich senkrechtstehende Linie die kürzeste.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 11, AB und CD die beiden nicht in einer Ebene liegenden Linien. Man zieht die auf beiden senkrechte Linie EF (vergl. S. 1818 Nr. 5) und eine andere beliebige GH. Von dieser letztern zeigt sich sogleich, daß sie größer als EF sei; denn legt man durch E, F und G eine Ebene, und zieht darin GK ∥ EF, so ist auch GK senkrecht auf MN und gleich EF; zieht man ferner KH, so ist in dem rechtwinkligen Dreiecke GKH die Hypotenuse $GH > GK$, also auch $GH > EF$.

37 Wenn zwei parallele Ebenen von einer dritten Ebene durchschnitten werden, so sind auch die Durchschnittslinien einander parallel.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 12, MN und OP die beiden parallelen Ebenen, und AB die schneidende Ebene.

Da die beiden Ebenen MN und OP parallel sind, so können sich die beiden Durchschnittslinien AC und BD niemals schneiden; und da beide Linien außerdem in einer und derselben Ebene liegen, so sind sie parallel.

38 Alle Perpendikel zwischen parallelen Ebenen sind einander gleich; denn legt man durch je zwei derselben eine Ebene, so sind die Durchschnittslinien

dieser Ebenen mit den beiden parallelen Ebenen einander parallel; die Perpendikel sind alsdann Parallellinien zwischen Parallellinien und daher einander gleich (vergl. S. 678 Nr. 21).

39 Das Perpendikel zwischen zwei parallelen Ebenen ist die kürzeste von allen zwischenliegenden Linien, und mißt daher den Abstand der Ebenen von einander.

40 Jede gerade Linie zwischen zwei parallelen Ebenen bildet mit beiden gleiche Neigungswinkel.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 13, MN und OP die beiden parallelen Ebenen, und AB die zwischenliegende Linie; fällt man aus A den Perpendikel AC auf die Ebene OP, und legt durch ACB eine Ebene, so ist ABC der Neigungswinkel von AB gegen OP (nach Nr. 8).

Zieht man in der Ebene CD eine Linie BD parallel mit AC, so ist auch BD senkrecht auf OP (nach Nr. 26), also auch senkrecht auf MN (nach Nr. 34); daher ist auch BAD der Neigungswinkel von AB gegen MN.

Ferner ist CB parallel mit AD (nach Nr. 37); daher ist Winkel ABC = BAD als Wechselwinkel (vergl. S. 671 Nr. 2).

41 Die Neigungswinkel einer geraden Linie gegen zwei parallele Ebenen liegen in einer und derselben Ebene, wie in der letzten Figur in der Ebene CD.

42 Wenn in zwei parallelen Ebenen zwei Winkel so beschaffen sind, daß die Schenkel des einen den Schenkeln des andern parallel sind, so sind die Winkel einander gleich.

Es seien Tafel XXXV, D, Fig 14 die beiden parallelen Ebenen MN und OP, und von den beiden Winkeln BAC in MN und EDF in OP der Schenkel AC ∥ DF und der Schenkel AB ∥ DE.

Macht man AB = DE, und AC = DF, und zieht BC und EF, so zeigt sich, daß Δ ABC = Δ DEF ist.

Denn zieht man die Linien AD, BE und CF, so ist ABDE und ACFD ein Parallelogramm (vergl. S. 679 Nr. 24); daher BE ♯ AD, und CF ♯ AD; folglich BE ♯ CF (vergl. S. 640 Nr. 3 und S. 1814 Nr. 30); daher auch BC = EF (vergl. S. 678 Nr. 21).

Es ist aber durch die Konstruktion AB = DE, und AC = DF; da nun in beiden Dreiecken ABC und DEF die drei Seiten des einen den drei Seiten des andern gleich sind, so sind auch (vergl. S. 674 Nr. 11) die beiden Dreiecke kongruent; und daher auch ∠ BAC = ∠ EDF.

§. 260. Einige Probleme der Stereometrie.

Tafel XXXV, D.

1 **Aufgabe 1.**

Von einem Punkte A außerhalb der Ebene MN ein Perpendikel auf dieselbe zu fällen.

Auflösung. Fig. 15.

Man zieht in der Ebene MN eine beliebige Linie CD; durch ACD legt man eine Ebene, welche MN in CD durchschneidet; in dieser Ebene zieht man AE senkrecht auf die Durchschnittslinie CD; ferner zieht man in der Ebene MN

die Linie EF ebenfalls senkrecht auf CD; durch AEF legt man eine dritte Ebene und zieht in dieser AB senkrecht auf EF; alsdann ist diese Linie AB das verlangte Perpendikel.

Beweis.

Da CD auf AE und EF senkrecht ist, so ist sie auf der Ebene AEF senkrecht (nach Nr. 18); daher ist auch die Ebene MN senkrecht auf der Ebene AEF (nach Nr. 20). Da nun AB auf der Linie EF, der Durchschnittslinie der beiden Ebenen, senkrecht steht, so steht sie auf der ganzen Ebene MN senkrecht (nach Nr. 21).

Aufgabe 2.

2

In einem Punkte A innerhalb der Ebene MN ein Perpendikel auf dieselbe zu errichten.

Auflösung. Fig. 16.

Man nimmt einen beliebigen Punkt C außerhalb der Ebene MN, und fällt von ihm aus das Perpendikel CD auf die Ebene MN, und legt durch ACD die Ebene EF; in dieser zieht man AB ∥ CD; alsdann ist AB das verlangte Perpendikel.

Beweis.

Dieser ergibt sich aus Nr. 26.

Zusatz.

Will man eine Ebene auf einer andern senkrecht errichten, so errichtet man auf der einen in einem beliebigen Punkte ein Perpendikel, und legt durch diese eine Ebene; diese ist (nach Nr. 20) senkrecht auf der andern.

Aufgabe 3.

3

Den Neigungswinkel ABC der Linie AB gegen die Ebene MN zu finden.

Auflösung. Fig. 17.

Man fällt aus einem beliebigen Punkte A der Linie AB ein Perpendikel AC auf MN, und zieht BC; alsdann ist ABC der gesuchte Neigungswinkel.

Beweis.

Ist ABC wirklich der Neigungswinkel der Linie AB gegen die Ebene MN, so muß er nach der obigen Erklärung (S. 1810 Nr. 8) der **kleinste** sein, den die Linie AB mit den in der Ebene MN durch den Punkt B gezogenen Linien machen kann. Man zieht also irgend eine andere Linie $BD = BC$, und ferner CD und AD; alsdann ist ACD ein rechtwinkliges Dreieck, und AD seine Hypotenuse, also $AD > AC$. In den beiden Dreiecken ABC und ACD sind aber die Seiten

$AB = AB$, und $BC = BD$ durch Konstruktion; und nur $AD > AC$.

Da nun der größern Seite auch der größere Winkel gegenüberliegt (vergl. S. 675 Nr. 13, so muß auch $\angle ABD > \angle ABC$ sein, demnach ist $\angle ABC$ der kleinste.

Zusätze.

1. Ist ABC der kleinste unter allen Winkeln, den AB mit den in der Ebene MN durch B gezogenen Linien machen kann, so muß sein Neben- oder Supplementswinkel ABE, den AB mit der nach E verlängerten Linie BC macht, der größte unter allen sein.

2. Zieht man in MN durch B ein Perpendikel FG auf EC, so ist ABF = ABG = 1 Rechten. Alle Linien, welche in der Ebene MN durch B gehen, und mit BC einen spitzen Winkel bilden, machen auch mit AB einen spitzen Winkel; und alle Linien, welche mit BC einem stumpfen Winkel machen, bilden auch mit AB einen stumpfen.

4

Aufgabe 4.

Durch eine grade Linie AB eine Ebene MN so zu legen, daß sie einer andern geraden Linie CD außerhalb der Ebene parallel werde.

Auflösung. Fig. 18.

Man legt durch CD und irgend einen Punkt der Linie AB eine Ebene, und in dieser zieht man durch den Punkt E eine Linie FG ∥ CD; alsdann geben die Linien AB und FG, welche sich in E schneiden, die Lage der gesuchten Ebene MN.

Beweis.

Die Linie CD ist parallel mit der Linie FG in der Ebene MN, und zwar durch Konstruktion; daher ist sie (nach S. 1814 Nr. 27) mit der ganzen Ebene parallel.

Zusätze.

1. Durch zwei gerade Linien, wie AB und CD, welche nicht in einer und derselben Ebene liegen, lassen sich zwei Ebenen legen, welche einander parallel sind. Denn wie die Ebene MN parallel der Linie CD, so läßt sich auch eine Ebene durch CD legen, welche der Linie AB parallel ist; alsdann laufen zwei einander schneidende Linien in der einen Ebene zweien sich schneidenden in der andern parallel; deshalb sind (nach S. 1815 Nr. 35) auch die Ebenen parallel.

2. Für zwei gerade Linien, wie AB und CD, die nicht in einer und derselben Ebene liegen, giebt es für die durch dieselben gelegten Ebenen nur eine einzige Lage, in der sie parallel sind, weil die Lage einer jeden durch zwei einander schneidende Linien bestimmt ist.

Aufgabe 5.

5 Zwischen zwei geraden Linien AB und CD, die nicht in einerlei Ebene liegen und von unbestimmter Länge sind, die Lage derjenigen geraden Linie EF zu bestimmen, welche auf beiden zugleich senkrecht steht.

Auflösung. Fig. 19.

Man legt durch AB und CD die beiden einander paralelen Ebenen MN und OP; darauf errichtet man über AB eine auf beiden parallelen Ebenen senkrechte Ebene AK, und eben so über CD die auf beiden parallelen Ebenen senkrechte Ebene GD; alsdann ist die Durchschnittslinie dieser beiden senkrechten Ebenen nämlich EF, die gesuchte auf beiden Linien AB und CD senkrecht stehende Linie.

Beweis.

Da die beiden Ebenen AK und GD auf den beiden Ebenen MN und OP senkrecht stehen, so steht ihre Durchschnittslinie EF ebenfalls auf diesen beiden Ebenen senkrecht (nach S. 1813 Nr. 23 und nach S. 1815 Nr. 34); sie ist auch senkrecht auf den Linien AB und CD (nach S. 1809 Nr. 6).

§. 261. Von den körperlichen Winkeln.

Tafel XXXV, D.

1 Ein körperlicher Winkel, angulus solidus, oder eine Ecke heißt derjenige Winkelraum, welcher zwischen mehreren, in einem und demselben Punkte sich schneidenden Ebenen liegt. Wenn also mehr als zwei gerade Linien, von denen aber nicht mehr als je zwei in einer Ebene liegen, in einem Punkte zusammentreffen, so bilden sie einen körperlichen Winkel.

Wie viele gerade Linien sich zur Bildung eines körperlichen Winkels vereinigen, so viele ebene Winkel entstehen, welche zusammen den körperlichen Winkel einschließen.

Zu einem körperlichen Winkel sind wenigstens drei erforderlich (vergl. S. 1373 Nr. 2.

Wenn ein körperlicher Winkel aus drei ebenen besteht, so sind jede zwei derselben zusammen größer als der dritte; wie schon oben (S. 1373 Nr. 3) bewiesen.

2 Die Summe aller ebenen Winkel, die einen körperlichen bilden, wie groß auch ihre Anzahl sein mag, ist kleiner als 4 Rechte, wie oben (S. 1373 Nr. 4) bewiesen worden.

3 Wenn zwei Körperwinkel, jeder von drei ebenen Winkeln, gebildet werden, welche einzeln einander gleich sind, so machen die Ebenen, in denen die gleichen Winkel liegen, mit einander gleiche Winkel.

4 Es sei Fig. 20 der Winkel ADC = adc, Winkel ADB = adb, und Winkel BDC = bdc; alsdann müssen die Ebenen ADC und ADB denselben Winkel mit einander machen, wie die Ebenen adc und adb.

Man nimmt die Länge von DB willkürlich und zieht BE senkrecht auf die Ebene ADC. Aus dem Punkte E, wo das Perpendikel BE die Ebene schneidet, zieht man EA und EC auf DA und DC senkrecht; ferner zieht man BA und BC.

Hierauf macht man db = DB, und zieht be senkrecht auf die Ebene adc; aus dem Punkte e, wo das Perpendikel be die Ebene schneidet, zieht man ea und ec auf da und dc senkrecht; ferner zieht man ba und bc.

Das Dreieck DAB ist rechtwinklig in A, und das Dreieck dab in a. Wenn nämlich, wie Tafel XXXV, D, Fig. 1, PR ein Perpendikel auf die Ebene MN, und BD eine Linie in dieser Ebene ist, und wenn man aus dem Fuße R des Perpendikels RQ senkrecht auf BD und endlich PQ zieht, so ist diese Linie PQ auch senkrecht auf BD.

Nimmt man nämlich QB = QD, und zieht RB, RD, PB und PD, so ist die schräge Linie RB = RD; und hinsichtlich des Perpendikels PR ist PB = PD, weil RB = RD (vergl. S. 1812 Nr. 19); demnach sind die beiden Punkte P und Q gleich weit von den Enden B und D entfernt, und folglich ist PQ in der Mitte von BD auf BD senkrecht.

Es ist nun in Fig. 20, BE senkrecht auf der Ebene ADC, in welcher die Linie DA liegt; auf diese ist EA senkrecht gezogen, also vom Fuße des Perpendikels aus; daher ist auch BA von der Spitze des Perpendikels aus auf dieselbe Linie gezogen, senkrecht auf derselben, und bei A ist ein rechter Winkel; dasselbe gilt von der Linie ba und dem Winkel a. Da nun durch Konstruktion DB = db, so ist Δ DAB = Δ dab (vergl. S. 671 Nr. 1); daher DA = da, und AB = ab.

Auf gleiche Art läßt sich beweisen, daß DC = dc und BC = bc.

Es ist daher das Viereck DAEC gleich dem Viereck daec; denn legt man den Winkel ADC auf den gleichen Winkel adc, so daß der Schenkel DA auf den Schenkel da zu liegen kommt, so fällt, weil DA = da und DC = dc, auch der Punkt A auf den Punkt a, und der Punkt C auf den Punkt c. Ferner fällt das Perpendikel EA auf das Perpendikel ea, und das Perpendikel EC auf das Perpendikel ec; es fällt also auch der Schnittpunkt E auf den Schnittpunkt e, und es ist AE = ae.

Es ist ferner das Dreieck AEB in E und das Dreieck aeb in e rechtwinklig; ferner ist die Hypotenuse AB = ab, und die Kathete AE = ae; es ist also Δ AEB = Δ aeb (vergl. S. 676 Nr. 16); daher endlich:

$$\angle \text{EAB} = \angle \text{eab}.$$

Diese beiden Winkel sind aber die Neigungswinkel zwischen den Ebenen ADC und ADB, und zwischen den Ebenen adc und adb; es sind also diese beiden Neigungen gleich.

5 Wenn körperliche Winkel aus gleichen ebenen Winkeln zusammengesetzt sind, und dabei die gleichen Winkel in der gleichen Reihe und Richtung auf einander folgen, so sind die körperlichen Winkel gleich, und fallen in einander geschoben zusammen.

Es ist vorher schon gezeigt, daß das Viereck DAEC das Viereck daec deckt; da ferner Δ AEB = Δ aeb, so ist auch EB = eb, und es fällt der Punkt B in den Punkt b, und die Linie DB auf db; daher fallen die beiden körperlichen Winkel ganz in einander.

Dieses Zusammenfallen findet aber nur dann statt, wenn die gleichen ebenen Winkel auch in der gleichen Reihe und Richtung auf einander folgen. Denn folgten sie in umgekehrter Ordnung auf einander; oder, was dasselbe ist, lägen die Perpendikel EB und eb gegen die Ebenen ADB und adb statt, wie vorher an den nämlichen, jetzt an entgegengesetzten Seiten, so wäre es unmöglich, die beiden körperlichen Winkel in einander fallen zu machen.

Nichtsdestoweniger hätten doch die Ebenen, in welchen die gleichen Winkel liegen, nach dem vorhergehenden Lehrsatze eine gleiche Neigung gegen einander; also wären die körperlichen Winkel in allen ihren Bestimmungsstücken einander vollkommen gleich, ohne daß sie sich deckten. Es folgt also daraus, daß die Gleichheit der ebenen Winkel zwischen den Kanten, und die Gleichheit der Neigungswinkel zwischen den Ebenen noch nicht zur völligen oder absoluten Gleichheit der körperlichen Winkel hinreicht.

Diese Gleichheit, welche keine Deckung hervorbringt, unterscheidet man

von der absoluten Deckung hervorbringenden durch den Namen **symmetrische Gleichheit**. Es heißen daher körperliche Winkel, deren ebene Winkel zwar einzeln einander gleich sind, aber in umgekehrter Ordnung auf einander folgen, **symmetrisch gleiche**, oder auch blos **symmetrische** körperliche Winkel, mögen sie aus drei oder mehrern ebenen Winkeln bestehen.

Bei Figuren in einer Ebene gibt es keine besondere symmetrische Gleichheit, sondern die ebenen symmetrischen sind auch dabei absolut gleich und decken sich.

Aufgabe.

Aus drei gegebenen ebenen Winkeln, welche einen körperlichen bilden, durch eine Zeichnung in der Ebene den Neigungswinkel zu finden, den zwei jener Ebenen mit einander machen.

Auflösung.

Es sei Fig. 21 der gegebene körperliche Winkel D, dessen drei ebene Winkel ADB, ADC und BDC bekannt sind; man verlangt die Winkel, welche je zwei dieser Ebenen mit einander machen; z. B. die Ebenen ADB und ADC, also den Winkel EAB.

Man zeichnet in einer Ebene die drei ebenen Winkel des körperlichen Winkels, und zwar neben einader so daß $bda = BDA$, $adc = ADC$, und $cdb' = CDB$, ferner bd und b'd, jedes gleich BD am körperlichen Winkel; aus den Punkten b und b' zieht man ba senkrecht auf da, und b'c senkrecht auf dc; beide Perpendikel werden sich in irgend einem Punkte e schneiden.

Mit dem Halbmesser ab beschreibt man aus a den Halbkreis $b\beta\varepsilon$, und zieht die Linie βe senkrecht auf $b\varepsilon$; nach dem Punkte β, wo das Perpendikel βe die Peripherie des Halbkreises schneidet, zieht man den Radius $a\beta$; alsdann ist der Winkel $\beta a \varepsilon$ der gesuchte Neigungswinkel der beiden Ebenen ADC und ADB, d. h. er ist gleich dem Winkel BAE.

Beweis.

Um diese Gleichheit zu beweisen, hat man zu zeigen, daß das Dreieck $ae\beta$ in der Ebene dem Dreiecke AEB am Körper gleich ist.

Die beiden Dreiecke BDA und bda sind rechtwinklig in A und a; die Winkel in D und d sind gleich; also auch die Winkel in B und b; auch die Hypotenuse $DB = db$; folglich ist $\Delta\ BDA \cong \Delta\ bda$; also auch die Kathete $DA = da$, und die Kathete $AB = ab$; als Radien des Halbkreises $b\beta\varepsilon$ ist aber auch $ab = a\beta$.

Auf gleiche Art beweist man, daß $Dc = dc$.

Daraus folgt, daß das Viereck $DAEC = daec$, also auch die Seite $Ae = ae$. Daher haben die beiden rechtwinkligen Dreiecke AEB und $ae\beta$ gleiche Hypotenusen und eine gleiche Kathete, und sind deshalb kongruent; folglich ist auch der durch Zeichnung in der Ebene gefundene Winkel $\beta a \varepsilon$ gleich dem Winkel BAE, d. h. dem Neigungswinkel der beiden Ebenen ADC und ADB.

Fällt der Punkt e in der ebenen Figur zwischen a und b, so ist der Winkel $\beta a \varepsilon$ stumpf. Immer aber mißt er die wahre Neigung der Ebenen. Damit

die Auflösung für alle Fälle gelte, so ist auch der Neigungswinkel in der Ebene durch $\beta a \varepsilon$, und nicht durch $\beta a e$ bezeichnet.

7 Sind drei ebene Winkel gegeben, so läßt sich nur unter folgenden Bedingungen ein körperlicher Winkel daraus bilden:

1. Die Summe der drei gegebenen Winkel muß kleiner als vier Rechte sein (vergl. S. 1373 Nr. 4).

2. Jede zwei derselben zusammengenommen, müssen größer sein, als der dritte (vergl. S. 1373 Nr. 3).

3. Jeder einzelne Winkel muß größer sein, als der Unterschied der beiden andern. Nimmt man z. B. in Fig. 21 die beiden Winkel bda und adc zusammen, so muß der dritte cdb′ von der Beschaffenheit sein, daß das Perpendikel b′c auf die Seite dc den Durchmesser $b\varepsilon$ zwischen seinen Enden b und ε schneidet.

Der Winkel cdb′ wird also dadurch begrenzt, daß das Perpendikel b′c zwischen b und ε durchgeht.

Man zieht ferner aus den Punkten b und ε auf die nöthigenfalls verlängerte Linie cd die beiden Perpendikel bf und εg, welche den mit dem Halbmesser db′ aus dem Mittelpunkte d beschriebenen Kreis in f und g schneiden; zieht man alsdann die Radien df, dg, $d\varepsilon$, so sind die beiden Winkel cdf und cdg die beiden Grenzen des Winkels cdb′, d. h. (vergl. S. 1116 Nr. 1) der Winkel cdb′ kann weder so groß wie cdf, noch so klein wie cdg werden; denn bei der Größe = cdf würde das aus f gezogene Perpendikel auf die Verlängerung von cd nicht zwischen b und ε, sondern, wie es die Chorde bf zeigt, in den Punkt b fallen; und bei der Größe = cdg würde das aus g gezogene Perpendikel auf die Verlängerung von cd auch nicht zwischen b und ε, sondern, wie es die Chorde $g\varepsilon$ zeigt, in den Punkt ε fallen.

Da nun nach dem Vorigen (S. 1373 Nr. 3) der eine Winkel niemals der Summe der beiden andern gleich werden kann, so hat man für die eine Grenze:

$$\angle\, cdf = \angle\, adc + \angle\, adb.$$

Diese Gleichung erhält man auch aus der Figur. Da nämlich bd und df Radien sind, so ist das Dreieck bdf gleichschenklig; da nun dh aus dem Mittelpunkte senkrecht auf die Chorde bf gezogen ist, so halbirt sie dieselbe (vergl. S. 703 Nr. 1).

Es sind also die beiden Dreiecke dhf und dhb kongruent, und daher ihre äußern Winkel gleich.

Für das Dreieck dhf ist der äußere Winkel cdf,
für das Dreieck dhb ist der äußere Winkel (adc + adb); daher

$$\angle\, cdf = \angle\, adc + \angle\, adb.$$

Das Dreieck εdg ist wegen der beiden Radien εd und dg ebenfalls gleichschenklig; die Verlängerung von dc halbirt ebenfalls die Chorde εg, und damit auch den Winkel $gd\varepsilon$, also:

$$\angle\, cdg = \angle\, cd\varepsilon.$$

Ferner ist das gleichschenklige Dreieck $bd\varepsilon$ in die beiden kongruenten bda und $ad\varepsilon$ halbirt; daher ist

$$\angle\, bda = \angle\, ad\varepsilon.$$

Es ist aber

$$\angle\, ad\varepsilon = \angle\, adc - \angle\, cd\varepsilon;$$

oder $\angle ad\varepsilon = \angle adc - \angle cdg$;
daher $\angle cdg = \angle adc - \angle ad\varepsilon$;
oder $\angle cdg = \angle adc - \angle adb$;
oder die andere Grenze ist der Unterschied der beiden andern Winkel; hiemit ist die dritte Bedingung bewiesen, unter welcher sich aus drei gegebenen ebenen Winkeln ein körperlicher bilden läßt.

Aufgabe. 8

Aus zwei bekannten von drei ebenen Winkeln, die einen körperlichen Winkel bilden, und dem bekannten Neigungswinkel ihrer beiden Ebenen den dritten unbekannten Winkel zu finden.

Auflösung.

Die beiden bekannten ebenen Winkel seien, in Fig. 21, adb und adc, und der Neigungswinkel ihrer beiden Ebenen sei $= \varepsilon a\beta$; der gesuchte Winkel cdb'.

Macht man die Zeichnung, wie für die Aufgabe bei Nr. 6 S. 1821, so sieht man schon voraus ein, daß, wie sich dort der Winkel $\varepsilon a\beta$ aus dem Winkel cdb' finden ließ, sich jetzt umgekehrt cdb' aus $\varepsilon a\beta$ muß finden lassen.

Man nimmt wieder db willkürlich, und zieht auf da das unbestimmte Perpendikel $b\varepsilon$; ferner macht man den Winkel $\varepsilon a\beta$ gleich dem gegebenen Neigungswinkel der beiden Ebenen. Aus dem Punkte β, wo der Schenkel $a\beta$ den aus dem Mittelpunkte a mit dem Halbmesser ab beschriebenen Kreis schneidet, zieht man auf $a\varepsilon$ das Perpendikel βe, und aus dem Punkte e auf dc das unbestimmte Perpendikel eeb'. Dieses schneidet man in b' so ab, daß db' = db ist; alsdann ist cdb' der gesuchte dritte ebene Winkel.

Beweis.

Wenn man einen körperlichen Winkel mit den drei ebenen Winkeln adb, adc und cdb' bildet, so ist die Neigung der beiden Ebenen, in denen die gegebenen Winkel adb und adc liegen, dem gegebenen Neigungswinkel $\varepsilon a\beta$ gleich.

Wenn ein körperlicher Winkel vierseitig ist, oder von vier ebenen Winkeln gebildet wird, so sind diese vier Winkel zur Bestimmung der gegenseitigen Neigung der Ebenen, in denen die Winkel liegen, nicht mehr hinreichend; denn denkt man sich den horizontalen Durchschnitt einer vierseitigen Pyramide, deren Spitze einen vierseitigen körperlichen Winkel bildet, so ist solcher Durchschnitt ein Viereck, welches mit denselben Seiten unzählig verschiedene Lagen haben kann; z. B. ein Quadrat kann zu unzähligen Rhomben verschoben werden, je nachdem die spitzen Winkel spitzer und die stumpfen stumpfer sind. 9

Ist dagegen außer den vier ebenen Winkeln auch noch ein Neigungswinkel bekannt, so ist der körperliche Winkel vollkommen bestimmt, und man kann die Neigung zweier beliebiger Ebenen finden; denn man braucht alsdann nur eine Diagonal-Ebene durch den vierseitigen körperlichen Winkel so gelegt zu denken, daß sie dem bekannten Neigungswinkel gegenüber liegt; alsdann ist der vierseitige körperliche Winkel in zwei dreiseitige körperliche Winkel getheilt.

In dem einen dieser dreiseitigen Winkel sind zwei ebene Winkel und der Neigungswinkel bekannt, und es läßt sich daraus nach Art der vorigen Aufgabe der dritte ebene Winkel finden, d. h. derjenige, welcher in der Diagonalebene liegt.

Hat man diesen gefunden, so sind in dem zweiten dreiseitigen körperlichen Winkel die drei ebenen Winkel bekannt, und daraus läßt sich nach Art der Aufgabe bei Nr. 6 S. 1821 der Neigungswinkel finden, welcher der Diagonalebene gegenüber liegt.

10 In ähnlicher Weise lassen sich die Neigungswinkel zwischen jeden zwei beliebigen Ebenen finden.

Nach dem Vorigen läßt sich leicht finden, daß bei einem fünfseitigen körperlichen Winkel außer den fünf ebenen Winkeln, die ihn begrenzen, zwei Neigungswinkel bekannt sein müssen; bei einem sechsseitigen außer den sechs Ebenen, drei Neigungswinkel u. s. w.

Um das eben Gesagte allgemein auszudrücken, bezeichne man die Zahl der Seiten des körperlichen Winkels mit n. Ist dieses $n = 3$, so braucht man außer den ebenen Winkeln gar keinen Neigungswinkel; ist $n = 3 + 1$, so braucht man außer den ebenen noch 1 Neigungswinkel; ist $n = 3 + 2$, so braucht man 2 Neigungswinkel u. s. f.; bezeichnet man nun die zu 3 hinzukommende Zahl von Seiten mit z, so hat man für $n = 3 + z$ auch z Neigungswinkel nöthig.

11 Man kann auch die ganze Bestimmungsweise so ausdrücken: von sämmtlichen Bestimmungsstücken eines körperlichen Winkels, d. h. von sämmtlichen ebenen und Neigungswinkeln dürfen nicht mehr als drei unbekannt sein.

Bei einem dreiseitigen z. B. gibt es drei ebene und drei Neigungswinkel, also 6 Stücke im Ganzen; davon dürfen nur drei bekannt sein; bei einem vierseitigen gibt es vier ebene und vier Neigungswinkel, also im Ganzen acht; daher müssen fünf bekannt sein.

12 Uebrigens können die fehlenden drei Stücke sowohl gleichartig als ungleichartig sein; z. B. bei einem dreiseitigen körperlichen Winkel können 1 ebener und 2 Neigungswinkel fehlen.

13 Wenn der Winkelraum, oder Keil zwischen zwei Ebenen in einem gewissen Verhältnisse zu- oder abnimmt, so nimmt auch der geradlinige Winkel, durch welchen die Neigung der beiden Ebenen gemessen wird, oder der Neigungswinkel in demselben Verhältnisse zu oder ab.

Dieser Satz ist eine unmittelbare Folge aus der Erklärung des Neigungswinkels (S. 1810 Nr. 9). Weil er aber das Verhältniß zusammengehöriger Größen verdeutlicht, so kann er hier eine eigene Darstellung erhalten.

Es seien Fig. 22 AMNB und AQRB die beiden Ebenen; man beschreibt in der senkrecht auf AB stehenden Ebene BNR aus B mit dem beliebigen Halbmesser BN den Bogen NPR, und in der ebenfalls senkrecht auf AB stehenden Ebene AMQ mit einem gleichen Halbmesser AM den Bogen MOQ; ferner zieht man in der Ebene BNR beliebig den Radius BP, errichtet in P parallel mit RQ das Perpendikel PO, zieht in der Ebene AMQ den Radius AO, und legt eine Ebene durch POAB.

Die beiden Ebenen BRN und AQM sind parallel, da sie auf einer und derselben Linie AB senkrecht stehen (vergl. S. 1815 Nr. 33); es sind also auch die Durchschnitte dieser beiden Ebenen mit einer dritten Ebene ABOP, nämlich die Linien AO und BP parallel (vergl. S. 1815 Nr. 37); daher sind auch die Winkel OAQ und PBR gleich. Diese letztere Gleichheit der beiden Winkel folgt unmittelbar daraus, daß sie beide die Neigungswinkel der beiden Ebenen sind, da beide Schenkel von beiden Winkeln senkrecht auf der Durchschnittslinie AB stehen. Man kann die Gleichheit aber auch durch Umkehrung des Satzes 35 auf S. 1815 erhalten.

Ist nun $\angle$ PBR $= \angle$ PBN, so ist auch der Keil oder Winkelraum POABRQ gleich dem Keile oder Winkelraume POABNM; denn die Grundfläche PBR würde die andere Grundfläche PBN genau decken, die Höhe AB wäre aber dieselbe; also müßten die beiden Keile ganz zusammenfallen. Wäre aber der Winkel PBR irgend wie viele Male genau in dem Winkel NBR enthalten, so würde auch eben so viele Male der Keil POABRQ in dem Keile NMABRQ enthalten sein. Man ist aber berechtigt, von ganzen Zahlen auf beliebige Zahlen zu schließen (wie sogleich bewiesen werden wird); es wird sich also auch der Keil POABRQ zu dem ganzen Keile NMABRQ verhalten, wie der Winkel PBR zum Winkel NBR, welches auch das Verhältniß zwischen diesen beiden Winkeln sein mag. Es kann also auch der Winkel NBR zum Maaße des ganzen Keils, oder zum Maaße der Neigung zwischen den beiden Ebenen genommen werden.

14 Schon bei der Messung der Parallelogramme (S. 696 Nr. 12) ist ein ähnlicher Schluß wie hier von ganzen Zahlen auf beliebige gemacht worden. Um diese Schlußweise ganz allgemein angeben zu können, muß man zuerst einige Ausdrücke und Namen feststellen.

Der Nenner eines Bruches giebt die Anzahl der gleichen Theile an, in welche eine ganze Einheit getheilt worden (vergl. S. 463 Nr. 1); sieht man nun für gewisse Fälle diese gleichen Theile selbst als ganze Einheiten an, so kann man den Zähler des Bruches ebenfalls als eine ganze Zahl ansehen, wobei man aber jedoch im Sinne behält, daß die Einheiten dieser ganzen Zahl nur durch den Nenner bestimmte gleiche Theile der wahren Einheit sind. Denkt man sich also z. B. statt der wahren Einheit deren Achtel als Einheit, so sind $^3/_8$, $^5/_8$, $^7/_8$ wie die ganzen Zahlen 3, 5, 7 anzusehen. Ohne genauere Unterscheidung muß man also unter Zahlen auch die Brüche verstehen.

Bei der Verwandlung der gewöhnlichen Brüche in Dezimalbrüche lassen sich die letzteren oft dem Werthe der ersteren nur annähern, nicht völlig gleich machen (vergl. S. 480). Aus einer Menge von Zahlen lassen sich die Quadratwurzeln nur annäherungsweise angeben (vergl. S. 517 und S. 522); trotz dem existiren sie unläugbar, weil ihre Quadrate vorhanden sind. Man kann demnach die Zahlen in vollständig angebbare und unvollständig angebbare scheiden, zu welchen letzteren alle irrationalen Wurzeln gehören.

Es giebt Größen, welche sich durch nichts Anderes von einander unterscheiden lassen, als durch die Zahl, welche angiebt, wie viele Male die eine Größe

in der andern enthalten ist; z. B. zwei Bogen desselben Kreises, von denen der eine 10° der andere 30° enthält, unterscheiden sich nur durch die Zahl 3, welche angiebt, daß der erstere Bogen drei Mal in dem zweiten enthalten ist, oder daß der erstere mit 3 multiplizirt werden muß, um den zweiten zu ergeben. Solche Größen heißen gleichartige, allgemein durch $b = ma$ zu bezeichnen, wo m den Multiplikator angiebt. Ungleichartige Größen sind dagegen solche, die sich auch noch durch andere Eigenthümlichkeiten von einander unterscheiden, wie Bogen und Winkel, Linien und Flächen, Flächen und Körper.

Wenn ungleichartige Größen die Eigenschaft haben, daß sie immer zugleich abnehmen, oder immer zugleich zunehmen, so heißen sie unmittelbar zusammengehörige, wie Bogen und Winkel, Linien und Flächen, Flächen und Körper. Dagegen können z. B. Abszissen und Ordinaten so beschaffen sein (vergl. S. 1195), daß während die einen wachsen die andern abnehmen, trotz dem, daß sie zu einem und demselben Punkte einer Kurve gehören; solche Größen heißen mittelbar zusammengehörige.

Nach diesen Bemerkungen läßt sich nun folgender Satz über die ungleichartigen aber unmittelbar zusammengehörigen Größen aufstellen.

Lehrsatz.

15 Kann von zwei ungleichartigen aber unmittelbar zusammengehörigen Größen a und A bewiesen werden, daß für jeden möglichen aber vollständig angebbaren Werth von m, jedesmal wenn a zu $b = ma$ wird, auch A zu $B = mA$ wird, so ist damit zugleich bewiesen, daß auch für jeden möglichen aber unvollständig angebbaren Werth von m, also im Allgemeinen für jeden möglichen Werth von m die Größe A zu $B = mA$ werden muß, wenn a zu $b = ma$ wird.

Beweis.

Es sei m eine unvollständig angebbare Zahl; sollte nun bei $b = ma$ nicht auch $B = mA$ sein, so müßte es entweder größer oder kleiner sein.

Angenommen es sei größer, also wenn man diesen Werth mit B' bezeichnet:

$$B' = (m + e) A.$$

Es bezeichnet $m + e$ eine vollständig oder unvollständig angebbare Zahl, welche größer als m ist. Welchen Werth aber auch irgend m und e haben mögen, so ist es doch von selbst einleuchtend, daß man immer eine vollständig angebbare Zahl n finden kann, welche zwischen m und $(m + e)$ liegt, d. h. $n > m$ und $n < (m + e)$.

Da nämlich m, wenn auch nicht vollständig angebbar, doch jedenfalls größer als o, und demnach nicht die möglich kleinste Zahl ist, so ist eine vollständig angebbare Zahl n' möglich, welche kleiner als m ist. Da ferner $(m + e)$, mag es vollständig oder unvollständig angebbar sein, jedenfalls nicht die möglich größte Zahl ist, so ist auch eine vollständig angebbare Zahl n'' möglich, die größer als $(m + e)$. Da endlich auch e größer als o ist, so muß es auch noch kleinere Unterschiede als e geben.

Von jeder vollständig angebbaren Zahl wie n' bis zu einer größeren ebenfalls vollständig angebbaren wie n'' kann man aber durch allmälige Addition von vollständig angebbaren Unterschieden gelangen. Nimmt man nun solche Unterschiede kleiner als e an, so muß eine der vollständig angebbaren Zahlen zwischen n' und n'', wie z. B. n auch zwischen m und $(m + e)$ fallen, und man hat die Reihe n', m, n, $(m + e)$, n'.

Nimmt man nun an, daß für jede vollständig angebbare Zahl die beiden unmittelbar zusammengehörigen Größen in gleichem Maaße zu- oder abnehmen, so wird, wenn $b'' = na$ auch $B'' = nA$.

Sollte aber bei $b = ma$ nach fälschlicher Annahme A zu $B' = (m + e) A$ werden, so wäre ein Gang der Verwandlung vorhanden, welcher der Grundannahme über unmittelbar zusammengehörige Größen zuwider ist. Es sind nämlich die beiden Reihen:

für a: $n'a$; ma; na; $(m + e) a$; $n''a$;
für A: $n'A$; mA; nA; $(m + e) A$; $n''A$.

Läßt man nämlich $b = ma$ zu $b'' = na$ übergehen, so ist die Veränderung zunehmend; setzt man aber gleich Anfangs bei $b = ma$ das $B = (m + e) A$, und daß dennoch bei $b'' = na$ auch $B'' = nA$, so wäre die Veränderung eine Abnahme; es kann aber von unmittelbar zusammengehörigen Größen nicht die eine zunehmen während die andere abnimmt; es kann also auch für $b = ma$ nur $B = mA$ sein.

Ganz in ähnlicher Weise läßt sich zeigen, daß für $b = ma$ auch B nicht kleiner als mA sein könne.

§. 262. Von den geometrischen Körpern im Allgemeinen.

Tafel XXXV, D.

1 **Ein geometrischer Körper**, Solidum, heißt eine solche Ausdehnung nach allen drei Dimensionen des Raumes, welche alles innerhalb ihrer Grenzen Befindliche von allen Seiten umgiebt. **Die in Kubikmaaß angegebene Größe eines geometrischen Körpers** heißt sein **Volumen** (vergl. S. 625 Nr. 2).

Die Grenzen der Körper sind **Flächen**; die Grenzen der Flächen sind **Linien**; die Grenzen der Linien sind **Punkte**. Körper, welche von mehreren Flächen begrenzt werden, heißen **Polyeder**.

2 **Aehnlich-gleiche oder identische Körper** sind solche, die von gleich vielen und kongruenten Flächen begrenzt werden.

3 **Aehnliche Körper** sind solche, die von gleichvielen und ähnlichen Flächen begrenzt sind, und welche sich also nur durch ihre Größe unterscheiden.

4 **Regelmäßige oder reguläre Körper** sind solche, die von lauter kongruenten und regelmäßigen Vielecken eingeschossen sind. Es gibt **fünf Arten** derselben, deren Namen aus dem griechischen Worte ἕδρα (Fläche, auf der ein Körper ruhen kann) und den entsprechenden griechischen Zahlwörtern gebildet werden; sie sind folgende:

1. **Das Tetraedrum** ist von **vier** gleichseitigen und einander gleichen **Dreiecken** begrenzt; Fig. 23.

2. Das Hexaedrum ist von sechs gleichen Quadraten eingeschlossen, und ist derselbe Körper, den man gewöhnlicher Würfel oder Kubus nennt. Fig. 24.

3. Das Oktaedrum ist von acht gleichseitigen und einander gleichen Dreiecken begrenzt; Fig. 25.

4. Das Dodekaedrum ist von zwölf gleichseitigen und einander gleichen Fünfecken begrenzt; Fig. 26.

5. Das Ikosaedrum ist von zwanzig gleichseitigen und einander gleichen Dreiecken begrenzt; Fig. 27.

Um sich die fünf regelmäßigen Körper deutlicher vorzustellen, kann man ihre Grenzflächen neben einander auf Pappe oder steifem Papier zeichnen, und nachdem man sie theils ausgeschnitten, theils nur zusammengefaltet hat, so zusammenleimen oder kleben, daß sie als hohle Körper die fünf regelmäßigen Polyeder darstellen. Die Zeichnungen ihrer Grenzflächen sind: Fig. 28 für das Tetraeder; Fig. 29 für das Hexaeder; Fig. 30 für das Oktaeder; Fig. 31 für das Dodekaeder; Fig. 32 für das Ikosaeder. Man nennt diese Figuren die Netze der Körper.

Daß es nur fünf regelmäßige Polyeder geben kann, ergiebt sich, wie tiefer unten gezeigt ist, aus der Bedingung, daß bei ihnen außer der Gleichheit der Seitenflächen auch noch Gleichheit der körperlichen Winkel erfordert wird, welche Bedingung nur in wenigen Fällen erfüllt werden kann.

5 Es haben die fünf regelmäßigen Körper auch noch die Eigenthümlichkeit, daß alle Punkte, wo die Flächen eines solchen Körpers zusammenstoßen, oder alle Spitzen der körperlichen Winkel in der Oberfläche einer Kugel liegen können, wenn der Durchmesser derselben in einem bestimmten Verhältnisse zur Flächenseite des Polyeders steht. Die Angabe dieser Verhältnisse folgt tiefer unten.

6 Jede gerade Linie, in welcher zwei Seitenflächen eines Polyeders zusammentreffen, welche also bei Verlängerung der Fläche ihre Durchschnittslinie bilden würde, heißt eine Kante.

7 Die Grundfläche oder Basis eines Körpers ist diejenige Fläche, auf welcher man sich den Körper stehend denkt.

8 Die Höhe eines Körpers ist die Länge des Perpendikels, welches aus dem von der Grundfläche entferntesten Punkte auf die Grundfläche selbst oder deren Verlängerung fällt.

9 Ein Prisma oder prismatischer Körper oder Pfeiler heißt ein solcher, der von zwei gleichen und parallelen Vielecken oder Polygonen als Grundflächen, und von lauter Parallelogrammen als Seitenflächen eingeschlossen ist. Nach der Zahl der Seitenflächen, oder was dasselbe ist, nach der Seitenzahl der Grundflächenpolygone ist ein Prisma dreiseitig, vierseitig u. s. f. Fig. 33 ist ein dreiseitiges Prisma.

10 Sind die Grundflächen eines Prismas Parallelogramme, so heißt dasselbe ein Parallelepipedum oder Gleichscheit. Fig. 34.

11 Sind die Seiten eines Parallelepipedums lauter gleiche Quadrate, so heißt dasselbe Würfel oder Kubus. Fig. 24.

Stehen die Seitenflächen senkrecht auf den Grundflächen, so heißt das Prisma gerade, Fig. 34; stehen sie schräge auf derselben, so heißt das Prisma schief. Fig. 35. 12

Man kann sich die Entstehung eines Prismas auf die Art vorstellen, daß sich ein Polygon stets parallel mit sich selbst und in gerader Linie fortbewegt; es ist daher auch das Prisma ein Körper, welcher durchgehends dieselbe Dicke hat. 13

Ein Cylinder oder eine Walze ist ein Körper, der von zwei gleichen und parallelen Kreisen als Grundflächen, und einer einzigen krummen Fläche eingeschlossen ist. Die krumme Fläche hat die Beschaffenheit, daß man von allen Peripheriepunkten der einen Grundfläche nach den gegenüberstehenden der andern gerade Linien ziehen kann, welche ganz in die Oberfläche fallen. Fig. 36. 14

Der Abstand beider Grundflächen von einander bestimmt die Höhe des Cylinders. Fig. 36, PC.

Die gerade Linie von dem Mittelpunkte der einen Grundfläche nach dem Mittelpunkte der andern heißt die Axe des Cylinders. Steht sie senkrecht auf den Grundflächen, so heißt der Cylinder gerade, Fig. 36; steht sie geneigt, so heißt er schief. Fig. 37 (vergl. S. 1221).

Man kann die Entstehung eines Cylinders auf zweierlei Art erklären: entweder ähnlich wie beim Prisma, indem sich ein Kreis in gerader Linie und parallel mit sich selbst fortbewegt; oder indem sich ein Parallelogramm um eine seiner Seiten dreht; ist das Parallelogramm rechtwinklig, so entsteht durch solche Umdrehung ein gerader Cylinder. Aus dieser Entstehungsart ergiebt sich, daß ein Cylinder ein Körper von durchgehends gleicher Dicke ist. 15

Wegen der durchgehends gleichen Dicke gehören Prisma und Cylinder zu einer und derselben Klasse von Körpern. 16

Eine Pyramide oder Spitzpfeiler ist ein Körper, der von einem Polygon als Grundfläche, und von lauter Dreiecken als Seitenflächen eingeschlossen ist; nach der Zahl der Seiten ist eine Pyramide entweder dreiseitig, wie das Tetraeder Fig. 23, oder vierseitig, wie Fig. 38, u. s. w. 17

Der Punkt, in welchem die Spitzen aller Seitendreiecke sich vereinigen, heißt die Spitze der Pyramide; Fig. 38, S. Der senkrechte Abstand der Spitze von der Grundfläche, wie SC, ist die Höhe der Pyramide. Fällt der Perpendikel von der Spitze auf den Mittelpunkt der Basis, so ist die Pyramide gerade, wie Fig. 38; fällt er außerhalb der Mitte, oder gar außerhalb der Grundfläche, so ist die Pyramide schief.

Ein Kegel, Conus, Fig. 40, ist ein Körper, der von einem Kreise als Grundfläche und einer krummen Seitenfläche eingeschlossen ist, die in einen einzigen Punkt ausläuft, der die Spitze des Kegels heißt, und von wo sie nach jedem Punkte der Peripherie gerade Linien ziehen lassen, die ganz in die Oberfläche fallen. 18

Der senkrechte Abstand der Spitze von der Grundfläche ist die Höhe des Kegels; der Perpendikel von der Spitze auf den Mittelpunkt der Grundfläche ist die Axe. Steht die Axe senkrecht auf der Grundfläche, so heißt [illegible] ein gerader; steht sie geneigt, so heißt er ein schiefer.

Durchschneidet man den Kegel mit einer durch die Axe gelegten Ebene, so ist der Durchschnitt ein Dreieck; die Seitenlinien eines solchen Dreiecks heißen die Seiten des Kegels. Der gerade Kegel heißt nach diesen Seiten gleichseitig; der schiefe ungleichseitig. Je nach der Beschaffenheit des Winkels, den die Seiten an der Spitze einschließen, heißt der Kegel rechtwinklig, stumpfwinklig, spitzwinklig (vergl. S. 1196, Nr. 1, und Tafel XXX Fig. 13).

Die Entstehung eines geraden Kegels kann man sich durch Umdrehung eines rechtwinkligen Dreiecks um eine seiner Katheten denken; diese Kathete wird dann die Axe des Kegels.

19 Eine Kugel, Sphaera oder Globus, ist ein Körper, welcher von einer einzigen krummen Fläche begrenzt wird, deren sämmtliche Punkte gleich weit von einem bestimmten innerhalb des körperlichen Raumes liegenden Punkte, dem Mittelpunkte, entfernt sind. Vom Mittelpunkte nach der Oberfläche gehen die Radien oder Halbmesser der Kugel. Eine gerade Linie von einem Punkte der Oberfläche durch den Mittelpunkt bis zur entgegengesetzten Seite der Oberfläche ist ein Diameter oder Durchmesser der Kugel. Ein Durchmesser, um den sich die Kugel dreht, ist ihre Axe.

Man kann sich die Entstehung der Kugel durch Umdrehung eines Halbkreises um seinen Diameter erklären.

Viele von den Eigenschaften der Kugel finden sich S. 1216 — 1224, und S. 1374 — 1377 erklärt und angewendet; die übrigen werden tiefer unten gezeigt.

20 Kegel, Kugel und Cylinder werden vorzugsweise unter dem Namen der drei runden Körper zusammengefaßt. Nimmt man die Höhe des Kegels gleich dem Durchmesser der Kugel und gleich der Höhe des Cylinders; und nimmt man ferner die Grundfläche des Kegels gleich einem größten Kreise der Kugel und gleich der Grundfläche des Cylinders, so verhalten sich die körperlichen Räume dieser drei Körper wie 1, 2 und 3 (vergl. S. 1223).

21 Denkt man sich, Fig. 41, das Segment eines Kreises um seine Chorde AB drehend, so entsteht eine kreisartige Spindel, Fusus circularis.

22 Denkt man sich eine Ellipse um eine ihrer Axen drehend, so entsteht ein Ellipsoid oder elliptisches Sphäroid, Fig. 42. Es macht natürlich einen Unterschied aus, ob sich die Ellipse dabei um ihre große oder um ihre kleine Axe dreht. Geschieht die Drehung um die große Axe, und denkt man sich diese dabei perpendikulär stehend, so bildet die kleine Axe den Durchmesser des größten horizontalen Durchschnitts. Solch ein Sphäroid wird der Spindel ähnlich; nur werden die beiden Enden nicht so spitz. Ein solches Ellipsoid heißt ein prolates, oder an den Polen erhobenes.

Geschieht dagegen die Drehung um die kleine Axe, und denkt man sich diese dabei perpendikulär stehend, so bildet die große Axe den Durchmesser des größten horizontalen Durchschnitts. Solch ein Sphäroid heißt ein oblates oder an den Polen flachgedrücktes Ellipsoid, wie z. B. die Erde durch die Centrifugalkraft ihrer Aequatorialmassen ein solches darstellt.

Konoiden sind solche Körper, welche aus der Umdrehung einer Parabel oder einer Hyperbel entstehen, und werden darnach in parabolische und hyperbolische Konoiden eingetheilt; Fig. 43 ist ein parabolisches Konoid. Man nennt die Konoiden zuweilen auch Sphäroiden, welcher Name kugelähnliche Körper bedeutet, und unterscheidet sie, wie vorher gesagt, durch parabolisch und hyperbolisch. 23

Wenn man von einem der drei Kegelschnitte durch eine doppelte Ordinate ein Segment abschneidet, und dieses um die doppelte Ordinate drehen läßt, so entsteht eine konoidische Spindel, und zwar je nach dem Kegelschnitte, zu dem das Segment gehört, elliptische oder parabolische, oder hyperbolische. 24

Durchschneidet man eine Pyramide, oder einen Kegel, oder ein Sphäroid, oder einen ähnlichen Körper mit einer der Grundfläche parallelen Ebene, so heißt der Theil von dem Durchschnitte bis zur Spitze das Segment, und der Theil vom Durchschnitte bis zur Grundfläche der Stumpf, Frustum; diesen letzteren Theil bezeichnet man auch gewöhnlich durch den betreffenden Körpernamen: z. B. abgestumpfter Kegel, abgestumpfte Pyramide und dgl. 25

§. 263. Von dem Würfel und dem Kubikmaaße.

Da die Seitenflächen des Würfels Quadrate, also alle Kantenlinien, oder wie sie auch genannt werden, Seiten einander gleich sind, so dehnt er sich nach allen drei Dimensionen des Raumes gleichmäßig aus, d. h. seine Länge Breite und Höhe sind einander gleich. Dieser Gleichmäßigkeit wegen hat man ihn zur Ausmeßung der Körper gewählt, d. h. die Größe der Körper und Volumina wird in Kubikmaaß angegeben (vergl. S. 432 N. 9). Man muß natürlich in jedem einzelnen Falle diejenige Länge angeben, welche als Einheit gelten, oder die Größe der Seite des Würfels sein soll, mit welchem man den zu messenden Körper vergleichen will, d. h. von welchem man angeben will, wie vielmal er in dem Körper enthalten sei, wenn der letztere größer ist; oder wie vielmal der Körper in ihm enthalten sei, wenn der Körper kleiner als der maaßgebende Würfel ist. Soll also z. B. die Einheit ein Zoll sein, so ist das entsprechende Körpermaaß ein Kubikzoll, und der Körper wird ein Vielfaches oder einen Theil des Kubikzolls enthalten; für größere Körper wird ein Kubikfuß, oder ein Kubikklafter, oder eine Kubikmeile das Maaß sein können. 1

Aufgabe. 2

Ein rechtwinkliges Parallelepipedum zu messen.

Man sieht, wie vielmal die Seite des maaßgebenden Würfels in der Länge, wie vielmal in der Breite und wie vielmal in der Höhe enthalten sei, und multiplizirt die gefundenen drei Zahlen mit einander; das Produkt ist das Kubikmaaß des Parallelepipedums, oder die Anzahl der darin enthaltenen maaßgebenden Würfel.

Es sei Fig. 44 die Länge $AB = 4$ Fuß; die Breite $AC = 2$ Fuß, und

die Höhe $AD = 3$ Fuß; alsdann hat man den ganzen körperlichen Inhalt $K = 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ Kubikfuß.

3 Ist der zu messende Körper kein rechtwinkliges Parallelepipedum, oder gar kein Parallelepipedum, sondern ein dreiseitiges oder vierseitiges, oder mehrseitiges Prisma, so sucht man erst den Inhalt der Grundfläche (vergl. S. 698) im Quadratmaaß, und multiplizirt diesen Inhalt mit der Höhe; das Produkt ist der gesuchte Kubikinhalt. Sowohl das Längenmaaß der Höhe, als auch das Quadratmaaß der Grundfläche muß durch die Seite des maaßgebenden Würfels angegeben sein.

Es sei P der körperliche Inhalt des Prismas; G seine Grundfläche; H seine Höhe; es sei C der körperliche Inhalt des Würfels; g seine Grundfläche; h seine Höhe, so hat man: $P : C = G \cdot H : g \cdot h$.

Nimmt man an $G = mg$, d. h. daß die Grundfläche des Prismas m Grundflächen des Würfels, oder m Quadrate der Würfelseite enthält; ferner, daß $H = nh$, d. h. daß die Höhe des Prismas n Würfelseiten beträgt, so hat man:

$$G : g = m\ 1$$
$$H : h = n\ 1$$

also $P : C = mn : 1$; oder $P = mnC$.

Da bei solchen Messungen nur die Seite des Würfels bekannt zu sein braucht, so versteht es sich von selbst, daß nur ein Längenmaaß, oder ein gewöhnlicher gleichtheiliger Maaßstab dazu erforderlich ist.

4 Ist das zu messende Prisma selbst wieder ein Würfel, bezeichnet durch K, so verhält sich seine Grundfläche G zur Grundfläche g des maaßgebenden Würfels C, wie das Quadrat der Seite S des Würfels K zum Quadrat der Seite s des Würfels C; daher:

$$G : g = S^2 : s^2$$

Es sind die Höhen $H : h = S : s$

daher $K : C = S^3 : s^3$.

Im Allgemeinen verhalten sich also zwei Würfel zu einander wie die arithmetischen Würfel, oder dritten Potenzen (vergl. S. 430 Nr. 5).

Bei der Verwandlung irgend einer Anzahl Kubikmaaße einer Art in Kubikmaaße einer andern Art muß man das Verhältniß solcher Maaße durch die dritten Potenzen derjenigen Zahlen ausdrücken, welche das Verhältniß ihrer Seiten angeben. Verhält sich z. B. der Pariser Fuß zum Rheinländischen, wie $m : n$, so sind x Pariser Kubikfuß $= \frac{m^3}{n^3} \cdot x$ Rheinländische Kubikfuß.

Enthält also die Seite eines Würfels m Längenmaaße der kleinern Art, so enthält der ganze Würfel m^3 Kubikmaaße der kleinern Art. Weil z. B. 1 Fuß = 12 Zoll ist, so ist ein Kubikfuß $= 12^3 = 1728$ Kubikzoll.

5 Aehnliche Prismen sind Prismen, deren Grundflächen ähnliche Figuren sind; deren Seitenflächen gegen die Grundflächen einerlei Neigung haben, und deren Höhen sich wie die gleichnamigen Seiten der Grundflächen verhalten. Bei Würfeln sind alle diese Bedingungen erfüllt; daher sind alle Würfel ähnliche Prismen.

Soll ein Würfel so in einer Kugel enthalten sein, daß alle seine Spitzen in der Oberfläche derselben liegen, so ist ein Drittel vom Quadrate des Kugeldurchmessers gleich dem Quadrate der Würfelseite. 6

Es sei Fig. 45 der in der Kugel enthaltene oder eingeschriebene Würfel; AB eine Diagonale desselben, alsdann ist diese Linie zugleich ein Durchmesser der Kugel; DB eine Diagonale einer Seitenfläche; AD, DC, CB sind Flächenseiten, oder kurz genannt, Seiten des Würfels.

Im rechtwinkligen Dreiecke ADB ist $AB^2 = AD^2 + DB^2$; oder wenn man jede Diagonale des Würfels wie $AB = f$; jede Flächendiagonale wie $DB = g$, und jede Flächenseite wie $AD = h$ setzt:

$$f^2 = h^2 + g^2$$

Im rechtwinkligen Dreiecke DCB ist aber $DB^2 = CD^2 + CB^2$, oder:

$$g^2 = 2 \cdot h^2;$$

daher $$f^2 = 3 \cdot h^2; \text{ oder } \frac{f^2}{3} = h^2$$

es ist also das Quadrat der Würfelseite gleich einem Drittel des Quadrats des Kugeldurchmessers.

Aufgabe.

Einen Würfel in eine Kugel einzuschreiben. 7

Auflösung.

Es sei Fig. 46, AB der Durchmesser der Kugel; man beschreibt über AB einen Halbkreis, und theilt AB in drei gleiche Theile, so daß $AD = 2\,BD$; darauf zieht man CD senkrecht auf AB, und außerdem CB; alsdann ist CB die Flächenseite des Würfels.

Beweis.

Man setzt $DB = c$, und $CB = d$; alsdann ist $AB = 3\,c$, und außerdem (vergl. S. 684 Nr. 12) $AB : BC = BC : DB$; oder

$$3\,c : d = d : c; \text{ daher } 3\,c^2 = d^2$$

Es ist ferner $AB^2 = 9\,c^2 = 3 \cdot (3\,c^2) = 3 \cdot CB^2$; da nun AB der Kugeldurchmesser, so ist nach dem vorigen Satze CB die Flächenseite des Würfels.

Wenn man eine Flächenseite des in der Kugel enthaltenen Würfels hinreichend nach allen Seiten verlängert, so schneidet sie (S. 1224 Nr. 7) ein Kugelsegment oder eine Kugelmütze ab, deren Rand ein um die Flächenseite des Würfels umschriebener Kreis ist. 8

Der Durchmesser dieses umschriebenen Kreises ist die Chorde CA in Fig. 46; oder wenn man CA in E halbirt, so ist $CE = EA$ der Halbmesser des umschriebenen Kreises.

Beweis.

Es ist in Fig. 45 DB die Diagonale der Seitenfläche, also zugleich der Durchmesser des umschriebenen Kreises. Es ist aber (in Fig. 45):

$$DB^2 = AB^2 - AD^2$$

d. h. das Quadrat vom Durchmesser des umschriebenen Kreises ist gleich dem Quadrate des Kugeldurchmessers weniger dem Quadrate der Flächenseite des Würfels.

In Fig. 46 ist $AC^2 = AB^2 - CB^2$; es ist aber CB, wie in Nr. 7 gefunden, die Flächenseite des Würfels, und AB ist der Kugeldurchmesser; daher ist AC der Durchmesser des umschriebenen Kreises.

9 Will man auf einer wirklichen Kugel den umschriebenen Kreis mit einem Zirkel verzeichnen, so findet man die Zirkelöffnung in folgender Weise (vergl. S. 1382): Man halbirt AC in E, und zieht EF senkrecht darauf; darauf zieht man die Chorde AF; diese ist alsdann die Zirkelöffnung, mit welcher man von dem auf der Oberfläche der Kugel liegenden Punkte aus den Kreis ebenfalls auf der Kugeloberfläche ziehen kann, welcher der umschriebene für eine Flächenseite des in der Kugel enthaltenen Würfels ist. Diese Zirkelöffnung heißt bei den regelmäßigen Körpern die Entfernung vom Pol, und der Punkt F der Pol.

10 Bei dem Würfel, wie bei den übrigen regelmäßigen Körpern, welche in eine Kugel eingeschrieben werden können, sind folgende eilf Stücke zu bestimmen:

1. Die Anzahl der Flächen; diese ist beim Würfel = 6;

2. Die Anzahl der Flächenseiten, oder gewöhnlich sogenannten Seiten oder Kanten; diese ist beim Würfel = 12; denn, Fig. 45, die obere horizontale Fläche hat deren 4: AE, EF, FG, GA; die untere ebenfalls 4: BC, CD, DH, HB; endlich stehen noch die 4 Kanten der perpendikulären Flächen wie Stützen zwischen den beiden horizontalen, nämlich AD, EC, FB, GH.

3. Die Anzahl der ebenen Winkel; diese ist bei dem Würfel = 24; es vereinigen sich nämlich in jeder der acht Ecken A, E, F, G, D, C, B, H drei rechte Winkel.

4. Die Anzahl der körperlichen Winkel, oder Spitzen, oder Ecken des regelmäßigen Körpers, welche in der Oberfläche der Kugel liegen; diese ist bei dem Würfel = 8; denn es sind die eben genannten Vereinigungspunkte der ebenen Winkel.

5. Die Neigung oder der Neigungswinkel zwischen den Flächen; diese ist bei dem Würfel = 90°; denn alle Flächen stehen senkrecht auf einander.

6. Der Halbmesser der Kugel; dieser wird für die fünf regelmäßigen Körper (S. 1828 Nr. 5) als die maaßgebende Einheit betrachtet; also auch bei dem Würfel = 1 gesetzt. Die noch übrigen fünf Bestimmungsstücke sind als Vielfache, oder Theile des Kugelhalbmessers 1 angegeben. Ist dieser nicht 1, sondern irgend eine andere Größe = a, so müssen die drei Liniengrößen, d. h. die Flächenseite des Körpers, der Halbmesser des umschriebenen Kreises und die Entfernung vom Pole mit a mutiplizirt werden; die Oberfläche des Körpers aber mit a^2, und der körperliche Inhalt mit a^3.

7. Die Flächenseite oder Seite des Körpers; diese ist (wenn der Kugelhalbmesser 1 ist) für die Würfel = 1,1547.

Es ist nämlich, wenn f den Kugeldurchmesser, h die Seite des Würfels bezeichnet (nach S. 1833 Nr. 6): $f^2 = 3 \,.\, h^2$; setzt man nun $f = 2$, d. h. gleich dem doppelten Halbmesser 1, so hat man:

$$4 = 3 \,.\, h^2;\text{ oder } \frac{4}{3} = h^2;\text{ also } h = \sqrt{1{,}3333} = 1{,}15468.$$

8. Der Halbmesser des umschriebenen Kreises um die Fläche des Körpers; dieser ist bei dem Würfel = 0,8165.

Es ist nämlich (nach S. 1833 Nr. 8) der Durchmesser des umschriebenen Kreises, bezeichnet mit d, und der Durchmesser der Kugel = 2, und die Seite des Würfels = 1,1547.

$$d^2 = 4 - 1,3333 = 2,6667\text{; also } d = \sqrt{2,6667} = 1,6330;$$

also die Hälfte oder der Halbmesser = 0,8165.

9. Die Entfernung vom Pole; unter Pol ist derjenige Punkt der Kugeloberfläche verstanden, in welchen man die eine Zirkelspitze setzen muß, um mit der andern ebenfalls auf der Oberfläche der Kugel den um die Fläche umschriebenen Kreis zu ziehen; die Entfernung vom Pole heißt die Zirkelöffnung bei dieser Kreisbeschreibung (S. 1834 Nr. 9); also Fig. 46 ist F der Pol und AF die Entferuung vom Pol.

Um den Werth von AF für den Würfel zu finden, verlängert man diese Linie bis zum Mittelpunkte der Kugel M, alsdann ist MF = 1, d. h. Radius der Kugel; ferner zieht man noch den Radius MC; man hat alsdann die beiden rechtwinkligen Dreiecke EMC und AEF.

In dem Dreieck EMC hat man $EM^2 = MC^2 - EC^2$; also, da eben gefunden AE = EC = 0,8165, und $EC^2 = 0,66667 = AE^2$;

$$EM = \sqrt{(1 - 0,66667)} = \sqrt{0,3333} = 0,57732.$$

Da nun EF = MF — EM, so ist EF = 1 — 0,57732 = 0,42268; also $EF^2 = 0,17866$.

In dem Dreieck AEF hat man $AF^2 = AE^2 + EF^2$; also

$$AF = \sqrt{0,66667 + 0,17866)} = \sqrt{0,84533} = 0,91942.$$

10. Die ganze Oberfläche des Körpers; diese ist bei dem Würfel die Summe der sechs Quadrate, welche ihn einschließen; die Seite jedes Quadrats ist = 1,15468; also jedes Quadrat = 1,3333; daher die ganze Oberfläche = 6 . (1,3333) = 7,9999, oder = 8 solche Quadrate, deren Seite gleich dem Halbmesser der Kugel ist.

11. Der körperliche Inhalt des Körpers, oder sein Volumen ist bei dem Würfel das Produkt eines Quadrats mit einer Seite; also (1,3333) . (1,15468) = 1,53954 solcher Würfel, deren Seite gleich dem Halbmesser der Kugel ist.

Es sei Fig. 47 zuerst der Würfel Nr. 1 gegeben, dessen Seite AB = a ist; 11 darauf nehme jede Seite um das Stück BI = b zu; es wächst alsdann die Seite AE in der zweiten Dimension um das Stück EΘ = b, und die Seite AC in der dritten Dimension um das Stück CN = b.

Um nun den körperlichen Inhalt des aus der vergrößerten Seite AI = a + b zu finden, hat man das Binomium a + b zur dritten Potenz zu erheben (S. 445 Nr. 8). Bezeichnet man den körperlichen Inhalt des vergrößerten Würfels mit K, so ist:

$$K = a^3 + 3\,a^2\,b + 3\,ab^2 + b^3$$

Sucht man die einzelnen von diesen acht Stücken in Figur 47 auf, so ist

Nr. I = a^3, in der totalen Figur Nr. IX an der linken Seite der hintern Hälfte aufzufinden.

Nr. II, III und IV sind = $3\,a^2\,b$; jedes einzelne = $a^2\,b$, denn die Quadratfläche ist = a^2, und die Höhe = b; die Buchstaben an den einzelnen Nummern machen es leicht, dieselben in Nr. IX wieder zu finden.

Nr. V, VI und VII sind = $3\,a\,b^2$; jedes einzelne = ab^2; denn die Quadratfläche ist = b^2, und die Höhe = a; man findet ebenfalls mit Hülfe der Buchstaben die einzelnen Stücke in Nr. IX wieder.

Nr. VIII ist = b^3, da es ebenfalls ein Würfel mit der Seite = b ist; in Nr. IX befindet sich derselbe rechts unten am vordern Theile.

Der ganze vergrößerte Würfel besteht also aus zwei Würfeln und sechs parallelepipedischen Prismen.

12 Setzt man die Seite $a = x$, und die Zunahme als unendlich klein, oder $b = dx$, also gleich dem Differential von x, so werden von dem vollständigen vergrößerten Würfel

$$(x + dx)^3 = x^3 + 3\,x^2\,dx + 3\,x\,dx^2 + dx^3$$

die beiden letzten Glieder fortfallen, da sie höhere Potenzen von dx enthalten, welche bei der ersten Differentiation unbeachtet bleiben (vergl. S. 1091 Nr. 4); nimmt man also nur $x^3 + 3\,x^2\,dx$, so beträgt die ganze Zunahme nur $3\,x^2\,dx$, wie es nach den Regeln der Potenzdifferentiation (S. 1115 Nr. 8) sein muß

§. 264. Von der Ausmessung der verschiedenen Prismen.

1 Aehnlichgleiche Körper sind, weil sie von ähnlichgleichen Flächen eingeschlossen werden, auch an körperlichem Inhalte gleich; da man demnach einen Körper ganz an die Stelle seines ähnlichgleichen setzen kann, so ist es dasselbe, als wäre ein und derselbe Körper an verschiedenen Oertern aufgestellt, und man nennt solche Körper deshalb auch identische.

2 Wenn zwei Körper alle ihre Flächen, mit Ausnahme einer einzigen unbekannten, ähnlichgleich haben; so muß auch diese letzte in beiden ähnlichgleich sein, und die Körper sind vollkommen gleich.

Wenn nämlich der eine Körper an die Stelle des andern gesetzt wird, so fallen die Grenzen aller Flächen, also auch der letzten, auf einander; daher auch die Flächen selbst, weil Ebenen, deren Grenzen sich decken, sich auch einander selbst decken müssen.

3 Wennn ein Prisma parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so ist der Durchschnitt der Grundfläche gleich.

Beweis.

Es sei das Prisma ACE, Fig. 33 in abc parallel mit der Grundfläche durchschnitten, alsdann ist ab parallel AB (vergl. S. 1815 Nr. 37); also auch als Parallellinien zwischen Parallellinien ab = AB (vergl. S. 678 Nr. 21).

Eben so zeigt sich bc = BC und ca = CA; daher ist auch (S. 1816 Nr. 42) $\angle$ abc = $\angle$ ABC; $\angle$ bac = $\angle$ BAC, und $\angle$ acb = $\angle$ ACB; es ist also auch der Durchschnitt abc = dem Durchschnitt ABC.

In jedem Prisma ist die Summe der Neigungswinkel der Seitenflächen gegen einander gleich der Summe der Winkel der Grundfläche. 4

Beweis.

Im geraden Prisma stehen die Seitenflächen auf der Grundfläche senkrecht; also steht auch die Durchschnittslinie, je zweier solcher Flächen auf der Grundfläche senkrecht, also auch auf den beiden Schenkeln des betreffenden Winkels in der Grundfläche senkrecht; diese bilden also auch zugleich die Schenkel des Neigungswinkels der beiden Ebenen; die Summe beider Arten von Winkeln ist also gleich.

Im schiefen Prisma kann man stets eine Durchschnittsebene so legen, daß sie senkrecht auf der Seitenfläche steht, wie in Fig. 35 die Ebene AB, ohne daß sich die Neigungswinkel gegen einander ändern; alsdann gilt für diese Durchschnittsebene und jeden Theil des durchschnittenen Prismas dasselbe, wie für ein gerades Prisma; denn die Figur der Durchschnittsebene hat eben so viele Seitenlinien, also auch eben so viele Winkel, als die Grundfläche.

In einem Prisma von n Seiten ist die Summe der Neigungswinkel der Seitenflächen $= (2n - 4)$ rechte Winkel. 5

Beweis.

Die Seitenzahl eines Prismas hängt von der Seitenzahl der Grundfläche ab. In jedem Polygon, z. B. Fig. 48 in dem Fünfecke ABCDE kann man von jeder Winkelspitze nach einem beliebigen Punkte M innerhalb des Fünfecks eine gerade Linie ziehen; es entstehen alsdann fünf geradlinige Dreiecke; da die Summe der Winkel in einem jeden $= 2$ Rechten, so ist die Totalsumme aller Winkel in den fünf Dreiecken zusammen $= 2 \cdot 5 = 10$ Rechten. Macht man M zum Mittelpunkt eines Kreises, so sieht man sogleich, daß alle Winkel rund um den Punkt M zusammen $= 4$ Rechten sind; diese 4 Rechten muß man von der Totalsumme abziehen, um die Summe der übrigen Winkel an den Grundlinien zu erhalten; denn diese übrigen machen die Summe der Winkel in der Grundfläche aus; also in dem Fünfecke hat man $(10 - 4) = 6$ Rechte; und das ist auch die Summe der Neigungswinkel der Seitenflächen in einem fünfseitigen Prisma.

In jedem Prisma ist die Summe der Neigungswinkel, welche beide Grundflächen mit den Seitenflächen bilden $= 2n$ Rechten, wovon n die Zahl seiner Seitenflächen ist. 6

Beweis.

Es seien Fig. 49 ACE und DBF Theile der parallelen Grundflächen, und ACDB eine der Seitenflächen; man kann nun eine vierte Ebene mp so legen, daß sie auf allen drei vorigen senkrecht steht. Die Durchschnittslinien mit diesen drei Ebenen, nämlich mn, mo und op bilden sowohl die beiden Neigungswinkel zwischen der Seitenfläche AD und den beiden Grundflächen AE und DF, als auch die innern Winkel zweier von einer dritten Linie geschnittenen Parallellinien (S. 632 Nr. 28). Die Neigungswinkel einer Seitenfläche mit den

beiden Grundflächen sind also = 2 Rechten; daher geben n Seitenflächen 2 n Rechte als die Summe der Neigungswinkel zwischen Seiten- und Grundflächen.

7 Körper von gleichen Grundflächen und gleicher Höhe sind einander gleich, wenn ihre den Grundflächen parallelen Durchschnitte in gleicher Höhe genommen, durchgehends gleich sind. Dieses ist ein Grundsatz, welcher durch sich selbst einleuchtet.

8 Prismen von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe sind einander gleich.

Beweis.

Jeder Durchschnitt eines Prismas, welcher der Grundfläche parallel geht, ist ihr auch gleich (S. 1836 Nr. 3); sind nun Grundflächen und Höhen zweier Prismen gleich, so sind auch alle ihre Durchschnitte gleich, und folglich auch die Prismen selbst.

9 Ein Parallelepipedum wird durch eine Ebene, welche durch die parallelen Diagonalen der beiden Grundflächen geht, in zwei gleiche Theile getheilt.

Beweis.

Fig. 34 sei CBFG die schneidende Ebene. Die Diagonale CB halbirt die eine, die Diagonale FG die andere Grundfläche; es haben daher die beiden dreiseitigen Prismen, welche durch die schneidende Ebene entstehen, gleiche Grundflächen und gleiche Höhen, und sind einander gleich (nach dem vorhergehenden Satze).

10 Prismen von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundflächen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G und seine Höhe = H; das andere Prisma = p, seine Grundfläche = g und seine Höhe = H; alsdann hat man (vergl. S. 1832 Nr. 3).

$$P : p = GH : gH = G : g.$$

11 Prismen von gleicher Grundfläche verhalten sich wie ihre Höhen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G und seine Höhe = H; es sei das andere Prisma = p, seine Grundfläche = G, und seine Höhe = h; so hat man

$$P : p = GH : Gh = H : h.$$

12 Prismen von ungleicher Grundfläche und ungleicher Höhe verhalten sich im zusammengesetzten Verhältnisse ihrer Grundflächen und Höhen, oder wie die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G, seine Höhe = H; es sei das andere Prisma = p, seine Grundfläche = g, seine Höhe = h; alsdann hat man nach den beiden vorhergehenden Sätzen

$$P : p = GH : gh.$$

Prismen sind dem körperlichen Inhalte nach gleich, wenn die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen gleich sind, d. h. wenn ihre Grundflächen sich umgekehrt wie ihre Höhen verhalten; daher lassen sich unzählige Prismen von gleichem Inhalte, und gleichen Grundflächen und gleichen Höhen bilden. 13

Ein dreiseitiges Prisma ABCE, Fig. 50, ist einem andern dreiseitigen Prisma GHIL gleich, dessen Grundfläche GHI = ABD, d. h. gleich der Hälfte der Seitenfläche ABED des erstern, und dessen Höhe = Cp, d. h. gleich dem senkrechten Abstande der Seitenlinie CF von der gegenüberstehenden Seitenfläche ABED ist. 14

Beweis.

Um die Grundfläche ABC zu berechnen, wählt man eine Seite, AB zur Grundlinie des Dreiecks, und fällt von C aus das Perpendikel Cp auf AB; dieses Perpendikel ist die Höhe des Dreiecks; und setzt man die Seite AB = a, und Cp = d, so hat man (vergl. S. 699 Nr. 24) den Flächeninhalt des Dreiecks ABC, oder die Grundfläche des Prismas $ABCE = G = \frac{ad}{2}$

Läßt man ferner von einem Seitenpunkte q der obern Fläche das Perpendikel qr auf die untere Grundfläche ABC fallen, so ist dieses Perpendikel qr = H die Höhe des Prismas; demnach der körperliche Inhalt des Prismas ABCE = $\frac{ad}{2} \cdot H$.

Es mag noch besonders bemerkt werden, daß man zur Abkürzung der Buchstabenbezeichnung eines Prismas außer den Buchstaben der einen Grundfläche nur einen Buchstaben der andern parallelen Grundfläche zu nennen braucht, wie ABCE.

Man legt darauf durch das Perpendikel qr eine Ebene so, daß ihre Durchschnittslinie mit der Grundfläche ABC, d. h. die Linie rs senkrecht auf der Linie AB steht; alsdann ist auch ihre zweite Durchschnittslinie qs mit der Seitenfläche ABED senkrecht auf AB (vergl. S. 1812 Nr. 20 und 21); es ist daher qsr der Neigungswinkel der Seitenfläche ABED gegen die Grundfläche ABC, und zugleich qs die Höhe des Parallelogramms ABED. Es ist daher das Dreieck $ADB = \frac{a \cdot qs}{2} = \frac{ABED}{2}$.

Fällt man ferner aus c das Perpendikel Ct auf die Ebene ABED, so kann dieses die Höhe eines solchen Prismas werden, dessen Grundfläche dem Dreiecke ABD gleich ist.

Legt man ferner eine Ebene durch Ct, und zwar so, daß ihre Durchschnittslinie tp mit der Seitenfläche ABED auf AB senkrecht steht, so ist auch die Durchschnittslinie Cp (vergl. S. 1812 Nr. 20 und 21) senkrecht auf AB; es ist also Cp = d, d. h. gleich der Höhe des Dreiecks ABC; es ist also auch der Winkel Cpt der Neigungswinkel zwischen beiden Ebenen ABED und ABC, oder $\angle Cpt = \angle qsr$. Demzufolge ist $\Delta\, qrs \backsim \Delta\, Cpt$ (vergl. S. 683 Nr. 8), also auch:

$$qs : qr = Cp : Ct.$$

oder $qs : H = d : Ct$; daher $Ct = \frac{H.d}{qs}$

Bildet man jetzt das Prisma GHIL, dessen Grundfläche GHI = ABD, d. h. gleich der Hälfte der Seitenfläche ABED, und dessen Höhe h = Ct, so hat sein körperlicher Inhalt P folgenden Werth:

$$P = GHI \cdot h,$$

Da nun GHI = ABD; da ferner $ABD = \frac{sq \cdot a}{2}$; da endlich $h = Ct = \frac{H \,.\, d}{qs}$, so hat man für P folgenden Werth:

$$P = \frac{qs \,.\, a}{2} \cdot \frac{H \,.\, d}{qs} = \frac{d \,.\, a}{2} \cdot H = ABCE$$

Es zeigt sich also, daß der körperliche Inhalt des Prismas P oder GHIL gleich dem körperlichen Inhalte des Prismas ABCE ist, was zu beweisen war.

15 Aehnliche Prismen sind solche, deren Grundflächen ähnliche Figuren sind, deren Seitenflächen gegen die Grundflächen einerlei Neigung haben, und deren Höhen sich wie die gleichnamigen Seiten ihrer Grundflächen verhalten.

16 Aehnliche Prismen verhalten sich wie die Würfel gleichnamiger Seiten ihrer Grundflächen.

Beweis.

Es sei das eine Prisma = P, seine Grundfläche = G, eine Seite derselben = A und seine Höhe = H; es sei das andere Prisma = p, seine Grundfläche = g, eine homologe Seite derselben = a, und seine Höhe = h; alsdann ist (S. 1838 Nr. 12) P : p = GH : gh.

Ferner $G : g = A^2 : a^2$; es verhalten sich nämlich ähnliche Vielecke, wie die Quadrate gleichnamiger Seiten in ihnen (wovon sogleich der Beweis folgt).

Ferner H : h = A : a; dies folgt aus der Erklärung ähnlicher Prismen.

Aus den beiden letzten Proportionen hat man:

$$G \cdot H : g \cdot h = A^3 : a^3$$

Da nun $P : p = GH : gh$;

so ist $P : p = A^3 : a^3$

Aehnliche Prismen verhalten sich auch zu einander, wie die Würfel ihrer Höhen. Gleichnamige Seiten sowohl, wie die Höhen ähnlicher Prismen verhalten sich wie die Kubikwurzeln aus den Zahlen, welche das Verhältniß der Prismen selbst ausdrücken.

17 In dem vorhergehenden Beweise ist der Satz angewendet, daß sich ähnliche Polygone wie die Quadrate homologer Seiten in ihnen verhalten. Der Beweis dafür ist folgender:

Es sei Fig. 51 Δ ABC ∞ Δ abc; fällt man in beiden Dreiecken die Perpendikel CD und cd, so hat man:

$$AB : ab = CD : cd \text{ (S. 682 Nr. 3).}$$

$$\Delta\, ABC : \Delta\, abc = AB \cdot CD : ab \cdot cd \text{ (S. 697 Nr. 17),}$$

oder nach der vorigen Proportion $\Delta\, ABC : \Delta\, abc = AB^2 : ab^2$.

Es verhält sich aber AB : ab wie jede andere zwei gleichnamige Seiten; folglich verhalten sich überhaupt beide Dreiecke, wie die Quadrate gleichnamiger Seiten.

Man kann auch mit Hülfe der ersten Proportion haben:

$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = CD^2 : cd^2;$$

es verhalten sich also ähnliche Dreiecke wie die Quadrate ihrer Höhen.

Aus beiden vorigen Beweisen folgt auch: daß sich gleichnamige Seiten und auch die Höhen ähnlicher Dreiecke so zu einander verhalten, wie die Quadratwurzeln der Zahlen, welche das Verhältniß des Flächeninhalts der Dreiecke ausdrücken.

Es sei Fig. 52 das Fünfeck ABCDE ∽ dem Fünfeck abcde; zerfällt man beide auf ähnliche Art durch die Linien AC, ac, AD, ad in ähnliche Dreiecke, so ist, weil Δ ABC ∽ Δ abc, auch $\angle o = \angle v$, und da vorher $\angle C = \angle c$, so ist auch $\angle x = \angle y$, nämlich $\angle C - \angle o = \angle c - \angle v$. 18

Ferner ist $BC : AC = bc : ac$

$BC : CD = bc : cd$

daher $AC : CD = ac : cd$

folglich $\Delta\ ACD \sim \Delta\ acd$ (S. 683 Nr. 9).

Diese Schlußweise läßt sich auf jedes Paar der auf einanderfolgenden Dreiecke in zwei ähnlichen Polygonen anwenden, und dadurch ihre Aehnlichkeit nachweisen.

Es ist ferner nach dem vorigen Satze:

$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = AC^2 : ac^2$$
$$\Delta\ ACD : \Delta\ acd = AC^2 : ac^2$$
$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = \Delta\ ACD : \Delta\ acd$$

Eben so findet man $\Delta\ ACD : \Delta\ acd = \Delta\ ADE : \Delta\ ade$

Die ähnlichen Dreiecke haben also das gleiche Verhältniß zu einander.

Es ist aber nach dem vorigen Satze:

$$\Delta\ ABC : \Delta\ abc = AB^2 : ab^2$$
$$\Delta\ ACD : \Delta\ acd = AB^2 : ab^2$$
$$\Delta\ ADE : \Delta\ ade = AB^2 : ab^2$$

Also $\Delta\ ABC + \Delta\ ACD + \Delta\ ADE : \Delta\ abc + \Delta\ acd + \Delta\ ade = 3\ AB^2 : 3\ ab^2$

Oder: Fünfeck ABCDE: Fünfeck abcde $= AB^2 : ab^2$

Es verhalten sich aber jede zwei andere gleichnamige Seiten eben so wie AB : ab, also auch ihre Quadrate wie $AB^2 : ab^2$; daher verhalten sich überhaupt ähnliche Polygone wie die Quadrate gleichnamiger Seiten in ihnen.

Umgekehrt verhalten sich gleichnamige Seiten ähnlicher Polygone wie die Quadratwurzeln aus den Zahlen, welche das Verhältniß der Polygone selbst ausdrücken.

§. 265. Von der Ausmessung der Cylinder.

Schon oben (S. 1221) ist gezeigt worden, daß der körperliche Inhalt eines Cylinders gleich dem Produkte aus Grundfläche und Höhe ist. Hier folgen noch einige stereometrische Sätze über ihn. 1

Wenn ein Cylinder parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so ist der Durchschnitt der Grundfläche gleich. 2

Es sei Fig. 53 ABCD ein Cylinder, EF seine Axe, GH ein mit der Grundfläche paralleler Durchschnitt. Legt man durch EF eine Ebene, so schneidet diese die krumme Oberfläche in AD und BC; es ist ferner AD ≑ EF ≑ BC.

Es ist ferner GH parallel AB (vergl. S. 1815 Nr. 37); folglich AF = GI, als Parallellinien zwischen Parallellinien (S. 678 Nr. 21), und BF = HI.

Es ist aber AF = BF; also GI = HI.

Dreht man die durch die Axe gelegte Ebene um EF, so daß sie z. B. die krumme Oberfläche in MN schneidet, so zeigt sich, ähnlich wie vorher, daß FN = IO; es ist ferner FN = AF = GI; folglich auch IO = GI.

Da nun die Lage von IO willkürlich ist, so sind alle Linien, die von I nach der Peripherie der Durchschnittsfläche GH gehen, sowohl unter einander, als auch der Linie AF gleich; es ist daher die Durchschnittsfläche ein Kreis, und dabei der Grundfläche gleich.

3 Wird ein Cylinder schief gegen die Grundfläche durchschnitten, so ist der Durchschnitt eine Ellipse. Nur bei dem schiefen Cylinder giebt es einen schiefen Durchschnitt, den Wechselschnitt, Sectio subcontraria (vergl. S. 1198 Nr. 4), welcher ein Kreis ist.

4 Ein Cylinder ist einem Prisma gleich, welches gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihm hat.

Beim Prisma wie bei dem Cylinder sind die mit der Grundfläche parallelen Durchschnitte der Grundfläche gleich. Sind nun die Grundflächen beider Körper gleich, so sind es auch ihre Durchschnitte in gleicher Höhe, und daher auch die ganzen Körper (vergl. S. 1738 Nr. 7). Dieser Gleichheit wegen gehören Cylinder und Prisma in eine und dieselbe Klasse von Körpern.

5 Der körperliche Inhalt eines Cylinders C (vergl. S. 1221) hat, wenn r den Halbmesser der Grundfläche, h die Höhe und π das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser bedeutet, folgenden Werth:

$$C = r^2 \pi h.$$

Hieraus ergeben sich folgende Sätze:

1. Cylinder von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen haben gleichen Inhalt.

2. Cylinder von gleichen Grundflächen und ungleichen Höhen verhalten sich wie ihre Höhen. Bezeichnet man die beiden Cylinder durch C und c, ihre Höhen durch H und h, und den gleichen Halbmesser der Grundflächen durch r, so hat man:

$$C = r^2 \pi H$$
$$c = r^2 \pi h$$
$$\text{also} \quad C : c = r^2 \pi H : r^2 \pi h = H : h.$$

3. Cylinder von gleicher Höhe und ungleichen Grundflächen verhalten sich wie die Grundflächen, oder wie die Quadrate der Halbmesser oder Durchmesser der Grundflächen.

Es seien wieder C und c die Cylinder, h die gleiche Höhe, G und g die ungleichen Grundflächen, R und r die Halbmesser der ungleichen Grundflächen; alsdann hat man

$$C : c = G \cdot h : g \cdot h = G : g = R^2 \cdot \pi : r^2 \cdot \pi = R^2 : r^2$$

4. Cylinder von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen verhalten sich wie die Produkte der Grundflächen und Höhen; oder wie die Produkte der Höhen und der Quadrate der Halbmesser oder Durchmesser der Grundflächen:

$$C : c = G \cdot H : g \cdot h = R^2 \cdot \pi \cdot H : r^2 \cdot \pi \cdot h = R^2 H : r^2 h$$

5. Cylinder sind einander im körperlichen Inhalte gleich, wenn die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen gleich sind, d. h. wenn sich ihre Höhen umgekehrt wie die Grundflächen, oder umgekehrt wie die Quadrate der Durchmesser oder Halbmesser der Grundflächen verhalten.

Die krumme Oberfläche eines geraden Cylinders ist einem Rektangel gleich, dessen Grundlinie der Peripherie der Grundfläche, und dessen Höhe der Höhe des Cylinders gleich ist. 6

Es kann nämlich Fig. 53 die ganze krumme Oberfläche des Cylinders in lauter schmale Streifen, wie DMNA getheilt werden; ein solcher Streifen, auf einer Ebene ausgebreitet, giebt ein Rektangel, dessen Grundlinie gleich dem Bogen $AN = DM$, und dessen Höhe gleich MN ist. Alle übrigen Streifen haben die gleiche Höhe MN, und die Summe ihrer Grundlinien ist gleich der Peripherie der Grundfläche. Alle Streifen mit den Seitenlinien zusammengesetzt, geben also ein einziges Rektangel, dessen Grundlinie gleich der Grundflächenperipherie und dessen Höhe gleich MN, d. h. gleich der Höhe des Cylinders ist.

Bezeichnet man die krumme Oberfläche mit F, den Halbmesser der Grundfläche mit r, und die Höhe mit h, so ist:

$$F = 2 r \pi h.$$

Multiplizirt man die Oberfläche mit dem halben Radius der Grundfläche, so erhält man den körperlichen Inhalt des Cylinders, denn es ist: 7

$$\tfrac{1}{2} r \cdot 2 r \pi h = r^2 \pi h$$ (vergl. S. 1842 Nr. 5).

Es sei L eine mittlere Proportionallinie zwischen dem Durchmesser oder doppelten Halbmesser der Grundfläche und der Höhe des Cylinders, so hat man: 8

$$2 r : L = L : h; \text{ also } L^2 = 2 r h;$$

daher auch: $2 r \pi h = L^2 \pi$.

Es ist aber $L^2 \pi$ die Fläche eines Kreises, dessen Halbmesser $= L$ ist (vergl. S. 733 Nr. 16).

Die krumme Oberfläche eines Cylinders ist also einer Kreisfläche gleich, deren Halbmesser die mittlere Proportionallinie zwischen dem Durchmesser der Grundfläche und der Höhe des Cylinders ist.

Die beiden Grundflächen eines geraden Cylinders zusammengenommen, verhalten sich zur krummen Oberfläche desselben, wie $2 r^2 \pi : 2 r \pi h = r : h$; demnach wie der Halbmesser der Grundfläche zur Höhe des Cylinders. 9

Soll die krumme Oberfläche eines schiefen Cylinders bestimmt werden, so muß man zuerst einen Durchschnitt senkrecht auf die Axe des Cylinders machen; dieser Durchschnitt giebt eine Ellipse. Rektifizirt man diese, so giebt ihr Umfang die Grundlinie eines Rechtecks, zu dessen Höhe die Axe des Cylinders genommen werden muß; der Flächeninhalt dieses Rektangels ist dem 10

Flächeninhalte der krummen Oberfläche gleich. Man sieht übrigens, daß dieses Rektangel nicht durch Abwickelung der schiefen Oberfläche entsteht. Die Rektifikation der Ellipse ist S. 1208 — 1216 gezeigt worden.

11 Wenn drei gerade Cylinder gleiche Höhe haben, und der Halbmesser der Grundfläche des einen so groß ist, als die Halbmesser der Grundflächen der beiden andern zusammengenommen, so ist zwar die krumme Oberfläche des erstern den krummen Oberflächen der beiden andern zusammgenommen gleich; dagegen sein körperlicher Inhalt ist größer, als der körperliche Inhalt von diesen beiden.

Es ist nämlich (vergl. S. 733 Nr. 15, Zusatz 2) die Peripherie eines Kreises gleich der Summe der Peripherien zweier Kreise, wenn sein Radius gleich der Summe der Radien der beiden andern Kreise ist; da nun bei allen drei Cylindern die Höhe gleich sein soll: so wird das Rechteck für die Oberfläche des größern Cylinders gleich der Summe der Rechtecke für die Oberflächen der beiden kleinern Cylinder sein müssen.

Weil aber (vergl. S. 734 Nr. 16, Zusatz 4) der Flächeninhalt eines solchen Kreises, dessen Radius der Summe der Radien zweier andern Kreise gleich ist, größer ist, als die Summe der Flächeninhalte der beiden Kreise: so muß auch die Grundfläche des größern Cylinders multiplizirt mit der gleichen Höhe einen größern körperlichen Inhalt geben, als die Summe der Grundflächen der beiden kleinern Cylinder multiplizirt mit der gleichen Höhe.

12 Aehnliche Cylinder sind solche, deren Axen gleiche Neigung gegen die Grundflächen haben, und deren Höhen sich wie die Halb- oder Durchmesser der Grundflächen verhalten.

13 Aehnliche Cylinder verhalten sich wie die Kuben der Halb- oder Durchmesser ihrer Grundflächen.

Es seien C und c die beiden Cylinder, R und r die Halbmesser ihrer Grundflächen, und H und h ihre Höhen; alsdann hat man:

$$C : c = R^2 H : r^2 h \quad \text{(vergl. S. 1842 Nr. 5)}$$

(Nach Nr. 12) $H : h = R : r$

Also: $C : c = R^3 : r^3$

14 Aehnliche Cylinder verhalten sich auch wie die Kuben ihrer Höhen.

15 Aus beiden vorhergehenden Sätzen folgt durch Umkehrung: daß sich die Halb- oder Durchmesser der Grundflächen ähnlicher Cylinder, und ebenso die Höhen derselben, wie die Kubikwurzeln derjenigen Zahlen verhalten, welche das Verhältniß der ganzen Cylinder zu einander ausdrücken.

§. 266. Von der Ausmessung der Pyramiden.

1 Wenn eine Pyramide parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so ist der Durchschnitt eine der Grundfläche ähnliche Fläche.

Beweis.

Es sei Fig. 54 die Pyramide ACE durch die Ebene ac parallel mit der Grundfläche durchschnitten; alsdann sind: 1) die Seiten der Durchschnittsfläche parallel mit den Seiten der Grundfläche (vergl. S. 1815 Nr. 37); also $AB \parallel ab$;

BC ∥ bc; CD ∥ cd; DA ∥ da. 2) ∠ A = ∠ a; ∠ B = ∠ b; ∠ C = ∠ c; ∠ D = ∠ d (vergl. S. 1816 Nr. 12); 3) weil in den Dreiecken, welche die Seitenflächen bilden, Parallellinien mit den Grundlinien gezogen sind (vergl. S. 680 Nr. 3).

$$\begin{aligned} Ea : ab &= EA : AB \\ Ea : ad &= EA : AD \\ \text{also} \quad ab : ad &= AB : AD \end{aligned}$$

Auf ähnliche Art läßt sich zeigen, daß auch die übrigen Seiten, welche die gleichen Winkel einschließen, einerlei Verhältniß haben; daher die Grundfläche AC ∽ der Durchschnittsfläche ac.

Da die Durchschnittsfläche ac in jeder beliebigen Höhe genommen werden kann, so sind alle mit der Grundfläche parallel gehenden Durchschnitte einander ähnlich.

Man kann ferner die Grundfläche als einen Durchschnitt einer nach unten weiter fortgehenden Pyramide, und jeden Durchschnitt als Grundfläche der darüber liegenden Pyramide betrachten.

Die Seite der Grundfläche einer Pyramide verhält sich zur gleichnamigen Seite eines parallelen Durchschnitts, wie die Höhe der Pyramide zum Abstand des Durchschnitts von der Spitze. 2

Beweis.

Es sei Fig. 55 der Durchschnitt abc ∥ der Grundfläche ABC, und DE ein Perpendikel von der Spitze D auf die Grundfläche. Die durch den Perpendikel gelegte Ebene DEA schneidet die Grundfläche in AE, und den parallelen Durchschnitt in ae; es ist daher AE ∥ ae vergl. S. 1815 Nr. 37), und ferner:

$$\begin{aligned} DA : DE &= Da : De \\ \text{Es ist ferner} \quad DA : AC &= Da : ac \\ \text{also} \quad DE : AC &= De : ac \\ \text{oder} \quad DE : De &= AC : ac \end{aligned}$$

Da sich jede andere Seite der Grundfläche zur gleichnamigen Seite des parallelen Durchschnitts eben so verhält wie AC : ac, und da ferner DE die Höhe der Pyramide, und De der Abstand des Durchschnitts von der Spitze ist, so verhalten sich überhaupt gleichnamige Seiten der Grundfläche und eines Durchschnitts, wie die Höhe der Pyramide zum Abstande der Durchschnittsfläche von der Spitze.

Die gleichnamigen Seiten verschiedener Durchschnitte, so bald dieselben parallel mit der Grundfläche gehen, verhalten sich wie die Abstände der Durchschnitte von der Spitze, weil der untere Durchschnitt wie eine Grundfläche, und sein Abstand wie die Höhe angesehen werden kann. 3

Die Durchschnitte selbst verhalten sich wie die Quadrate ihrer Abstände von der Spitze, da sich ähnliche Polygone (vergl. S. 1840 Nr. 17) wie die Quadrate ihrer homologen Seiten, und diese wie die Abstände von der Spitze verhalten. 4

5 Pyramiden von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen sind einander gleich.

Beweis.

Es seien zwei Pyramiden P und Π, ihre Grundflächen = G und ihre Höhen = H; man durchschneide beide Pyramiden im einerlei Abstande von der Spitze = h, und bezeichne beide Durchschnitte mit D und Δ; alsdann ist nach den vorigen Sätzen:

$$G : D = H^2 : h^2$$
$$G : \Delta = H^2 : h^2$$
also $$G : D = G : \Delta$$

daher $GD = G\Delta$, oder $D = \Delta$; und daher (vergl. S. 1838 Nr. 7) $P = \Pi$

6 Eine dreiseitige Pyramide ist der dritte Theil eines dreiseitigen Prismas von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe.

Beweis.

Es sei Fig. 56 ABCDEF ein dreiseitiges Prisma. Auf den drei Parallelogrammen, welche die Seitenflächen bilden, ziehe man die Diagonalen AD, BD und BE; darauf schneide man das Prisma zuerst von dem Eckpunkte D nach der Grundflächenseite AB hin, so bildet die Schnittfläche oder das Dreieck DAB die eine Seitenfläche der Pyramide, deren Spitze in D liegt, und deren Grundfläche das Dreieck ABC ist, und welche demnach dieselbe Höhe wie das Prisma hat.

Diese Pyramide ist nun der dritte Theil des Prismas.

Wenn man nämlich das Prisma noch einmal von dem Eckpunkte B nach der Grundflächenseite DE hin, also mit der Durchschnittsfläche oder dem Dreiecke BDE schneidet, so entstehen zwei neue Pyramiden.

Die eine davon hat AED zur Grundfläche, und die Spitze in B; die andere hat EFB zur Grundfläche und die Spitze in D.

Nimmt man in der Pyramide ACBD die Fläche ADC zur Grundfläche, so ist die Pyramide AEDB = Pyramide ACBD, weil die Grundfläche AED = der Grundfläche ACD; da beide Hälften des Parallelogramms oder der Seitenfläche des Prismas ACDE sind; und weil ferner beide Spitzen in B zusammentreffen, weshalb ihre Höhe gleich ist.

Nimmt man in der Pyramide EABD die Fläche EAB zur Grundfläche, und D zur Spitze, so ist die Pyramide EABD = der Pyramide BEFD, weil die Grundfläche EAB = der Grundfläche EFB, als Hälften des Parallelogramms ABFE; und weil die gemeinschaftliche Spitze in D eine gleiche Höhe giebt.

Pyramiden von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen sind aber einander gleich.

Da also die drei Pyramiden einander gleich sind, so ist eine jede ein Drittel des dreiseitigen Prismas.

Genau genommen, haben nur die beiden Pyramiden ACBD und DEFB gleiche Grundflächen und gleiche Höhe mit dem Prisma ABCDEF; dagegen die Pyramide ADEB hat zur Grundfläche ADE, und zur Höhe den senkrechten Abstand der Spitze B von der Ebene ADE.

Denkt man sich nun ein Prisma, dessen Höhe derselbe Abstand der Spitze B, und dessen Grundfläche = ADE: so ist erstlich die Pyramide ADEB ein Drittel dieses Prismas, und zweitens ist dieses selbe Prisma gleich dem Prisma ABCDEF; denn (vergl. S. 1839 Nr. 14) seine Grundfläche ADE ist gleich der halben Seitenfläche ACDE, und seine Höhe ist gleich dem senkrechten Abstande der Seitenlinie FB von der gegenüberliegenden Seitenfläche ACDE.

7 Jedes vielseitige Prisma ist einem dreiseitigen von gleicher Höhe und Grundfläche gleich (S. 1839 Nr. 13); und jede vielseitige Pyramide ist einer dreiseitigen von gleicher Höhe und Grundfläche gleich (S. 1846 Nr. 5); daher ist jede Pyramide dem dritten Theile eines Prismas von gleicher Grundfläche und Höhe gleich.

8 Der Kubikinhalt einer Pyramide wird also gefunden, wenn man das Produkt ihrer Grundfläche und Höhe durch 3 dividirt. Bezeichnet man daher den körperlichen Inhalt der Pyramide durch P, die Grundfläche durch G, die Höhe durch H, so hat man:

$$P = \frac{GH}{3}$$

9 Pyramiden von gleichen Grundflächen verhalten sich wie ihre Höhen, und Pyramiden von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundflächen.

10 Pyramiden von ungleichen Grundflächen und ungleicher Höhe stehen im zusammengesetzten Verhältnisse ihrer Grundflächen und Höhen.

11 Pyramiden sind einander gleich, wenn die Produkte ihrer Höhen und Grundflächen gleich sind, d. h. wenn ihre Grundflächen sich umgekehrt wie ihre Höhen verhalten.

12 Wenn zwei Pyramiden gleiche Grundflächen, aber ungleiche Höhen haben, also selbst ungleich sind; und wenn man beide mit Flächen durchschneidet, welche den Grundflächen parallel gehen: so ist ein solcher Durchschnitt in der einen Pyramide einem Durchschnitte in der andern gleich, wenn die Abstände der Durchschnitte von den Spitzen sich wie die Höhen der Pyramiden verhalten.

Beweis.

Es sei G die gleiche Grundfläche; H die Höhe der einen, h die Höhe der andern; man denke sich in der erstern einen mit der Grundfläche parallelen Durchschnitt D, in einem Abstande von der Spitze = a; in der zweiten Pyramide einen Durchschnitt d, in einem Abstande von der Spitze = b; alsdann ist (vergl. S. 1846 Nr, 5)

$$D = \frac{a^2}{H^2} \cdot G; \text{ und } d = \frac{b^2}{h^2} \cdot G$$

Ist nun $a : b = H : h$, so ist $\frac{a}{H} = \frac{b}{h}$; also auch $\frac{a^2}{H^2} = \frac{b^2}{h^2}$; und $D = d$.

Es zeigt sich hiemit, daß man in einer kleinern Pyramide dieselben Durchschnitte erhalten kann wie in den größern, wenn beide gleiche Grundflächen haben. Es ist also zur Gleichheit zweier Körper noch nicht hinreichend, daß

beide gleiche Grundflächen und gleiche Durchschnitte haben, sondern die Durchschnitte müssen auch in gleicher Höhe genommen werden (vergl. S. 1838 Nr. 7).

13 In einer dreiseitigen Pyramide, in welcher eine Seitenlinie senkrecht auf der Grundfläche steht, ist der Winkel der Grundfläche am Fuße der perpendikulären Seitenlinie größer, als der Winkel in der Spitze der Pyramide, den dort die beiden andern Seitenlinien der perpendikulären gegenüber bilden; jedoch nur unter der Voraussetzung, daß das Perpendikel, welches in der Grundfläche vom Fuße der senkrechten Seitenlinie senkrecht auf die gegenüberliegende Seite der Grundfläche gezogen wird, nicht außerhalb der Grundfläche fällt.

Beweis.

Es sei Fig. 57 DA senkrecht auf ABC; und die Linie AE, senkrecht auf der Linie BC, fällt innerhalb der Grundfläche ABC; es ist also nach dem Satze $\angle$ BAC größer als $\angle$ BDC. Man legt durch DAE eine Ebene, welche die Seitenfläche DBC in DE schneidet; diese Durchschnittslinie DE steht auf der Linie BC senkrecht (vergl. S. 1813 Nr. 21).

In dem rechtwinkligen Dreiecke DAE ist die Hypotenuse DE > AE; man macht EF = AE und zieht BF; alsdann ist Δ BEF $\cong$ Δ ABE, und daher $\angle$ BFE = $\angle$ BAE. Da nun $\angle$ BFE als der äußere Winkel des Dreiecks BFD größer als $\angle$ BDE ist, so muß auch $\angle$ BAE größer als $\angle$ BDE sein (vergl. S. 673 Nr. 6).

Zieht man die gerade Linie CF, so ergiebt sich auf ähnliche Weise aus der Kongruenz der beiden Dreiecke AEC und EFC, daß $\angle$ EAC größer als $\angle$ EDC.

Man hat also

$$(\angle BAE + \angle EAC) > (\angle BDE + \angle EDC)$$

oder $$\angle BAC > \angle BDC.$$

Zusatz 1. Dieses bleibt auch wahr, wenn das Perpendikel AE in die Seite AB fällt; denn man darf sich nur den Winkel EAC wachsend denken, bis er dem Winkel BAC gleich geworden; und eben so den Winkel EDC wachsend, bis er dem Winkel BDC gleich geworden.

Zusatz 2. Der Winkel BAC ist gleich dem Neigungswinkel der Seitenflächen DAB und DAC (vergl. S. 1810 Nr. 8).

Zusatz 3. Errichtet man aus irgend einem Punkte der Linie BD in der Ebene ABD ein Perpendikel auf BD, so muß dieses wegen des spitzen Winkels bei B gegen AB konvergiren; eben so muß ein solches Perpendikel in der Ebene DBC gegen BC konvergiren; ferner muß ein Perpendikel aus einem Punkte der Linie CD in der Ebene DAC gegen AC, und in der Ebene DBC gegen BC konvergiren.

14 In einer dreiseitigen Pyramide, wie sie im vorigen Satze angenommen worden, ist der Neigungswinkel der Seitenflächen DAB und DBC größer als der Winkel ABC der Grundfläche.

Beweis.

Man errichtet, Fig. 58, aus irgend einem Punkte o der Seitenlinie BD ein Perpendikel om in der Ebene DAB und zwar senkrecht auf BD, welches die Linie AB,

oder ihre Verlängerung treffen muß (vergl. Zusatz 3 des vorhergehenden Satzes); man zieht ferner in der Ebene DBC das Perpendikel on senkrecht auf BD; alsdann ist mon der Neigungswinkel der beiden Ebenen DAB und DBC.

Legt man ferner eine Ebene durch mon, so kann monB als eine Pyramide angesehen werden, deren Grundfläche mon und deren Spitze B ist, und deren Seitenflächen moB und noB senkrecht auf der Grundfläche mon stehen.

Die Ebene DAB steht sowohl auf der Ebene ABC, als auf der Fläche mon senkrecht; diese beiden letztern Ebenen schneiden sich in der Linie mn, also steht diese Durchschnittslinie senkrecht auf der ganzen Ebene DAB (vergl. S. 1813 Nr. 23). Es ist also der Winkel omn ein rechter.

Die Pyramide monB hat nun die perpendikuläre Seitenlinie Bo senkrecht auf der Grundfläche mon; und da der Winkel omn ein rechter ist, so fällt das Perpendikel vom Fuße der senkrechten Seitenlinie Bo, d. h. von o auf die gegenüberliegende Seite mn der Grundfläche mon mit der Seite mo derselben zusammen, und man hat den ersten Zusatz des vorigen Satzes; daher ist

$$\angle\, mon > \angle\, mBn; \text{ also auch } \angle\, mon > \angle\, ABC.$$

Zusatz 1. Auf ähnliche Art findet man, daß der Neigungswinkel der Seitenflächen DAC und DBC größer ist, als der Winkel ACB der Grundfläche.

Zusatz 2. Die Summe der Neigungswinkel der drei Seitenflächen einer solchen Pyramide wie ABCD ist größer als die Summe der drei Winkel der Grundfläche, also auch größer als zwei rechte; denn jeder Neigungswinkel zweier Seitenflächen ist größer als der an oder unter ihm liegende Winkel der Grundfläche, und die drei Winkel der dreiseitigen Grundfläche machen zusammen zwei Rechte.

15. Wenn man in einer dreiseitigen Pyramide die Neigungswinkel der drei Seitenflächen gegen einander halbirt, so schneiden die drei halbirenden Ebenen einander in einer und derselben geraden Linie.

Beweis.

In der Pyramide ABCD, Fig. 59, sei ABC die Grundfläche. Man denke sich eine Ebene X durch die Seitenlinie DA so gelegt, daß der Neigungswinkel der in AD zusammenstoßenden Seitenflächen durch X halbirt wird; ferner denke man sich eine Ebene Y durch die Seitenlinie DC so gelegt, daß der Neigungswinkel der in DC zusammenstoßenden Seitenflächen durch Y halbirt wird. Die beiden Ebenen X und Y müssen sich irgend wo innerhalb der Pyramide schneiden; die Durchschnittslinie sei Dt.

In dieser Linie Dt wähle man einen beliebigen Punkt o, und fälle von ihm aus den Perpendikel om auf die Seitenfläche ABD, und den Perpendikel on auf die Seitenfläche ADC. Durch omn lege man eine Ebene, so steht diese senkrecht auf den beiden Seitenflächen (vergl. S. 1812 Nr. 20); es steht also auch die Durchschnittslinie der beiden Seitenflächen, nämlich AD, senkrecht auf der Ebene mon, also auch auf den Durchschnittslinien, welche diese Ebene mon mit den beiden Seitenflächen bildet, d. h. auf den Linien pm und pn.

Es ist also der Winkel mpn der Neigungswinkel der beiden Seitenflächen. Ferner ist op die Durchschnittslinie der Ebene mon und der halbirenden Ebene X; diese Linie op halbirt den Neigungswinkel mpn. Es sind also die beiden rechtwinkligen Dreiecke omp und onp kongruent; also auch om = on.

Man fälle ferner aus dem Punkte o das Perpendikel or auf die dritte Seitenfläche DBC, und lege durch nor eine Ebene; diese steht senkrecht auf den beiden Seitenflächen ACD und DBC; daher steht auch die Durchschnittslinie dieser beiden Flächen, nämlich die Linie CD senkrecht auf der Ebene nor. Diese letzte Ebene bildet mit den beiden genannten Seitenflächen die Durchschnittslinie qn u. qr; es ist also nqr der Neigungswinkel der beiden Seitenflächen ACD u. DCB.

Es ist ferner qo der Durchschnitt der Ebene nor mit der den Neigungswinkel halbirenden Ebene Y; diese Durchschnittslinie qo halbirt also den Winkel nqr; man hat daher Δ qor $\cong$ Δ qon; also or = on = om.

Die drei Perpendikel aus dem Punkte o, nämlich or, on, om auf die drei Seitenflächen sind also einander gleich.

Legt man durch orm eine dritte Ebene, so macht sie mit der Seitenfläche DCB die Durchschnittslinie rs, und mit der Seitenfläche ABD die Durchschnittslinie ms; beide Durchschnittslinien bilden den Winkel rsm als den Neigungswinkel der beiden Seitenflächen DCB und ABD. Zieht man nun die Linie os, so hat man Δ ors $\cong$ Δ oms; denn (vergl. S. 676 Nr. 16) os ist beiden Dreiecken gemein, und or = om, und in beiden Dreiecken ist der der größten Seite, d. h. der Hypotenuse gegenüberliegende Winkel ein Rechter; dieser Kongruenz wegen ist also auch $\angle$ osr = $\angle$ osm, und die Linie os halbirt den Neigungswinkel rsm; legt man also eine Ebene durch osD, so halbirt dieselbe den Neigungswinkel rsm zwischen den beiden Seitenflächen DCB und ABD ebenfalls. Diese halbirende Ebene geht aber durch die Linie Do oder Dt.

Es schneiden also einander alle drei, die Neigungswinkel der Seitenflächen halbirenden Ebenen in einer und derselben geraden Linie Dt.

Zusatz. Steht die Durchschnittslinie Dt auf der Grundfläche ABC senkrecht, so werden die Winkel der Grundfläche durch diejenigen Durchschnittslinien halbirt, welche die halbirenden Ebenen mit der Grundfläche bilden.

Beweis.

Es sei Bt die Durchschnittslinie der halbirenden Ebene BDt mit der Grundfläche ABC. Man zieht fg senkrecht auf Bt, und legt durch fg eine Ebene fgh, welche senkrecht auf der Linie BD steht; es ist alsdann fhg der Neigungswinkel der beiden Seitenflächen ABD und CBD; th als die Durchschnittslinie der Ebenen fgh und BDt halbirt den Neigungswinkel fhg. Es ist also Δ htf $\cong$ Δ htg; denn fg steht auf der ganzen Ebene BDt senkrecht (vergl. S. 1813 Nr. 23); wegen der Kongruenz der Dreiecke ist tf = tg.

Wegen dieser Gleichheit, und da tB beiden gemeinschaftlich, und auf beiden Seiten von t rechte Winkel sind, ist Δ Bft $\cong$ Δ Bgt; daher $\angle$ tBf = $\angle$ tBg; also ist der Winkel fBg durch die Durchschnittslinie Bt halbirt.

16 In jeder dreiseitigen Pyramide ist die Summe der Neigungswinkel der drei Seitenflächen gegen einander größer als zwei Rechte.

Beweis.

Es sei Fig. 60 die dreiseitige Pyramide; die drei Neigungswinkel ihrer Seitenflächen seien durch Ebenen halbirt, deren gemeinschaftlicher Durchschnitt die Linie Di ist (vergl. S. 1819 Nr. 15). Darauf durchschneidet man die ganze Pyramide an einer beliebigen Stelle mit der auf Di senkrecht stehenden Ebene EFG. Diese Ebene bildet drei kleinere Pyramiden, deren Spitzen sämmtlich in D liegen, und deren Grundflächen EFo, EGo und FGo sind.

In allen diesen drei Pyramiden stehen diejenigen Seitenflächen, welche durch die halbirenden Ebenen gebildet werden, senkrecht auf ihren Grundflächen; da ferner die Durchschnittslinien der halbirenden Ebenen mit der Ebene EFG die Winkel in E, F und G halbiren (nach dem vorhergehenden Satze), so fallen auch die Perpendikel aus o auf die gegenüberstehenden Seiten EF, EG und FG nicht außerhalb der Dreiecke; es ist also die Summe der Neigungswinkel zwischen den Seitenflächen einer jeden dieser drei Pyramiden größer als zwei Rechte, und von allen dreien zusammen größer als sechs Rechte. Diejenigen dieser Neigungswinkel, welche um die Durchschnittslinie Do herumliegen, sind den Winkeln EoF, EoG und FoG der Grundflächen gleich, und daher zusammen gleich 4 Rechten. Die Summe der übrigen Neigungswinkel muß also größer als 2 Rechte sein; diese übrigen Neigungswinkel machen aber zusammen die Neigungswinkel der großen Pyramide ABCD aus; daher ist ihre Summe größer als 2 Rechte.

Aufgabe. 17

Den körperlichen Inhalt einer abgestumpften Pyramide ABCDEF Fig. 61 zu finden, wenn die Grundfläche ABC = a, die obere Fläche DEF = b, und der Abstand beider Flächen hH = c gegeben ist.

Auflösung.

Man vervollständige die Pyramide bis zu ihrer Spitze G, und fälle ein Perpendikel GH aus der Spitze auf die Grundfläche ABC, und setze den Theil desselben von der Spitze bis zur Durchschnittsfläche DEF, d. h. Gh = x; alsdann ist GH = c + x.

Es ist (nach S. 1847 Nr. 8) die ganze Pyramide ABCG $= \frac{1}{3} a (c + x)$

die obere kleine Pyramide DEFG $= \frac{1}{3} b \cdot x$

also durch Subtraktion die abgestumpfte P. ABCDEF $= \frac{1}{3} a (c + x) - \frac{1}{3} bx$

oder 1) ABCDEF $= \frac{1}{3} (ac + (a - b) \cdot x)$.

Man hat nun den Werth von x zu finden. Sieht man die Grundfläche der ganzen Pyramide selbst wie einen Durchschnitt an (S. 1845 Nr. 1), so hat man:

$a : b = (c + x)^2 : x^2$; oder $\sqrt{a} : \sqrt{b}\ x = (c + x) :$

also $\sqrt{a} \cdot x = \sqrt{b} \cdot c + \sqrt{b} \cdot x$; oder $(\sqrt{a} - \sqrt{b})\, x = \sqrt{b} \cdot c$

$$\text{daher} \quad x = c \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

Setzt man diesen Werth von x in die obige Gleichung I, so erhält man:

II) die abgestumpfte Pyramide $ABCDEF = \frac{1}{3}\left(ac + (a - b)\, c \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}\right)$

Dieser Ausdruck läßt sich vereinfachen; man erhält durch Multiplikation:

$$\begin{array}{l} \sqrt{a} + \sqrt{b} \\ \sqrt{a} - \sqrt{b} \\ \hline a - b \end{array}$$ (vergl. S. 446 Nr. 8 und S. 504 Nr. 7).

Bringt man also statt $a - b$ seine beiden Faktoren $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ und $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ in die Gleichung II, so hat man:

$$ABCDEF = \frac{1}{3}\left(ac + (\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot c \cdot \sqrt{b}\right);$$

es heben sich nämlich $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ im Zähler und Nenner; sondert man jetzt noch den gemeinschaftlichen Faktor c ab, und multiplizirt mit $\sqrt{b}$, so ergiebt sich:

III) $ABCDEF = \frac{1}{3} c \cdot \left(a + \sqrt{ab} + b\right)$.

Es ist nämlich (vergl. S. 508 Nr. 5) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, und (vgl. S. 504 Nr. 7) $\sqrt{b} \cdot \sqrt{b} = b$.

18 Da c die Höhe der abgestumpften Pyramide bezeichnet, und nach S. 1847 Nr. 8 der körperliche Inhalt einer Pyramide gleich dem Produkte aus ihrer ganzen Grundfläche und dem Drittel ihrer Höhe ist, so zeigt sich aus der Gleichung III, daß die abgestumpfte Pyramide der Summe dreier Pyramiden gleich ist, welche zur Höhe die Höhe der abgestumpften Pyramide aber ungleiche Grundflächen haben; nämlich die Grundfläche der einen ist $= a$; die der zweiten $= b$, und die der dritten $= \sqrt{ab}$, d. h. eine mittlere geometrische Proportionalgröße zwischen a und b, denn es ist $a : \sqrt{ab} = \sqrt{ab} : b$.

Setzt man in der Gleichung III $b = o$, so erhält man $\frac{1}{3}\, c \cdot a$, d. h. den Inhalt einer ganzen Pyramide von gleicher Höhe und Grundfläche mit der abgestumpften; setzt man $b = a$, so erhält man $\frac{1}{3}\, c \cdot 3a = ca$, d. h. (nach S. 1832 Nr. 3) den Inhalt eines Prismas, das gleiche Höhe und Grundfläche mit der abgestumpften Pyramide hat.

19 Aehnliche Pyramiden sind solche, deren Grundflächen und Seitenflächen ähnliche Figuren sind, deren Seitenflächen mit den Grundflächen gleiche Rei-

gungswinkel, und deren Höhen sich wie gleichnamige Seiten der Grundflächen oder Seitenflächen verhalten.

Wenn daher eine Pyramide parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so ist die über dem Durchschnitte liegende Pyramide (vergl. S. 1845 Nr. 1) der ganzen ähnlich.

Aehnliche Pyramiden verhalten sich wie die Würfel gleichnamiger Seiten ihrer Grundflächen. 20

Beweis.

Es seien P und p zwei ähnliche Pyramiden; G und g ihre Grundflächen; A und a ein Paar gleichnamige Seiten der Grundflächen; H und h ihre Höhen; alsdann ist:

$G : g = A^2 : a^2$ (vergl. S. 1840 Nr 17).
$H : h = A : a$ (nach vorhergehender Erklärung Nr. 19).

also $GH : gh = A^3 : a^3$
Es ist aber $P : p = GH : gh$ (vergl. S. 1847 N. 8).

also $P : p = A^3 : a^3$

Zusätze.

1. Aehnliche Pyramiden verhalten sich wie die Würfel ihrer Höhen, oder wie die Würfel gleichnamiger Seiten.

2. Gleichnamige Seiten der Grundflächen oder Seitenflächen, und eben so die Höhen ähnlicher Pyramiden verhalten sich wie die Kubikwurzeln der Zahlen, welche das Verhältniß der Pyramiden ausdrücken.

Um eine dreiseitige Pyramide, oder ein Tetraeder (vergl. S. 1827 Nr 4) in eine Kugel einzuschreiben, so daß alle Eckpunkte in der Oberfläche der Kugel liegen, muß man dem Tetraeder eine solche Flächenseite geben, daß ihr Quadrat sechsmal so groß ist, als das Quadrat des dritten Theils vom Durchmesser der Kugel. 21

Beweis.

Es sei Fig. 62, ACBEA der Durchschnitt der Kugel durch ihren Mittelpunkt, also AB der Durchmesser derselben. Es sei ferner CoEp der Kreis, worin eines der gleichseitigen Dreiecke eingeschrieben ist, die das Tetraeder bilden, und CD der Halbmesser eines solchen Kreises.

Es sei AC die Flächenseite eines andern der vier gleichseitigen und einander gleichen Dreiecke (vergl. S. 1827 Nr. 4).

Es ist nach den Berechnungsformeln regelmäßiger Polygone (vergl. S. 722), wenn man den Centrumwinkel mit C, und die Polygonalseite mit S bezeichnet, für das in den Kreis eingeschriebene gleichseitige Dreieck:

$$C = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ;\ \text{und}\ S = 2 \,.\, \sin 60^\circ$$

Beschreibt man mit dem Radius = DC den zweiten Kreis in Fig. 62, nämlich acmea, worin dc = DC. In diesem sei acm das gleichseitige eingeschriebene Dreieck, so daß ca = CA.

Zieht man die Sehne ae = cd, so ist ae die Seite des eingeschriebenen Sechsecks (vergl. S. 719 Nr. 7).

Zieht man die Radien da und de, so entstehen zwei kongruente Dreiecke adn und aen (vergl. S. 723 und S. 728 Nr. 13); denn es ist an sich selbst gleich, ae = ad, und die beiden Winkel bei n sind rechte, weil der Radius de die Sehne am senkrecht halbirt (vergl. S. 703 Nr. 1). Da ferner das Dreieck ade gleichseitig ist, so sind auch die Winkel bei d und e gleich; also ist auch $\angle$ nad = $\angle$ nae; daher Δ adn $\cong$ Δ aen.

Da nun dn = ne, so ist en = $\frac{1}{2}$ ed = $\frac{1}{2}$ ae; ferner an = $\frac{1}{2}$am. Man hat demnach

$$an^2 = ae^2 - ne^2; \qquad \text{oder da } an = \frac{1}{2}am; \ \left(\frac{1}{2}am\right)^2 = \frac{3}{4}ae^2;$$

$$an^2 = ae^2 - \left(\frac{1}{2}ae\right)^2 \qquad \frac{1}{4}am^2 = \frac{3}{4}ae^2;$$

$$an^2 = ae^2 - \frac{1}{4}ae^2; \qquad am^2 = 3\ ae^2;$$

$$an^2 = \frac{3}{4}ae^2; \qquad \text{oder da } ae = cd; \qquad am^2 = 3\ cd^2;$$

$$\text{daher endlich } am = \sqrt{3cd^2}$$

d. h. die Seite des eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks ist gleich der Quadratwurzel aus dem dreifachen Quadrat des Radius des umschriebenen Kreises.

Da ferner 3cd² = 3cd . cd, so kann man folgende Proportion bilden:

$$3cd : am = am : cd$$

d. h. die Seite des eingeschriebenen gleichseitigen Dreiecks ist gleich der mittlern Proportionallinie zwischen dem dreifachen und dem einfachen Radius des umschriebenen Kreises.

Man hat also CA = $\sqrt{3 . DC^2}$; oder setzt man CA = S und DC = ϱ, so ist S = $\sqrt{3\varrho^2}$, oder $\frac{S}{3} = \varrho^2$

Setzt man DB = α, und DA = β, so ist:

$$S^2 = \beta^2 + \varrho^2; \text{ oder da } S^2 = 3\varrho^2$$

$$3\varrho^2 = \beta^2 + \varrho^2; \text{ also } 2\varrho^2 = \beta^2, \text{ oder } \varrho^2 = \frac{\beta^2}{2}$$

Es ist ferner (vergl. S. 684 Nr. 12, und S. 707 Nr. 7, 8) ϱ die mittlere Proportionallinie zwischen α und β; also

$$\varrho^2 = \alpha\beta = \frac{\beta^2}{2}; \text{ also } \alpha = \frac{\beta}{2}, \text{ oder } \beta = 2\alpha$$

Es ist ferner $\alpha + \beta = BA = 3\alpha$; oder $\alpha = \frac{BA}{3}$.

Wenn also in einem Kreise eine Sehne von einem Ende des Diameters nach einem beliebigen Punkte der Peripherie gezogen wird; und wenn man von diesem Peripheriepunkte ein Perpendikel auf den Durchmesser so fällen kann (was von der Länge der Sehne abhängt), daß das Quadrat der Sehne dreimal so groß ist, als das Quadrat des Perpendikels, so ist der kleinere Theil des Diameters der dritte Theil des ganzen Diameters.

$$\text{Da } \beta = 2\alpha, \text{ so ist } \beta^2 = 4\alpha^2; \text{ also } \frac{\beta^2}{2} = 2\alpha^2;$$

$$\text{daher } \rho^2 = 2\alpha^2 = \frac{S^2}{3}; \text{ oder endlich } S^2 = 6 \, . \, \alpha^2,$$

d. h. das Quadrat der Flächenseite des Tetraeders ist sechsmal so groß, als das Quadrat des dritten Theils des Kugeldurchmessers.

22 Um also in eine Kugel ein regelmäßiges Tetraeder einzuschreiben, theilt man den Kugeldurchmesser in drei gleiche Theile, errichtet in dem Theilungspunkte des ersten Drittels ein Perpendikel, und zieht vom Peripherieende dieses Perpendikels eine Sehne nach dem andern Ende des Diameters, so daß sie die Hypotenuse zum Perpendikel und den beiden andern Dritteln des Durchmessers bildet; alsdann ist diese Sehne die Flächenseite des Tetraeders.

Um auf der Oberfläche der Kugel den Kreis zu zeichnen, in welche eine Fläche des Tetraeders eingezeichnet werden kann, nimmt man die Entfernung BC, Fig. 62, als Zirkelspannung, und beschreibt aus irgend einem Punkte B mit dem Radius BC den Kreis CoEp. Auf der Peripherie dieses Kreises theilt man die Zirkelspannung AC dreimal ab, und hat die drei Spitzen des gleichseitigen Dreiecks.

23 Die verschiedenen Dimensionen des Tetraeders (vergl. S. 1834 Nr. 10) sind folgende:

Anzahl der Flächen 4 Dreiecke.	Die Flächenseite = 1,6330.
„ „ Flächens. 6.	Halbmess. d. umschrieb. Kreises = 0,9428.
„ „ ebenen Winkel 12.	Entfernung vom Pol = 1,1547.
„ „ körperl. Winkel 4.	Ganze Oberfläche = 4,6188.
Neigung der Flächen 70° 32′.	
Halbmesser der Kugel 1.	Körperlicher Inhalt = 0,51320.

Ist der Halbmesser der Kugel nicht 1, sondern etwa = a, so muß man die obige Zahl der Flächenseite, des Halbmessers des umschriebenen Kreises, und der Entfernung vom Pole mit a, die Zahl der Oberfläche mit a^2, und die Zahl des körperlichen Inhalts mit a^3 multipliziren.

§ 267. Von den fünf regelmäßigen Körpern im Allgemeinen, und dem Oktaeder, Dodekaeder und Ikosaeder im Besondern.

1 Die ebenen Winkel, welche zusammen einen körperlichen bilden sollen, müssen zusammen weniger als 4 Rechte ausmachen (vergl. S. 1373 Nr. 4).

2 Im gleichseitigen Dreieck ist jeder Winkel = 60°; drei zusammen machen erst 180°, und können daher, wie im Tetraeder, zu einem körperlichen Winkel zusammengesetzt werden.

3 Vier solcher Winkel machen 240°, und können daher wie im Oktaeder, einen körperlichen Winkel bilden.

4 Fünf solcher Winkel machen 300°, und können also auch noch, wie im Ikosaeder, einen körperlichen Winkel bilden.

5 Sechs solcher Winkel würden aber schon 360°, und mehr als sechs eine noch größere Summe ergeben. Also aus gleichseitigen Dreiecken läßt sich keine Oberfläche eines regelmäßigen Körpers mehr zusammensetzen, sondern nur die der drei genannten.

6 Ein Winkel des Quadrats ist = 90°; drei solcher Winkel machen 270°, wie bei dem körperlichen Winkel des Würfels; vier solcher würden 360°, ihrer mehrere eine noch größere Summe ausmachen; daher läßt sich aus Quadraten nur die Oberfläche des Würfels bilden.

7 Im Fünfeck beträgt jeder Winkel (vergl. S. 722) 180° — 72° = 108°; demnach machen drei solcher Winkel schon 324° aus, wie bei dem körperlichen Winkel des Dodekaeders; mehr solcher Winkel würden eine zu große Summe geben.

8 Zu einem körperlichen Winkel sind wenigstens drei ebene Winkel nöthig (vergl. S. 1819 Nr. 1); beträgt nun ein Winkel 120°, wie im regelmäßigen Sechseck (vergl. S. 723 Nr. 3), so machen drei solcher schon 360° aus; es läßt sich also aus regelmäßigen Sechsecken keine Oberfläche eines Körpers bilden; noch weniger aus regelmäßigen Siebenecken, Achtecken u. s. w.; denn je mehr Seiten ein Polygon hat, um desto kleiner wird sein Centrumwinkel (vergl. S. 722), und um so größer sein Polygonalwinkel.

Es kann also keine regelmäßigen Körper mehr geben, als die fünf genannten, deren körperliche Winkel entweder von 3, oder 4, oder 5 Dreiecken, oder von 3 Quadraten, oder von 3 Fünfecken gebildet werden.

9

Aufgabe.

Wenn der Durchmesser der Kugel gegeben ist, sollen die Flächenseiten der fünf eingeschriebenen regelmäßigen Körper dargestellt werden.

Auflösung (Fig. 63).

Man beschreibt über dem Kugeldurchmesser AB einen Halbkreis.

1) Man macht $BD = \frac{1}{3} BA$; zieht DC senkrecht auf AB; und zieht AC; alsdann ist AC die Flächenseite des Tetraeders; DC ist der Halbmesser des Kreises, in welchem das gleichseitige Dreieck des Tetraeders eingeschrieben ist; BC ist die Entfernung dieser Kreisperipherie vom Pole, oder die Zirkelspannung, um diesen Kreis auf der Kugeloberfläche zu zeichnen (vergl. S. 1855 Nr. 22).

2) Die Linie BC ist die Flächenseite des Hexaeders oder Würfels (vergl. S. 1833 Nr. 6 und 7); AC ist der Durchmesser des Kreises, in welchen das Quadrat des Tetraeders eingeschrieben ist.

3) Man errichtet in dem Mittelpunkte E das Perpendikel EF über AB, und zieht FA; alsdann ist FA die Flächenseite des Oktaeders.

4) Man nimmt die Flächenseite BC des Hexaeders, und sucht dazu die Mediane (vergl. S. 738 Nr. 23); diese sei DM; alsdann ist DM die Flächenseite des Dodekaeders.

5) Man nimmt BG $= \frac{1}{5}$ BA, und errichtet in G senkrecht auf BA das Perpendikel GH, und zieht BH; darauf nimmt man BI $= \frac{1}{2}$ BH, und macht EK $=$ BI $= \frac{1}{2}$ BH, und stellt KL in K senkrecht auf BA und zieht LA; alsdann ist LA die Flächenseite des Ikosaeders.

Aufgabe. 10

Die Zahl der Flächenseiten jedes regelmäßigen Körpers zu finden.

Auflösung.

Man multiplizirt die Zahl der Flächen mit der Zahl der Seiten jeder Fläche, und halbirt das Produkt.

Denn es sei die Zahl der Flächen $= f$, und jede Fläche werde von s Seiten begrenzt; läge nun jede Fläche für sich allein, abgesondert von den übrigen; so wäre die Anzahl der Seiten $= f \cdot s$; da aber die Flächen sämmtlich zusammenhängen, so gehen von ihren Seiten immer zwei und zwei in einander über, man hat also die wirkliche Seitenzahl $= \frac{fs}{2}$; daher hat man

1) Im Tetraeder: $\frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ Flächenseiten.

2) Im Hexaeder: $\frac{6 \cdot 4}{2} = 12$ „

3) Im Oktaeder: $\frac{8 \cdot 3}{2} = 12$ „

4) Im Dodekaeder: $\frac{12 . 5}{2} = 30$ „

5) Im Ikosaeder: $\frac{20 . 3}{2} = 30$ „

Aufgabe. 11

Die Anzahl der körperlichen Winkel in jedem regelmäßigen Körper zu finden.

Auflösung.

Man multiplizirt die Zahl der Flächen mit der Zahl ihrer ebenen Winkel, und dividirt das Produkt durch die Zahl der ebenen Winkel, die zu einem körperlichen Winkel gehören.

Es sei die Zahl der Flächen $= f$, die Zahl der ebenen Winkel in jeder Fläche $= w$, so hat man $f \cdot w$; es gehören ferner n ebene Winkel zu einem körperlichen, so hat man die Zahl n der körperlichen Winkel oder $z = \frac{f \cdot w}{n}$.

Sieht man Tafel XXXV, D, Fig. 23 – 27 auf die Abbildung der fünf regelmäßigen Körper, so findet man leicht, wie viele ebene Winkel zu jedem körperlichen gehören.

1) Im Tetraeder ist $f = 4$; $w = 3$; $n = 3$; also $z = \frac{4 \cdot 3}{3} = 4$

2) Im Hexaeder ist $f = 6$; $w = 4$; $n = 3$; also $z = \frac{6 \cdot 4}{3} = 8$

3) Im Oktaeder ist $f = 8$; $w = 3$; $n = 4$; also $z = \frac{8 \cdot 3}{4} = 6$

4) Im Dodekaeder ist $f = 12$; $w = 5$; $n = 3$; also $z = \frac{12 \cdot 5}{3} = 20$

5) Im Ikosaeder ist $f = 20$; $w = 3$; $n = 5$; also $z = \frac{20 \cdot 3}{5} = 12$

Zusatz.

Will man nur die Zahl der ebenen Winkel auf der ganzen Oberfläche haben, so braucht man nur die Anzahl der Flächen mit der Anzahl der ebenen Winkel in jeder Fläche zu multipliziren; z. B. im Dodekaeder $5 \cdot 12 = 60$ ebene Winkel.

21

Aufgabe.

Die Neigung der Flächen in den fünf regelmäßigen Körpern zu bestimmen.

Auflösung (Fig. 64).

Man beschreibt den Kreis FGIHF als größten Kreis der Kugel; sucht S. 1856 Nr. 9 die Flächenseite des regelmäßigen Körpers GH, und zieht diese irgendwo als Sehne des größten Kreises.

Man beschreibt einen zweiten Kreis GKHG als den umschriebenen Kreis einer Fläche, so daß E sein Mittelpunkt, und EH sein Radius ist, und zieht die Verbindungslinie beider Mittelpunkte EB, welche senkrecht auf GH ist, und dieselbe in A halbirt.

Ueber AB als Durchmesser beschreibt man den dritten Kreis ACBDA; in diesem zieht man die beiden Sehnen AC und AD; beide gleich AE; alsdann ist der Winkel, den diese beiden Sehnen bilden, oder der Winkel CAD der gesuchte Neigungswinkel der Flächen.

Beweis.

Man halbire in Gedanken die gemeinschaftliche Seite zweier aneinander liegender Flächen, und ziehe aus dem Halbirungspunkte gerade Linien nach den Mittelpunkten der beiden Flächen oder ihrer umschriebenen Kreise; diese beide Linien stehen senkrecht auf der gemeinschaftlichen Seite, und bestimmen deshalb die Neigung der beiden Flächen.

Ferner ziehe man aus dem Halbirungspunkte der gemeinschaftlichen Seite, und aus den beiden Mittelpunkten der umschriebenen Kreise gerade Linien nach dem Mittelpunkte der Kugel, so entstehen zwei rechtwinklige und kongruente

Dreiecke, deren rechte Winkel an den beiden Mittelpunkten der umschriebenen Kreise liegen. Ihre gemeinschaftliche Hypotenuse geht vom Halbirungspunkte der gemeinschaftlichen Seite nach dem Mittelpunkte der Kugel.

Beschreibt man über dieser Hypotenuse als Durchmesser einen Kreis, so fallen die rechten Winkel der beiden Dreiecke, als Peripheriewinkel des Halbkreises, in den Umkreis.

Es werden alsdann die beiden geraden Linien, welche vom Halbirungspunkte der gemeinschaftlichen Seite nach den Mittelpunkten der umschriebenen Kreise gehen, zu zwei gleichen Sehnen des letzten Kreises, und bilden einen Winkel, welcher der Neigungswinkel der beiden Flächen ist.

Um diesen Winkel zu bestimmen, muß man, wie in Fig. 64, aus dem Mittelpunkte der Kugel B auf die gemeinschaftliche Flächenseite GH (welche jedenfalls eine Sehne im größten Kreise der Kugel bildet) die senkrechte Linie BA ziehen, welche zugleich GH in A halbirt.

Ueber dieser Linie BA als Durchmesser muß der Kreis ACBDA beschrieben werden, dessen Fläche eigentlich auf GH senkrecht sein sollte, was aber nicht wesentlich ist. Die Mittelpunkte beider Flächen liegen im Umfang dieses Kreises.

Man muß die senkrechte Linie AE kennen, welche vom Mittelpunkte jeder Fläche auf die gemeinschaftliche Seite GH fällt, und die Sehnen AC und AD derselben gleich machen; dadurch ist die senkrechte Stellung des Kreises ACBDA auf GH ersetzt; C und D sind die beiden Mittelpunkte der umschriebenen Kreise.

Zieht man nun die beiden Linien CB und DB, so sind ACB und ADB die beiden vorher erwähnten rechtwinkligen und kongruenten Dreiecke, und der Winkel CAD ist der gesuchte Neigungswinkel.

Aufgabe. 13

Die Entfernung der Peripherie des umschriebenen Kreises vom Pole, d. h. die Zirkelspannung zu finden, mit welcher man den um eine Fläche des regelmäßigen Körpers umschriebenen Kreis auf der Kugeloberfläche beschreiben kann.

Auflösung (Fig. 65).

Man beschreibt einen größten Kreis der Kugel ACBDA, zieht darin den Durchmesser eines umschriebenen Kreises AB als Sehne, halbirt dieselbe in E, und errichtet in E das Perpendikel EC senkrecht auf AB und zieht eine neue Sehne AC; diese ist die gesuchte Entfernung vom Pole C.

Der Beweis ergiebt sich unmittelbar aus der Figur, und aus S. 1834 Nr. 9 und S. 1835 Nr. 9.

14 Soll die Entfernung vom Pole in Theilen des Kugelhalbmessers ausgedrückt werden, so berechnet man erst die Flächenseite, aus dieser den Halbmesser des umschriebenen Kreises. Zieht man in Fig. 65 aus dem Mittelpunkte der Kugel M das Perpendikel ME, so ist $ME + EC = MC$, d. h. gleich dem Radius der Kugel. Zieht man ferner den Kugelradius MA, so hat man in dem rechtwinkligen Dreiecke MEA bekannt die Hypotenuse MA, und die Kathete AE; daher:

$$ME^2 = MA^2 - AE^2; \text{ oder } ME = \sqrt{(MA^2 - AE^2)}$$

Zieht man das berechnete ME von MC ab, so bleibt EC; man hat alsdann in dem rechtwinkligen Dreiecke AEC bekannt die beiden Katheten, und daher die Hypotenuse:

$$AC^2 = AE^2 + EC^2; \text{ oder } AC = \sqrt{(AE^2 + EC^2)}$$

Diese Hypotenuse AC ist alsdann die gesuchte Entfernung vom Pole. Wie die Flächenseite in Theilen des Kugelhalbmessers auszudrücken sei, ist in Nr. 17 und den folgenden dieser Paragraphen gezeigt.

15

Aufgabe.

Die ganze Oberfläche eines regelmäßigen Körpers zu berechnen.

Auflösung.

Aus der bekannten Flächenseite berechnet man nach der Formel auf S. 722 die Fläche; diesen Flächeninhalt multiplizirt man mit der Anzahl der Flächen; alsdann giebt das Produkt die gesuchte ganze Oberfläche in Quadratmaaß.

Aufgabe.

16

Den körperlichen Inhalt eines regelmäßigen Körpers zu finden.

Auflösung (Fig. 65).

Es sei AB der Durchmesser eines um eine Fläche beschriebenen Kreises; MA und MB Radien der Kugel ME ein Perpendikel auf den Mittelpunkt des umschriebenen Kreises oder der Fläche.

Alsdann ist ME die Höhe einer Pyramide, deren Spitze im Mittelpunkt der Kugel liegt, und deren Grundfläche eine Fläche des Körpers ist.

Da nun der Körper so viele solcher Pyramiden enthält, als die Zahl seiner Flächen beträgt, so muß man zuerst die Oberfläche der Körpers berechnen, und diese alsdann mit dem dritten Theile der Höhe ME multipliziren; das Produkt ist der körperliche Inhalt aller Pyramiden, oder des ganzen Körpers (S. 1874 Nr. 7).

17

Aufgabe.

Wenn der Halbmesser der Kugel gegeben ist, die Flächenseite des Tetraeders in Theilen des Kugelhalbmessers auszudrücken.

Auflösung.

Es sei der Halbmesser der Kugel = R und die Flächenseite des Tetraeders = S; der Diameter der Kugel = D; alsdann ist (vergl. S. 1853 Nr. 21)

$$S^2 = 6 \,.\, \left(\frac{D}{3}\right)^2 = \frac{6}{9} \,.\, D^2 = \frac{2}{3} \,.\, D^2$$

$$\text{oder} \quad S = \sqrt{\frac{2}{3} \,.\, D^2} = D \,.\, \sqrt{\frac{2}{3}} = 2 \,.\, R \,.\, \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Setzt man $R = 1$, so hat man, da $\sqrt{\frac{2}{3}} = 0{,}81649$, $S = 1{,}63298$.

18 Will man aus der Flächenseite S den **Halbmesser des umschriebenen Kreises** für das Tetraeder finden, so beschreibt man Fig. 66 den Kreis MNOM um das gleichseitige Dreieck MNO, dessen Seiten jede $= 1{,}633$ ist, und zieht die beiden Radien PN und PO.

In dem Dreieck PNO ist bekannt $NO = 1{,}633$; der Centrumwinkel $NPO = 120°$ (S. 722); jeder Winkel an der Grundlinie des gleichschenkligen Dreiecks $= 30°$; man hat also, um einen Radius wie NP zu finden:

$$\sin 20° : \sin 30° = 1{,}633 : NP; \text{ daher } NP = 0{,}9428.$$

Man hätte auch den Radius als die mittlere Proportionallinie zwischen der ganzen Seite und ihrem Drittel finden können (vergl. S. 1854).

19 Um die **Entfernung vom Pole** für das Tetraeder zu finden, hat man zuerst in Fig. 65 $AE = NP = 0{,}9428$, also $AE^2 = 0{,}8885$; und da der Kugelhalbmesser $MA = 1$, so ist $MA^2 = 1$.

Um erst den Theil ME des Kugelradius MC zu finden, hat man im Dreieck MAE:

$$ME = \sqrt{1 - 0{,}8885} = \sqrt{0{,}1115} = 0{,}33393.$$

Man erhält also $EC = MC - ME = 1 - 0{,}33393 = 0{,}66607$; daher $EC^2 = 0{,}44364$.

Um nun die Entfernung vom Pole AC zu finden, hat man in dem Dreiecke ACE:

$$AC = \sqrt{(0{,}8885 + 0{,}44364)} = \sqrt{1{,}33213} = 1{,}154.$$

20 Um die **ganze Oberfläche des Tetraeders** zu berechnen, hat man erst den Flächeninhalt eines einzelnen Dreiecks zu finden. Man zieht in Fig. 66 MQ senkrecht auf NO, so ist MQ die Höhe; da nun $NM = 1{,}633$, und $NQ = 0{,}816$, so ist $NM^2 = 2{,}6667$, und $NQ^2 = 0{,}66586$; daher $NM^2 - NQ^2 = 2{,}00084$; man hat also:

$$MQ = \sqrt{2{,}00084} = 1{,}4145.$$

Um nun den Flächeninhalt f zu finden, hat man (S. 699 Nr. 24):

$$f = \frac{MQ \cdot NQ}{2} = 1{,}4145 \times 0{,}816 = 1{,}1547.$$

Die ganze Oberfläche F ist also (S. 1860 Nr. 15) in Quadratmaaß der Kugelradiuseinheit:

$$F = 4 \,.\, f = 4{,}6188.$$

21 Um den **körperlichen Inhalt des Tetraeders** zu finden, hat man F mit dem dritten Theile von ME in Fig. 65, d. h. mit 0,11131 zu multipliziren, da ME die Höhe einer kleinern Pyramide ist (vergl. S. 1860 Nr. 16). Bezeichnet man den körperlichen Inhalt mit T, so hat man im Kubikmaaße der Kugelradius-Einheit:

$$T = 4{,}6188 \times 0{,}11131 = 0{,}5132.$$

Um die Richtigkeit dieses körperlichen Inhalts zu prüfen, kann man auch das ganze Tetraeder wie eine dreiseitige Pyramide aus der Grundfläche und dem Drittel der ganzen Höhe berechnen (S. 1847 Nr. 7).

Die Grundfläche ist $f = 1{,}1547$; die Höhe des Tetraeders ist $= \frac{2}{3}$ des Diameters der Kugel, oder gleich DA in Fig. 62; da nun der Kugeldiameter $= 2$, so ist die Höhe $= \frac{4}{3}$ hievon ist das Drittel $= \frac{4}{9} = 0{,}4444$; also

$$I = 0{,}4444 \times 1{,}1547 = 0{,}513.$$

22 **Aufgabe.**

Die Flächenseite des Würfels oder Heraeders in Theilen des Kugelhalbmessers auszudrücken.

Auflösung.

Es ist, wenn S die Flächenseite, D den Durchmesser, R den Radius der Kugel bezeichnet, nach S. 1833 Nr. 6.

$$3S^2 = D^2; \text{ oder } S^2 = \frac{D^2}{3} = \frac{4R^2}{3};$$

daher wenn $R = 1$; $S = \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{1{,}333} = 1{,}1547$.

23 Will man aus der Flächenseite des Heraeders den Halbmesser des umschriebenen Kreises finden, so zeigt sich in Fig. 67, daß der Durchmesser des umschriebenen Kreises EB gleich der Diagonale des Quadrats ist; es ist aber die Diagonale gleich der Quadratwurzel aus dem doppelten Quadrate einer Seite; daher wenn d den Durchmesser des umschriebenen Kreises, und r den Radius bezeichnet, so hat man, da das Quadrat einer Seite $= 1{,}333$:

$$d = \sqrt{2{,}666} = 1{,}6328; \text{ also } r = 0{,}8164.$$

Aus diesem Halbmesser läßt sich dann auf die vorhin gezeigte Weise die Entfernung vom Pole $= 0{,}9192$ finden.

Die ganze Oberfläche des Würfels findet man leicht, indem man nur das Quadrat der Flächenseite $= 1{,}333$ mit 6 zu multipliziren braucht, welches 7,9999, oder 8 ergiebt, und zwar im Quadratmaaß des Kugelradius.

Der körperliche Inhalt des Würfels ist $= (1{,}1547)^3 = 1{,}5396$.

24 Das Quadrat der Flächenseite eines Oktaeders ist doppelt so groß, als das Quadrat des Halbmessers der umschriebenen Kugel.

Beweis (Fig. 67).

Es sei AEDBA ein Durchschnitt der Kugel durch ihren Mittelpunkt, und AEDB die Quadratfläche, welche mitten durch das Oktaeder geht, und gleichsam die gemeinschaftliche Grundfläche für die beiden vierseitigen Pyramiden bildet,

aus denen das Oktaeder besteht; der Buchstabe C bezeichnet nicht sowohl den Mittelpunkt der Kugel, als vielmehr die über der Fläche erhobene Spitze der einen vierseitigen Pyramide, oder den oberen Endpunkt des Kugelradius, welcher senkrecht auf der Fläche AEDB steht.

Der Umkreis ist durch die vier Punkte in vier gleiche Theile getheilt. Zieht man die Sehnen AB, BD, DE, EA, so ist jede die Sehne von 90°. Von dem Punkte C ziehe man nach den vier Punkten die Linien CA, CB, CD, CE, so erscheinen sie in der Zeichnung wie Radien des Kreises; sie sind aber, da C senkrecht über der Fläche steht, ebenfalls Sehnen von 90°, und sind daher den vorher genannten vier Sehnen gleich; daher sind sämmtliche Dreiecke ABC, BDC, DEC und EAC gleichseitig und einander kongruent.

Denkt man sich auf der andern Seite der Kreisfläche eben solch einen senkrechtstehenden Radius, und vier nach seiner Spitze hingeneigte gleichseitige Dreiecke, so hat man das Oktaeder.

Denkt man sich für einen Augenblick, C sei der Mittelpunkt des Kreises, und AC und CB seien Radien, so zeigt sich sogleich, daß $AB^2 = 2BC^2$ ist, d. h. das Quadrat der Flächenseite ist doppelt so groß, als das Quadrat des Kugelradius; also wenn AB = S, so hat man $S = \sqrt{2} = 1{,}4142$.

Aufgabe. 25

Ein Oktaeder in eine Kugel einzuschreiben.

Auflösung (Fig. 67).

Man errichtet in dem Halbkreise eines größten Kugeldurchschnittes senkrecht über dem Diameter AB einen Radius CD, und zieht die Sehne DB, diese ist alsdann die gesuchte Flächenseite; darauf verfährt man wie im vorigen Satze gezeigt.

Um den **Halbmesser des umschriebenen Kreises** bei dem Oktaeder zu finden, nimmt man die mittlere Verhältnißlinie zwischen der ganzen Seite und ihrem dritten Theile (vergl. S. 1833 Nr. 7). Da $S = 1{,}4142$, und $\frac{S}{3} = 0{,}4714$, so hat der Halbmesser des umschriebenen Kreises oder r folgenden Werth: 26

$$r = \sqrt{(1{,}4142 \times 0{,}4714)} = \sqrt{0{,}6666} = 0{,}8164.$$

Man kann auch den Halbmesser durch folgende Proportion finden (S. 806 Nr. 3):

$$\sin 120^\circ : \sin 30^\circ = 1{,}4142 : r;\ \text{alſo}\ r = 0{,}81649.$$

Da bei dem Tetraeder, Oktaeder und Ikosaeder gleichseitige Dreiecke die Flächen bilden, für welche die Halbmesser der umschriebenen Radien gesucht werden müssen, so kann man sich die logarithmische Berechnung der letzteren Proportion durch den konstanten Logarithmus des Quotienten $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ}$ erleichtern; zu diesem halbnegativen Logarithmus darf dann nur der Logarithmus der betreffenden Flächenseite addirt werden, um den Halbmesser des umschriebenen Kreises zu erhalten.

Es ist Log. sin 30° = 9,6989700

Log. sin 120° = Log. sin 60° = 9,9375306 (vergl. S. 656 Nr. 8);

also der konst. Logarithmus von $\frac{\sin 30^\circ}{\sin 120^\circ} = \overline{1},7614394$

Addirt man z. B. Log. 1,4142 = 0,1505108

so hat man Log. r $= \overline{1},9119502$; also r = 0,81649.

Macht man wieder, wie in Fig. 65, AB = 2r, d. h. den Durchmesser des umschriebenen Kreises zur Sehne des größten Kreises der Kugel, so findet man, wie auf S. 1861 Nr. 18 die Entfernung vom Pole.

27 Wenn man in einem regelmäßigen Fünfecke eine Diagonale von einer Ecke nach der zweitnächsten zieht, so ist die Mediane derselben gleich der Seite des Fünfecks (vergl. S. 738 Nr. 23).

Beweis (Fig. 68).

Es sei ADEFG ein regelmäßiges Fünfeck mit seinem umschriebenen Kreise, und AB der Durchmesser, C der Mittelpunkt desselben; AE ist eine Diagonale im Fünfeck. Der Radius CB halbirt die Seite EF (vergl. S. 728 Nr. 13), also ist BE die Seite des Zehnecks.

Verlängert man BE nach H, so daß BH = BC; zieht man ferner CH, und den Radius CE, so hat man die beiden gleichschenkligen Dreiecke BCE und BCH.

Da BE eine Zehnecksseite ist, so ist $\angle$ BCE $= \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ = \frac{4\,\Re.}{10}$ $= \frac{2}{5}\Re.$

Die beiden andern Winkel des Dreiecks BCE sind also zusammen $= 2 - \frac{2}{5}\Re. = \frac{8}{5}\Re.$; also, da das Dreieck gleichschenklig ist, jeder d. h. $\angle$ CBE = $\angle$ CEB $= \frac{4}{5}\Re.$

Weil BC = BH, so ist auch in dem gleichschenkligen Dreiecke BCH der Winkel BCH = BHC; ferner sind die beiden innern Winkel BCH + BHC = CBE als dem äußeren Winkel des Dreiecks, daher jeder von ihnen $= \frac{2}{5}\Re.$, weil CBE $= \frac{4}{5}\Re.$

Es ist also $\angle$ ECB + $\angle$ BCH $= \frac{4}{5}\Re.$; da aber auch $\angle$ CEB $= \frac{4}{5}\Re.$, so ist Δ ECH gleichschenklig; also auch HC = HE.

Es sind ferner die beiden Dreiecke ECH und BCE ähnlich, weil das erstere an der Grundlinie EC, das zweite an der Grundlinie BE gleiche Winkel mit dem andern hat; es sind also auch die dritten Winkel gleich, nämlich $\angle$ BCE = $\angle$ CHE. Aus der Aehnlichkeit folgt:

HC : CE = CE : EB

$$\text{oder} \quad HE : CE = CE : EB$$
$$\text{oder} \quad (EB + BH) : CE = CE : EB$$
$$\text{oder} \quad (EB + CE) : CE = CE : EB$$

Daher $(EB + CE) \cdot EB = CE^2$; oder $EB^2 + EB \cdot CE = CE^2$

Der letzte Ausdruck zeigt eine unvollständige quadratische Gleichung (vergl. S. 614 Nr. 4); das Binomium besteht aus EB und $\frac{CE}{2}$; daher hat man auf beiden Seiten $\frac{1}{4}CE^2$ zu addiren; daher

$$EB^2 + EB \cdot CE + \frac{1}{4}CE^2 = CE^2 + \frac{1}{4}CE^2 = \frac{5}{4}CE^2$$

$$\text{Daher} \quad EB + \frac{1}{2}CE = \sqrt{\frac{5}{4}CE^2}$$

$$\text{oder} \quad EB = \sqrt{\frac{5}{4}CE^2} - \frac{1}{2}CE.$$

Zieht man den Nenner 4 unter dem Wurzelzeichen hervor, so hat man:

$$EB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5\,CE^2} - \frac{1}{2}CE$$

$$\text{daher endlich} \quad EB = \frac{\sqrt{5\,CE^2} - CE}{2}$$

Um diese letzte Formel durch die Zeichnung darzustellen, sucht man zwischen CE, und 5 CE die mittlere Proportionallinie; diese heiße x, so hat man:

$$5\,CE : x = x : CE; \text{ also } x^2 = 5\,CE^2; \text{ und } x = \sqrt{5\,CE^2}$$

Von dieser Linie zieht man CE ab, und halbirt den Rest, so erhält man

$$\frac{x - CE}{2} = \frac{\sqrt{5\,CE^2} - CE}{2}$$

Man kann der obigen Gleichung $EB = \sqrt{\frac{5}{4}CE^2} - \frac{1}{2}CE$ noch eine bequemere Form geben, indem man CE^2 unter dem Wurzelzeichen hervornimmt; alsdann ist:

$$EB = CE \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2}CE.$$

Quadrirt man diese Gleichung, so erhält man:

$$EB^2 = \frac{5}{4}CE^2 - 2 \cdot CE \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} \cdot \frac{1}{2}CE + \frac{1}{4}CE^2$$

Nimmt man das letzte Glied nach vorne, und führt man die Multiplikation des mittleren Gliedes aus, so erhält man:

$$EB^2 = \frac{6}{4}CE^2 - CE^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke ABE ist

$$AE^2 = AB^2 - EB^2$$

oder da $AB = 2\,CB$; $AE^2 = 4\,CB^2 - EB^2$; und da ferner $CE = CB$

$$AE^2 = 4\,CB^2 - \frac{6}{4}\,CB^2 + CB^2\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\text{oder}\quad AE^2 = \frac{10}{4}\,CB^2 + CB^2\sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\text{oder}\quad 1)\ AE = \sqrt{\left(\frac{10}{4}\,CB^2 + CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}\right)}$$

Nach der oben (S. 738 Nr. 23) gegebenen Erklärung ist die Mediane einer Linie derjenige größere Theil derselben, welcher die mittlere Proportionallinie zwischen der ganzen Linie und dem kleineren Theile ist. Sucht man also die Mediane für AE, und bezeichnet sie durch m, so hat man:

$$AE : m = m : (AE - m)$$

$$\text{daher}\quad m^2 = AE^2 - AE\,m;\ \text{oder}\ m^2 + AE\,m = AE^2$$

Dies ist wieder eine unvollständige quadratische Gleichung; ihre Vervollständigung giebt:

$$m^2 + AE\,m + \frac{1}{4}\,AE^2 = AE^2 + \frac{1}{4}\,AE^2$$

$$\text{daher}\quad m + \frac{1}{2}\,AE = \sqrt{\frac{5}{4}\,AE^2} = AE \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$m = AE\sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{1}{2}\,AE$$

Quadrirt man diese Gleichung, so ist

$$m^2 = \frac{5}{4}\,AE^2 - AE^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}} + \frac{1}{4}\,AE^2$$

$$\text{oder}\quad m^2 = \frac{6}{4}\,AE^2 - AE^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

Setzt man statt AE^2 den vorher gefundenen Werth, so ist

$$m^2 = \frac{6}{4}\left(\frac{10}{4}\,CB^2 + CB^2\sqrt{\frac{5}{4}}\right) - \left(\frac{10}{4}\,CB^2 + CB^2\sqrt{\frac{5}{4}}\right)\sqrt{\frac{5}{4}}$$

Führt man bei diesem Ausdrucke die Multiplikationen aus, so erhält man aus dem ersten Gliede:

$$\frac{15}{4}\,CB^2 + \frac{6}{4}\,CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

aus dem zweiten Gliede

mit einiger Umstellung: $-\frac{5}{4}\,CB^2 - \frac{10}{4}\,CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$

also: $$m^2 = \frac{10}{4}\,CB^2 - CB^2 \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}$$

oder II) $m = \sqrt{\left(\frac{10}{4} CB^2 - CB^2 . \sqrt{\frac{5}{4}}\right)}$

Dieser Werth der Mediane der Diagonale AE unterscheidet sich von demjenigen der AE selbst in Gleichung I nur dadurch, daß das letzte Glied für AE positiv, hier für m negativ ist.

Es ist nun noch zu zeigen, daß dieser Werth von m demjenigen der Seite des Fünfecks gleich sei.

Es ist nach dem Vorigen (S. 1865) die Seite des Zehnecks

$$EB = \frac{\sqrt{5 CB^2} - CB}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{5 CB^2} - \frac{1}{2} CB$$

Es ist ferner $EK = \frac{1}{2} EF$

In dem rechtwinkligen Dreiecke CKE ist

$$CK = \sqrt{CE^2 - EK^2}$$

oder wenn man für EK seinen Werth nimmt:

$$CK = \sqrt{\left(CE^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

Es ist ferner $BK = CB - CK$; auch ist $CE = CB$; daher:

$$BK = CB - \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

oder $$BK^2 = CB^2 - 2 CB . \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)} + CB^2 - \frac{1}{4} EF^2$$

oder nach einigen Umstellungen:

$$BK^2 = 2 CB^2 - \frac{1}{4} EF^2 - 2 CB . \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

Addirt man auf beiden Seiten $EK^2 = \frac{1}{4} EF^2$, so erhält man, da sich + und — heben:

$$BK^2 + EK^2 = 2 CB^2 - 2 CB . \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

Es ist aber $BK^2 + EK^2 = EB^2$; also $EB^2 = 2 CB^2 - 2 CB . \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$

es ist aber auch $EB = \frac{1}{2}\sqrt{5 CB^2} - \frac{1}{2} CB = \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} - \frac{1}{2} CB$

Quadrirt man dies, so ist:

$$EB^2 = \frac{5}{4} CB^2 - 2 . \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} . \frac{1}{2} CB + \frac{1}{4} CB^2$$

Daher zusammengezogen:

$$EB^2 = \frac{6}{4} CB^2 - CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2}$$

Beide Werthe von EB^2 verglichen, ergeben:

$$2CB^2 - 2CB \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)} = \frac{6}{4} CB^2 - CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2}$$

$$\text{also } 2CB^2 - \frac{6}{4} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 2CB \cdot \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

$$\frac{1}{2} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 2CB \cdot \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

$$\frac{1}{2} CB + \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 2 \cdot \sqrt{\left(CB^2 - \frac{1}{4} EF^2\right)}$$

Der letzte Werth kommt aus dem vorletzten durch Division sämmtlicher Glieder mit CB. Quadrirt man auf beiden Seiten, so erhält man:

$$\frac{1}{4} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} + \frac{5}{4} CB^2 = 4 \cdot CB^2 - EF^2$$

$$\frac{6}{4} CB^2 + CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2} = 4 \cdot CB^2 - EF^2$$

Nimmt man EF^2 allein auf die linke Seite, so hat man:

$$EF^2 = 4 \cdot CB^2 - \frac{6}{4} CB^2 - CB \cdot \sqrt{\frac{5}{4} CB^2}$$

$$EF^2 = \frac{10}{4} CB^2 - CB \cdot CB \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$EF^2 = \frac{10}{4} CB^2 - CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\text{also III) } EF = \sqrt{\frac{10}{4} CB^2 - CB^2 \sqrt{\frac{5}{4}}}$$

Dieser Werth stimmt vollkommen mit dem in der Gleichung II für m gefundenen überein. Es ist aber EF die Seite des gleichseitigen Fünfecks, und ist daher der Mediane der Diagonale AE gleich.

28 Die Mediane der Flächenseite des eingeschriebenen Würfels ist gleich der Flächenseite des eingeschriebenen Dodekaeders.

Beweis (Fig. 69).

In den vier Fünfecken, welche einen Theil der Oberfläche des Dodekaeders darstellen, ziehe man die Diagonalen AB, BC, CD, DA; diese sind wegen der Gleichheit der Fünfecke sämmtlich gleich.

Denkt man sich die Kugel, in welcher das Dodekaeder eingeschrieben ist, längs der Fläche ABCDA geschnitten, so ist der Durchschnitt ein Kreis, und jede der Linien ist eine Chorde von 90°; demnach ist ADCBA ein Quadrat.

Theilt man, wie in Fig. 69, jedes Fünfeck in drei Dreiecke, so besteht die ganze Oberfläche aus 36 Dreiecken. Von denen befinden sich 6 über dem Quadrate ABCDA; also lassen sich im ganzen Dodekaeder 6 solche Quadrate beschreiben, und diese bilden einen Würfel. Weil aber dieser Würfel mit seinen Spitzen die Oberfläche der Kugel berührt, so ist er das eingeschriebene Hexaeder.

Es ist demnach die Diagonale eines Fünfecks, wie AB oder BC u. s. w., die Flächenseite des eingeschriebenen Würfels. Sucht man nun die Mediane einer solchen Diagonale, so erhält man nach dem vorigen Satze die Flächenseite des Dodekaeders.

Aufgabe. 29

In eine gegebene Kugel ein Dodekaeder einzuschreiben.

Auflösung (Fig. 46).

Es sei ACB ein größter Halbkreis der Kugel; man theilt den Durchmesser AB derselben in 3 gleiche Theile, so daß $DB = \frac{1}{3}$ AB; darauf zieht man DC senkrecht auf AB, und zieht CB; alsdann ist CB die Flächenseite des eingeschriebenen Würfels (vergl. S. 1833 Nr. 7).

Darauf verlängert man AC bis auf G, so daß $CG = \frac{1}{2}$ CB; ferner macht man $GH = GC$, und $Bd = BH$; alsdann ist Bd die Mediane der Linie CB (vergl. S. 738 Nr. 23), und daher (nach S. 1868 Nr. 27) die gesuchte Flächenseite des Dodekaeders.

Aufgabe. 30

Die Flächenseite S des Dodekaeders in Theilen des Kugelhalbmessers $R = \frac{1}{2}D$ auszudrücken.

Auflösung.

Nach S. 1868 Nr. 28 ist die Flächenseite des Dodekaeders die Mediane x der Flächenseite des in die Kugel eingeschriebenen Würfels; diese letztere ist (vergl. S. 1833 Nr. 7) gleich $D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$; man hat also:

$$D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} : x = x : \left(D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - x\right)$$

$$x^2 = D\sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \left(D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - x\right)$$

$$x^2 = \frac{1}{3} \cdot D^2 - xD \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$x^2 + xD \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} D^2$$

Vervollständigt man diese quadratische Gleichung, so hat man:

$$x^2 + x \cdot D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{1}{12} D^2 = \frac{5}{12} D^2;$$

es ist nämlich $\left(\frac{1}{2} D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{4} \cdot D^2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} D^2$

Demnach $x + \frac{1}{2} D \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = D \cdot \sqrt{\frac{5}{12}}$

$$x = D \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{12}} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}\right) = D \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{1}{12}}\right)$$

Zerlegt man den Nenner 12 in $3 \cdot 4$, und zieht 4 unter dem Wurzelzeichen hervor, so hat man:

$$x = \frac{1}{2} D \cdot \left(\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$$

Da $\sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ und $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (vergl. S. 502 Nr. 14)

so ist $S = x = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{3}}\right) = R \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{3}}$

Setzt man nun $R = 1$, so hat man $R = 0{,}71364$.

Hieraus lassen sich dann die übrigen Bestimmungen des Dodekaeders finden (vergl. S. 1857 bis 1860).

31 Aufgabe.

Die Hauptbestimmungen des Dodekaeders mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie zu finden.

Auflösung.

Bezeichnet man die Größe der Flächenseite eines regelmäßigen Körpers durch x, und die Zahl solcher Seiten in jeder Grenzfläche durch n: so ist der Umfang einer solchen $f = nx$.

Bezeichnet man ferner den Halbmesser des um eine solche Grundfläche beschriebenen Kreises mit y: so ist das Perpendikel p aus dem Mittelpunkte dieses Kreises auf jede der Flächenseiten die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse y, und dessen andere Kathete die halbe Flächenseite oder $\frac{1}{2} x$ ist; man hat also $p = \sqrt{\left(y^2 - \left(\frac{1}{2} x\right)^2\right)} = \sqrt{\left(y^2 - \frac{1}{4} x^2\right)}$.

Bezeichnet man den Halbmesser der umschriebenen Kugel mit R: so ist das Perpendikel p', welches vom Kugelmittelpunkte auf eine Grundfläche herabgelassen wird, die Kathete eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Hypotenuse R und dessen andre Kathete y ist; man hat also $p' = \sqrt{(R^2 - y^2)}$.

Multiplizirt man die Anzahl der Grundflächen, N, mit dem Flächeninhalte

einer jeden derselben, oder mit f: so hat man die ganze Oberfläche des Polyeders, oder $F = Nf$; und multiplizirt man diese ganze Oberfläche mit einem Drittel des Perpendikels p': so hat man den kubischen Inhalt des ganzen Polyeders, oder $K = \frac{1}{3} p' \cdot F = \frac{1}{3} NF \cdot \sqrt{(R^2 - y^2)}$, wie schon oben (S. 1868 Nr. 18).

Denkt man sich durch den Mittelpunkt der Kugel, und durch die Seiten der das Polyeder begrenzenden Flächen Bogen größter Kreise gelegt: so entsteht für jedes Polygon auf der Oberfläche des Polyeders ein sphärisches Polygon von gleich vielen Seiten auf der Oberfläche der Kugel. Man erhält auf diese Art auch ein Netz (vergl. S. 1828 Nr. 4) für die ganze Kugeloberfläche, welches aus eben so viel sphärischen Vielecken besteht, als das Netz oder die Oberfläche des Polyeders Grenzflächen enthält. Bezeichnet man die ganze Kugeloberfläche mit S, und die Anzahl der Grenzflächen, wie vorher, mit N: so ist der Flächeninhalt eines jeden einzelnen sphärischen Polygons, oder $\Sigma = \frac{S}{N}$.

Um jeden Winkelpunkt eines solchen sphärischen Netzes, d. h. um einen solchen Punkt des Netzes, in welchem die Spitze eines körperlichen Winkels vorgezeichnet ist, beträgt die Summe aller sphärischen Winkel 360°. Wird nun ein körperlicher Winkel des Polyeders von 3 ebenen Winkeln eingeschlossen, wie beim Tetraeder, Hexaeder und Dodekaeder (vergl. die Figuren und Netze der fünf regelmäßigen Körper Tafel XXXV, D, Fig. 23 — 32), so ist jeder sphärische Winkel $= \frac{360}{3} = 120°$; bilden 5 ebene den körperlichen Winkel, wie beim Ikosaeder, so ist jeder sphärische $= \frac{360}{5} = 72°$

Wird der regelmäßige Körper, wie das Dodekaeder von fünfeckigen Grenzflächen, und jeder körperliche Winkel desselben von drei ebenen eingeschlossen, so ist jeder Winkelpunkt des Netzes von 3 sphärischen Winkeln umgeben, von denen also jeder = 120°. Das sphärische Fünfeck, welches auf der Oberfläche der Kugel dem ebenen Fünfecke entspricht, enthält fünf solcher sphärischer Winkel; also ihre Summe ist = 600°.

Will man nun den Flächeninhalt eines sphärischen Polygons finden, so hat man sich zuerst an die Formel (S. 1394, oben) zu erinnern, nach welcher der Flächeninhalt eines sphärischen Dreiecks berechnet wird; sie heißt, wenn A, B, C die drei sphärischen Winkel bezeichnen:

$$\Delta ABC = \frac{A + B + C - 180°}{720°} \cdot 4 r^2 \pi$$

Es ist aber $4 r^2 \pi$ (vergl. S. 1220, oben) die ganze Kugeloberfläche, oder nach der jetzigen Bezeichnung S, daher:

$$\Delta ABC = \frac{A + B + C - 180°}{720°} \cdot S$$

Löst man diese Gleichung in eine Proportion auf, so hat man:

$$\Delta ABC : S = (A + B + C - 180°) : 720°$$

d. h. der Flächeninhalt eines sphärischen Dreiecks verhält sich zur ganzen Kugeloberfläche, wie der Ueberschuß der Summe seiner drei sphärischen Winkel über 180° zu acht Rechten.

Ist nun ein anderes Polygon, als ein Dreieck gegeben, so kann man aus einem Winkelscheitel desselben Bogen größter Kreise nach den übrigen Winkelscheiteln ziehen; diese theilen dann als sphärische Diagonalen das Polygon in mehrere sphärische Dreiecke, von denen jedes einzelne nach obiger Formel berechnet werden kann.

Z. B. das sphärische Fünfeck A, B, C, D, E, Tafel XXXV, D, Fig. 70, ist durch die beiden Bogen AC und AD in drei sphärische Dreiecke getheilt.

Man sieht sogleich ein, daß jedes Polygon in so viele Dreiecke getheilt werden kann, als es Seiten hat, weniger zwei; also ein n-Eck in $n-2$ Dreiecke; indem zwei Seiten des Polygons zu Seiten der beiden äußersten Dreiecke werden. Die Summe der Diagonalen ist offenbar um 1 geringer als die Zahl der Dreiecke, d. h $= n - 3$.

Setzt man die Summe aller sphärischen Winkel im ganzen Polygon $= s$, und die Winkelsumme im Dreieck $ABC = s'$, in $ACD = s''$, in ADE''', so ist:

$$\Delta\, ABC = \frac{s' - 180^\circ}{720^\circ} \cdot S;\ \Delta\, ACD = \frac{s'' - 180^\circ}{720^\circ}\, S;\ \Delta\, ADE = \frac{s''' - 180^\circ}{720^\circ}\, S;$$

Da nun $s = s' + s'' + s'''$, so ist:

$$\text{Fünfeck } ABCDE = \frac{s - (n-2)\cdot 180^\circ}{720^\circ} \cdot S$$

Da aber im Fünfeck $s = 600^\circ$, $n = 5$; also $(n-2) = 3$ ist, so hat man:

$$\text{Fünfeck } ABCDE = \frac{600 - 540}{720} \cdot S = \frac{S}{12}$$

Da aber nach dem Vorigen der Flächeninhalt des Polygons $= \frac{S}{N}$, so zeigt sich (was oben S. 1856 Nr. 8 auf andere Weise gefunden), daß ein regelmäßiges Polyeder mit fünfeckigen Grenzflächen deren nur 12 haben kann, da $N = 12$ ist.

Es ist nun, wenn der Halbmesser der Kugel $= 1$ ist, $S = 4 \cdot r^2 \cdot \pi = 12{,}5663706$, also das sphärische Fünfeck $= 1{,}04719475$.

Es sei die Seitenanzahl eines regelmäßigen sphärischen Polygons $= n$; alsdann machen alle Winkel um den Pol desselben herum zusammen 4 rechte Winkel, oder 360°, also jeder derselben ist $= \frac{360^\circ}{n}$; solch ein Polwinkel werde mit α bezeichnet.

Man bezeichne ferner die Seite des sphärischen Polygons mit η, und jeden sphärischen Polygonalwinkel mit ϑ; endlich einen vom Pole nach den Ecken gezogenen Bogen mit φ; jeder solcher Bogen halbirt in einem regelmäßigen Vielecke den Polygonalwinkel. In Fig. 70 sei P der Pol; alsdann sind die Winkel bei P wie APB, BPC u. s. w. jeder $= \alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

Die Seiten oder Bogen AB, BC u. s. w. jeder $= \eta$; jeder Polygonalwinkel wie ABC, BCD u. s. w, $\vartheta = \frac{360^o}{3} = 120^o$; jeder Bogen, wie PA, PB u. s. w. $= \varphi$, und durch ihn jeder Winkel wie PAB, PBC u. s. w. $= \frac{1}{2}\ \vartheta$ $= 60^o$

Halbirt man einen Winkel α, z. B. APB durch einen Bogen PQ so wird, weil das Dreieck APB gleichschenklig ist, auch die Seite AB halbirt, und der Bogen PQ steht senkrecht auf dem Bogen AB; es ist also Winkel APQ $= \frac{1}{2}\alpha$ $= 36^o$, und die Seite AQ $= \frac{1}{2}\ \eta$.

In jedem sphärischen Dreiecke (vergl. S. 1384 Nr. 3, Gleichung I) verhalten sich die Sinus der Winkel wie die Sinus der ihnen gegenüberliegenden Seiten. Man hat also in dem Dreieck APB

$$\sin\varphi : \sin\eta = \sin\frac{1}{2}\vartheta : \sin\alpha$$

$$\text{also} \quad \sin\varphi = \frac{\sin\eta \cdot \sin{}^1\!/\!_2\,\vartheta}{\sin\alpha}$$

und in dem rechtwinkligen Dreiecke APQ, da $\sin 90^o = 1$:

$$\sin\varphi : \sin\frac{1}{2}\eta = 1 : \sin\frac{1}{2}\alpha$$

$$\text{I)} \quad \sin\varphi = \frac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$$

Man hat aus beiden Gleichungen:

$$\frac{\sin\eta \cdot \sin\frac{1}{2}\vartheta}{\sin\alpha} = \frac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$$

Es ist aber (vergl. S. 744 Nr. 4), wenn $r = 1$,

$$\sin\eta = 2 \cdot \left(\sin\frac{1}{2}\eta \cdot \cos\frac{1}{2}\eta\right)$$

$$\text{und} \quad \sin\alpha = 2 \cdot \left(\sin\frac{1}{2}\alpha \cdot \cos\frac{1}{2}\alpha\right)$$

Daher:

$$\frac{2 \cdot \sin\frac{1}{2}\eta . \cos\frac{1}{2}\eta . \sin\frac{1}{2}\vartheta}{2 . \sin\frac{1}{2}\alpha \cdot \cos\frac{1}{2}\alpha} = \frac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$$

Multiplizirt man gegenseitig mit den Nennern, und läßt die gleichen Faktoren fort, so ist:

$$\cos\frac{1}{2}\eta\cdot\sin\frac{1}{2}\vartheta=\cos\frac{1}{2}\alpha=\cos\frac{180^\circ}{n}$$

Durch diese Gleichung läßt sich ϑ bestimmen, wenn η gegeben ist, und umgekehrt: man hat nämlich:

$$\text{II)}\ \sin\frac{1}{2}\vartheta=\frac{\cos\frac{180^\circ}{n}}{\cos\frac{1}{2}\eta};\ \text{und III)}\ \cos\frac{1}{2}\eta=\frac{\cos\frac{180^\circ}{n}}{\sin\frac{1}{2}\vartheta}$$

Ist die Seite des Vierecks gegeben, so braucht man nur in die Gleichung I) für $\sin\varphi$, statt η seinen Werth setzen. Ist der Polygonalwinkel ϑ gegeben, so berechnet man zuerst die Seite η, und dann weiter wie vorher.

Wendet man obige Formeln auf das Dodekaeder an, so hat man, da $\alpha = 72^\circ$, und $\vartheta = 120^\circ$, und $n = 5$:

$$\cos\frac{1}{2}\eta=\frac{\cos 36^\circ}{\sin 60^\circ}$$

In einem regelmäßigen ebenen Fünfecke ist jede Seite $= 2 . \sin\frac{1}{2}\ 36^\circ$ (vergl. S. 722), weil der Centrumwinkel $= 72^\circ$

Der Sinus von 36° ist also die Hälfte der Seite eines solchen regelmäßigen ebenen Fünfecks, welches in einen Kreis eingeschrieben, dessen Radius $= 1$ ist.

Es ist (vergl. S. 1868, Gleichung III) die Seite des Fünfecks:

$$x=\sqrt{\left(\frac{10}{4}-\sqrt{\frac{5}{4}}\right)}$$

Es ist aber (vergl. S. 502 Nr. 14): $\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{2\cdot\sqrt{5}}{4}$;

demnach:

$$x=\sqrt{\left(\frac{10-2\sqrt{5}}{4}\right)}=\frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2}$$

Daher $\sin 36^\circ=\frac{1}{2}x=\frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{4}$; also $\sin^2 36^\circ=\frac{10-2\sqrt{5}}{16}$

Da nun $\cos^2 36^\circ = R^2 - \sin^2 36^\circ$ (vergl. S. 744 Nr. 4), so hat man, wenn $R = 1 = \frac{4}{4}$; also $R^2=\frac{16}{16}$:

$$\cos^2 36^\circ=\frac{16-(10-2\sqrt{5})}{16}=\frac{6+2\sqrt{5}}{16};$$

$$\text{M)}\ \cos 36^\circ=\frac{\sqrt{(6+2\sqrt{5})}}{4};$$

da nun der Radius = 1 die Seite eines regelmäßigen Sechsecks, also = $2 \cdot \sin 30^\circ$ ist (vergl. S. 653 Nr. 8), so ist $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; und $\cos^2 60^\circ = \frac{1}{4}$; es ist ferner $R = 1 = \frac{2}{2}$; also $R^2 = \frac{4}{4}$; man hat also:

$$\sin^2 60^\circ = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4};$$

also $\sin 60^\circ = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; oder:

$$N) \quad \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}.$$

Man kann der obigen Gleichung M für $\cos 36^\circ$ noch eine bequemere Form geben. Es ist $\cos 36^\circ = \sin 54^\circ$; bezeichnet man einen Bogen von 90°, oder den Quadranten des Kreises, durch q, so ist $\frac{1}{5}q = 18^\circ$; daher $\sin 54^\circ = \sin \frac{3}{5}q$. Setzt man ferner $\sin 18^\circ = \sin \frac{1}{5}q = \gamma$, so ist 2γ die Sehne von $\frac{2}{5}q$ (vergl. S. 652 Nr. 7); da nun $\frac{2}{5}q = 36^\circ$, und 36° der Centrumwinkel des regelmäßigen Zehnecks ist, so muß 2γ die Seite eines eingeschriebenen regelmäßigen Zehnecks sein.

Man hat nach S. 1865 oben, und Fig. 68 für die Zehnecksseite EB folgende Gleichung:

$$EB^2 + (CB \cdot EB) = CB^2; \text{ oder } EB^2 = CB^2 - (CB \cdot EB).$$

Setzt man hierin statt EB die Größe 2γ, und statt CB den Radius 1, so erhält man:

$$4\gamma^2 = 1 - 2\gamma = 1 \,.\, (1 - 2\gamma).$$

Löst man diese Gleichung in eine Proportion auf, so ist:

$$1 : 2\gamma = 2\gamma : (1 - 2\gamma),$$

d. h. die Seite des Zehnecks ist (vergl. S. 738 Nr. 23) die Mediane zwischen dem ganzen Radius und seinem durch Abziehung der Zehnecksseite entstandenen Reste.

Da $4\gamma^2 = 1 - 2\gamma$, so ist $4\gamma^2 + 2\gamma = 1$; oder wenn man beiderseits durch 4 dividirt

$$\gamma^2 + \frac{1}{2}\gamma = \frac{1}{4};$$

oder nach Vervollständigung der quadratischen Gleichung;

$$\gamma^2 + \frac{1}{2}\gamma + \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + \frac{1}{16}; \text{ also } \left(\gamma + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{5}{16}; \text{ daher}$$

$$\gamma + \frac{1}{4} = \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} \,.\, \sqrt{5}$$

Daher ferner:

$$\gamma = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{5} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}.(\sqrt{5} - 1) = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$$

Dies stimmt mit dem oben S. 1865 gefundenen Werthe überein, indem dort für die Zehneckseite EB, oder 2γ gefunden worden:

$$2\gamma = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Da nun $\gamma = \sin \frac{1}{5} q$, so hat man: $\sin \frac{1}{5} q = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$; quadrirt man, so ist:

$$\sin^2 \frac{1}{5} q = \frac{5 - 2\sqrt{5} + 1}{16} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{16}$$

Hieraus erhält man:

$$1 - \sin^2 \frac{1}{5} q = \cos^2 \frac{1}{5} q = \frac{10 + 2\sqrt{5}}{16}$$

Es ist (vergl. S. 744 Nr. 4) $\cos \frac{2}{5} q = \cos^2 \frac{1}{5} q - \sin^2 \frac{1}{5} q$; daher:

$$\frac{10 + 2\sqrt{5} - 6 + 2\sqrt{5}}{16} = \cos \frac{2}{5} q = \frac{4 + 4\sqrt{5}}{16} = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}.$$

Man hat also, da $\frac{1}{5} q = 18^\circ$:

$$\text{P)} \quad \cos 36^\circ = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$$

Nimmt man nun den Werth aus dieser Gleichung zum Zähler, und denjenigen aus der Gleichung N zum Nenner, so hat man (vergl. S. 1874):

$$\cos \frac{1}{2} \eta = \frac{1 + \sqrt{5}}{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$

Es ist hiernach $\cos^2 \frac{1}{2} \eta = \frac{1 + 2\sqrt{5} + 5}{4 \cdot 3} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{12} = \frac{3 + \sqrt{5}}{6}$

daher $1 - \cos^2 \frac{1}{2} \eta = \sin^2 \frac{1}{2} \eta = \left(\frac{6}{6} - \frac{3 + \sqrt{5}}{6}\right) = \frac{3 - \sqrt{5}}{6}$;

daher $$\sin \frac{1}{2} \eta = \frac{\sqrt{(3 - \sqrt{5})}}{\sqrt{6}}$$

Es ist nach obigen Bezeichnungen (S. 1872) η die Seite des regelmäßigen sphärischen Fünfecks; und (vergl. S. 1874) x die Seite des regelmäßigen geradlinigen Fünfecks, und zugleich die Sehne der Seite des sphärischen Fünfecks,

d. h. die Sehne des Bogens η; also (vergl. S. 652 Nr. 7) : $x = 2 R \sin \frac{1}{2} \eta$.

Nimmt man nun

$$\sin^2 \frac{1}{2} \eta = \frac{3 - \sqrt{5}}{6} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{12} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4 \cdot 3},$$

so ist $$\sin \frac{1}{2} \eta = \frac{\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

Daher Q) $$x = 2 \cdot R \sin \frac{1}{2} \eta = \frac{R \cdot \sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{3}}$$

Sieht man $6 - 2\sqrt{5}$ als ein vollständiges Quadrat eines Binomiums an, so muß man zuerst 6 in 5 + 1 zerlegen; alsdann findet man:

$$\sqrt{(6 - 2\sqrt{5})} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{5} + 1)} = \sqrt{5} - 1$$

Daher Q') $$x = 2 \cdot R \sin \frac{1}{2} \eta = \frac{R \cdot (\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{3}}$$

Man kann auf ähnliche Art finden, daß $\sqrt{(6 + 2\sqrt{5})} = \sqrt{5} + 1$; daher läßt sich auch die obige Gleichung M ohne geometrische Deduktion unmittelbar in die Gleichung P verwandeln.

Die Gleichung Q giebt also den Werth der Flächenseite oder Kante des Dodekaeders, wenn R den Halbmesser der Kugel bezeichnet; dieser mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie gefundene Werth stimmt mit dem oben (S. 1870 Nr. 30) erhaltenen völlig überein.

In dem rechtwinkligen sphärischen Dreiecke APQ, Fig. 70 ist bekannt $\angle Q = 90^\circ$, die Seite $QA = \frac{1}{2} \eta$, und $\angle QPA$, oder $\frac{1}{2} \alpha = 36^\circ$, als halber Polwinkel (S. 1872). Um nun die Hypotenuse $PA = \varphi$, d. h. die Entfernung eines Eckpunktes vom Pole des umschriebenen Kreises zu finden, hat man (vergl. S. 1380, Nr. 5, Gleichung I):

$$\sin \frac{1}{2} \alpha : \sin \frac{1}{2} \eta = r : \sin \varphi; \text{ also } \sin \varphi = \frac{\sin \frac{1}{2} \eta}{\sin \frac{1}{2} \alpha}.$$

Es ist nun $\sin \frac{1}{2} \eta = \frac{\sqrt{(3 - \sqrt{5})}}{\sqrt{6}}$ und $\sin \frac{1}{2} \alpha = \sin 36^\circ = \frac{\sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{4}$, nämlich gleich der halben Seite eines ebenen Fünfecks; daher:

S) $$\sin \varphi = \frac{4 \cdot \sqrt{(3 - \sqrt{5})}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}$$

Diesen Ausdruck kann man noch bequemer zur Rechnung machen, und zwar nach folgender allgemeinen Regel: wenn ein Bruch Wurzelgrößen unter dem Wurzelzeichen eines Binomiums enthält, wie hier $-\ 2\sqrt{5}$, so multiplizirt man Zähler und Nenner mit einer Wurzelgröße, welche dieselben binomischen Elemente, aber ein entgegengesetztes Zeichen hat. Da nämlich (vergl. S. 446 Nr. 8) $(a + b) \,.\, (a - b) = a^2 - b^2$, also kein Produkt $2\,ab$ darin erscheint, so wird auch, im Fall $b = \sqrt{x}$, diese Wurzelgröße verschwinden müssen. Multiplizirt man demnach den obigen Werth von $\sin\varphi$ im Zähler und Nenner mit $\sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}$, so erhält man:

$$\sin\varphi = \frac{4\,.\,\sqrt{(3-\sqrt{5})}\,.\,\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{\sqrt{6}\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}\,.\,\sqrt{(10+2\sqrt{5})}} = \frac{4\,.\,\sqrt{(30-4\sqrt{5}-10)}}{\sqrt{6}\,.\,\sqrt{(100-20)}}$$

$$= \frac{4\,.\,\sqrt{(20-4\sqrt{5})}}{\sqrt{6}\,.\,\sqrt{80}} = \frac{4\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{(480)}}$$

Zerlegt man den Nenner 480 in die drei Faktoren 16 . 2 . 15, so ist $\sqrt{16}\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{15} = 4\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{15}$; daher:

$$\sin\varphi = \frac{4\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{4\,.\,\sqrt{2}\,.\,\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{15}}$$

Bezeichnet man nun (vergl. S. 1870) mit y den Halbmesser des um das Fünfeck beschriebenen Kreises, so hat man:

$$\text{T)}\quad y = R\,.\,\sin\varphi = \frac{R\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{15}}$$

Es ist ferner das Perpendikel von dem Mittelpunkte dieses umschriebenen Kreises auf jede Flächenseite, oder $p = \sqrt{\left(y^2 - \frac{1}{4}\,x^2\right)}$.

Quadrirt man die eben gefundenen Werthe für y und x in den Gleichungen Q und T, und dividirt x durch 4, so erhält man:

$$y^2 - \frac{1}{4}\,x^2 = \frac{R^2\,.\,(10-2\sqrt{5})}{15} - \frac{R^2\,.\,(6-2\sqrt{5})}{4\,.\,3}$$

Sondert man den gemeinschaftlichen Faktor R^2 ab, und bringt die beiden Brüche auf einen gemeinschaftlichen Nenner, so ist:

$$\text{U)}\quad y^2 - \frac{1}{4}\,x^2 = R^2\,.\left(\frac{120 - 24\sqrt{5} - 90 + 30\sqrt{5}}{15\,.\,4\,.\,3}\right) = R^2\,.\left(\frac{30+6\sqrt{5}}{3\,.\,4\,.\,15}\right)$$

$$\sqrt{\left(y^2 - \frac{1}{4}\,x^2\right)} = \frac{\sqrt{R^2\,.\,3\,.\,(10+2\sqrt{5})}}{3\,.\,4\,.\,15} = \frac{R\,.\,\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{2\sqrt{15}} = p$$

Bezeichnet man mit p' das Perpendikel vom Mittelpunkte der Kugel auf

den Mittelpunkt einer Fläche oder eines umschriebenen Kreises, so hat man $p' = \sqrt{(R^2 - y^2)}$; also nach obigem Werthe von y:

$$(p')^2 = R^2 - \frac{R^2 . (10 - 2\sqrt{5})}{15} = R^2 . \frac{(15 - 10 + 2\sqrt{5})}{15} = \frac{R^2(5 + 2\sqrt{5})}{15}$$

$$\text{V)} \quad p' = \frac{R . \sqrt{(5 + 2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Es ist nun der Flächeninhalt eines solchen Fünfecks $f = \frac{1}{2} p . x . n$ (vergl. S. 722), worin n die Seitenzahl der Fläche, also hier 5 bezeichnet; nimmt man die Werthe $\frac{1}{2}$ p und x aus der obigen Gleichung, so hat man:

$$\text{W)} \quad f = \frac{R . \sqrt{(10 + 2\sqrt{5})}}{2 . 2 . \sqrt{15}} \cdot \frac{R . \sqrt{(6 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{3}} . 5 = \frac{R^2 . 5 . \sqrt{(40 - 8\sqrt{5})}}{2 . 2 . \sqrt{3} . \sqrt{5} . \sqrt{3}}$$

$$= \frac{R^2 . 5 . \sqrt{4} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{\sqrt{5} . 2 . 2 . 3} = \frac{R^2 . \sqrt{5} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}}{6}$$

Es hebt sich nämlich $\sqrt{4}$ oben und 2 unten, eben so giebt 5 dividirt durch $\sqrt{5}$ einen Zähler $\sqrt{5}$.

Multiplizirt man diesen Flächeninhalt einer Grenzfläche mit der Zahl der Flächen N, hier bei dem Dodekaeder = 12, so erhält man die ganze Oberfläche F; daher, indem 12 dividirt durch 6 gleich 2:

$$\text{X)} \quad F = 12 f = 2 . R^2 . \sqrt{5} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})}.$$

Diese Oberfläche mit $\frac{1}{3}$ des Perpendikels p' vom Mittelpunkt der Kugel aus multiplizirt, giebt den kubischen Inhalt D des Dodekaeders; daher nach den Werthen in der Gleichung V und X:

$$D = 2 . R^2 . \sqrt{5} . \sqrt{(10 - 2\sqrt{5})} \cdot \frac{R . \sqrt{(5 + 2\sqrt{5}}}{3 . \sqrt{15}}$$

$$= \frac{2 R^3 . \sqrt{5} . \sqrt{(30 + 10\sqrt{5})}}{\sqrt{5} . 3 . \sqrt{3}}$$

Quadrirt man das Binomium $5 + \sqrt{5}$, so erhält man $25 + 10\sqrt{5} + 5$, es ist also $\sqrt{(30 + 10\sqrt{5})} = 5 + \sqrt{5}$; man hat daher:

$$\text{Y)} \quad D = p . \frac{2 R^3 . (5 + \sqrt{5})}{3 . \sqrt{3}}$$

Man hat nun aus den obigen Formeln:

1) Flächenseite oder Kante des Dodekaeders, $x = 0{,}713644 . R.$
2) Inhalt einer einzelnen Grenzfläche, $f = 0{,}876218 . R^2$

3) Halbmesser des umschriebenen Kreises, $y = 0{,}607062 \,.\, R$.
4) Ganze Oberfläche des Dodekaeders, $F = 10{,}514616 \,.\, R^2$
5) Kubischer Inhalt des Dodekaeders, $D = 2{,}785164 \,.\, R^3$.

Aufgabe.

32 Die Bestimmungen des Ikosaeders mit Hülfe der sphärischen Trigonometrie zu finden.

Auflösung.

Im Ikosaeder ist die Seitenzahl der Fläche $n = 3$, da seine Oberfläche aus 20 gleichseitigen Dreiecken besteht (vergl. S. 1828), jeder Winkel um den Pol oder $\alpha = \frac{360}{3} = 120^\circ$, jeder sphärische Winkel, welcher an den Eckpunkten der körperlichen Winkel des Ikosaeders liegt, oder $\vartheta = \frac{360}{5} = 72^\circ$; denn wie Tafel XXXV, D, Fig. 27 zu sehen ist, stoßen fünf ebene Winkel zu jedem körperlichen zusammen. Da also auch fünf sphärische Seiten daselbst zusammenstoßen, indem jede ein größter Bogen für die darunterliegende gerade Flächenseite oder Kante als Sehne ist: so kann jeder der von den sphärischen Seiten gebildete Winkel nur ein Fünftel von 360° enthalten.

Ein jedes sphärische Dreieck, welches über einer ebenen Dreiecksfläche liegt, hat eine Seite $= \eta$; der Werth derselben ergiebt sich (vergl. S. 1874) aus der Gleichung:

$$\text{A)} \quad \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{\cos\frac{1}{2}\alpha}{\sin\frac{1}{2}\vartheta} = \frac{\cos\ 60^\circ}{\sin\ 36^\circ}$$

Es ist $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$; da $2 \,.\, \sin 30^\circ = 1$, d. h. als Seite des regelmäßigen eingeschriebenen Sechsecks gleich dem Radius ist (vergl. S. 653 Nr. 8). Ferner ist $\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{4}$, d. h. gleich der halben Fünfecksseite (vergl. S. 1877); man hat also;

$$\text{B)} \quad \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{2}{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}$$

Multiplizirt man Zähler und Nenner mit $\sqrt{(10+2\sqrt{5})}$, so hat man (S. 1878):

$$\frac{2\cdot\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}\cdot\sqrt{(10+2\sqrt{5})}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{(100-20)}}$$

$$\frac{2\cdot\sqrt{2}\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{80}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{10}} = \frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{4}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}$$

$$\frac{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{2\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}$$

Daher:

$$C) \quad \cos\frac{1}{2}\eta = \frac{\sqrt{(5+\sqrt{5})}}{\sqrt{10}}$$

$$\sin\frac{1}{2}\eta = \sqrt{\left(1-\cos^2\frac{1}{2}\eta\right)} = \sqrt{\left(1-\frac{(5+\sqrt{5})}{10}\right)} = \frac{\sqrt{(10-5-\sqrt{5})}}{10}$$

$$D) \quad \sin\frac{1}{2}\eta = \frac{\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{10}}$$

Hieraus hat man für die Flächenseite oder Kante des Ikosaeders:

$$x = 2R . \frac{\sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{10}}$$

Nimmt man 2 unter das Wurzelzeichen, so hat man:

$$x = R . \frac{\sqrt{(20-4\sqrt{5})}}{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{5}} = \frac{R.\sqrt{2}\,.\,\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{2}\,.\,\sqrt{5}}$$

$$E) \quad x = \frac{R.\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{5}}$$

Es ist (vergl. S. 1873) $\sin\varphi = \dfrac{\sin\frac{1}{2}\eta}{\sin\frac{1}{2}\alpha}$

Da $\sin\frac{1}{2}\alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, so hat man:

$$\sin\varphi = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2\,.\,\sqrt{5}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$F) \quad \sin\varphi = \frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Daher der Halbmesser des um jedes Dreieck umschriebenen Kreises (S. 1878):

$$G) \quad y = R\,.\sin\varphi = \frac{R.\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Das Perpendikel aus dem Mittelpunkte des umschriebenen Kreises auf die Mitte der Seite, oder $p = \sqrt{(y^2 - \frac{1}{4}x^2)}$; daher aus den beiden Gleichungen E und G:

$$p^2 = \frac{R^2.(10-2\sqrt{5})}{15} - \frac{R^2.(10-\sqrt{5})}{4\,.\,5} = \frac{R^2.(200-40\sqrt{5}-150+30\sqrt{5})}{3\,.\,5\,.\,4\,.\,5}$$

$$p^2 = \frac{R^2(50-10\sqrt{5})}{3.5.4.5} = \frac{R^2 . 10\ (5-\sqrt{5})}{10 \cdot 30}$$

$$H)\quad p = \frac{R . \sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{30}}$$

Das Perpendikel aus dem Mittelpunkte der Kugel auf den Mittelpunkt der Dreiecksfläche, oder des umschriebenen Kreises ist:

$$p' = \sqrt{(R^2 - y^2)}$$

$$(p')^2 = R^2 - \frac{R^2 . 10 - 2\sqrt{5}}{15} = \frac{R^2\ (15 - 10 + 2\sqrt{5})}{15}$$

$$K)\quad p' = \frac{\sqrt{(5+2\sqrt{5})}}{\sqrt{15}}$$

Der Flächeninhalt eines jeden Dreiecks ist $f = \frac{1}{2}\,n\,x\,p$; demnach, wenn man die Werthe für x und p aus E und H nimmt, und einige Umwandlungen vornimmt, so hat man, da $n = 3$:

$$f = \frac{3 . R . \sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{2 . \sqrt{5}} . \frac{R . \sqrt{(5-\sqrt{5})}}{\sqrt{30}} = \frac{3 . R^2 . \sqrt{(60-20\sqrt{5})}}{\sqrt{10} . \sqrt{3} . \sqrt{5} . 2.}$$

$$= \frac{3 . R^2 . \sqrt{10} . \sqrt{(6-2\sqrt{5})}}{\sqrt{10} . 2 . \sqrt{15}} = \frac{3 . R^2 . \sqrt{(6-2\sqrt{5})}}{2 . \sqrt{15}}$$

Da nun (vergl. S. 1877) $\sqrt{(6-2\sqrt{5})} = \sqrt{5} - 1$, so hat man:

$$f = \frac{3 . R^2 . (\sqrt{5}-1)}{2 . \sqrt{3} . \sqrt{5}}$$

Multiplizirt man ferner Zähler und Nenner mit $\sqrt{5}$, so hat man:

$$L.)\quad f = \frac{3 . R^2 . \sqrt{5} . (\sqrt{5}-1)}{2 . \sqrt{5} . \sqrt{5} . \sqrt{3}} = \frac{3 . R^2\ (5-\sqrt{5})}{10\sqrt{3}}$$

Die ganze Oberfläche des Ikosaeders $F = Nf$; da nun $N = 20 = 2 . 10$, so hebt sich die 10 oben und unten, und oben entsteht der Faktor $2 . 3 = 6$; daher:

$$M)\quad F = \frac{6 . R^2 . (5-\sqrt{5})}{\sqrt{3}}$$

Diese ganze Oberfläche multiplizirt mit $\frac{1}{3}\,p'$ giebt den kubischen Inhalt des Ikosaeders $Z = \frac{1}{3}\,p'\,F$; nimmt man nun die Werthe aus den Gleichungen K und L., so hat man:

$$Z = \frac{1}{3}\,p' \,.\, Nf, = R \,.\, \frac{\sqrt{(5+2\sqrt{5})}}{3\,.\,\sqrt{15}} \,.\, \frac{20\,.\,3\,.\,R^2\,.\,\sqrt{(6-2\sqrt{5})}}{2\,.\,\sqrt{15}}$$

$$N)\quad Z = \frac{R^3\,.\,10\,.\,\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{\sqrt{3}\,.\,\sqrt{5}\,.\,\sqrt{3}\,.\,\sqrt{5}} = \frac{2\,.\,R^3\,.\,\sqrt{(10+2\sqrt{5})}}{3}$$

Wendet man die gefundenen Formeln zur Rechnung an, so erhält man für das Ikosaeder folgende Größen:

1) Die Flächenseite oder Kante des Ikosaeders, $x = 1{,}051462\,.\,R.$
2) Der Flächeninhalt jedes einzelnen Dreiecks, $f = 0{,}478727\,.\,R^2$
3) Der Halbmesser des umschriebenen Kreises, $y = 0{,}607062\,.\,R.$
4) Ganze Oberfläche des Ikosaeders, $F = 9{,}574542\,.\,R^2$
5) Der kubische Inhalt des Ikosaeders, $Z = 2{,}536150\,.\,R^3$

§. 268. Von der Ausmessung der Kegel.

Die vorzüglichsten Bestimmungen und Berechnungen des Kegels, namentlich vermittelst der Differential- und Integralrechnung, sind schon oben, S. 1196 bis 1202, und S. 1221 bis 1224 gezeigt worden. Hier folgen noch einige geometrische Betrachtungen, namentlich über das Verhältniß des Kegels zur Pyramide und zur Kugel.

Der Halbmesser der Grundfläche eines Kegels verhält sich zum Halbmesser des parallelen Durchschnitts, wie die Höhe des Kegels zum Abstande des Durchschnitts von der Spitze.

Beweis.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 71 der schiefe Kegel SAB in CD parallel mit der Grundfläche durchschnitten; aus der Spitze S lasse man ein Perpendikel SE auf die Grundfläche fallen; durch SE, nnd durch den Mittelpunkt M der Grundfläche lege man eine Ebene, welche die Grundfläche in AB, und den parallelen Durchschnitt in CD durchschneidet; ferner ziehe man die Achse SM; man hat alsdann:

$$SM : MA = Sm : mC$$
$$SM : SE = Sm : Se$$

$$MA : SE = mC : Se; \text{ oder } MA : mC = SE : Se.$$

Es verhalten sich überhaupt die Halbmesser der mit der Grundfläche parallelen Durchschnitte, wie die Abstände der Durchschnitte von der Spitze. Dieses folgt unmittelbar aus dem vorhergehenden Satze; denn man darf sich nur den Kegel nach unterhalb der Grundfläche verlängert denken; alsdann wird diese Grundfläche zu einem parallelen Durchschnitte ohne daß der vorige Satz geändert wird.

Die Durchschnitte selbst sind Kreise, und verhalten sich daher wie die Quadrate ihrer Radien (vergl. S. 728 Nr. 12).

Ein Kegel ist einer Pyramide gleich, welche mit ihm gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.

Beweis.

Es sei die gleiche Grundfläche eines Kegels und einer Pyramide gleich G; die gleiche Höhe beider gleich H; der gleiche Abstand eines mit der Grundfläche parallelen Durchschnittes in beiden von der Spitze gleich h; ferner der Durchschnitt der Pyramide gleich D, und derjenige des Kegels vorläufig gleich D'. Man hat alsdann:

In der Pyramide (S. 1845 Nr. 4) $G : D = H^2 : h^2$
In dem Kegel (S. 1883 Nr. 4) $G : D' = H^2 : h^2$

$G : D = G : D'$; also da $G = G$, auch $D = D'$

Da nun beide die gleich hohen Durchschnitte gleich haben, so sind sie gleich (vergl. S. 1838 Nr. 7).

Es machen daher auch Pyramide und Kegel eine Klasse von Körpern aus, so wie Prisma und Cylinder zu einer und derselben Klasse gehören (vergl. S. 1842 Nr. 4).

6 Der Kegel ist der dritte Theil eines Cylinders, welcher mit ihm Grundfläche und Höhe gleich hat.

Beweis.

Ein Prisma und ein Cylinder von gleichen Grundflächen und gleichen Höhen sind einander gleich (vergl. S. 1842 Nr. 4). Da nun die Pyramide der dritte Theil eines dreiseitigen Prismas ist, welches gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihm hat (vergl. S. 1846 Nr. 6): so ist auch der Kegel der dritte Theil eines Cylinders, welcher mit ihm gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat. Es ist also, wenn G die Grundfläche, H die Höhe des Kegels bezeichnet, der körperliche Inhalt $K = \frac{1}{3} . G . H$.

7 Kegel von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe sind einander gleich.

8 Kegel von gleichen Grundflächen verhalten sich wie ihre Höhen, und Kegel von gleicher Höhe verhalten sich wie ihre Grundflächen.

Es sei bei dem Kegel K die Grundfläche = G, die Höhe = H; bei dem Kegel k, die Grundfläche = G, die Höhe = h; man hat alsdann:

$$K = \frac{1}{3} G . H;$$
$$k = \frac{1}{3} G . h;$$
$$K : k = H : h$$

Es sei ferner bei dem Kegel K die Grundfläche = G, die Höhe = H; bei dem Kegel k die Grundfläche = g, die Höhe gleich H, es ist alsdann:

$$K = \frac{1}{3} G . H$$
$$k = \frac{1}{3} g . H$$
$$K : k = G : g$$

Kegel von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen stehen im zusammengesetzten Verhältniß ihrer Grundflächen und Höhen. 9

Es sei beim Kegel K die Grundfläche = G, die Höhe = H; beim Kegel k die Grundfläche = g, die Höhe = h; man hat alsdann:

$$K = \frac{1}{3} G \,.\, H.$$

$$k = \frac{1}{3} \,.\, g \,.\, h.$$

$$K : k = GH : gh.$$

Kegel von ungleichen Grundflächen und ungleichen Höhen sind einander gleich, wenn die Produkte ihrer Grundflächen und Höhen gleich sind. 10

Aufgabe. 11

Den körperlichen Inhalt eines abgestumpften Kegels, wie ABCD, in Tafel XXXV, D, Fig. 71, zu finden, wenn der Halbmesser der Grundfläche = R, der Halbmesser der obern Fläche = r, und der Abstand beider Flächen Ee = c gegeben ist.

Auflösung.

Man denke sich den Kegel SAB vollendet, und es sei SE das Perpendikel von der Spitze auf die Grundfläche; es sei ferner Se = x, also SE = c + x es ist alsdann:

$$\text{Der Kegel SAB} = \frac{1}{3} R^2 \pi (c + x)$$

$$\text{Der Kegel SCD} = \frac{1}{3} r^2 \pi x$$

$$\text{Der abgestumpfte Kegel ABCD} = \frac{1}{3} R^2 \,.\, \pi \,.\, (c + x) - \frac{1}{3} r^2 \pi x.$$

Es ist nämlich die Grundfläche (vergl. S. 733 Nr. 16) als Kreisfläche = $R^2 \pi$, und der parallele Durchschnitt (vergl. S. 1201 Nr. 9) ebenfalls als Kreisfläche = $r^2 \pi$; für den ganzen Kegel ist die Höhe = SE = c + x, und für den abgestumpften Ee = c; beide Produkte müssen (nach S. 1884 Nr. 6) mit 3 dividirt werden. Es läßt sich die gefundene Gleichung für den abgestumpften Kegel noch vereinfachen, indem man den gemeinschaftlichen Faktor $\frac{1}{3} \pi$ absondert, und die Subtraktion ausführt; demnach

$$\text{der abgestumpfte Kegel ABCD} = \frac{1}{3} \pi \,.\, \left(R^2 \,.\, c + (R^2 - r^2) \,.\, c \right)$$

Um den Werth von x zu berechnen, hat man (nach S. 1883 Nr. 3):

$$R : r = (c + x) : x; \text{ also } x = \frac{rc + rx}{R}$$

$$Rx - rx = rc; \text{ oder } x(R - r) = rc; \text{ oder}$$

$$x = r \cdot \frac{c}{R - r}$$

Man hat also für den abgestumpften Kegel:

$$ABCD = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 c + (R^2 - r^2) c \cdot \frac{r}{R - r}\right)$$

$$= \frac{1}{3}\pi . c . \left(R^2 + (R + r) . (R - r) . \frac{r}{R - r}\right)$$

Es ist nämlich $(R + r) . (R - r) = R^2 - r^2$; da sich nun $R - r$ im Zähler und Nenner heben, so hat man:

$$\text{I)}\quad ABCD = \frac{1}{3}\pi . c\,(R^2 + Rr + r^2)$$

Es ist also der abgestumpfte Kegel so groß, wie die drei Kegel zusammengenommen, welche sämmtlich gleiche Höhe mit dem abgestumpften Kegel haben, und von denen der erste den Halbmesser der Grundfläche $= R$, der zweite den Halbmesser der Grundfläche $= r$, und der dritte den Halbmesser der Grundfläche $= \sqrt{(Rr)}$, d. h. die mittlere Proportionallinie zwischen R und r hat.

Verwandelt man die obige Gleichung in folgende:

$$\text{II)}\quad ABCD = \frac{1}{3} . c\,(R^2\pi + Rr\pi + r^2\pi),$$

so zeigt sich, da die Größen in der Klammer die Grundflächen der drei Kegel sind, daß dieser Werth des abgestumpften Kegels mit derjenigen einer abgestumpften Pyramide völlig übereinstimmt (vergl. S. 1852 Nr. 18).

Setzt man in der Gleichung II $r = o$, so fallen die beiden letzten Glieder fort, und man hat $\frac{1}{3}\, c\, R^2\pi$, d. h. den körperlichen Inhalt des ganzen Kegels, wie natürlich, da $r = o$ die Spitze des Kegels anzeigt.

12 Aehnliche Kegel sind solche, deren Achsen gegen die Grundflächen einerlei Neigung haben, und deren Höhen sich wie die Halbmesser oder Durchmesser ihrer Grundflächen verhalten.

Wenn daher ein Kegel parallel mit der Grundfläche durchschnitten wird, so ist der über dem Durchschnitte liegende Kegel dem ganzen ähnlich.

13 Aehnliche Kegel verhalten sich wie die Würfel der Halbmesser oder Durchmesser ihrer Grundflächen.

Beweis.

Es sei der eine Kegel K, seine Höhe H, der Halbmesser seiner Grundfläche R; es sei der andere Kegel k, seine Höhe h, der Halbmesser seiner Grundfläche r; alsdann hat man (vergl. S. 1885 Nr. 9):

$$K : k = \frac{1}{3} R^2 \pi H : \frac{1}{3} r^2 \pi h = R^2 H : r^2 h.$$

Da nun $H : h = R : r$ (nach dem vorigen Satze 12),
so ist auch $K : k = R^3 : r^3$

Zusätze.

1. Aehnliche Kegel verhalten sich wie die Würfel ihrer Höhen, oder wie die Würfel ihrer Achsen.

2. Die Höhen, die Achsen und die Halbmesser oder Durchmesser der Grundflächen ähnlicher Kegel verhalten sich wie die Kubikwurzeln derjenigen Zahlen, welche das Verhältniß der Kegel ausdrücken.

Aufgabe.

14

Die krumme Oberfläche eines geraden Kegels zu finden.

Auflösung.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 72, SAB ein gerader Kegel; in demselben stehen alle Punkte der Grundflächenperipherie gleich weit von der Spitze S ab; denn in den Dreiecken SMA, SMB, SMC ist die gemeinschaftliche Seite SM sich selbst gleich; die Seiten $MA = MB = MC$, als Radien desselben Kreises; der eingeschlossene Winkel in allen Dreiecken ist ein rechter; daher (vergl. S. 673 Nr. 7) die Dreiecke kongruent, und die Hypotenusen sämmtlich gleich sind, was den gleichen Abstand aller Peripheriepunkte der Grundfläche von der Spitze S ergiebt.

Denkt man sich nun die krumme Oberfläche, oder den sogenannten Mantel des Kegels längs einer Seite des Kegels aufgeschnitten, und in einer Ebene ausgebreitet, so ergiebt sie einen **Kreisausschnitt**, oder **Sektor**, dessen Radius = SA, und dessen Bogen der Peripherie der Grundfläche gleich ist.

Es ist daher **der Flächeninhalt der krummen Oberfläche in Quadratmaaß gleich der Peripherie der Grundfläche multiplizirt mit der halben Seite des Kegels** (vergl. S. 734 Nr. 18).

Es sei der Halbmesser der Grundfläche = R, und die Höhe des Kegels = H; alsdann ist die Seite des Kegels, wie in Fig. 72, $SA = \sqrt{(R^2 + H^2)}$; daher die krumme Oberfläche durch M bezeichnet:

$$M = 2 . R . \pi . \frac{\sqrt{(R^2 + H^2)}}{2} = R\,\pi\,.\,\sqrt{(R^2 + H^2)}$$

Zusätze.

1) Es sei ρ die mittlere Proportionallinie zwischen dem Halbmesser der Grundfläche R, und der Seite des Kegels $\sqrt{(R^2 + H^2)}$; oder

$$R : \rho = \rho : \sqrt{(R^2 + H^2)};\ \text{also}\ \rho^2 = R\,.\,\sqrt{(R^2 + H^2)}$$

daher:

$$M = \pi\,\rho^2$$

Es ist also die krumme Oberfläche gleich der Fläche eines solchen Kreises,

dessen Halbmesser die mittlere Proportionallinie zwischen dem Halbmesser der Grundfläche und der Seite des Kegels ist.

2) Es ist die Grundfläche des Kegels $= R^2 \pi = R \cdot \pi \cdot R$

die krumme Oberfläche desselben $= R \cdot \pi \sqrt{(R^2 + H^2)}$.

Es verhält sich also die Grundfläche zur krummen Oberfläche wie $R : \sqrt{(R^2 + H^2)}$.

3) Die krumme Oberfläche eines schiefen Kegels hat selbst für die höhere Analysis große Schwierigkeiten.

15 Die krumme Oberfläche des abgestumpften Kegels ABCD, Tafel XXXV, D, Fig. 72, ist einem Rektangel gleich, dessen Grundlinie gleich der Peripherie des in der Mitte zwischen beiden Flächen liegenden Kreises EF, und dessen Höhe gleich der Seitenlinie AC des abgestumpften Kegels ist.

Beweis.

Vollendet man den Kegel bis S, so ist die Oberfläche des abgestumpften Kegels gleich der Oberfläche des ganzen Kegel ABS weniger der Oberfläche des kleinen Kegels SCD.

Es sei der Halbmesser der Grundfläche, oder $AM = R$, und die Seite $SA = L$; ferner der Halbmesser der obern Fläche, oder $Cm = r$, und die Seite $SC = l$; alsdann hat man, wenn F die Oberfläche des abgestumpften Kegels bezeichnet:

$$F = \frac{2 R \pi \cdot L}{2} - \frac{2 r \pi l}{2} = \pi \cdot (RL - rl).$$

Es ist aber (vergl. S. 680 Nr. 3) $L : l = R : r$; also auch (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(L - l) : (R - r) = L : R$$

daher $R (L - l) = R \cdot L - rL$

folglich $RL = R \cdot (L - l) + rL$.

Setzt man diesen Werth von RL in die obige Gleichung für F, so ist:

$$F = \pi \left(R \cdot (L - l) + rL - rl\right)$$

$$F = \pi \left(R \cdot (L - l) + r (L - l)\right)$$

$$F = \pi \cdot (R + r) \cdot (L - l) = 2 \cdot \pi \cdot \frac{R + r}{2} \quad (L - l)$$

Wenn der Kreis EF gerade in der Mitte zwischen den beiden Flächen AB und CD liegt, so sind die beiden Perpendikel CG und EH einander gleich, und ebenfalls $CE = EA$; daher auch $EG = AH$.

Es sei μ der Mittelpunkt des Kreises EF; man hat alsdann:

$$AH = MA - MH = R - \mu E$$
$$EG = \mu E - \mu G = \mu E - r$$

also $R - \mu E = \mu E - r$

Daher (S. 534 Nr. 6) $2 \mu E = R + r$, oder $\mu E = \frac{R + r}{2}$; die Peripherie des Kreises, dessen Radius $= \mu E$ ist also $= 2\pi . \mu E = 2 . \pi . \frac{R + r}{2}$. Multiplizirt man diesen Werth mit $(L - l) = AC$, so erhält man den Flächeninhalt eines Rektangels, dessen Höhe $= AC$, und dessen Grundlinie $= 2 . \pi . \frac{R + r}{2}$ ist; der Werth ist aber derselbe, wie oben für F, d. h. für die krumme Oberfläche des abgestumpften Kegels gefunden worden.

Setzt man in obiger Gleichung für F den Halbmesser r und die Seite $l = o$, d. h. nimmt man statt eines Durchschnitts die Spitze des ganzen Kegels: so giebt die Gleichung $F = R\pi . L$; und da $L = \sqrt{(R^2 + H^2)}$, wo H die Höhe des ganzen Kegels bezeichnet, so erhält man die krumme Oberfläche des ganzen Kegels (vergl. S, 1887 Nr. 14).

Zusatz.

Es sei ρ der Halbmesser eines Kreises, und dabei $(L - l) : \rho = \rho : (R + r)$; also: $(R + r) . (L - l) = \rho^2$; hieraus folgt:

$$F = \pi . (R + r) . (L - l) = \rho^2 \pi.$$

Es ist also die krumme Oberfläche eines abgestumpften Kegels gleich der Fläche eines Kreises, dessen Halbmesser die mittlere Proportionallinie zwischen der Summe der Halbmesser der obern und untern Fläche, nämlich $R + r$, und der Seite $(L - l)$ des abgestumpften Kegels ist.

Eine Halbkugel ist so groß als ein Cylinder, welcher gleiche Grundfläche 16 und gleiche Höhe mit ihr hat.

Beweis.

Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 73, ADBC die Halbkugel, $\alpha\beta\zeta\vartheta$ der Cylinder, und $AB = \alpha\beta$, $CD = \gamma\delta$.

Denkt man sich aus dem Cylinder den geraden Kegel $\zeta\gamma\vartheta$ herausgeschnitten, so ist der übrigbleibende ausgehöhlte Theil des Cylinders gleich zwei Drittel seines ganzen körperlichen Inhalts (vergl. S. 1884 Nr. 6).

Zeigt sich nun, daß dieser ausgehöhlte Rest überall in gleichen Höhen gleiche Durchschnitte mit der Halbkugel hat, so ist er ihr auch gleich (vergl. S. 1838 Nr. 7). Man durchschneide die Halbkugel in beliebiger Höhe $= CK = h$ parallel mit der Grundfläche; alsdann ist der Durchschnitt $EF = EK^2 \pi$. Es ist aber $EK^2 = CE^2 - CK^2, = R^2 - h^2$, wenn R den Radius der Kugel und h die Höhe des Durchschnitts bedeutet; es ist also:

$$EF = (R^2 - h^2) . \pi.$$

Durchschneidet man den ausgehöhlten Rest des Cylinders in der Höhe $\gamma\varkappa = h$, so kommt ein ringförmiger Durchschnitt zum Vorschein; von den beiden Kreisen, welche diesen Ring einschließen, hat der eine den Radius $= \varkappa e$, der

andere den Radius $= \varkappa\lambda$; daher ist der Flächeninhalt des Ringes (vergl. S. 736 Nr. 21), $= (\varkappa\varepsilon^2 - \varkappa\lambda^2) \,.\, \pi$.

Es ist aber $\varkappa\varepsilon = \gamma\alpha = R$, und $\varkappa\lambda = h$; denn man hat:

$$\gamma\varkappa : \varkappa\lambda = \gamma\delta : \delta\zeta.$$

Da aber $\gamma\delta = \delta\zeta = R$, so ist auch $\gamma\varkappa = \varkappa\lambda = h$; daher ist die Fläche des Ringes:

$$\varepsilon\lambda\mu\varphi = (R^2 - h^2) \,.\, \pi = EF.$$

Da nun die Durchschnitte in gleicher Höhe bei beiden Körpern gleich sind, so sind auch die Körper selbst einander gleich (vergl. S. 1838 Nr. 7); d. h. die Halbkugel ist gleich dem hohlen Reste des Cylinders, d. h. gleich $\frac{2}{3}$ des ganzen Cylinders.

Bezeichnet man den Cylinder mit C, die Kugel mit K, so hat man:

$$C = R^2 \,.\, \pi \,.\, R = R^3 \,.\, \pi \text{ (vergl. S. 1842 Nr. 5); daher:}$$

$$\frac{K}{2} = \frac{2}{3}\, R^3 \,.\, \pi; \text{ oder } K = \frac{4}{3}\, R^3\, \pi.$$

Dieser Werth der ganzen Kugel ist nun derselbe, welcher S. 1223 vermittelst der Differential- und Integralrechnung gefunden worden.

Weil die Halbkugel $= \frac{2}{3}$ eines Cylinders von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe, so ist, wie die letzte Gleichung zeigt, die ganze Kugel gleich einem Cylinder von gleicher Grundfläche, dessen Höhe aber $= 2\,R$, oder gleich dem Diameter ist.

17 Es zeigt sich nun (aus S. 1842 Nr. 5, S. 1884 Nr. 6 und S. 1889 Nr. 16), daß wenn der Radius der Grundfläche $= R$, und die Höhe $= 2\,R$ ist, und k den Kegel, K die Kugel und C den Cylinder bezeichnet, der kubische Inhalt der drei Körper ist:

$$k = \frac{2}{3}\, R^3 \,.\, \pi;\; K = \frac{4}{3}\, R^3 \,.\, \pi;\; C = 2 \,.\, R^3 \,.\, \pi = \frac{6}{3}\, R^3\, \pi.$$

Daß sie sich also wie die drei Zahlen 1, 2, 3 zu einander verhalten (vergl. S. 1223).

18 Für die Ausmessung der Kugel sind schon oben (S. 1216 bis 1224) die hauptsächlichsten Lehren gegeben worden; für die Sphäroiden und Konoiden folgen die Hauptbestimmungen tiefer unten. Die wichtigsten Formeln für die Ausmessung der Kugel sind:

1) Körperlicher Inhalt der ganzen Kugel $= \frac{4}{3}\, R^3 \,.\, \pi$ (vergl. S. 1223 und S. 1890).

2) Kugelausschnitt $= \frac{2}{3}\, R^2\, \pi\, x$ (vergl. S. 1224), wo x die Höhe des zum Kugelausschnitte gehörigen Kugelabschnitts bezeichnet.

3) Kugelabschnitt $= \frac{2}{3} R^2 \pi x - \frac{1}{3} \varrho^2 \pi (R - x)$ (vergl. S. 1221), wo x den vorigen Werth hat, R den Kugelradius, wie vorher, ϱ aber den Radius der Kreisfläche bedeutet, welche den Kugelabschnitt vom ganzen Kugelausschnitte trennt, welche also auch die Grundfläche des Kegels ist, dessen Spitze im Mittelpunkte der Kugel liegt, und welcher von dem Kugelausschnitte abgezogen werden muß, damit der Rest den gesuchten Kugelabschnitt giebt. Es kann die obige Gleichung auch in folgende verwandelt werden:

$$\text{Kugelabschnitt} = \pi x^2 \left(R - \frac{1}{3} x\right).$$

4) Die Oberfläche einer Kugel $= 4 R^2 \pi$ (vergl. S. 1220), also gleich der Fläche eines solchen Kreises, welcher den Durchmesser der Kugel zum Radius hat.

5) Ein Kugelstreif ist derjenige Theil der Kugeloberfläche, welcher zwischen zwei größten Halbkreisen derselben enthalten ist. Derselbe verhält sich zur ganzen Kugeloberfläche wie der sphärische Winkel, den die beiden Halbkreise mit einander machen, zu 4 Rechten. Ist also dieser sphärische Winkel $= n^\circ$, so hat man für den Kugelstreif oder Σ folgende Proportion, wenn S die ganze Kugeloberfläche bedeutet:

$$\Sigma : S = n^\circ : 360^\circ; \text{ oder, da } S = 4 R^2 \pi:$$
$$\Sigma : 4 R^2 \pi = n^\circ : 360^\circ; \text{ also } \Sigma = \frac{n \cdot 4}{360} R^2 \pi = \frac{n}{90} \cdot R^2 \pi.$$

6) Die Kugelzone, d. h. der zwischen zwei Parallelkreisen eingeschlossene Theil der Kugeloberfläche, Z, hat (vergl. S. 1220), folgenden Werth, worin h die Höhe der Kugelzone bezeichnet:

$$Z = 2 R \pi h.$$

7) Die Kugelmütze ist derjenige Theil der Kugeloberfläche, welcher die krumme Außenfläche eines Kugelabschnitts bildet; bezeichnet M die Kugelmütze und h' die Höhe des zu ihr gehörigen Kugelabschnitts, so hat man (vergl. S. 1220 Nr. 4):

$$M = 2 R \pi h'$$

Macht man den Pol eines Kugelabschnitts zum Ursprunge der Abszissen, den Diameter zur Abszissenaxe, um welche sich ein Bogen eines größten Kreises der Kugel dreht, so ergeben sich die oben (S. 1219 bis 1224) gefundenen Formeln.

Zweites Kapitel.

Statik.

§. 269. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

1 Die Mechanik lehrt die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung, und hat vier Hauptheile: die Statik behandelt das Gleichgewicht fester Körper; die Dynamik die Bewegung fester Körper; die Hydrostatik das Gleichgewicht flüßiger Körper; die Hydrodynamik die Bewegung flüßiger Körper.

2 Kraft heißt eine jede Ursache, welche einem Körper oder einem materiellen Punkte eine wirkliche Bewegung, oder ein Streben zur Bewegung giebt; die Mittheilung dieser Zustände heißt die Wirkung der Kraft. Heben sich die Wirkungen entgegengesetzter Kräfte gerade auf, so erhält der Körper eine erzwungene Ruhe, und diese heißt das Gleichgewicht.

3 Wenn eine wirkliche Bewegung vor sich geht, d. h. wenn entweder ein ganzer Körper seinen Ort ändert, oder wenn einzelne Theile desselben, wie bei einer an der nämlichen Stelle sich drehenden Kugel, ihre Oerter ändern, so kommen dabei vorzüglich vier Gegenstände zur Betrachtung: die Kraft; der bewegliche Körper; der Weg oder die Bahn des bewegten Körpers; die Zeit, während welcher die Bewegung dauert.

4 Die Kraft.

Die Kraft gehört jedesmal irgend einer Substanz als deren Eigenschaft; je nach Verschiedenheit solcher Substanzen sind auch die Kräfte verschieden; z. B. die Schwerkraft der Gewichte; die Tragkraft des Wassers; die Kraft des Dampfes; die Kraft elastischer Stahlfedern; die geistige Kraft des Willens u. s. w. Für mechanische Berechnungen kommt indessen die eben erwähnte qualitative Verschiedenheit der Kräfte wenig in Betracht; dagegen sind folgende Punkte um so wichtiger: die Intensität, oder Stärke der Kraft; ihr Angriffspunkt; ihre Direktionslinie und ihre Wirkungsrichtung.

1. Die Intensität einer Kraft ist die Größe ihres Vermögens, Bewegung hervorzubringen. Diese Größe läßt sich nicht anders messen, als daß man die Intensität irgend einer Kraft zur Einheit annimmt, und die Intensität einer andern Kraft, welche gemessen werden soll, mit jener Einheit vergleicht.

2. Alle wirklichen Körper bestehen aus materiellen Theilchen, die man sich so klein denken kann, als man will. Stellt man sie sich so klein vor, daß sie nicht weiter getheilt werden können, so heißen sie Atome; läßt man alle sonstigen Beschaffenheiten dieser Atome außer Acht, und sieht man nur allein darauf, daß ein solches Atom einen untheilbar kleinen Theil des Raumes, d. h. einen Punkt einnimmt, so kann man es einen materiellen Punkt nennen. Ein jeder wirkliche (nicht blos geometrisch gedachte) Körper besteht alsdann

nach dieser Ansicht aus materiellen Punkten. Da nun aber alle wirklichen Körper aus bestimmten Substanzen bestehen, z. B. Eisen, oder Wasser, oder Luft sind, so sind auch ihre Atome oder materiellen Punkte auf die verschiedenartigste Weise unter einander verbunden; so sind z. B. die Atome des Eisens in gewöhnlicher Temperatur durch festen Zusammenhang verbunden, während die Theilchen des Wassers leicht verschiebbar sind. Derjenige materielle Punkt eines Körpers, auf welchen die Wirkung einer Kraft zuerst trifft, heißt der Angriffspunkt der Kraft.

Die Lage des Angriffspunktes im Raume läßt sich, wie die Lage der Punkte einer Kurve, oder einer Oberfläche, durch drei Koordinaten bestimmen, welche den Durchschnitten dreier willkürlich gewählten, rechtwinklig auf einander stehenden Ebenen parallel gehen, und an denen man die positive und negative Seite kennt (vergl. S. 1712 bis 1718).

3. Ein materieller Punkt, auf welchen blos eine einzige Kraft wirkt, kann sich nur in einer geraden Linie bewegen; da kein Grund für ihn vorhanden ist, nach einer oder der andern Seite auszuweichen; diese gerade Linie heißt die Direktions-Linie der Kraft.

4. In dieser Direktionslinie kann aber die Kraft auf eine zweifache Art wirken: entweder zieht sie den materiellen Punkt an sich, oder sie stößt ihn nach der entgegengesetzten Seite ab; dies ist die Wirkungsrichtung der Kraft. Gewöhnlich nimmt man die Wirkungsrichtung im Sinne der Anziehung; es müßten denn ausdrücklich Gründe für die Abstoßung vorhanden sein.

5. Zwei Kräfte sind einander gleich, wenn sie in entgegengesetzer Richtung an einem und demselben Angriffspunkte, oder an den Endpunkten einer unbiegsamen und nicht ausdehnbaren Linie angebracht sind, und sich alsdann das Gleichgewicht halten.

6. Bringt man zwei gleiche Kräfte an einem und demselben Angriffspunkte auf die Art an, daß sie in derselben Direktionslinie und in derselben Richtung wirken, so hat man eine doppelte Kraft; eine dreifache, wenn man drei gleiche auf die angegebene Art verbindet; ebenso erhält man eine vierfache, fünffache u. s. w. Aus diesem Grunde kann man die Größen verglichener Kräfte durch gerade Linien darstellen, welche in dem durch das Gleichgewicht erkannten Verhältniß stehen, oder durch bloße Zahlen ausdrücken, welche das gleiche Verhältniß haben. Man sieht auch hiedurch leicht ein, daß es für die Bestimmungen des Gleichgewichts nicht nothwendig ist, die absoluten, oder ohne alle Vergleichung vorhandenen Größen der Kräfte zu kennen, sondern daß es hinreichend ist, ihre Verhältnisse zu einander zu wissen.

7. Wirken mehrere Kräfte auf einen und denselben Angriffspunkt, und in derselben Direktionslinie, aber einige in der einen, andere in der entgegengesetzten Richtung, so muß man aus denen in der einen Richtung wirkenden die eine Summe, und aus denen in der andern Richtung wirkenden die andere Summe bilden, und die kleinere von der größeren abziehen; alsdann giebt der Rest die Richtung der wirklichen Bewegung an; bleibt gar kein Rest, so halten sich die auf beiden Seiten summirten Kräfte das Gleichgewicht.

8. Kräfte, welche eine wirkliche Bewegung hervorbringen, werden lebendige genannt; dagegen todte heißen solche, die durch entgegengesetzte Kräfte im Gleichgewichte gehalten werden.

9. Die Wirkungsweise der lebendigen Kräfte kann verschiedenartig sein, wie z. B. ziehen, stoßen, treiben, tragen, drücken. Einige Kräfte wirken nur während eines unmerklich kleinen Zeittheilchens, und überlassen dann den Körper sich selbst, so daß er die erhaltene Bewegung fortsetzt; diese Wirkungsweise ist der Stoß im eigentlichen Sinne. Andere Kräfte setzen ihre Wirkung eine längere Zeit hindurch fort; diese Wirkungsweise ist der Trieb im eigentlichen Sinne.

5

Die beweglichen Körper.

Bei den beweglichen Körpern, welche durch eine Kraft entweder wirklich bewegt, oder doch zur Bewegung angereizt werden, kommen folgende Hauptpunkte in Betracht: Schwere, Masse, Dichtigkeit, Gewicht, Festigkeit oder Flüßigkeit, Elastizität.

1. Jeder einzelne materielle Punkt, welcher zu einem Körper gehört, wird von dem Mittelpunkte der Erde angezogen, und strebt deshalb demselben zu; dieses Streben ist seine Schwere; wird dieselbe nicht gehindert, so heißt die geradlinige wirkliche Bewegung Fall; wird sie gehindert, so heißt sie Druck, welchen der schwere Körper auf die ihn hindernden Körper ausübt.

Die Direktionslinie der Schwere steht senkrecht auf der Horizontalebene, welche die Erdoberfläche am Einfallspunkte oder Fußpunkte jener Direktionslinie berührt; die Direktionslinie der Schwere heißt deshalb auch gewöhnlich die Vertikallinie, oder lothrechte Linie (vergl. S. 66).

2. Sämmtliche materielle Punkte eines Körpers heißen zusammen seine Masse; je größer diese ist, desto größer ist die Schwere des ganzen Körpers, da jedes einzelne Atom von der Erde angezogen wird. Die Masse eines Körpers hängt aber nicht von seinem Volumen ab, d. h. nicht von der Größe des Raumes, den seine Grenzflächen einschließen.

Es haben nämlich die verschiedenen Arten der Materien eine verschiedene Ausfüllung des körperlichen Raumes. Manche Materien, wie z. B. ein Schwamm, haben zwischen ihren zusammenhängenden Atomen viele, und verhältnißmäßig große leere Zwischenräume, welche die Poren genannt werden; manche Materien haben weniger, und verhältnißmäßig kleine Poren, so daß sie kaum mit dem bloßen Auge erkannt werden können. Selten sind die Poren wirklich leer; sondern, wie bei dem Schwamm mit Luft oder Wasser, so mit irgend einer andern Materie gefüllt, welche aber dann nicht als zu dem Körper gehörig angesehen wird.

3. Die Dichtigkeit eines Körpers heißt das Verhältniß seiner Atomenzahl zu seinem Volumen oder geometrischen Raume; so enthält z. B. Eisen in einem Kubikfuße mehr Atome, und ist deshalb dichter als Schwamm. Da sich die unendlich kleinen Atome nicht zählen lassen, so kann man die Dichtigkeit zweier Materien nicht unmittelbar vergleichen, sondern nur mittelbar durch

ihre Schwere; zeigt sich nämlich ein Kubikfuß der einen Materie doppelt so schwer als ein Kubikfuß einern andern Materie, so schließt man, daß die erstere doppelt so dicht sei, als die zweite. Es ist also die Dichtigkeit eigentlich nur so viel als die spezifische Schwere, nur mit dem Unterschiede, daß bei der Dichtigkeit nur die Anzahl der Atome, bei der verglichenen Schwere aber der Druck beachtet wird, den sie ausüben.

Ein Körper heißt homogen oder gleichförmig dicht, wenn in allen gleichen Theilen seiner Größe gleich viel Materie enthalten ist; ein Körper heißt heterogen oder ungleichförmig dicht, wenn in gleichen Theilen seines Volumens ungleich viel Materie enthalten ist.

4. Das Gewicht eines Körpers ist die Intensität seiner Schwere, oder die Größe des Drucks, den er vermöge seiner Materie ausüben kann. Man wägt oder wiegt vermittelst der Waage die Materien und Körper, um ihr Gewicht zu finden.

Zum Maaße beim Wiegen hat man den Druck oder die Schwere eines Körpers von bekannter Größe und Materie genommen, und hat diesen Druck Zentner, Pfund, Loth u. s. w. genannt; die zum Maaße eingerichteten Körper von Blei, Eisen und dergleichen heißen gewöhnlich Gewichte.

Wenn nun ein Körper, dessen Gewicht man bestimmen will, eben so viel niederwärts zieht oder drückt, als zwei oder drei Pfund u. s. w., wenn er also der Intensität von so viel Pfunden das Gleichgewicht hält, so sagt man: er sei zwei Pfund, drei Pfund u. s. w. schwer.

Diese Schwere eines Körpers, ohne Rücksicht auf seine Materie oder auf seine Größe, und ohne Vergleichung mit andern Materien heißt seine absolute Schwere, oder sein absolutes Gewicht; z. B. wenn man eine ihrer Größe nach unbestimmte Wassermasse 70 Pariser Pfund schwer findet. Bestimmt man aber die Schwere einer Materie mit Rücksicht auf das Volumen, so nennt man dies die spezifische Schwere; z. B. ein Kubikfuß Regenwasser = 70 Pariser Pfund; dies ist zugleich die Dichtigkeit.

Vergleicht man aber die spezifische Schwere der einen Materie mit der spezifischen Schwere der andern, so heißt sie die relativ-spezifische Schwere; z. B. ein Kubikfuß Platina wiegt 1610 Pariser Pfund; es ist aber $1610 = 23 \times 70$; nimmt man nun die spezifische Schwere des Regenwassers zur Einheit an, so ist die relativ-spezifische Schwere der Platina = 23.

5. Bei Körpern von gleichförmiger Dichtigkeit findet man die Masse, wenn man die spezifische Schwere mit der Größe multiplizirt. Z. B. es sei gegeben ein eiserner Körper von 6 Kubikfuß; da 1 Kubikfuß Eisen ungefähr 546 Pariser Pfund wiegt, so beträgt die Masse des gegebenen eisernen Körpers 3276 Pariser Pfund. Bezeichnet man also die Masse mit M, die Größe mit V und die Dichtigkeit oder das spezifische Gewicht mit D, so hat man folgende allgemeine Formel:

$$1)\quad M = VD.$$

Es versteht sich von selbst, daß alsdann die Masse in demselben Gewichte ausgedrückt wird, wie die spezifische Schwere. Auch pflegt man bei diesen

Rechnungen gewöhnlich für D das Gewicht eines ganzen Kubikfußes zu nehmen, obgleich freilich auch jedes andere Kubikmaaß zur Einheit angenommen werden kann.

Aus der Gleichung I folgt II) $D = \frac{M}{V}$

Man findet also die Dichtigkeit, wenn man die Masse oder die Schwere des ganzen Körpers durch die Größe oder Anzahl der Kubikfuße dividirt.

Ein harter Körper läßt sich nicht immer in eine regelmäßige kubische Form bringen. Man wiegt alsdann die ganze Masse; darauf sucht man die Größe in Kubikfuß entweder unmittelbar durch geometrische Rechnungen, oder mittelbar durch Eintauchen des Körpers in ein regelmäßiges mit Sand oder Wasser gefülltes Gefäß. Hat man z. B. ein cylinderförmiges Gefäß, in welchem der zu messende Körper nicht allein hinreichenden, sondern auch überflüßigen Raum findet, so legt man ihn hinein, gießt so viel Wasser dazu, bis der Körper ganz davon bedeckt ist, und bezeichnet genau, wie hoch die Oberfläche des Wassers steht. Darauf nimmt man den Körper hinaus, und sieht wieder, wie hoch jetzt die Wasserfläche steht. Darauf berechnet man den cylindrischen leeren Raum zwischen dem ersten höheren und dem zweiten niedrigeren Stande; da derselbe durch die Wegnahme des zu messenden Körpers entstanden ist, so muß sein Inhalt dem kubischen Inhalte oder Volumen des letztern gleich sein. Statt des Wassers kann man auch jede andere wenig zusammenhängende Materie, wie z. B. Sand nehmen. Dividirt man alsdann das absolute Gewicht des Körpers durch die gefundene Größe, so erhält man die gesuchte Dichtigkeit oder spezifische Schwere.

Aus der Gleichung I folgt auch III) $V = \frac{M}{D}$

Man findet also die Größe oder das Volumen eines Körpers, wenn man die Masse oder das absolute Gewicht des ganzen Körpers durch das spezifische Gewicht dividirt.

Kennt man also das absolute spezifische Gewicht eines Körpers, so läßt sich sein Volumen leicht finden. Diese Bestimmungsweise ist namentlich bei sehr unregelmäßigen Körpern anwendbar.

Die drei angeführten Formeln gelten eigentlich nur für homogene oder gleichförmig dichte Materien und Körper; man kann sie aber auch auf heterogene anwenden, sobald man unter Dichtigkeit D die mittlere versteht.

Diese letztere wird durch die Formel $D = \frac{M}{V}$ gefunden, wenn man das Gewicht aller gegebenen Kubikfuße zusammennimmt, und durch die Anzahl derselben dividirt.

Es bestehe z. B. ein Körper aus 1 Kubikfuß Gold, 2 Kubikfuß Silber und 3 Kubikfuß Kupfer.

1 Kubikfuß	Gold	= 1375 ℔	
2 „	Silb.	= 1540 „	
3 „	Kupfr.	= 1845 „	
6 Kubikfuß		= 4760 ℔;	

$\frac{4760}{6} = 793\frac{1}{3}$ also die mittlere Dichtigkeit der zusammengeschmolzenen Masse, oder $D = 793,333$.

Ganz genau erhält man freilich die mittlere Dichtigkeit auf diese Art nicht, denn aus der Erfahrung weiß man, daß sich bei dem Zusammenschmelzen verschiedener Metalle die mittlere Dichtigkeit etwas ändert.

Wenn ein Körper auf einer schiefen Ebene herabgleitet (vergl. S. 854), oder wenn ein Körper schwimmt, oder sich überhaupt im Wasser befindet, so wird ein Theil seiner absoluten Schwere durch den Widerstand der Ebene oder des Wassers unwirksam gemacht; der übrige wirksam bleibende Theil heißt die relative Schwere oder das relative Gewicht. Dieses darf dann nicht mit dem relativ-spezifischen (S. 1895) verwechselt werden.

6. Wenn eine Gleichung zwischen veränderlichen Größen gegeben ist, so lassen sich die verschiedenen Verhältnisse der veränderlichen Größen aus derselben erkennen; z. B. es sei gegeben:

$$A)\quad x = yz.$$

Zuerst sieht man, daß das Produkt x um so viel mal größer oder kleiner wird, als einer der Faktoren größer oder kleiner wird.

Es sei z. B. $y' = 3y$; alsdann wird $x' = y'z = 3x$.

Es sei $z' = 5z$; alsdann wird $x'' = yz' = 5x$; und wenn sich beide Faktoren zugleich ändern, wird $x''' = y'z' = 15x$.

Also mit Worten ausgedrückt: Die Werthe von x stehen im zusammengesetzten Verhältnisse der Werthe von y und z. Ist z unveränderlich, so verhalten sich die Werthe von x nur wie die Werthe von y; ist y unveränderlich, so verhalten sich die Werthe von x nur wie die Werthe von z.

Hat man die Gleichung

$$B)\quad x = \frac{y}{z}$$

so nimmt x so viel mal zu oder ab, als der Zähler y zu oder abnimmt; dagegen nimmt x so viel mal zu als der Nenner z ab nimmt; und nimmt x so viel mal ab, als der Nenner z zu nimmt.

Es verhalten sich also die Werthe eines Quotienten oder Bruches x gerade wie die Werthe des Zählers y, und umgekehrt wie die Werthe des Nenners z. Bleibt z unverändert, so verhalten sich die Werthe von x nur gerade wie die Werthe von y; ist y unverändert, so verhalten sich die Werthe von x nur umgekehrt wie die Werthe von z.

Es sei z. B. $y' = 3y$; alsdann wird $x' = \frac{y'}{z} = 3x$.

Es sei $z' = 2z$; alsdann wird $x'' = \frac{y}{z'} = \frac{1}{2}\,x$;

und wenn sich Zähler u. Nenner zugleich ändern $x''' = \frac{y'}{z'} = \frac{3}{2}\,x$.

In ähnlicher Weise kann man die Verhältnisse zwischen Masse, Dichtigkeit und Größe oder Volumen bestimmen, wenn man annimmt, es verwandle

sich ein Körper in den andern, so daß sich seine Masse, Dichtigkeit und Größe ändert. Aus der Gleichung I (S. 1895) $M = DV$ schließt man:

Die Massen verschiedener Körper stehen im zusammengesetzten Verhältnisse der Dichtigkeit und Größe. Sind die Größen gleich, oder bleibt V unverändert, so verhalten sich die Massen wie die Dichtigkeiten; sind die Dichtigkeiten gleich, oder bleibt D unverändert, so verhalten sich die Massen wie die Größen.

Aus der Gleichung II (S. 1896) $D = \frac{M}{V}$ schließt man:

Die Dichtigkeiten verschiedener Körper verhalten sich gerade wie die Massen, und umgekehrt wie die Größen. Sind die Größen gleich, bleibt also V unverändert, so verhalten sich die Dichtigkeiten gerade wie die Massen; sind die Massen gleich, bleibt also M unverändert, so verhalten sich die Dichtigkeiten umgekehrt wie die Größen.

Aus der Gleichung III (S. 1896) $V = \frac{M}{D}$ schließt man:

Die Größen verschiedener Körper verhalten sich gerade wie die Massen, und umgekehrt wie die Dichtigkeiten. Sind die Dichtigkeiten gleich, bleibt also D unverändert, so verhalten sich die Größen nur gerade wie die Massen, sind die Massen gleich, bleibt also M unverändert, so verhalten sich die Größen nur umgekehrt wie die Dichtigkeiten.

Alle diese Verhältnisse finden jedoch nur bei homogenen Körpern statt, oder nur dann bei heterogenen, wenn unter der Dichtigkeit die mittlere verstanden wird (vergl. S. 1896).

7. Wenn ein Körper aus zweierlei Materien besteht, und man will wissen, wie viel von der einen darin ist, so berechnet man zuerst, was er wiegen würde, wenn er blos aus der andern Materie bestünde; darauf sucht man den positiven Unterschied zwischen diesem und dem wirklichen Gewichte, und dividirt diesen Unterschied durch den Unterschied der spezifischen Schweren; der Quotient ist die gesuchte Anzahl von Kubikfußen der einen Materie.

Angenommen, ein Körper von k Kubikfuß wiegt p Pfund, und besteht aus zwei Materien; von der schwerern wiegt ein Kubikfuß s Pfund, von der leichteren ein Kubikfuß l Pfund; wie viel enthält der Körper von jeder Materie?

Von der schwereren enthalte er x Kubikfuß; also von der leichteren $(k - x)$ Kubikfuß.

$$\begin{aligned} x \text{ Kubikfuß zu } s \text{ ℔} &= sx \text{ ℔} \\ (k - x) \text{ Kubikfuß zu } l \text{ ℔} &= lk - lx \text{ ℔} \\ \hline \text{Summe} &= lk + (s - l)x \text{ ℔} \end{aligned}$$

Da nun das absolute Gewicht des ganzen Körpers $= p$ ℔, so hat man:

$$lk + (s - l)x = p; \text{ oder } (s - l)x = p - lk;$$

Daher:

$$x = \frac{p - lk}{s - l}$$

Bestünde der Körper blos aus der leichteren Materie, so würde sein totales Gewicht = lk ℔ sein; der Unterschied dieses und des wirklichen Gewichts p, oder p — lk wird dividirt durch den Unterschied s — l, d. h. durch den Unterschied der beiden spezifischen Gewichte.

Beispiel.

Ein Körper aus Blei und Zinn zusammengeschmolzen, wiegt $2917\ ^3/_5$ ℔; seine Größe beträgt 5 Kubikfuß; man verlangt die darin enthaltene Quantität des Bleis und diejenige des Zinns gesondert.

Ein Pariser Kubikfuß Blei wiegt $795\ ^1/_6$ Pariser Pfund; ein Pariser Kubikfuß Zinn wiegt $442\ ^2/_5$ Pariser Pfund.

Es seien im Körper enthalten x Kubikfuß Blei; also vom Zinn (5 — x) Kubikfuß.

x Kubikfuß Blei =	. . . .		$795\ ^1/_6 \,.\, x$
(5 — x) Kubikfuß Zinn =	$(5 - x) \,.\, 442\ ^2/_5 = 2212$	—	$442\ ^2/_5 \,.\, x$
	Summe = 2212	+	$352\ ^{23}/_{30} \,.\, x$;

daher: $2212 + 352\ ^{23}/_{30} \,.\, x = 2917\ ^{18}/_{30}$;

also: $x = \frac{2917{,}6 - 2212}{352{,}77} = \frac{705{,}6}{352{,}77} = 2$; und $(5 - x) = 3$.

Es sind also im gegebenen Körper enthalten 2 Kubikf.	Blei =	1590,33 ℔
und (5 — 2) = 3 „	Zinn =	1327,20 „
	Daher das ganze Gewicht =	2917,53 ℔

8. Die Atome der Körper werden nicht allein von dem Mittelpunkte der Erde, sondern gegenseitig von einander angezogen, und bilden durch diese gegenseitige Anziehung den inneren Zusammenhang, durch welchen die einzelnen Körper abgesondert von einander bestehen. Ist dieser innere Zusammenhang so stark, daß eine große Kraft erfordert wird, um die einzelnen Theile von einander zu trennen, so heißt der Körper ein *fester* oder *harter*; ist dagegen der Zusammenhang oder die *Kohäsion* so schwach, daß die geringste Kraft hinreicht, um die Theilchen des Körpers zu trennen oder zu verschieben, so heißt der Körper ein *flüßiger*.

Weiche Körper stehen in der Mitte zwischen den festen und flüßigen. Einen *vollkommen festen* Körper giebt es indessen nicht, denn ein solcher müßte sich durch keine endliche Kraft trennen lassen. Alle bekannten festen Körper haben deshalb einen größeren oder kleineren Grad von Weichheit, da sie sich sämmtlich trennen lassen. *Vollkommen flüßige* Körper müßten sich durch eine unendlich kleine Kraft trennen lassen; alle bekannten flüßigen Körper erfordern indessen eine endliche Kraft zu ihrer Trennung und Theilverschie-

bung. Es liegen demnach alle wirklichen Körper der uns bekannten Natur zwischen den vollkommen festen und vollkommen flüßigen.

9. Viele, sowohl feste als flüßige Körper haben die Eigenschaft, daß sie, wenn sie zusammengedrückt oder gebogen, oder aus einander gezogen werden, wieder von selbst ihre vorige Größe oder Gestalt annehmen; diese Eigenschaft heißt ihre Elastizität oder Federkraft.

Ein vollkommen elastischer Körper wäre ein solcher, der eine eben so große Kraft anwendete, um sich in seine vorige Gestalt und Größe zurückzubegeben, als angewendet worden, um ihn aus dieser Größe und Gestalt herauszubringen.

Vollkommen unelastische Körper wären solche, die gar keine Kraft äußerten, um sich in ihre ursprüngliche Größe und Gestalt zurückzubegeben. Die wirklichen Körper liegen wieder in der Mitte.

Bei den mathematischen Berechnungen nimmt man oft an, daß die Körper entweder vollkommen elastisch oder vollkommen unelastisch seien. Nur ein vollkommen harter Körper könnte auch ein vollkommen unelastischer sein, denn ein solcher würde sich überhaupt durch keine endliche Kraft zusammendrücken, oder ausdehnen, oder biegen lassen.

Flüßige Materien, welche zugleich elastisch sind, wirken mit den intensivsten Kräften, wie z. B. Luft und Dampf.

10. Bei vielen Gelegenheiten bringen die auf einen Körper wirkenden Kräfte keine ihrer Intensität entsprechende oder proportionale Bewegung hervor.

Es sind alsdann Hindernisse vorhanden, welche ihre Wirkung mehr oder weniger hemmen.

Ein großer Theil solcher Hindernisse entsteht aus der Beschaffenheit oder dem Zustande desjenigen Raumes, in welchem sich der Körper und die Bahn desselben befindet. Dieser umgebende Raum heißt gewöhnlich das Medium, oder der Mittelraum; enthält dieser Nichts außer dem bewegten oder beweglichen Körper, so nennt man ihn leer; enthält er aber noch eine andere Materie, so heißt er voll.

Bei den Elementarbetrachtungen der Statik und Dynamik sieht man den Mittelraum als leer an; dagegen muß man späterhin auf den vollen Rücksicht nehmen, insofern er die Bewegung vermindern kann. Denn im vollen Mittelraume hat die Kraft nicht allein den beweglichen Körper, sondern auch die den Mittelraum anfüllenden Materientheile in Bewegung zu setzen; so wird z. B. der Widerstand, den die Luft einem bewegten Körper entgegensetzt, sehr merklich.

Ein anderes häufig vorkommendes Hinderniß ist die Reibung der Körper gegen einander. Da nämlich kein Körper vollkommen glatt ist, sondern an seiner Oberfläche mehr oder minder merkliche Erhöhungen und Vertiefungen hat, so dringen bei naher Berührung die Erhöhungen des einen Körpers in die Vertiefungen des andern, und hindern die Bewegung in merklichem Grade. In den Elementarbetrachtungen kann man anfänglich auch die Reibung unberücksichtigt lassen.

11. Die Erfahrung zeigt, daß in jedem Körper ein Punkt vorhanden ist, in welchem sich die ganze Schwere desselben gleichsam vereinigt, so daß es nur nöthig ist, diesen Punkt zu unterstützen oder zu befestigen, um den ganzen Körper am Fallen oder an der Umdrehung zu verhindern, mag er dabei eine Lage haben, welche er will; z. B. wenn man an einer Stange die Mitte ihrer Länge aufsucht, und an dieser Stelle durch die Mitte der Dicke ein Loch bohrt, so ist in der Mitte dieses Lochs ein Punkt, welcher nur allein unterstützt zu werden braucht, um zu verhüten, daß die Stange fällt oder sich umdreht, mag sie dabei eine Lage gegen die Erde haben, welche sie will. Dieser Punkt, der sich in jedem Körper findet, heißt der Schwerpunkt desselben. Es wird sich tiefer der Grund zeigen, warum in jedem Körper ein solcher vorhanden sein muß. Die Auffindung des Schwerpunkts ist eine häufig vorkommende Aufgabe in der Mechanik.

12. Man kann aber nicht blos an einzelnen Körpern, sondern auch an einer ganzen Anzahl zusammengehöriger Körper, oder an einem sogenannten Systeme von Körpern einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt auffinden; z. B. den Schwerpunkt eines ganzen Schiffes mit seiner verschiedenartigen Ladung.

Der Weg oder die Bahn. 6

Der Weg oder die Bahn eines bewegten Körpers ist mathematisch betrachtet die Linie, welche der Schwerpunkt des Körpers durchläuft. Die Länge dieser Linie wird durch das gewöhnliche Längenmaaß bestimmt. Ist sie eine gerade Linie, so heißt die Bewegung geradlinig, ist sie krumm, so heißt die Bewegung krummlinig.

Die geradlinige Bewegung hat auf der geraden Linie eine bestimmte Richtung, welche sie beibehält, um irgend einen entfernten Punkt zu erreichen. Nicht allein die durch den Schwerpunkt gehende, sondern auch alle in ihrer Nähe mit ihr parallel gehenden geraden Linien bestimmen die Richtung der Bahn.

Ist die Bahn krummlinig, so kann man sich vorstellen, daß die Bewegung in jedem Augenblicke eine andere Richtung bekommt; solche augenblickliche Richtung wird durch die Tangente angegeben, welche die krummlinige Bahn an der Stelle berührt, wo sich der bewegte Schwerpunkt eben befindet. Die ganze krummlinige Bahn kann alsdann wie ein Polygon von unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten angesehen werden, und die Richtung der Bewegung ist in jedem Augenblicke dieselbe wie die Polygonseite, welche der bewegte Schwerpunkt durchläuft, und welche mit der an dieser Stelle gezogenen Tangente zusammenfällt.

Die Geschwindigkeit. 7

Wenn man den Weg oder die Bahn eines bewegten Körpers mit der dazu verbrauchten Zeit zusammen betrachtet, so erhält man den Begriff der Geschwindigkeit; diese ist nämlich in mechanischem Sinne der Weg, den der Körper in der Einheit der Zeit durchläuft.

Die Bewegung, oder eigentlich Geschwindigkeit heißt einförmig, wenn der Körper in gleichen Zeiten gleiche Räume durchläuft; sie heißt ungleichförmig, wenn in gleichen Zeiten ungleiche Räume durchlaufen werden. Wird die Geschwindigkeit größer, so heißt diese Zunahme derselben Beschleunigung, und die Bewegung selbst ein beschleunigte; wird die Geschwindigkeit kleiner, so heißt diese Abnahme derselben Verzögerung, und die Bewegung selbst eine verzögerte.

8 Die Zeit und Dauer der Bewegung.

Jede Bewegung ist Veränderung des Orts; der bewegte Körper oder Punkt kann also nur einen Ort nach dem andern einnehmen; dieses Nacheinander enthält aber den Begriff der Zeit; es kann also keine Bewegung geben, welche ihre Ortsveränderung ohne allen Zeitverbrauch hervorbrächte, so daß der bewegte Punkt in einem und demselben Zeitpunkte zwei verschiedene Oerter einnähme. Eine solche unendlich große Geschwindigkeit findet sich auch nicht einmal beim Licht, obgleich es (vergl. S. 30 und S. 1355) in jeder Sekunde 40000 deutsche Meilen zurücklegt. Ebensowenig giebt es eine unendlich kleine Geschwindigkeit, welche in irgend einer verflossenen Zeit gar keine Ortsveränderung vollendete, denn dies käme der Ruhe gleich. Wohl aber kann die Geschwindigkeit, obgleich sie noch endlich bleibt, dennoch so groß oder so klein werden, daß entweder die verbrauchte Zeit, oder der durchlaufene Raum keine wirkliche Messung mehr zulassen z. B. die Zeitgröße, während welcher das Licht einen Fuß durchläuft, ist für die Messung ebenso unerreichbar klein, wie der Raum, den der Stundenzeiger einer kleinen Taschenuhr während einer Terzie zurücklegt. So lange indessen Zeiten und Räume in ihrer Größe oder Kleinheit nach endlich bleiben, kann man geometrische Ausdrücke für ihre Werthe finden, wie z. B. für das Verhältniß der Geschwindigkeit g der Erde auf ihrer Bahn zur Geschwindigkeit G des Lichts (vergl. S. 1355) hat man den Ausdruck: $g : G = \tan g\ 20'', 5 : 1$.

Werden aber die Raumtheilchen, oder die Zeittheilchen unendlich klein gedacht, alsdann hört alle Möglichkeit der Vergleichung, und daher die Berechnung zugleich mit der Messung auf. Versucht man dennoch bei diesen unvergleichbaren Größen eine Vergleichung, so kommen die mancherlei Widersprüche hervor, welche schon im Alterthume gegen die Bewegung erhoben worden sind.

Es ist ein allgemein anerkanntes und von der Erfahrung bestätigtes Gesetz, daß die Materie, aus welcher die Körper bestehen, den Zustand, in dem sie sich irgend befindet, niemals durch sich selbst ändert, sondern in ihm so lange beharrt, bis irgend ein außenher kommender und hinreichender Grund einen neuen Zustand einführt; dieses Beharrungsvermögen der Materie äußert sich aber auch als ein Widerstand gegen jede neue Kraft, welche eine Zustandsänderung hervorbringen will; daher nennt man es auch die Kraft der Trägheit, Vis inertiae. Das aus derselben hervorgehende Naturgesetz ist folgendes:

Jeder Körper bleibt in seiner Ruhe, oder in seiner einför-

migen geradlinigen Bewegung, so lange kein Grund zur Aenderung des Zustandes hinzutritt.

Die Dauer der Bewegung hängt theils von der Natur der bewegenden Kraft, theils von der Beschaffenheit des Mittelraums und der unvermeidlichen Reibung, und von sonstigen Hindernissen ab.

Die hiebei in Betracht kommende Natur der Kräfte bestimmt man durch folgende zwei Eintheilungen: erstlich nach der Dauer ihrer Wirksamkeit nennt man sie entweder kontinuirliche, fortwirkende, welche während einer merklich langen Zeit ununterbrochen den Zustand eines Körpers ändern; oder Momentankräfte, augenblicklich wirkende, wenn ihre Wirkungen in einer unmeßbar kleinen Zeit geschehen, und der Körper, sich selbst überlassen, seine fernere Bewegung nur durch sein Beharrungsvermögen erhält; zweitens nach der Beziehung auf den Zustand des zu bewegenden Körpers nennt man die Kräfte entweder absolute oder Totalkräfte, wenn sie ganz unabhängig auf einen bewegten Körper ebenso wirken wie auf einen ruhenden, und auf den ersteren ebenso bei großer wie bei kleiner Geschwindigkeit; oder sie heißen relative Kräfte, wenn sie anders auf den ruhenden Körper wirken, als auf den bewegten, und auf diesen anders, wenn er diese oder jene Geschwindigkeit, oder diese und jene Richtung hat.

Eine der wichtigsten absoluten oder Totalkräfte ist die allgemeine Gravitation, d. h. die an der Materie vorkommende Eigenschaft, daß sich alle ihre Theile, mögen sie nahe oder beliebig ferne sein, einander gegenseitig anziehen,

Ihr jedesmaliger Werth steht in geradem Verhältnisse mit der Masse und im umgekehrten mit dem Quadrat der Entfernung des anziehenden Körpers (vergl. S. 66).

Die Neigung jedes irdischen Körpers, sich in senkrechter Linie zum Mittelpunkt der Erde hinzubewegen, oder die Schwerkraft ist nichts Anderes, als die Wirkung der Anziehungen, welche alle Theile der Erde zugleich gegen einen solchen Körper ausüben, und welche Anziehungen sich in eine einzige Kraft zusammensetzen, deren Richtung nach dem Mittelpunkt der Erde geht.

Die Wirkung einer kontinuirlichen Kraft in einer endlichen Zeit kann man sich als durch unendlich viele Momentankräfte hervorgebracht vorstellen, welche so schnell nach einander wirken, daß die Zwischenzeit zwischen je zwei auf einander folgenden Wirkungen unendlich klein ist. Demgemäß kann man auch einen bewegten Punkt so ansehen, als wenn er jeden Augenblick zur Ruhe kommt, aber in demselben Augenblicke durch eine Momentankraft von Neuem in Bewegung gesetzt wird.

9 Bezeichnet man mit s den durchlaufenen Raum, mit c die Geschwindigkeit und mit t die verflossene Zeit, so hat man bei der gleichförmigen Bewegung folgende Gleichungen:

$$\text{I) } s = ct; \quad \text{II) } c = \frac{s}{t}; \quad \text{III) } t = \frac{s}{c}.$$

Man kann die erste Gleichung auch auf eine ungleichförmige Bewegung anwenden, wenn man die verschiedenen Geschwindigkeiten addirt, und aus der Summe durch Division mit der Anzahl der Zeiteinheiten die mittlere Geschwindigkeit zieht, und diese mit c bezeichnet.

10 Aus der Gleichung I sieht man (vergl. S. 1898), daß bei verschiedenen einförmig bewegten Körpern sich die zurückgelegten Wege zusammengesetzt verhalten, wie die Geschwindigkeiten und Zeiten; sind aber die Zeiten gleich, so verhalten sich die Wege nur wie die Geschwindigkeiten; sind die Geschwindigkeiten gleich, so verhalten sich die Wege nur wie die Zeiten.

11 Aus der Gleichung II sieht, man, daß bei einförmigen Bewegungen sich die Geschwindigkeiten verhalten gerade wie die Wege, und umgekehrt wie die Zeiten; sind die Zeiten gleich, so verhalten sich die Geschwindigkeiten gerade wie die Wege; sind die Wege gleich, so verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Zeiten.

12 Aus der Gleichung III sieht man, daß bei einförmigen Bewegungen die verflossenen Zeiten sich verhalten, gerade wie die durchlaufenen Wege, und umgekehrt wie die Geschwindigkeiten; sind die Geschwindigkeiten gleich, so verhalten sich die Zeiten gerade wie die Wege; sind die Wege gleich, so verhalten sich die Zeiten umgekehrt wie die Geschwindigkeiten.

13 Ein Produkt behält seinen Werth unverändert, wenn beide Faktoren sich nach einem umgekehrten Verhältnisse verändern, d. h. wenn der eine so vielmal größer als der andere kleiner wird.

Also in der Gleichung $s = ct$ bleibt s unverändert, wenn c um so vielmal größer als t kleiner, oder c um so vielmal kleiner als t größer wird.

Bei zwei verschiedenen aber sich einförmig bewegenden Körpern sind also die zurückgelegten Wege gleich, wenn sich ihre Geschwindigkeiten umgekehrt wie ihre Zeiten verhalten.

14 Ein Bruch behält den gleichen Werth, wenn zugleich Zähler und Nenner gleichvielmal zunehmen oder abnehmen, wenn sich also der alte Zähler zum neuen Zähler, wie der alte Nenner zum neuen Nenner verhält.

Aus der Gleichung $c = \frac{s}{t}$ folgt also, daß bei zwei Bewegungen die Geschwindigkeiten gleich sind, wenn die durchlaufenen Wege sich eben so verhalten wie die Zeiten.

Aus der Gleichung $t = \frac{s}{c}$ folgt, daß bei zwei Bewegungen die verflossenen Zeiten gleich sind, wenn sich die Wege so verhalten wie die Geschwindigkeiten.

15 Es sei 1 Grad der Kraft nöthig, um 1 Pfund Masse in 1 Sekunde 1 Fuß weit zu bewegen; alsdann werden 4 Grade Kraft erforderlich sein, um 4 Pfund Masse in 1 Sekunde 1 Fuß weit zu bringen. Wenn also bei gleicher Geschwindigkeit die Masse M Einheiten enthält, so muß auch die Kraft M Grade haben.

Soll aber auch die Geschwindigkeit einige Male größer werden, so muß auch die Kraft wieder um eben so viele Male größer werden. Soll also die

Geschwindigkeit in der Zeiteinheit, z. B. in 1 Sekunde c Fuß betragen, so muß die Kraft c mal vergrößert werden. Man hat also, wenn K den erforderlichen Grad der Kraft bezeichnet (vergl. S. 857):

$$\text{I)}\quad K = Mc.$$

16 Die Bewegung, welche irgendwo vor sich geht, ist die Wirkung der Kraft, und ist dieser ihrer Ursache an Größe gleich. Nimmt man z. B. diejenige Bewegung, welche 1 Pfund Masse mit einer Geschwindigkeit von 1 Fuß hat, zur Einheit der Bewegung an: so ist offenbar M mal so viel Bewegung vorhanden, wenn die Masse M Pfund enthält; ebenso ist c mal so viel Bewegung vorhanden, wenn die Masse sich mit einer Geschwindigkeit gleich c bewegt. Bezeichnet man also die Größe der Bewegung durch B, so hat man:

$$\text{II)}\quad B = Mc.$$

Es zeigt sich also, daß $B = K$.

17 Aus der Gleichung I erhält man die beiden folgenden:

$$\text{III)}\quad c = \frac{K}{M} \quad \text{und} \quad \text{IV)}\quad M = \frac{K}{c}$$

Aus den drei Gleichungen I, III und IV erhält man nach obiger Schlußweise (vergl. S. 1897) folgende Sätze:

1. Die Kräfte verhalten sich zusammengesetzt wie die Massen und Geschwindigkeiten; wenn die Massen sich umgekehrt verhalten wie die Geschwindigkeiten, so sind die Kräfte gleich.
2. Die Geschwindigkeiten verhalten sich gerade wie die Kräfte und umgekehrt wie die Massen; bei gleichen Massen verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Kräfte; bei gleichen Kräften verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Massen. Die Geschwindigkeiten sind gleich, wenn die Kräfte sich verhalten wie die Massen.
3. Die Massen verhalten sich gerade wie die Kräfte und umgekehrt wie die Geschwindigkeiten; bei gleichen Geschwindigkeiten verhalten sich die Massen wie die Kräfte; bei gleichen Kräften verhalten sich die Massen umgekehrt wie die Geschwindigkeiten; die Massen sind gleich wenn sich die Kräfte verhalten wie die Geschwindigkeiten.

18 Die drei Hauptgleichungen aus dem bisherigen sind also (S. 1895 Nr. 5, S. 1903 Nr. 9 und S. 1915 Nr. 15).

$$M = DV;\quad s = ct;\quad K = Mc.$$

Aus diesen läßt sich eine Anzahl neuer Gleichungen bilden, z. B.:

$$K = DV \,.\, c;\quad K = \frac{Ms}{t};\quad V = \frac{K}{Dc};\quad t = \frac{Ms}{K};$$

diese Gleichungen lassen wieder neue Folgerungen zu.

19 Wenn eine Kraft durch einen unüberwindlichen Widerstand aufgehalten wird, so nennt man sie zuweilen (vergl. S. 1894) eine todte Kraft. Der

Ausdruck paßt aber nicht ganz; denn sie wird nicht wirklich getödtet, oder vernichtet, sondern äußert ihr fortdauerndes Dasein durch einen Stoß oder Druck, wie z. B. die aufgehaltene Schwere oder Fallkraft.

Eine solche gehemmte Kraft muß wie jede andere nach der Masse und Geschwindigkeit beurtheilt werden. Da aber alsdann keine wirkliche Geschwindigkeit stattfindet, so muß man allein diejenige in Betracht ziehen, welche der bewegliche Körper von der Kraft erhalten würde, wenn sie ungehemmt wäre. Diese Geschwindigkeit, welche also nicht wahrgenommen, sondern nur gedacht werden kann, heißt die virtuelle Geschwindigkeit; multiplizirt man diese mit der Masse, so erhält man die gehemmte Kraft, die man auch virtuelle Kraft nennen kann. Bezeichnet man diese mit $\varkappa$, und die virtuelle Geschwindigkeit mit γ, so hat man:

$$\varkappa = M\gamma.$$

Bei dieser virtuellen Geschwindigkeit muß man sich jedoch merken, daß sie nur so gedacht werden muß, wie sie im ersten Augenblicke nach dem Stoße oder Drucke sein würde; und nicht in den folgenden Zeitpunkten, wo sie durch mancherlei Gründe sich bald ändern kann.

Man kann dem Vorigen gemäß auch von virtuellen Bewegungen sprechen; bezeichnet man diese mit β, so hat man:

$$\beta = M\gamma.$$

20 Wegen des Standpunktes, den ein Beobachter einnimmt, kann man die Bewegung in eine wirkliche und scheinbare eintheilen; z. B. die wirkliche Bewegung der Erde um ihre Achse, und die scheinbare der Gestirne vom östlichen nach dem westlichen Horizonte.

21 Hinsichtlich der Quantität des Raumes, den man in Betracht zieht, ist die Bewegung entweder eine absolute, oder eine relative.

Ein Körper kann nämlich in Beziehung auf verschiedene ihn umgebende, nähere oder entferntere, Körper gegen einige in relativer Ruhe, gegen andere in relativer Bewegung sein. Segelt z. B. ein Schiff längs einem Ufer hin, und sitzt ein Mensch ruhig auf dem Deck: so hat er gegen die Theile des Schiffs eine relative Ruhe, gegen die Gegenstände am Ufer eine relative Bewegung. Geht er aber vom Vorderdeck nach dem Hinterdeck mit einer solchen Geschwindigkeit, mit welcher sich das Schiff fortbewegt: so bleibt er während dieses Ganges denselben Ufertheilen gegenüber, hat also gegen diese relative Ruhe, gegen die Theile des Decks aber relative Bewegung. Dasselbe kann man von jedem auf der Erde ruhenden Menschen sagen; gegen die Erde ist er in relativer Ruhe, gegen die Himmelskörper aber, wegen der Axendrehung und wegen der Bewegung der Erde auf ihrer Bahn, in relativer Bewegung.

Sobald also nur ein Theil des ganzen Raumes in Betracht gezogen wird, und in diesem bestimmte Punkte oder Körper ausgezeichnet werden, gegen welche der bewegte Körper seine Raumverhältnisse theils ändert, theils beibehält: entstehen die relative Bewegung und die relative Ruhe, und aus beiden geht der relative Ort des in Betracht stehenden Körpers hervor.

Nimmt man aber den ganzen unendlichen Raum, in welchem das ganze Weltall ausgebreitet ist, oder den absoluten Raum, ohne Beschränkung und Bedingung einzelner bestimmter Körper; so hat jeder Körper in jedem bestimmten Augenblicke einen absoluten Ort; bleibt dieser absolute Ort derselbe, so ist die absolute Ruhe; ändert sich derselbe, so ist die absolute Bewegung da.

22 Wenn man sich eine geordnete Anzahl von materiellen Punkten, oder ein System von Punkten, so mit einander verbunden denkt, daß sich die gegenseitige Entfernung der Punkte nicht ändern kann, wie z. B. in einem festen Körper; so ergeben sich mancherlei allgemeine Bewegungsgesetze daraus.

Befinden sich sämmtliche Punkte in einer geraden Linie, so ist durch die gegebenen Orte von zwei Punkten in dieser Linie der Ort jedes andern Punktes derselben bestimmt. Wenn also zwei Punkte der Linie ihre Orte nicht ändern, so bleiben alle in Ruhe. Wenn also ein Punkt der geraden Linie in Bewegung ist, so kann es höchstens nur noch einen andern Punkt in derselben geben, welcher in Ruhe bleibt; z. B. wenn eine gerade Linie um einen ihrer Endpunkte, welcher fest ist, eine drehende Bewegung hat.

Wenn die materiellen Punkte ein anderes System als eine gerade Linie bilden, so ist durch die gegebene Lage von drei Punkten, die nicht in einer geraden Linie liegen, der Ort jedes andern Punktes im Systeme bestimmt. Aendern also jene drei Punkte ihre Oerter nicht, so bleiben alle Punkte des Systems in Ruhe. Wenn sich dagegen ein Punkt desselben bewegt, so müssen alle Punkte, welche in Ruhe bleiben, in einer geraden Linie liegen; denn sonst wären drei Punkte, welche nicht in einer solchen liegen, in Ruhe, es würde sich also keiner von den übrigen bewegen.

Dieses Gesetz gilt für alle Systeme, deren Punkte ihre gegenseitigen Entfernungen nicht ändern können; es gilt daher auch für gebrochene und krumme Linien, Flächen und Körper.

23 Wenn sich alle Punkte eines Systems in gleichen und parallelen Linien mit gleicher Geschwindigkeit fortbewegen, so sagt man: das System habe eine fortschreitende Bewegung. Wenn aber jeder Punkt des Systems sich um einen ruhenden Punkt in einer Kugelfläche bewegt, deren Halbmesser die Entfernung zwischen dem ruhenden und bewegten Punkte ist, so sagt man: das System habe eine rotirende, oder rotatorische, drehende Bewegung um einen ruhenden Punkt, welcher Mittelpunkt der Drehung, oder auch nur Drehungspunkt oder Ruhepunkt heißt. Wenn jeder Punkt des Systems um eine ruhende gerade Linie einen Kreis beschreibt, dessen Radius die Entfernung des bewegten Punktes von der Linie, und dessen Mittelpunkt ein Punkt derselben ist, und dessen Ebene senkrecht auf der Linie steht: so nennt man die Bewegung des Körpers eine Axendrehung, und die gerade Linie eine Axe.

24 Jede andere Bewegung eines festen Systems kann als zusammengesetzt aus einer fortschreitenden und einer drehenden Bewegung gedacht werden.

25 Winkelgeschwindigkeit heißt die Geschwindigkeit eines Punktes in einem sich um seine Axe drehenden Systeme, wenn die Axe ruht, und wenn die Entfernung des Punktes von der Axe gleich 1 ist.

Wenn die Axe nicht ruht, so bezeichnet die Winkelgeschwindigkeit die relative Bewegung des Punktes in Beziehung auf die Axe.

26 Man gebraucht den Namen Winkelgeschwindigkeit auch bei einer freien krummlinigen Bewegung eines Punktes. Man denkt sich alsdann der Krümmungshalbmesser (S. 1721) mache die Bewegung mit, und zwar um den Mittelpunkt des Krümmungskreises, und so daß sein Endpunkt immer mit dem bewegten Punkte zusammenfällt; die Winkelgeschwindigkeit in diesem Sinne ist alsdann die Geschwindigkeit desjenigen Punktes des Krümmungshalbmessers, dessen Entfernung vom Mittelpunkte des Krümmungskreises gleich 1 ist.

27 Wenn ein Körper einem andern eine Bewegung mittheilt, oder mitzutheilen strebt, so ist die Einwirkung gegenseitig: die Wirkung ist der Gegenwirkung gleich und entgegengesetzt.

Wenn z. B. ein Körper A einen Körper B stößt oder drückt, so übt B einen gleichen Stoß oder Druck gegen A aus. Zieht der Körper A den Körper B aus einer gewissen Entfernung an, so zieht auch B mit gleicher Stärke, aber natürlich entgegengesetzter Richtung, A zu sich hin.

Will man die wirkenden Kräfte allein betrachten, z. B. die allgemeine Gravitation oder Anziehungskraft: so wirkt diese auf beide angezogene Körper in solcher Weise, daß jeder von ihnen einen gleichen Zug aber in entgegengesetzter Richtung wie der andere erleidet.

§. 270. Von den Gesetzen des Gleichgewichts.

1 Wenn eine Kraft auf einen Körper wirkt, dessen Punkte sämmtlich untereinander verbunden sind, und einen bestimmten Angriffspunkt hat: so ist ihre Wirkung derjenigen ganz gleich, welche stattfinden würde, wenn sie auch einen andern Angriffspunkt hätte: nur muß dieser zweite Angriffspunkt irgendwo in der Direktionslinie der Kraft liegen. Bringt man daher auf der Direktionslinie einer Kraft ein unüberwindliches Hinderniß an, so kann die Kraft keine Wirkung hervorbringen.

2 Zwei gleiche Kräfte P und Q, Tafel XXXV, D, Fig. 74 u. 75, welche an den Punkten A und B einer geraden Linie AB angebracht sind, und in deren Richtung, aber in entgegengesetztem Sinne wirken, bringen ein Gleichgewicht hervor; denn wenn z. B. P als anziehende Kraft A nach a hinzubringen sucht, so wird der Punkt B, welcher durch die Zwischenpunkte mit A verbunden ist auch $Bb = Aa$ durchlaufen müssen; in derselben Zeit strebt aber auch die Kraft Q den Punkt B nach b' fortzubewegen, d. h. also in entgegengesetzter Richtung um die Größe $Bb' = Aa$; der Punkt B wird also, da er keiner von beiden Kräften mehr nachgeben kann als der andern, unbeweglich, in einer erzwungenen Ruhe bleiben, und diese Ruhe wird sich in dem ganzen Systeme vorfinden. Dasselbe Resultat wird stattfinden, wenn die beiden Kräfte P und Q abstoßende sind.

Denkt man sich die Linie AB immer kleiner, und endlich auf den einen 3 Punkt M zusammengeschwunden, an welchem die beiden entgegengesetzten Kräfte wirken: so wird bei Gleichheit der Kräfte ebenfalls ein Gleichgewicht eintreten; bei ihrer Ungleichheit aber wird der Punkt M der Wirkung der stärkern Kraft folgen.

Wenn zwei Kräfte auf einen beweglichen Körper wirken und unter sich 4 einen Winkel bilden, dessen Spitze der Angriffspunkt dieser Kräfte ist: so kann kein Gleichgewicht stattfinden.

Man nehme einmal, Tafel XXXV, D, Fig. 76, an, es wären die beiden Kräfte P und Q wirklich im Gleichgewichte; man könnte alsdann in diesem Systeme eine Kraft P' anbringen, welche P gleich und gerade entgegengesetzt wäre. Da nun durch das Gleichgewicht von P und Q das System in Ruhe wäre, so müßte die Kraft P' mit ihrer ganzen Stärke auf dasselbe wirken können, und den Punkt M von M nach P' ziehen; da sich aber nach dem Vorigen P und P' als gleich und entgegengesetzt aufheben, so müßte auch die Kraft Q so wirken, als wenn sie allein da wäre, und daher den Punkt M in der Richtung von M nach Q ziehen; dieser eine Punkt müßte sich also zur selben Zeit auf zwei verschiedenen Wegen fortbewegen, was unmöglich ist; dieser Unmöglichkeit wegen zeigt sich also auch die Annahme des Gleichgewichts von P und Q als unzulässig.

Da nun kein Gleichgewicht zwischen zwei Kräften stattfinden kann, welche 5 nicht in gerader Linie liegen: so wird sich der Punkt M nach einer Richtung MR fortbewegen, als wenn eine einzige Kraft R auf ihn wirken würde. Diese angenommene einzige Kraft heißt die Resultante der beiden andern, und diese beiden andern ihre Komposanten oder Zusammensetzenden, (vergl. S. 850 Nr. 10).

Es seien, wie in Fig. 77, drei gleiche Kräfte an einem und demselben 6 Orte angebracht; alsdann müssen sie, um sich ins Gleichgewicht zu setzen, die Peripherie eines Kreises, dessen Mittelpunkt der Angriffspunkt M ist, mit ihren Direktionslinien in drei gleiche Theile theilen. Alle Gründe, die man alsdann versuchsweise angeben wollte, daß dieser Punkt sich in der Richtung der einen Kraft bewegen müßte, würden eben so sehr für die beiden andern geltend gemacht werden können; es muß also der Punkt M unbeweglich bleiben.

Jeder der drei Winkel PMQ, PMR, RMQ beträgt $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$. Wird eine 7 der Linien, z. B. RM über M hinaus verlängert, so halbirt sie den von den beiden andern Linien gebildeten Winkel PMQ; denn es ist $PMR + PMS = 180^\circ$; also $PMS = 60^\circ$; ebenso $RMQ + QMS = 180^\circ$, also $QMS = 60^\circ$; also jeder der beiden Winkel PMS und $QMS = \frac{PMQ}{2}$

Es mögen ferner zwei gleiche Kräfte P und Q, Tafel XXXV, D, Fig. 78, 8 senkrecht an den Endpunkten einer geraden Linien AB wirken; alsdann geht die Resultante dieser beiden Kräfte durch die Mitte O der Linie AB, und ihre Intensität ist gleich der Summe der beiden P und Q.

Man zieht durch die beiden Punkte A und B die vier geraden Linien AC, AD, BC, BD, und zwar so, daß jede von ihnen mit der Linie AB einen Winkel von 30° macht. Die Dreiecke ACB und ADB werden also gleichschenklig sein, und gleiche Seiten AC, CB, AD, DB haben.

Hieraus ist nun leicht zu beweisen, daß die Winkel um O rechte sind, daß sich also die beiden Linien AB und CD senkrecht schneiden; ferner daß ACBD ein Rhombus ist; die Seiten dieses Rhombus und ihre Verlängerungen bilden bei ihrem Zusammentreffen vier stumpfe Winkel ACB, ADB, P'AC, Q'BC, von denen jeder $= \frac{4}{3}$ eines Rechten, oder $= 120°$ ist; denn es enthält z. B. der Winkel CAD durch die Konstruktion $\frac{2}{3}$ Rechte, oder 60°; daher muß sein Supplementswinkel P'AC $= 120°$ sein. Da ferner die gegenüberliegenden Seiten des Rhombus parallel sind, so ist der Winkel ACB $=$ CAP' $= 120°$. Ebenso ist es mit den Winkeln CBQ' und ADB.

Da nun die Direktion von CD den Winkel ACB $= \frac{4}{3}$ Rechte in zwei gleiche Theile theilt, so folgt (nach dem vorigen Satze), daß die drei Winkel ACB, ACS und BCS gleich sind. Auf gleiche Weise läßt sich zeigen, daß auch an den Punkten A, B, und D drei gleiche Winkel vorkommen.

9 Sieht man nun die vier Punkte A, B, C, D als unter sich verbunden an, so lassen sich an ihnen zwölf gleiche Kräfte anbringen, nämlich:

an dem Punkte A die drei gleichen Kräfte P, P', P'';
an dem Punkte B die drei gleichen Kräfte Q, Q', Q'';
an dem Punkte C die drei gleichen Kräfte S, S', S'';
an dem Punkte D die drei gleichen Kräfte V, V', V'';

diese bilden sämmtlich Winkel von 120°, und stehen unter sich im Gleichgewichte.

Es sind aber unter diesen gleichen Kräften mehrere paarweise entgegengesetzt, nämlich P' und V'', Q' und V', P'' und S', Q'' und S''.

Damit also das Gleichgewicht in dem Systeme besteht, müssen sich die vier Kräfte P, Q, S und V das Gleichgewicht halten. Die beiden letztern sind einander gleich und wirken in derselben Direktion; daher können sie addirt und in dem Punkte O ihrer Direktion angebracht werden; alsdann findet das Gleichgewicht zwischen P, Q und einer Kraft R statt, welche ihrer Summe gleich ist, und durch die Mitte O der Linie AB gehen muß.

Nimmt man P und Q fort, und will dennoch ein Gleichgewicht gegen R haben: so muß man in dem Punkte O eine Kraft R' anbringen, welche der Kraft R gleich aber entgegengesetzt ist; diese Kraft R' hat alsdann die von P und Q zusammengenommene Wirkung, und ist daher ihre Resultante. Hieraus ergiebt sich nun folgender wichtige Satz:

Die Resultante zweier gleichen parallelen Kräfte P und Q ist der Summe derselben gleich, läuft mit ihnen parallel, und halbirt diejenige Linie AB, welche auf der gemeinschaftlichen Direktionslinie der beiden Kräfte P und Q senkrecht steht.

Es seien zwei **ungleiche** parallele Kräfte P und Q, Tafel XXXV, D, 10 Fig. 79, an den Endpunkten einer geraden Linie AB angebracht. Es sei p die **Einheit** der Kraft; es sei alsdann $P = mp$, und $Q = np$; es ist alsdann $P : Q = m : n$; darauf theilt man die Linie AB in dem Punkte D in zwei ungleiche Theile, welche das Verhältniß von $m : n$ zu einander haben; alsdann ist:

$$\text{I)} \quad P : Q = AD : DB.$$

Trägt man alsdann AD von A nach A', und DB von B nach B', so hat man, weil $A'D = 2 \cdot AD$, und $DB' = 2 \cdot DB$, folgende Proportion:

$$P : Q = A'D : DB' = m : n.$$

Theilt man also A'D in m gleiche Theile ein, so wird DB' in n solcher gleichen Theile getheilt werden, und A'B' enthält so viele gleiche Theile, als $P + Q$ zusammen Einheiten der Kraft, oder p enthalten; da ferner **zwei** Theilungspunkte, wie a', a'', u. s. w. **drei** gleiche Theile, und **drei** solcher Punkte **vier** gleiche Theile abtheilen, so enthält A'B' einen Theilungspunkt weniger als Theile. Bringt man an jedem Theilungspunkte eine Kraft p an, so wird noch **eine** von der Summe $P + Q$ übrig bleiben; diese eine kann man so vertheilen, daß die eine Hälfte bei A' und die andere bei B' angebracht wird; auf diese Art werden alle einzelnen Kräfte auf A'B' vertheilt sein.

Durch die Konstruktion liegt A in der Mitte zwischen A' und D; die in A' angebrachte Kraft $\frac{1}{2}$ p hält mit der Hälfte des in D angebrachten p das Gleichgewicht auf die Art, daß die Resultante dieser beiden halben p durch A geht. Auf gleiche Weise wird es sich mit den Kräften p verhalten, welche in a' und $a_{,,}$ a'' und $a_{,,}$ u. s. f. angebracht sind, d. h. ihre Resultanten gehen durch A; so wird die Resultante aller einzelnen auf A'D vertheilten Kräfte durch den Punkt A gehen, und ihrer Summe P gleich sein.

In gleicher Weise kann man zeigen, daß es sich mit DB' in Beziehung auf Q ebenso verhält. Es kann also das ganze System aller einzelnen auf A'B' vertheilten Kräfte durch zwei Kräfte P und Q ersetzt werden, welche in A und B angebracht sind.

Diese parallelen Kräfte lassen sich noch auf eine andere Weise verbinden; nimmt man sie nämlich in gleicher Entfernung von dem Mittelpunkte der A'B', d. h. von dem Punkte O: so kann man leicht beweisen, daß diese Resultante von allen durch diesen Punkt O geht, und ihre Summe $= P + Q$ ist.

Es ist A'O, als Hälfte von A'B' gleich AB; ferner ergiebt sich aus Fig. 79;

$$AO = A'O - A'A$$

daher: $$AO = AB - A'A = AB - AD = DB.$$

Ebenso zeigt sich unmittelbar, daß $OB = AD$; setzt man diese Werthe von DB und AD in die obige Proportion I so hat man:

$$\text{II)} \quad Q : P = AO : OB.$$

Es kann vorkommen, daß P und Q inkommensurabel sind; alsdann ist diese Proportion, welche aus der Theilung von A'B' in m + n gleiche Theile hervorgeht, nicht mehr genau bewiesen; sie würde es aber wieder, wenn man die Punkte der geraden Linie A'B' zu Theilungspunkten nimmt; denn alsdann werden die Theile A'a', a'a'' unendlich klein, und ihre Reihe A'B' wird zu einer stetigen Linie.

11 Es seien an den beiden Endpunkten C und D einer schiefliegenden geraden Linie CD die beiden parallelen Kräfte P und Q angebracht (Tafel XXXV, D, Fig. 80); man ziehe AB senkrecht auf die Direktionen der beiden Kräfte P und Q, und mache die Punkte A und B zu Angriffspunkten; alsdann hat man nach der vorigen Gleichung II:

$$Q : P = AO : OB = OC : OD.$$

Die beiden letzten Glieder erhält man aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AOC und BOD. Man erhält daraus folgenden Satz:

Wenn zwei parallele und ungleiche Kräfte P und Q an den Endpunkten C und D einer geraden Linie CD angebracht werden: so theilt ihre Resultante diese gerade Linie in zwei Theile, welche im umgekehrten Verhältnisse der Intensitäten dieser Kräfte stehen.

12 Es seien Tafel XXXV, D, Fig. 81, zwei Kräfte P und Q, welche an einem und demselben Punkte A wirken, durch die Theile AB und AC dargestellt, welche auf ihren Direktionen genommen und ihren Intensitäten proportional sind; die Resultante dieser beiden Kräfte wird alsdann hinsichtlich ihrer Richtung und ihrer Stärke durch die Diagonale desjenigen Parallelogramms dargestellt, welches AB und AC zu anliegenden Seiten hat.

Beweis.

Zuerst ist es von selbst klar, daß die Resultante der beiden zusammenwirkenden Kräfte durch ihren gemeinschaftlichen Angriffspunkt gehen muß.

Es bestimmen aber auch die beiden Kräfte P und Q die Ebene, in welcher die Resultante liegen muß. Läge nämlich die Resultante über dieser Ebene, so könnten alle Gründe für diese Lage auch zu dem Beweise dienen, daß sie unter derselben symmetrisch liegen müsse; sie kann daher keiner dieser beiden angenommenen Direktionen folgen, und muß also in derselben Ebene mit den Direktionslinien von P und Q liegen.

Es kommt ferner auf die Theilung des von den beiden Direktionen der Linien P und Q gebildeten Winkels PAQ an.

Es seien beide Kräfte gleich, wie in Fig. 82; alsdann theilt die Resultante AD den Winkel in zwei gleiche Theile; denn, welche Gründe man angeben wollte, um der Resultante eine andere Direktion m oder m' oder m'' beizulegen: ganz dieselben könnten geltend gemacht werden, um ihr die symmetrische Direktion n oder n' oder n'' zuzuschreiben; da aber doppelte Resul-

tanten unmöglich sind: so muß die eine wahre die Direktion AD haben, welche den Winkel PAQ halbirt.

Nimmt man dagegen, Tafel XXXV, D, Fig. 83, zwei ungleiche Kräfte P und Q an, welche in A zusammenwirken, und bildet das Parallelogramm ABDC, so daß seine Seiten AB und AC den Intensitäten der Kräfte proportional sind, und in deren Direktionslinien liegen: so ist nun zu beweisen, daß die Resultante AD, welche nach dem vorigen durch den Punkt A geht, auch durch den Punkt D, also in derselben Richtung wie die Diagonale, gehen müsse.

Man macht DE = AB, d. h. gleich der Intensität von P, und zieht EF parallel mit AB, und bringt in E und F zwei Kräfte Q' und Q'' an, welche Q gleich, aber einander selbst in der Richtung entgegengesetzt sind; diese beiden Kräfte werden sich gegenseitig in ihren Wirkungen aufheben.

Man darf also für die beiden Kräfte P und Q allein die vier Kräfte P, Q, Q' und Q'' substituiren. Sieht man nun auf die beiden Kräfte P und Q', welche an den Punkten B und E der unbiegsamen Linie BE angebracht sind, so hat man:

$$P : Q = DE : BD.$$

Es muß also nach dem vorigen Satze bei 11 die Resultante R durch den Theilungspunkt D gehen.

Versetzt man (nach S. 1908 Nr. 1) die Kraft Q an den Punkt F ihrer Direktion: so haben die gleichen Kräfte Q und Q'' eine Resultante in S, welche den Winkel Q''FQ in zwei gleiche Theile theilt, und demnach durch die Winkelspitze D des Rhombus CDEF gehen muß. Es ergeben sich also zwei Resultanten R und S, welche in dem Punkte D zusammentreffen. Es haben aber P und Q dieselbe Resultante, wie die beiden R und S.

Es ist jetzt noch zu zeigen, daß, wenn die beiden Komposanten P und Q hinsichtlich ihrer Intensitäten durch die geraden Linien AB und AC dargestellt werden, die Intensität der Resultante von P und Q durch AD darzustellen sei.

In dem Parallelogramm ABDC, Fig. 84, sei P = AB, Q = AC; in der Direktion der Diagonale AD bringe man in dem Punkte D eine unbekannte Kraft X an, welche der Resultante von P und Q an Intensität gleich, aber gerade entgegengesetzt ist. Alsdann wird das Gleichgewicht zwischen diesen drei Kräften stattfinden. Man kann dabei Q selbst als der Resultante von X und P entgegengesetzt ansehen. Zieht man darauf durch den Endpunkt B der Kraft P die Linie BE parallel mit X, welche in E die Direktion der Diagonale Q trifft, so ist BE die der Seite X gegenüber liegende und gleiche Seite des Parallelogramms BAFE.

BE ist zugleich die Seite des Parallelogramms EBDA, und als solche gleich der Seite AD; diese aber ist die Diagonale des Parallelogramms der Kräfte P und Q; also X = AD; hierdurch ist bewiesen, daß die Intensität der Resultante durch die Länge der Diagonale gemessen oder dargestellt wird. Diesen Beweis über das Parallelogramm der Kräfte muß man

sorgfältig mit dem oben (S. 850 Nro. 10) gegebenen vergleichen und zusammenfassen.

13 Aus dem Parallelogramm der Kräfte erhält man leicht die trigonometrischen Verhältnisse zwischen den beiden in dem Punkte A zusammenwirkenden Kräften P und Q, und ihrer Resultante R.

Man nimmt auf den Richtungen der Kräfte (Fig. 85) P und Q Theile AB und AC, welche den Intensitäten proportional sind, und konstruirt das Parallelogramm ABDC; alsdann erhält man, indem man die Proportionen zusammenfaßt:

$P : Q : R = AB : AC : AD$; oder, weil $AC = BD$, auch $P : Q : R = AB : BD : AD$

Wegen der letzteren Form braucht man nur das Dreieck ABD in Betracht zu ziehen. In diesem ist aber nach der schiefwinkligen ebenen Trigonometrie (vergl. S. 805 Nr. 2):

$$AB : BD : AD = \sin BDA : \sin BAD : \sin ABD = P : Q : R.$$

Diesen Beweis hat man mit dem oben (S. 850 Nr. 10) gegebenen zu vergleichen.

14 Wären die beiden Komposanten $P = AB$ und $Q = AC$, und auch der von ihnen gebildete Winkel BAC gegeben, und man sollte die Resultante R finden, so hätte man zuerst den Winkel $ABD = 180^\circ - \angle BAC$ (vergl. S. 678 Nr. 21); darauf könnte man R durch folgende Formel finden, worin B den R gegenüberliegenden Winkel ABD bezeichnet:

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos B.$$

Diese wichtige Formel läßt sich auf folgende Weise finden:

In dem schiefwinkligen Dreiecke ABD, Fig. 86, fällt man aus dem Scheitel des Winkels A ein Perpendikel AE auf die gegenüberliegende Seite BD; alsdann hat man in dem rechtwinkligen Dreiecke AED

$$AD^2 = DE^2 + EA^2 = (BD - BE)^2 + EA^2$$
$$AD^2 = BD^2 - 2BD \cdot BE + BE^2 + EA^2$$

Sieht man in dem rechtwinkligen Dreiecke ABE die Hypotenuse AB als Radius, und die Spitze B als Mittelpunkt an, so hat man:

$$AB : BE = 1 : \cos B; \text{ also } BE = AB \cdot \cos B;$$

Eben daher auch:

$$AB : AE = 1 : \sin B; \text{ also } EA = AB \cdot \sin B.$$

Setzt man diese Werthe von BE und von EA in die obige Gleichung für AD^2, so erhält man:

$$AD^2 = BD^2 - 2BD \cdot AB \cdot \cos B + AB^2 \cos^2 B + AB^2 \sin^2 B$$

Es ist $AB^2 (\cos^2 B + \sin^2 B) = AB^2$, weil $\cos^2 B + \sin^2 B = r = 1$; daher

$$AD^2 = BD^2 + AB^2 - 2 \cdot BD \cdot AB \cdot \cos B$$

Setzt man nun $AD = R$; $AB = P$; $BD = Q$, so hat man wie oben:

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2 \cdot P \cdot Q \cdot \cos B.$$

15 Will man in diese Formel statt des Winkels B den Winkel A setzen, welchen die beiden Kräfte mit einander bilden, so hat man, da beide Winkel für einander Supplementswinkel sind, nach dem Werthe der trigonometrischen Linien im zweiten Quadranten (vergl. S. 656) $\cos B = -\cos A$; also $-\cos B = +\cos A$; daher

$$\text{III)} \quad R^2 = P^2 + Q^2 + 2\, P \cdot Q \cdot \cos A.$$

16 Wirken mehrere Kräfte, obgleich nicht in einer und derselben Ebene liegend, dennoch in einem Punkte A zusammen: so kann man die Resultante derselben dadurch finden, daß man die Kräfte paarweise zusammensetzt, und ihnen ihre Resultanten substituirt, und auf solche Art nach und nach die Anzahl der Kräfte des Systems vermindert, und sie endlich auf eine einzige reduzirt.

Die geometrische Konstruktion einer solchen Reduktion ist folgende:

Es seien, Fig. 87, P, P', P'', P''' u. s. w. mehrere Kräfte, welche in einem Punkte A zusammenlaufen; die Theile Ap, Ap', Ap'', Ap''' ihrer Direktionslinie bezeichnen ihre Intensitäten. Man zieht mit Ap' die Parallele $pr = Ap'$, und bildet das Parallelogramm $Aprp'$, und die Diagonale Ar; diese ist die Resultante R von P und P'; zieht man darauf rr' parallel und gleich mit Ap'', und bildet das Parallelogramm $Arr'p''$, so ist die Diagonale Ar' die Resultante von R und von P'', oder der Kräfte P, P', P''. Man sieht, daß sich durch diese Konstruktion ein Polygon $Aprr'r''$ u. s. w. bildet, dessen Seiten mit den Direktionslinien der Kräfte P, P', P'', P''' parallel laufen, und durch ihre Längen die Intensitäten derselben Kräfte darstellen.

Die Entfernungen von dem gemeinschaftlichen Wirkungspunkte A nach den Winkeln des Polygons sind:

Ar, die Resultante von P und P';
Ar', die Resultante von P, P' und P'';
Ar'', die Resultante von P, P', P'' und P'''.

Setzt man diese Reihe fort, so sieht man sogleich ein, daß die Entfernung von A nach $r^{(n)}$ der letzten Seite des Polygons $Arr'r'' \ldots\ldots r^{(n)}$ als der Resultante aller Kräfte gleich sein muß.

§. 271. Von den Kräften, welche auf einen und denselben Punkt wirken, und in einer und derselben Ebene liegen.

1 Wenn mehrere Kräfte P, P', P'', P''' u. s. w., Tafel XXXV, D, Fig. 88, in einer und derselben Ebene liegen, und auf einen und denselben Punkt A wirken, so kann man durch diesen Punkt die beiden rechtwinkligen Koordinatenaxen Ax und Ay ziehen, und die durch AP, AP', AP'' u. s. w. der Direktion und Intensität nach bezeichneten Kräfte jede in zwei andere zerlegen, welche ihre Direktionen auf den Axen Ax und Ay haben.

Es seien α, α', α'' u. s. w. die Winkel, welche die Kräfte P, P', P'' u. s. w. mit der Axe der x, und β, β', β'' die Winkel, welche diese Kräfte mit der Axe der y machen. In jedem rechtwinkligen Dreiecke kann man die Hypotenuse zum Radius machen; alsdann ist, wie im Dreieck ABD, Fig. 86, die eine Kathete $BE = AB \cdot \cos B$, und die andere, dem Winkel B gegenüberliegende Kathete $AE = AB \cdot \sin B$; beides folgt aus den beiden Proportionen:

$$AB : BE = 1 : \cos B; \text{ und } AB : AE = 1 : \sin B.$$

Auf diese Art kann man leicht die Komposanten der Kräfte P, P', P'' u. s. w. in Fig. 88 nach den Koordinatenaxen bestimmen, indem die Axe der x die Kosinus der Winkel α, α' u. s. w., und die Axe der y die Kosinus der Winkel β, β', β'' u. s. w. für die Radien P, P' P'' u. s. w. enthält. Man hat also in der Linie der x folgende Komposanten-Reihe:

$$P \cdot \cos\alpha;\ P' \cdot \cos\alpha';\ P'' \cos\alpha'';\ P''' \cdot \cos\alpha''' \text{ u. s. w.}$$

In der Richtung der y folgende Komposanten-Reihe:

$$P \cdot \cos\beta;\ P' \cdot \cos\beta';\ P'' \cdot \cos\beta'';\ P''' \cdot \cos\beta''' \text{ u. s. w.}$$

Addirt man alle Komposanten auf der Axe der x, und setzt diese Summe = X; und addirt man alle Komposanten auf der Axe der y, und setzt diese Summe = Y, so hat man:

$$\text{IV)}\quad P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + \quad . \quad . \quad = X;$$
$$\text{V)}\quad P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + \quad . \quad . \quad = Y;$$

Auf solche Art sind alle Kräfte auf die beiden Komposanten reduzirt, von denen X nach der Axe der x, und Y nach der Axe der y wirkt. Bezeichnet man ferner die Resultante von X und Y mit R, so hat man nach dem pythagoräischen Satze:

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

2 In den vorhergehenden Additionsreihen sind sämmtliche Kosinus positiv genommen; in wirklichen Fällen werden aber die passenden Zeichen genau zu beachten sein, indem oft stumpfe Winkel vorkommen können.

Es können selbst überstumpfe Winkel gebildet werden, indem die Direktionslinie einer Kraft alle möglichen Lagen erhalten kann. Sieht man nun den gemeinschaftlichen Angriffspunkt als den Mittelpunkt eines Kreises an, läßt man von den beiden Koordinatenaxen der x und y den ersten Quadranten als rein positiv bilden, und verlängert man beide Axen auf der andern Seite des Durchschnittspunktes bis zur Peripherie: so bilden die Hälften der Axen, welche den ersten Quadranten einschließen, die positiven, diejenigen welche den dritten Quadranten einschließen, die negativen Seiten der Axen.

Sieht man also, Tafel XVIII, Fig. 30, C als den gemeinschaftlichen Angriffspunkt, CA als die positive Axe der x, CB als die positive Axe der y an: so ist CI die negative Axe der x und CN die negative Axe der y; sieht man

ferner CD, CD', CD'', CD''' als die Direktionslinien der verschiedenen Kräfte an: so hat man $CD = P$, $CD' = P'$ $CD'' = P''$, $CD''' = P'''$; ferner $DCA = \alpha$, $D'CA = \alpha'$, $D''CA = \alpha''$, $D'''CA = \alpha'''$; ferner $DCB = \beta$, $D'CB = \beta'$, $D''CB = \beta''$, $D'''CB = \beta'''$.

Nimmt man nun die Tafel XII, Bd II, S. 114, von den Vorzeichen der trigonometrischen Linien innerhalb der vier Quadranten hinsichtlich der Kosinus zu Hülfe, so findet man für die Komposanten folgende Werthe:

Von $CD = P$ . . . $+ P \cdot \cos\alpha + P \cdot \cos\beta$
Von $CD' = P'$ . . . $- P' \cdot \cos\alpha' + P' \cdot \cos\beta'$
Von $CD'' = P''$ . . . $- P'' \cdot \cos\alpha'' - P'' \cdot \cos\beta''$
Von $CD''' = P'''$ . . $+ P''' \cdot \cos\alpha''' - P''' \cdot \cos\beta'''$

Addirt man nun die Komposanten welche nach einer Richtung wirken, und zieht davon die Summe derjenigen ab, welche nach der entgegengesetzten Richtung wirken, so erhält man:

$$P \cdot \cos\alpha + P''' \cdot \cos\alpha''' - P' \cdot \cos\alpha' - P'' \cdot \cos\alpha'' = X.$$
$$P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' - P'' \cdot \cos\beta'' - P''' \cdot \cos\beta''' = Y.$$

Hinsichtlich der Angabe der Winkel hat man nach der angeführten Taf. XII, für die vier Quadranten, wenn x die angegebene Winkelgröße bezeichnet: I) $+ \cos x$; II) $- \cos(180^0 - x)$; III) $- \cos(x - 180^0)$; IV) $+ \cos(360^0 - x)$.

Die Resultante ist nach dem Vorigen die Diagonale eines Parallelogramms, dessen rechtwinklige Seiten X und Y sind, deshalb hat man für R, oder die Resultante:

$$\text{VI)} \quad R = \pm\sqrt{X^2 + Y^2}$$

Um die Lage der Resultante zu bestimmen, hat man zuerst die Winkel zu beachten, welche die Resultante mit den beiden Koordinatenaxen macht; es heiße der zwischen R und der Axe der x liegende Winkel a, und der zwischen R und der Axe der y liegende b; alsdann hat man wie vorher (S. 1916 Nr. 1)

$$X = R \cdot \cos a; \text{ und } Y = R \cdot \cos b.$$

$$\text{also} \quad \text{VII)} \quad \cos a = \frac{X}{R}; \text{ und } \cos b = \frac{Y}{R}.$$

Die Werthe von X und Y ergeben sich aus den Gleichungen IV und V (S. 1916); diese Werthe in die Gleichung VI gesetzt ergeben den Werth von R, und dadurch erhält man zuletzt die Werthe für cos a und cos b nach der Formel in VII, woraus sich die Lage der Resultante ergiebt.

Die Direktionslinie der Resultante geht durch den Ursprung der Koordinaten (vergl. S. 1728 Nr. 32); man kann sie also durch die Gleichung einer solchen geraden Linie bestimmen, welche durch den Ursprungspunkt der Koordinaten geht, und mit der Axe der x den Winkel a, mit der Axe der y den Winkel b bildet; wenn man die Abszisse x zum Radius, und den Scheitel

des Winkels a zum Mittelpunkte macht: so wird die Ordinate y zur Tangente; daher:

$$y : x = \tang a : 1; \text{ daher } y = x . \tang a$$

oder, da $1 : \tang a = \cos a : \sin a$, so hat man:

$$y = x . \frac{\sin a}{\cos a}$$

Da aber die Winkel a und b Komplemente für einander sind, so ist $\sin a = \cos b$, und man hat:

$$y = x . \frac{\cos b}{\cos a}$$

Setzt man in diese Gleichung die Werthe von cos b und cos a aus den Gleichungen bei VII, so hebt sich R oben und unten, und es wird:

$$y = x . \frac{Y}{X}$$

5 Für den Fall des **Gleichgewichts** ist die Intensität der Resultante R gleich Null, es wird also die Gleichung VI zu folgender:

$$\sqrt{X^2 + Y^2} = 0; \text{ oder } X^2 + Y^2 = 0$$

Da jedes Quadrat positiv ist, und die Summe positiver Größen nur dann Null sein kann, wenn jede dieser Größen für sich genommen Null ist, so hat man:

$$X = 0, \text{ und } Y = 0$$

Diese beiden sind die **Gleichungen des Gleichgewichts** mehrerer Kräfte, welche in einer und derselben Ebene liegen, und an einem und demselben Punkte unmittelbar angebracht sind.

6 Findet sich, daß die Abszisse x allein Null ist, so erhält man aus den Gleichungen VI und VII:

$$R = \pm Y; \cos a = 0; \cos b = \pm 1.$$

Die Resultante hat alsdann ihre Direktion nach der Axe der y, und macht mit der Axe der x einen rechten Winkel.

Findet sich, daß die Ordinate y allein Null ist, so erhält man aus den Gleichungen VI und VII:

$$R = \pm X; \cos a = \pm 1; \cos b = 0$$

Die Resultante hat alsdann ihre Direktion nach der Axe der x, und macht mit der Axe der y einen rechten Winkel.

§. 272. Von den Kräften, welche auf einen und denselben Punkt wirken, und (nicht in einer Ebene) im Raume liegen.

1 Wenn **drei Kräfte** auf irgend eine Weise im Raume (nicht in einer Ebene) liegen, und auf einen Punkt zusammenwirken: so ergeben sie den **Lehrsatz vom Parallelepipedum der Kräfte**, welcher mancherlei Aehnlichkeit mit demjenigen vom Parallelogramm der Kräfte (S. 850 u. S. 1913) hat.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 89, die drei Kräfte AP, AP′, AP″ sämmt-

lich an dem Punkte A angebracht. Mit den drei, den Intensitäten der Kräfte proportionalen Seiten AB, AC und AD bildet man das Parallelepipedum DE. Die Diagonale AE der Grundfläche ist alsdann die Resultante der beiden Kräfte AB und AC; setzt man also an dieser beiden Stelle die resultirende AE, so ist nur noch die Resultante von AE und AD zu suchen. Legt man nun durch ADE eine Ebene, bildet in dieser das Parallelogramm DAEF, und zieht die Diagonale FA: so ist diese alsdann zugleich die Diagonale des Parallelepipedums DE und die gesuchte Resultante der drei Kräfte.

2 Sind die drei Kräfte rechtwinklig aufeinander, so hat man, da alsdann die beiden Winkel ABE und AEF rechte sind:

$$AE^2 = AB^2 + BE^2; \text{ und } AF^2 = AE^2 + EF^2$$

$$\text{daher: } AF^2 = AB^2 + BE^2 + EF^2$$

Da nun aber $BE = AC$, und $EF = AD$, so hat man

$$AF = \sqrt{AB^2 + AC^2 + AD^2}; \text{ oder } R = \sqrt{P^2 + P'^2 + P''^2}$$

Man kann diese Formel in eine solche verwandeln, welche die Entfernung der beiden Punkte A und F durch Koordinaten ausdrückt.

Es seien, Fig. 90, x', y', z' die Koordinaten des Punktes A, und x, y, z die Koordinaten des Punktes F; demnach $OI = x'$, $OL = x$; $LQ = y'$, $LH = y$; $AD = z'$, $HF = z$:

$$AB = PQ = IL = OL - OI = x - x';$$
$$AC = BE = QH = HL - QL = HL - PI = y - y';$$
$$AD = EF = HF - HE = HF - AD = z - z'.$$

Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung für AF, so erhält man:

$$AF = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}.$$

Man sieht, wie in dieser Figur der Angriffspunkt A in einige Entfernung von dem Ursprungspunkte O der drei rechtwinkligen Koordinaten gesetzt worden ist, und die Direktionslinien der drei Kräfte AB, AC, AD parallel mit den drei Koordinatenaxen gehen.

3 Es seien, Fig. 91, in dem Punkte O die drei rechtwinkligen Koordinatenaxen errichtet; mit diesen parallel in dem Angriffspunkt A der Kraft $P = AD$ die drei rechtwinkligen Axen Ax, Ay und Az; der Winkel, welchen AD mit Ax macht, sei α, den AD mit Ay bildet, heiße β, und der zwischen AD und z sei γ. Diese Winkel dienen dazu, die Komposanten der Kraft $P = AD$ nach den Axen Ax, Ay und Az, und damit die Lage der Direktionslinien zu bestimmen. Man fällt aus D ein Perpendikel DC auf die durch Ax und Ay gehende Ebene, welches Perpendikel parallel mit Az ist, und zieht AC. Da nun der Winkel DAz derjenige ist, welchen die Kraft AD mit der Axe Az bildet, oder γ, und der Winkel $ADC = DAz$ als Wechselwinkel: so ist in dem rechtwinkligen Dreiecke ADC der Winkel $D = \gamma$; daher (vergl. S. 1916 Nr. 1)

$$\text{VIII)}\quad DC = AD \cdot \cos\gamma.$$

Hiemit ist eine Komposante von AD bestimmt.

Legt man ferner eine Ebene durch Ax und AD, und zieht in derselben DB senkrecht auf Ax, so ist der Winkel $DAB = \alpha$, d. h. derjenige, den AD mit der Axe Ax macht. Man hat also:

$$IX) \quad AB = AD \cdot \cos \alpha; \text{ und ferner } BC = AD \cdot \cos \beta.$$

Zieht man nämlich die Linie BC, so hat man die gleiche und parallele Linie für Am, als den proportionalen Theil von Ay; legt man nun eine Ebene durch D, A und m, und zieht in derselben senkrecht auf Am das Perpendikel mD: so hat man den Winkel $DAm = \beta$, als den Winkel, welchen AD mit der Axe Ay macht; daher $Am = AD \cdot \cos \beta$, und da $Am = BC$, so hat man: $BC = AD \cdot \cos \beta$.

Setzt man statt AD die Kraft P, so sind ihre drei Komposanten:

$$P \cdot \cos \alpha; \; P \cdot \cos \beta; \; P \cdot \cos \gamma.$$

4 Wenn bei rechtwinkligen Koordinatenaxen zwei von den drei Winkeln α, β, γ gegeben sind, so ist auch der dritte dadurch bestimmt.

Beweis.

Es ist (vergl. S. 1714 und S. 1919 Nr. 2):

$$AB^2 + BC^2 + DC^2 = AD^2$$

Nimmt man statt den drei Seiten des Parallelepipedums ihre Werthe aus den Gleichungen VIII und IX, und setzt den gemeinschaftlichen Faktor AD voran und quadrirt, so erhält man:

$$AD^2 (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) = AD^2$$

Dividirt man beiderseits mit AD^2 so hat man:

$$X) \quad \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

Wählt man nun einen der drei Winkel, z. B. γ, so erhält man:

$$XI) \quad \cos \gamma = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta};$$

es ist also der dritte Winkel durch die beiden andern bestimmt.

5 Der Werth von $\cos \gamma$ kann positiv und negativ sein, je nachdem γ selbst spitzig oder stumpf ist. Liegt die Kraft P über der Ebene ABC, so ist natürlich γ spitzig, und sein Kosinus positiv; liegt P unter der Ebene, so ist γ stumpf, und sein Kosinus negativ (vergl. S. 656 Nr. 8).

Dasselbe gilt auch von den Winkeln α und β in Beziehung auf die Axen der x und y. Im Allgemeinen sind die Zeichen der Kosinus die nämlichen wie die der Koordinaten x, y, z vom Punkte A aus gezählt (vergl. S. 1916 Nr. 2).

6 Wenn man in Fig. 91 jede der drei Koordinaten Ax, Ay und Az von A aus nach der entgegengesetzten Seite, also nach x', y', z' verlängert: so ist die Komposante positiv, wenn sie von A nach x, oder y, oder z wirkt; sie ist ne-

gativ, wenn sie von A nach x', oder y', oder z' wirkt. Im erstern, positiven Falle entfernt sie den Punkt A von dem Ursprunge O der Koordinaten; im zweiten, negativen Falle nähert sie denselben dem Ursprungspunkte; demnach hat man zur Zeichenbestimmung der Komposanten folgende Regel: Eine Komposante ist positiv, wenn sie die Koordinate des Angriffspunktes zu vergrößern strebt; sie ist negativ, wenn sie die Koordinate des Angriffspunktes zu verkleinern strebt.

Es seien P, P', P'' u. s. w. verschiedene Kräfte, welche auf einen Punkt A wirken; man ziehe durch den Punkt A die drei koordinirten Axen Ax, Ay, Az; es seien α, β, γ die Winkel, welche P mit den Axen macht; 7

α', β', γ' die Winkel, welche P' mit den Axen macht;
α'', β'', γ'' die Winkel, welche P'' mit den Axen macht.

Zerlegt man diese Kräfte nach den drei Axen, so erhält man nach den Gleichungen (S. 1916 Nr. 1):

$P \,.\, \cos\alpha$; $P \,.\, \cos\beta$; $P \,.\, \cos\gamma$ für die Komposanten von P;
$P' \,.\, \cos\alpha'$; $P' \,.\, \cos\beta'$; $P' \,.\, \cos\gamma'$ für die Komposanten von P';
$P'' \,.\, \cos\alpha''$; $P'' \,.\, \cos\beta''$; $P'' \,.\, \cos\gamma''$ für die Komposanten von P''.
u. s. w. u. s. w.

Wenn man nun, ohne weitere Rücksicht auf die in wirklichen Fällen etwa vorkommenden, und dann näher zu bestimmenden, negativen Kosinus, mit X, Y und Z die Komposanten der gesuchten Resultante R nach den drei Axen bezeichnet, so hat man:

XII) $P \,.\, \cos\alpha + P' \,.\, \cos\alpha' + P'' \,.\, \cos\alpha'' + \;.\;.\; = X$;
XIII) $P \,.\, \cos\beta + P' \,.\, \cos\beta' + P'' \,.\, \cos\beta'' + \;.\;.\; = Y$;
XIV) $P \,.\, \cos\gamma + P' \,.\, \cos\gamma' + P'' \,.\, \cos\gamma'' + \;.\;.\; = Z$;

Man hat demgemäß (vergl. S. 1916 Nr. 1):

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2;$$

oder XV) $R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

Dies ist also die Intensität der Resultante.

Nennt man die Winkel, welche die Resultante mit den koordinirten Axen macht, a, b, c, so sind die Komposanten von R nach den drei Axen:

$$R \,.\, \cos a;\; R \,.\, \cos b;\; R \,.\, \cos c;$$

man hat demnach (vergl. S. 1917 Nr. 3):

$$X = R \,.\, \cos a;\; Y = R \,.\, \cos b;\; Z = R \,.\, \cos c;$$

daher:

XVI) $\cos a = \frac{X}{R}$; $\cos b = \frac{Y}{R}$; $\cos c = \frac{Z}{R}$

Sind also die Kräfte P, P' P'' u. s. w., und die Winkel α, β, γ, α', β', γ' gegeben, so findet man durch die Formeln XII, XIII und XIV die Komposan-

ten X, Y, Z; durch die Formel XV, wenn man die Werthe der drei Komposanten hineinbringt, R, und durch die Formel XVI die Winkel a, b und c; woraus sich endlich die Lage der Resultante bestimmen läßt.

8 Im Falle des Gleichgewichts ist die Resultante Null, man also nach XV:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = 0$$

Dies kann (vergl. S. 1918 Nr. 5) nur stattfinden, wenn jede einzelne Größe gleich Null ist; also hat man:

$$X = 0;\ Y = 0;\ Z = 0$$

Hiedurch werden die Gleichungen XII, XIII und XIV zu folgenden:

$$\text{XVII)}\ \left\{\begin{array}{l} P \,.\, \cos\alpha + P' \,.\, \cos\alpha' + P'' \,.\, \cos\alpha'' + \text{etc.} \ldots = 0 \\ P \,.\, \cos\beta + P' \,.\, \cos\beta' + P'' \,.\, \cos\beta'' + \text{etc.} \ldots = 0 \\ P \,.\, \cos\gamma + P' \,.\, \cos\gamma' + P'' \,.\, \cos\gamma'' + \text{etc.} \ldots = 0 \end{array}\right.$$

Dies sind die Bedingungen des Gleichgewichts für ein System von Kräften, welche auf irgend eine Weise im Raume liegen, und auf einen und denselben Punkt wirken.

9 Sind diese beiden Bedingungen erfüllt, so läßt sich sogleich beweisen, daß eine von den Kräften der Resultante allen übrigen gleich und entgegengesetzt ist.

Es sei diese eine Kraft P, also ihre Komposanten $P \,.\, \cos\alpha$, $P \,.\, \cos\beta$, $P \,.\, \cos\gamma$; die Resultante aller übrigen sei R, und ihre Komposanten X', Y', Z', und die Winkel, die sie mit den Axen macht, a', b' und c'; man hat alsdann:

$$\begin{array}{l} X' = P' \,.\, \cos\alpha' + P'' \,.\, \cos\alpha'' + P''' \,.\, \cos\alpha''' + \ldots \\ Y' = P' \,.\, \cos\beta' + P'' \,.\, \cos\beta'' + P''' \,.\, \cos\beta''' + \ldots \\ Z' = P' \,.\, \cos\gamma' + P'' \,.\, \cos\gamma'' + P''' \,.\, \cos\gamma''' + \ldots \end{array}$$

Durch diese Werthe erhält man nach der Formel XVII:

$$\begin{array}{l} P \,.\, \cos\alpha + X' = 0; \\ P \,.\, \cos\beta + Y' = 0; \\ P \,.\, \cos\gamma + Z' = 0. \end{array}$$

Man kann X', Y', Z' eliminiren, indem man setzt $X' = R' \,.\, \cos a'$; $Y' = R' \,.\, \cos b'$; $Z' = R' \,.\, \cos c'$, demnach:

$$\text{XVIII)}\ \left\{\begin{array}{l} P \,.\, \cos\alpha = -\, R' \,.\, \cos a' \\ P \,.\, \cos\beta = -\, R' \,.\, \cos b' \\ P \,.\, \cos\gamma = -\, R' \,.\, \cos c'. \end{array}\right.$$

Quadrirt man diese Gleichungen und addirt sie, so erhält man:

$$P^2 \,.\, (\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma) = R'^2 (\cos^2 a' + \cos^2 b' + \cos^2 c');$$

Da nun (S. 1920 Nr. 4) die Summe der Quadrate der Kosinus derje-

nigen Winkel, welche eine Kraft mit den drei Axen macht, der Einheit gleich ist, so wird die letzte Gleichung:

$$P^2 = P'^2; \text{ und diese gibt } P = R'.$$

Das Zeichen von P kann in jedem bestimmten Falle gefunden werden (vergl. S. 1916 Nr. 2).

Wenn man in die Gleichungen XVIII statt P seinen Werth R' setzt, so erhält man:

$$\text{XIX)} \quad \cos\alpha = -\cos a'$$
$$\text{XX)} \quad \cos\beta = -\cos b'$$
$$\text{XXI)} \quad \cos\gamma = -\cos c'$$

Setzt man $\cos a' = m$, so wird aus XIX:

$$\cos\alpha = -m$$

Hieraus sieht man, daß Winkel a' und α Supplemente für einander sind. Wenn also Tafel XVIII, Fig. 30, Winkel $ACD = a'$, so ist $CE = \cos a'$; ist nun $CK = -CE$, (vergl. S. 655 Nr. 5), so ist auch $CK = \cos ACD' = \cos\alpha$; also Winkel $ACD' = \alpha$, und daher $\alpha + a' = 2$ Rechte.

Eben so läßt sich aus XX und XXI finden, daß β und b', γ und c' Supplemente für einander sind. Es sind also R' und P einander gleich und gerade entgegengesetzt. Liegt also z. B. R' über der Ebene der x, y, in der Gegend der positiven x und y, so liegt P unterhalb dieser Ebene in der Gegend der negativen x und y.

Hat man also alle Kräfte auf drei rechtwinklige Kräfte X, Y, Z reduzirt so wird die Resultante R die Diagonale eines Parallelepipedums, deren Gleichung dieselbe ist, als wenn für eine gerade Linie AF (in Fig. 89, Taf. XXXV, D), welche durch den Ursprungspunkt der Koordinaten A und durch den Punkt F geht, die Koordinaten X, Y, Z bestimmt werden. 10

§. 273. Von den parallelen Kräften und den Momenten.

1 Wenn mehrere Kräfte an verschiedenen Punkten eines Körpers oder Systems angebracht sind, so werden diese Punkte in bestimmten Entfernungen von den andern Punkten des Körpers oder Systems erhalten; man kann nun von den Zwischenpunkten absehen, und die Angriffspunkte so denken, als seien sie durch unbiegsame gerade Linien verbunden.

2 Wenn zwei parallele Kräfte P und Q, Fig. 80, Tafel XXXV, D, an den beiden Endpunkten einer geraden Linie AB angebracht sind, welche ihre Direktionslinie senkrecht durchschneidet: so ist (vergl. S. 1912 Nr. 11) ihre **Resultante ihrer Summe gleich**, und ihr **Angriffspunkt O theilt die Linie AB in zwei Theile**, welche den Intensitäten von P und Q **umgekehrt proportional** sind. Man hat also:

$$\text{I)} \quad OB : OA = P : Q$$

Man erhält diese Proportion auch aus dem S. 852 Nr. 12 angegebenen Satze: wenn sich drei Kräfte im Gleichgewicht halten, so verhalten sich je zwei davon umgekehrt zu einander, wie die Perpendikel, welche aus einem und demselben Puukte in der Richtung der dritten Kraft auf die Richtung einer jeden von beiden gezogen werden.

Die dritte Kraft, welche P und Q das Gleichgewicht halten soll, muß AB senkrecht durchschneiden, um ihrer Resultante entgegenzuwirken, und von ihrem Punkte O aus gehen die beiden Perpendikel OB und OA auf die Richtungen von Q und P.

3 Aus dieser Proportion I erhält man (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(OB + OA) : OA = (P + Q) : Q$$

Es ist aber P + Q gleich der Resultante R; daher:

$$\text{II)} \quad AB : OA = R : Q.$$

Aus den beiden Gleichungen I und II erhält man:

$$Q : P : R = OA : OB : AB$$

Also die Theile OA, OB, AB, von denen jeder zwischen zwei von den Kräften P, Q und R liegt, sind der dritten proportional. So ist z. B. das AB entsprechende Glied R, weil AB zwischen den beiden andern Kräften P und Q liegt.

4 Wenn nur eine Kraft, R, welche durch den Punkt O der Linie AB geht, gegeben ist, und man will sie in zwei Kräfte P und Q zerlegen, welche durch die Punkte A und B gehen, so hätte man sie durch folgende beiden Proportionen zu bestimmen:

$$AB : BO = R : P; \text{ und } AB : OA = R : Q$$

$$\text{daher } P = \frac{R \cdot BO}{AB}; \text{ und } Q = \frac{R \cdot OA}{AB}$$

5 Wenn die Kräfte P und Q nicht senkrecht auf die betreffende gerade Linie gehen, sondern schräg, wie auf die Linie CD in Fig. 80: so zieht man AB durch den Angriffspunkt senkrecht auf die Direktionslinien der beiden Kräfte P und Q. Eine Kraft wirkt in allen Punkten ihrer Direktionslinie mit gleicher Stärke; daher wirkt P in A ebenso wie in C, und Q in B ebenso wie in D; man hat also:

$$P : Q = OB : OA.$$

Es sind aber die Dreiecke AOC und DOB ähnlich, daher hat man:

$$OB : OD = OA : OC$$

$$\text{daher} \quad P : Q = OD : OC.$$

6 Wenn zwei Kräfte in entgegengesetzten Richtungen, wie P und Q, in Fig. 92, Tafel XXXV, D, so ist die Resultante gleich der Differenz der beiden Kräfte.

Es sei S die Resultante von zwei Kräften P und R, welche in derselben Richtung wirken; man hat also:

$$\text{III)} \quad S = P + R.$$

Ersetzt man S durch eine Kraft Q, welche S gleich ist, aber in entgegengesetzter Richtung wirkt, so wird das Gleichgewicht zwischen den drei Kräften P, R, Q bestehen; man kann daher R als die Resultante von Q und P ansehen, und die Gleichung III gibt, um die Intensität von R zu bestimmen:

$$R = S - P;$$

da nun Q und S die gleiche Intensität haben, so kann man statt S die Kraft Q substituiren, und man hat:

$$R = Q - P$$

Es läßt sich nach dem Vorigen der Angriffspunkt O der Kraft R durch folgende Proportion bestimmen:

$$AB : BO = R : Q$$

$$\text{daher} \quad BO = \frac{Q \cdot AB}{R} = \frac{Q \cdot AB}{Q - P}$$

Die letzte Gleichung zeigt, daß, je kleiner der Unterschied $P - Q$ ist, desto entfernter O von B ist, indem alsdann der Werth von BO desto größer ist. Wenn aber $Q = P$, also $Q - P = 0$ ist, wird BO unendlich, und $R = 0$. Hieraus folgt, daß mit zwei parallelen, gleichen, aber einander nicht geradezu entgegengesetzten Kräften ein Gleichgewicht nur dann erreicht werden kann, wenn eine unendlich kleine Kraft in eine unendliche Entfernung versetzt wird; die Unendlichkeit ist aber eine unerfüllbare Bedingung, und deshalb können $P = Q$ im angegebenen Falle keine einzige Resultante haben, und sie werden keine andere Wirkung hervorbringen, als die Linie AB um ihre Mitte zu drehen.

Es seien P, P', P'', P''', P^{IV} u. s. w., Fig. 93, eine beliebige Anzahl paralleler Kräfte, welche in verschiedenen, durch gerade unbiegsame Linien verbundenen, Punkten A, B, C, D, E angebracht sind. Soll alsdann die Resultante dieser Kräfte und ihr Angriffspunkt aufgefunden werden: so sucht man zuerst den Angriffspunkt M der Kräfte P und P' durch die Proportion: 7

$$AB : AM = (P + P') : P';$$

$$\text{also} \quad AM = \frac{AB \cdot P'}{P + P'}$$

Darauf zieht man die gerade Linie MC, und sucht auf ihr den Angriffspunkt N für die Resultante der in M angebrachten Kraft $P + P'$ und der in C angebrachten Kraft P'' durch die Proportion:

$$MC : MN = (P + P' + P'') : P''$$

$$\text{also} \quad MN = \frac{MC \cdot P''}{P + P' + P''}$$

Darauf zieht man ND, und sucht auf dieser geraden Linie den Angriffspunkt O für die Resultante von $P + P' + P''$ und von P''' durch die Proportion:

$$ND : NO = (P + P' + P'' + P''') : P'''$$

$$\text{also} \quad NO = \frac{ND \cdot P'''}{P + P' + P'' + P'''}$$

Darauf zieht man OE, und sucht auf dieser geraden Linie den Angriffspunkt K für die Resultante von $P + P' + P'' + P'''$ und von P^{IV} durch die Proportion:

$$OE : OK = (P + P' + P'' + P''' + P^{IV}) : P^{IV}$$

$$\text{also} \quad OK = \frac{OE \cdot P^{IV}}{P + P' + P'' + P''' + P^{IV}}$$

8 Haben einige von den Kräften entgegengesetzte Richtungen, so sucht man, wenn P, P', P'' u. s. w. die Kräfte nach einer Richtung, und Q, Q', Q'' u. s. w. die Kräfte nach der andern Richtung bezeichnen, nach dem eben gezeigten Verfahren erst den Angriffspunkt K (Fig. 94) der Resultante sämmtlicher Kräfte P, P' u. s. w.; alsdann den Angriffspunkt L der Resultante sämmtlicher Kräfte Q, Q' u. s. w.; dadurch ist das ganze System von Kräften auf zwei parallele in den beiden Angriffspunkten K und L wirkende Kräfte reduzirt, für welche man (nach Nr. 6 S. 1924) die Resultante und ihren Angriffspunkt sucht.

9 Zwei gleiche und parallele Kräfte, welche nicht auf einen und denselben Punkt wirken, heißen ein Kräftepaar.

10 Wenn die Kräfte P, P', P'' u. s. w. (Fig. 95) zwar immer parallel bleiben, aber die Lagen AQ, BQ', CQ'' u. s. w. annehmen: so ändert die Resultante derselben weder ihren Angriffspunkt, noch ihre Intensität, sondern sie wird nur parallel mit der neuen Direktion der Kräfte; denn der Angriffspunkt der Resultante hängt nur von den Intensitäten der Kräfte und von den gegenseitigen Entfernungen der verschiedenen Angriffspunkte ab; es wird also, wenn die gemeinschaftliche Direktion der Kräfte sich ändert, Nichts an dem ganzen Verfahren geändert.

11 Wenn z. B. die Kräfte P und P' die parallelen Direktionen AQ und BQ' annehmen, hat man zur Bestimmung des Angriffspunktes M für ihre Resultante die drei Stücke, P, P' und AB, also dieselben als hätten die Kräfte die Direktionen AP und BP'.

Der Punkt, durch welchen die Resultante aller parallelen Kräfte geht, mag übrigens ihre gemeinschaftliche Neigung sein, wie sie will, heißt der Mittelpunkt der parallen Kräfte.

12 Aufgabe.

Es sollen die Koordinaten des Mittelpunkts der parallelen Kräfte gesucht werden.

Auflösung.

Es seien M, M', M'' u. s. f. die Angriffspunkte der Kräfte P, P', P'' u. s. w.

x, y, z die Koordinaten des Punktes M;

x', y', z' die Koordinaten des Punktes M';

x'', y'', z'' die Koordinaten des Punktes M''

. . . .

x_1, y_1, z_1, die Koordinaten des Mittelpunkts der parallelen Kräfte.

Es sei, Fig. 96, N der Angriffspunkt der Resultante der parallelen Kräfte P und P', alsdann erhält man (vergl. S. 1925 Nr. 7):

$$MM' : M'N = (P + P') : P.$$

Die beiden ähnlichen Dreiecke ML'M' und NLM' geben die Proportion:

$$MM' : M'N = ML' : NL.$$

Daher aus beiden Proportionen:

$$ML' : NL = (P + P') : P;$$

und hieraus $(P + P') \,.\, NL = ML' \,.\, P$

Addirt man auf beiden Seiten $(P + P') \,.\, LK$ so hat man:

$$(P + P') \,.\, NL + (P + P') \,.\, LK = P \,.\, ML' + (P + P') \,.\, LK;$$

oder wenn man die gemeinschaftlichen Faktoren absondert:

$$(P + P') \,.\, (NL + LK) = P \,.\, (ML' + LK) + P' \,.\, LK$$

Es ist aber $NL + LK = NK$; ferner $ML' + LK = MH$; und $LK = M'H'$ Man hat daher:

$$(P + P') \,.\, NK = P \,.\, MH + P' \,.\, M'H'.$$

Bezeichnet man (Fig. 97) mit Q die Resultante der Kräfte P und P' und durch Z die Ordinate ihres Angriffspunktes, so hat man:

$$Q \,.\, Z = P \,.\, z + P' \,.\, z'$$

Bezeichnet man ferner mit Q' die Resultante der parallelen Kräfte Q und P'', und mit Z' die Ordinate des Angriffspunktes von Q', so hat man:

$$Q' \,.\, Z' = Q \,.\, Z + P'' \,.\, z''.$$

Substituirt man für $Q \,.\, Z$ seinen obigen Werth, so hat man:

$$Q' \,.\, Z' = P \,.\, z + P' \,.\, z' + P'' \,.\, z''$$

Fährt man auf diese Art fort, und bezeichnet zuletzt die Resultante aller parallelen Kräfte mit R, und mit z_1 die Ordinate ihres Angriffspunktes in Richtung der z; so hat man:

$$\text{IV)} \quad Rz_1 = P \,. + P' \,.\, z' + P'' \,.\, z'' + \text{u. s. w.}$$

Das Moment einer Kraft in Beziehung auf eine Ebene ist das Produkt der Intensität dieser Kraft multiplizirt mit der Entfernung ihres Angriffspunktes von dieser Ebene. Nach der Gleichung IV ist also das Moment der Resultante der Kräfte P, P', P'' u. s. w. in Beziehung auf die Ebene der x und y gleich der Summe der Momente dieser Kräfte in Beziehung auf dieselbe Ebene. 3

Nimmt man die Momente in Beziehung auf zwei andere koordinirte Ebenen, so hat man:

$$V)\quad P \,.\, y_1 = P \,.\, y + P' \,.\, y' + P'' \,.\, y'' + P''' \,.\, y''' + \text{u. s. w.}$$
$$VI)\quad P \,.\, x_1 = P \,.\, x + P' \,.\, x' + P'' \,.\, x'' + P''' \,.\, x''' + \text{u. s. w.}$$

Es läßt sich also aus den Koordinaten x, y, z, x', y', z' u. s. w., und aus den Intensitäten P, P', P'' u. s. w. die Resultante R, und die Werthe von x_1, y_1, z_1, d. h. von den Koordinaten des Mittelpunkts der parallelen Kräfte finden.

14 Erhalten die Kräfte nach der einen Richtung das positive Zeichen, so erhalten diejenigen nach der entgegengesetzten das negative; ebenso erhalten die Koordinaten auf den entgegesetzten Seiten des Ursprungspunktes entgegengesetzte Zeichen; da nun die Momente Produkte aus Kräften und Koordinaten sind, so erhalten diejenigen Momente, bei denen Kräfte und Koordinaten das gleiche Zeichen haben, das positive Vorzeichen; und diejenigen, bei denen Kräfte und Koordinaten das ungleiche Zeichen haben, das negative Vorzeichen (vergl. S. 441 Nr. 8).

15 Liegen die Angriffspunkte M, M', M'' u. s. w. in einer und derselben Ebene MM', so kann man die koordinirten Ebenen so anbringen, daß die Ebene der x, y mit jener Ebene parallel ist; alsdann liegen alle Koordinaten z, z', z'' u. s. w. zwischen der Ebene MM'' und der Ebene der x und y; und man hat:

$$z = z' = z'' = z''' \text{ u. s. w.}$$

Es ist auch alsdann die Ordinate z_1 des Mittelpunkts der parallelen Kräfte gleich der Ordinate z; denn der Endpunkt dieser Mittelpunktsordinate kann nirgends anders, als ebenfalls in der Ebene MM'' liegen. Da auf solche Art z zum gemeinschaftlichen Faktor wird, so hat man statt der Gleichung IV folgende:

$$R = P + P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.}$$

16 Liegen die Angriffspunkte auf einer und derselben geraden Linie AB (Fig. 98), so kann man dieselbe parallel mit einer der Axen, z. B. mit derjenigen der x nehmen, alsdann hat man:

$$z = z' = z'' = z''' = \text{u. s. w.; und auch } y = y' = y'' = y''' = \text{u. s. w.}$$

Hieraus folgt daß die beiden Gleichungen IV und V zu dieser einen werden:

$$VII)\quad R = P + P' + P'' + P''' + \text{u. s. w.}$$

Es bliebe also nur übrig:

$$VIII)\quad Rx_1 = P \,.\, x + P' \,.\, x' + P'' \,.\, x'' + P''' \,.\, x''' + \text{u. s. w.}$$

In solchem Falle ist es nicht nöthig drei Koordinatenaxen zu nehmen, sondern man dürfte nur die x auf die Linie AB zählen.

17 Bei Anwendung der koordinirten Ebenen bringt man dieselben immer auf die für das betreffende Problem vortheilhafteste Weise an. Es sei demgemäß die Axe der z parallel mit der Direktion der Kräfte. Es seien, Fig. 99, alle

Kräfte, welche nach einer Richtung wirken, auf die Resultante R_{I}, und alle, welche nach der entgegengesetzten wirken, auf die Resultante R_{II} reduzirt. Sind diese beiden entgegengesetzten Resultanten einander in der Intensität gleich, so wird das Gleichgewicht stattfinden; mögen sie auch selbst verschiedene Zeichen haben.

Bezeichnet man mit C′ und C″ die beiden Mittelpunkte der parallelen Kräfte, so muß zuerst die Entfernung C′ C″ gleich Null sein, d. h. es müssen die Koordinaten des Mittelpunkts C′ dieselben sein mit denen des Mittelpunkts C″; also:

$$x_{I} = x_{II}; \quad y_{I} = y_{II}$$

Alsdann ist die Resultante R_{I} der Resultante R_{II} auf derselben Direktionslinie entgegengesetzt. Damit sie beide gleiche Intensität haben, muß sein:

$$\text{IX)} \quad R_{I} = - R_{II}$$

Multiplizirt man diese Gleichung mit den beiden ersten, so hat man:

$$\text{X)} \quad R_{I} \cdot x_{I} = - R_{II} \cdot x_{II}; \text{ und XI)} \quad R_{I} \cdot y_{I} = - R_{II} \cdot y_{II}$$

Es seien ferner P, P′, P″ u. s. w. die Komposanten von R_{I}, und P‴, P^{IV}, P^{V} u. s. w. die Komposanten von R_{II}, alsdann ist:

$$R_{I} \cdot x_{II} = P \cdot x + P' \cdot x' + P'' \cdot x'' + \text{u. s. w.};$$
$$\text{und } R_{II} \cdot x_{II} = P''' \cdot x''' + P^{IV} \cdot x^{IV} + P^{V} \cdot x^{V} \text{ u. s. w.}$$

Substituirt man diese Werthe in der Gleichung X, so hat man:

$$\text{XII)} \quad P \cdot x + P' \cdot x' + P'' \cdot x'' + P''' \cdot x''' + P^{IV} \cdot x^{IV} + \text{u. s. w.} = 0$$

Ebenso gibt die Gleichung XI:

$$\text{XIII)} \quad P \cdot y + P' \cdot y' + P'' \cdot y'' + P''' \cdot y''' + \text{u. s. w.} = 0$$

Endlich giebt die Gleichung IX, wenn man die Werthe von R_{I} und R_{II} substituirt:

$$\text{XIV)} \quad P + P' + P'' + P''' + P^{IV} + P^{V} + \text{u. s. w.} = 0$$

Wenn also den Gleichungen XII, XIII und XIV Genüge geleistet worden, 18 so stehen die parallelen Kräfte im Gleichgewichte. Man kann die Bedingungen der Gleichungen folgendermaßen ausdrücken

In dem System von parallelen Kräften findet das Gleichgewicht statt, wenn die Summe der Momente der Kräfte in Beziehung auf die zwei rechtwinkligen und mit der gemeinschaftlichen Richtung parallelen Ebenen genommen, gleich Null ist, und wenn zu gleicher Zeit die Summe der Kräfte ebenfalls Null ist.

Es fände übrigens auch ein Gleichgewicht statt, wenn die Resultante der parallelen Kräfte durch einen festen Punkt ginge; sie würde alsdann durch den Widerstand dieses Punktes aufgehoben.

§. 274. Von den Kräften, welche in einer Ebene liegen, und an verschiedenen, unter einander fest verbundenen Punkten wirken.

1 Es seien, Fig. 100, Tafel XXXV, D, P, P′, P″, P‴ u. s. w. mehrere Kräfte, welche in einer Ebene, und zwar in derjenigen der x und y wirken; und an den Punkten A, B, C, D angebracht sind, welche in dieser Ebene unveränderlich unter einander verbunden sind.

Um die Resultante dieser Kräfte, im Falle sie sich auf eine einzige reduziren lassen, zu erhalten, hat man folgende Konstruktion:

Man nimmt die den Intensitäten dieser Kräfte proportionalen Theile Aa, Bb, Cc, Dd, und verlängert zuerst Aa und Bb bis G, d. h. bis zu ihrem Vereinigungspunkte, und nach dem man in diesen Punkt die Kräfte Aa und Bb versetzt hat, konstruirt man das Parallelogramm GG′; alsdann stellt die Diagonale GG′ die Resultante der beiden Kräfte Aa und Bb hinsichtlich ihrer Intensität dar.

Darauf verlängert man GG′ und Cc bis zu ihrem Vereinigungspunkte H′ verlegt die Kräfte GG′ und Cc nach diesem Punkte H, und konstruirt das Parallelogramm HH′; die Diagonale HH′ desselben ist alsdann die Resultante der Kräfte GG′ und Cc, und stellt demnach die Kräfte Aa, Bb und Cc dar.

Darauf verlängert man HH′ bis zum Zusammentreffen mit der Direktion Dd in I: hier konstruirt man das Parallelogramm II′, dessen Diagonale II′ die Resultante des ganzen Systems ist.

2 Sollten bei diesem Verfahren parallele Kräfte vorkommen, so verbindet man sie paarweise, und findet ihre Resultante (nach S. 1923, 1924 und 1925), entweder ihrer Summe oder ihrer Differenz gleich.

3 Wenn drei Kräfte P, P′, P″ immer an verschiedenen festen Punkten eines Systems angebracht sind: so besteht eine Hauptbedingung ihres Gleichgewichts darin, daß sie in einem Punkte zusammenlaufen. Denn sollen z. B. P und P′ von einer dritten P″ ins Gleichgewicht gebracht werden, so muß diese in der Direktionslinie der Resultante von P und P′ liegen, um dieselbe vernichten zu können; laufen also jene beiden P und P′ in einem Punkte D zusammen, welcher eine Ecke des Parallelogramms macht, und durch welchen also auch die Diagonale desselben läuft: so muß die der letztern entgegengesetzte Kraft ebenfalls durch den Punkt D gehen.

4 Könnte aber, wie in Tafel XXXV, D, Fig. 101, die dritte Kraft nicht in dem Punkte D, in welchem sich P und P′ vereinigen, angebracht werden, so würde diese Kraft P″ die Direktion der Resultante DR von P und P′ in einem Punkte E schneiden; es würden also P″ und DR den Winkel P″ER bilden und hätten daher eine eigene Resultante; sie könnten demnach nicht im Gleichgewicht sein.

5 Es seien, Fig. 102, P, P′, R drei Kräfte, welche in A zusammenlaufen. Aus einem willkürlichen Punkte C zieht man die gerade Linie CA, und ferner aus dem Punkte C die senkrechten Linien CI auf PA, CI′ auf P′A und CI″ auf RA.

Es haben alsdann die drei rechtwinkligen Dreiecke CAI, CAI′ und CAI″ die gemeinschaftliche Hypotenuse CA.

Durch den Punkt A zieht man die Linie AB senkrecht auf die gerade CA; ferner von den Endpunkten der geraden Linien PA, P′A, RA, deren Längen die Intensitäten der Kräfte darstellen, zieht man die Linien PD, P′D′, RD″ senkrecht auf AB.

Die beiden rechtwinkligen Dreiecke ACI und APD sind ähnlich, weil die von AP mit CA und PD gebildeten Winkel CAI und APD als Wechselwinkel gleich sind; man hat also:

$$AC : CI = AP : AD$$

oder, wenn $AC = c$, und $CI = p$, so hat man:

$$c : p = P : AD; \text{ also } AD = \frac{P \cdot p}{c}$$

Setzt man ferner die Perpendikel $CI' = p'$, und $CI'' = r$, so hat man:

$$AD' = \frac{P' \cdot p'}{c}; \quad AD'' = \frac{R \cdot r}{c}$$

Konstruirt man in Fig. 102 das Parallelogramm APRP′, und zieht P′E parallel mit AB, so sind die beiden Dreiecke ADP und P′ER kongruent, daher:

$$AD = P'E = D'D''.$$

Da nun $AD'' = AD' + D'D''$, so hat man:

$$AD'' = AD' + AD.$$

Ist nun R die Resultante von P und P′, so wird die Komposante von R nach der geraden AB gleich der Summe der Komposanten von PA und P′A nach derselben geraden AB. Setzt man daher in die letzte Gleichung die vorher gefundenen Werthe, so wird sie zu folgender:

$$\frac{R \cdot r}{c} = \frac{P \cdot p}{c} + \frac{P' \cdot p'}{c}$$

$$\text{oder I)} \quad Rr = Pp + P' \cdot p'$$

Liegt der Punkt C in dem Winkel der Kräfte P und P′, wie Fig. 103, 6 so sind die Dreiecke PAD und EP′R gleich, und man hat:

$$AD = P'E = D'D''$$

Da nun $AD'' = AD' - D''D'$, so ist auch $AD'' = AD' - AD$, d. h. das Moment der Resultante R ist gleich der Differenz der Momente der Komposanten; demnach:

$$\text{II)} \quad Rr = Pp - P' \cdot p'$$

Das Moment einer Kraft in Beziehung auf einen Punkt ist 7 das Perpendikel, welches von diesem Punkte auf die Direktion der Kraft gefällt wird. Die Gleichung I und II in diesem Paragraphen zeigen daher, daß das Moment der Resultante zweier Kräfte entweder gleich der Summe oder

gleich der Differenz der Momente der Komposanten ist, je nachdem der Punkt C, welcher der Mittelpunkt der Momente heißt, außerhalb der Scheitelwinkel PAP' und LAL' (Fig. 103), welche von den Direktionen der Komposanten gebildet werden, oder innerhalb einer dieser Scheitelwinkel liegt.

8 Nimmt man Summe, im algebraischen Sinne, wo auf die Vorzeichen keine Rücksicht genommen wird, so kann man im Allgemeinen sagen: das Moment der Resultante zweier Kräfte ist der Summe der Momente ihrer Komposanten gleich.

9 Wenn zwei gleiche Kräfte P und P', Fig. 101, von einer dritten Kraft P'' im Gleichgewichte erhalten werden: so muß diese P'' der Resultante R der beiden andern gleich und entgegengesetzt sein.

Zieht man ein Perpendikel p'' auf die Direktion von P'', welche auch die von R ist, so hat man nach dem Prinzip der Momente:

$$R \cdot p'' = Pp + P' \cdot p'$$

Ersetzt man R durch $- P''$, so wird diese Gleichung zu folgender:

$$Pp + P' \cdot p' + P'' \cdot p'' = 0$$

Die Gleichgewichtsgleichungen von drei Kräften, die in einer Ebene liegen, und an drei verschiedenen Punkten A, B, D angebracht worden, sind also:

$$\text{III)}\quad P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' = 0$$

$$\text{IV)}\quad P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' = 0$$

$$\text{V)}\quad P \cdot p + P' \cdot p' + P'' \cdot p'' = 0$$

10 Es sei P die Resultante zweier Kräfte P''' und P^{IV}; alsdann ist:

$$Pp = P''' \cdot p''' + P^{IV} \cdot p^{IV}$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung V, so ist:

$$P' \cdot p' + P'' \cdot p'' + P''' \cdot p''' + P^{IV} \cdot p^{IV} = 0$$

Es werden also auch die Gleichungen III und IV zu folgenden:

$$P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + P''' \cdot \cos\alpha''' + P^{IV} \cdot \cos\alpha^{IV} = 0$$

$$P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + P''' \cdot \cos\beta''' + P^{IV} \cdot \cos\beta^{IV} = 0$$

Da hierbei P als die Resultante von P''' und P^{IV} angesehen worden, so sind die letztern die Gleichgewichtsgleichungen für vier Kräfte.

11 Es läßt sich aber dasselbe Verfahren auf eine beliebig größere Anzahl von Kräften ausdehnen; man hat also überhaupt für Kräfte, welche in einer Ebene liegen und an verschiedenen Punkten angebracht sind, folgende allgemeine Gleichungen des Gleichgewichts:

$$\text{VI)}\quad P \cdot \cos\alpha + P' \cdot \cos\alpha' + P'' \cdot \cos\alpha'' + \text{ꝛc.} = 0$$

$$\text{VII)}\quad P \cdot \cos\beta + P' \cdot \cos\beta' + P'' \cdot \cos\beta'' + \text{ꝛc.} = 0$$

$$\text{VIII)}\quad P \cdot p + P' \cdot p' + P'' \cdot p,' \text{ ꝛc.} = 0$$

Um diese Gleichungen bequemer schreiben zu können, braucht man zuweilen das Zeichen Σ, welches eine Summe von Größen von der Form an-

zeigt, die sich in den Klammern befindet; z. B. die letzten Gleichungen schreibt man:

$$\Sigma\,(P\,.\,\cos\alpha) = 0;\ \Sigma\,(P\,.\,\cos\beta) = 0;\ \Sigma\,(P\,.\,p) = 0.$$

12 Diejenigen Kräfte, welche Momente mit gleichen Zeichen haben; streben dahin, das System in einer Richtung zu drehen; die Kräfte, welche Momente mit entgegengesetzten Zeichen haben, streben es in entgegengesetzter Richtung zu drehen.

13 Wenn die Kräfte nicht im Gleichgewichte sind, ist das Moment der Resultante gleich einer Differenz, deren **Minuendus** die Summe der Momente derjenigen Kräfte ist, welche das System in **derselben** Richtung wie die Resultante zu drehen streben; und deren **Subtrahendus** die Summe derjenigen Momente ist, welche das System in der entgegengesetzten Richtung zu drehen streben.

14 Aus der Gleichung $\Sigma\,(P\,.\,p) = 0$ erkennt man, daß die Summe der Momente der Kräfte, welche das System nach der einen Richtung zu drehen suchen, der Summe der Momente derjenigen Kräfte gleich ist, welche es nach der entgegengesetzten Seite zu drehen streben.

15 Wenn aus einem im Gleichgewichte befindlichen Systeme eine Kraft, z. B. P, weggelassen wird: so erhalten die andern Kräfte eine Resultante, welche natürlich in einer dem P entgegengesetzten Richtung wirken muß, da dieses P vorher das System im Gleichgewicht erhielt. Es werden alsdann die Gleichungen VI, VII und VIII zu folgenden:

$$R\,.\,\cos\alpha = P'\,.\,\cos\alpha' + P''\,.\,\cos\alpha'' + P'''\,.\,\cos\alpha''' + \text{ꝛc.}$$
$$R\,.\,\cos b = P'\,.\,\cos\beta' + P''\,.\,\cos\beta'' + P'''\,.\,\cos\beta''' + \text{ꝛc.}$$
$$Rr = P'\,.\,p' + P''\,.\,p'' + P'''\,.\,p''' + \text{ꝛc.}$$

oder:

$$R\,.\,\cos a = \Sigma\,(P\,.\,\cos\alpha) = X$$
$$R\,.\,\cos b = \Sigma\,(P\,.\,\cos\beta) = Y$$
$$Rr = \Sigma\,(P\,.\,p).$$

Um die **Intensität der Resultante** zu bestimmen, hat man also:

$$R^2\,(\cos^2\alpha + \cos^2\beta) = X^2 + Y^2,$$

und weil die Summe der Quadrate der Kosinus gleich der Einheit ist (vergl. S. 1920 Nr. 4) so hat man:

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

Aus denselben Gleichungen kann man auch **die Neigung der Resultante in Beziehung auf die Axen** bestimmen: denn man hat:

$$\cos a = \frac{X}{R};\ \cos b = \frac{Y}{R}$$

16 Wenn man annimmt, daß der feste Mittelpunkt der Momente C **außerhalb** des Winkels der äußersten Kräfte, und auch **außerhalb** des Scheitelwinkels desselben liegt, wie Fig. 104, und daß die Kräfte P, P', P'' u. s. w.

stoßweise wirken, und unveränderlich mit den Perpendikeln p, p′, p″ u. s. w. verbunden sind: so werden diese Kräfte p, p′, p″ u. s. w. in derselben Richtung um C drehen. Liegt aber der Mittelpunkt der Momente C in dem Winkel der äußersten Kräfte, oder in dem Scheitelwinkel desselben: so werden die Kräfte P, P′, P″ u. s. w., welche auf derselben Seite von C liegen, p, p′, p″ u. s. w. in derselben Richtung um den Punkt C bewegen; dagegen werden die Kräfte P‴, P^{IV} u. s. w. in entgegengesetzter Richtung um denselben Punkt drehen. Es haben nun auch AD, AD′, AD″ verschiedene Zeichen von AD‴, AD^{IV}. Es drehen also die Kräfte, deren Moment das gleiche Zeichen haben, das System nach derselben Richtung.

17 Um in einem Systeme die Resultante anzubringen, bestimmt man zuerst die Lage einer geraden AB, welche sowohl durch den Ursprung der Koordinaten, als auch parallel mit der Resultante geht.

Das Zeichen des cos b giebt sogleich zu erkennen, ob AB über oder unter der Axe der x liegt. Ist z. B. cos b positiv, so ist der Winkel b, den die AB mit der Axe der y macht, spitzig, und AB kann nur, wie in Fig. 106, entweder auf die linke oder rechte Seite von Ay, immer aber oberhalb Ax fallen.

Ist aber cos b negativ, so ist b ein stumpfer Winkel, und AB fällt, wie in Fig. 107, entweder auf die rechte oder linke Seite von Ay, immer aber unterhalb Ax.

Wie aber auch das Zeichen cos b sein mag, so kann AB gegen Ax zwei Lagen annehmen, in deren einer sie mit Ax einen spitzen, und in deren anderer sie mit Ax einen stumpfen Winkel a bildet. Das Zeichen des cos a wird alsdann die zur jedesmaligen Aufgabe passende Lage bestimmen; denn ist cos a positiv, so ist der Winkel a spitz; ist cos a negativ, so ist Winkel a stumpf.

Hat man die Lage von AB bestimmt, so zieht man auf sie durch den Ursprung A eine senkrechte Linie, Fig. 108, welche

$$r = \frac{\Sigma Pp}{R}$$

und je nach dem Zeichen von r entweder AO, oder AO′, ist; darauf ist OR oder O′R′ die Direktion der Resultante.

18 In den mehrsten Fällen schneidet die Resultante die Axe der y in irgend einem Punkte B, Fig. 109, d. h. sie geht nicht durch den Ursprung A der Koordinaten, sondern in der Direktion DM.

Der Winkel D ist derjenige, welchen die Resultante mit der Axe der x bildet. Macht man nun die Abszisse x zum Radius, so wird ein Theil der Ordinate y zur Tangente des Winkels D. Nimmt man z. B. den Punkt M, so ist ME = y, und AE = x. Zieht man BL parallel mit AE, so ist (vergl. S. 678 Nr. 21), als Parallellinie zwischen Parallellinien AE = BL; es ist ferner ML ein Theil der Ordinate. In dem rechtwinkligen Dreiecke MBL hat man:

$$BL : LM = r : \text{tang } MBL$$

Da nun Winkel MBL = Winkel D, als korrespondirende Winkel, BL = x, und r = 1, so ist:

$$x : LM = 1 : \text{tang } D;$$
$$\text{daher} \quad LM = x \,.\, \text{tang } D$$

Es ist nun y = LM + LE, und ferner LE = AB, ebenfalls als Parallellinien zwischen Parallelinien; daher:

$$\text{IX)} \quad y = x \,.\, \text{tang } D + AB;$$

d. h. die Ordinate einer solchen Resultante, welche nicht durch den Ursprung der Koordinaten geht, sondern die Axe der y in irgend einem Punkte schneidet, ist gleich einer Summe, deren einer Addendus das Produkt aus der Abszisse und der Tangente des Winkels ist, den die Direktion der Resultante mit der der Axe der x macht; deren anderer Addendus die senkrechte Entfernung des Schnittpunktes B der Resultante und der Axe der y von der Axe der x ist.

Es ist aber der Winkel D = dem ∠ a, nach der obigen Bezeichnung (S. 1934 Nr. 17); da nun nach der ebenen Trigonometrie cos : sin = r : tang, also tang = $\frac{\sin}{\cos}$, so ist:

$$\text{tang } D = \frac{\sin a}{\cos a}$$

Da ferner die Resultante in einer Ebene mit der Axe der x und der y liegt, so ist sin a = cos b; also

$$\text{tang } D = \frac{\cos b}{\cos a}$$

und endlich, nach den Gleichungen auf S. 1933 Nr. 15

$$\text{tang } D = \frac{R \,.\, \cos b}{R \,.\, \cos a} = \frac{Y}{X}$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke OAB hat man:

$$AB : OA = r : \cos OAB, \text{ also } OA = AB \,.\, \cos OAB$$

Weil OAD + OAB = 1 R = OAD + D, so ist ∠ OAB = ∠ D = ∠ a; weil ferner die Linie OA die senkrechte Linie vom Mittelpunkte der Momente auf die Direktion der Resultante, oder nach obiger Bezeichnung (S. 1934) r ist, so hat man:

$$r = AB \,.\, \cos a$$

$$\text{daher} \quad AB = \frac{r}{\cos a}$$

Setzt man diesen Werth von AB, und den eben gefundenen Werth von tang D in die Gleichung IX, so hat man:

$$y = \frac{Y}{X} \,.\, x + \frac{r}{\cos a} = \frac{Y}{X} \,.\, x + \frac{Rr}{R \,.\, \cos a} = \frac{Y}{X} \,.\, x + \frac{Rr}{X}$$

Multiplizirt man mit dem gemeinschaftlichen Divisor X, und nimmt das Glied Yx auf die andere Seite, so hat man:

$$yX - xY = Rr$$

Oder da $Rr = \Sigma . Pp$

$$yX - xY = \Sigma . Pp.$$

Im Falle des Gleichgewichts sind X und Y Null, und die Gleichung wird:

$$\Sigma Pp = 0;$$

welches Resultat mit dem obigen (S. 1933) übereinstimmt.

19 Um die Richtung der Resultante zu bestimmen, hat man dreierlei nöthig: 1) die Intensitäten der Kräfte; 2) die Winkel, von denen ihre Richtungen abhängen; 3) die Koordinaten ihrer Angriffspunkte.

Es ist deshalb am Vortheilhaftesten, wenn man in der Gleichung VIII statt p, p′, p″ u. s. w. die Koordinaten der Angriffspunkte nimmt.

Es sei, Fig. 110, A der Ursprung der Koordinaten; und x und y die Koordinaten eines Angriffspunktes M einer Kraft, deren Intensität durch die gerade Linie MP vorgestellt wird. Die Komposanten von M werden parallel mit den Axen Ax und Ay sein; daher:

$$MN = P . \cos\alpha; \text{ und } MQ = P . \cos\beta.$$

Zieht man aus dem Ursprungspunkte A die senkrechten AO, AF und AE auf die verlängerten Richtungen von MP und ihren Komposanten NM und QM, so hat man:

$$OA . MP = \text{Moment der Resultante } P;$$
$$AF . MN = \text{Moment der Komposante } P . \cos\alpha$$
$$AE . MQ = \text{Moment der Komposante } P . \cos\beta.$$

Betrachtet man die Kräfte so, als wirken sie durch einen Stoß, so streben die Resultante R und die Komposante P . cos α dahin, die unbiegsamen Linien AO und AF um den Punkt A in derselben Richtung zu drehen. Man giebt also das positive Zeichen den Momenten dieser beiden Kräfte; und dagegen das negative Zeichen dem Momente der Komposante P . cos β, welches die unbiegsame Linie AE in entgegengesetzter Richtung um den Punkt A zu drehen strebt.

Man hat also die Gleichungen:

$$Pp = yP \cos\alpha - xP \cos\beta$$
$$P'p' = y'P' \cos\alpha' - x'P' \cos\beta'$$
$$P''p'' = y''P'' \cos\alpha'' - x''P'' \cos\beta'' \text{ u. s. w. u. s. w.}$$

Substituirt man diese Werthe von Pp, P″p″ u. s. w. in die Gleichung VIII, so wird sie zu folgender:

$$\text{X)}\quad P(y\cos\alpha - x\cos\beta) + P'(y'\cos\alpha' - x'\cos\beta') + P''(y''\cos\alpha'' - x''\cos\beta'') + \text{u. s. w.} = 0$$

Zur Bestimmung der Zeichen der Momente ist es hinreichend, die Regel

von den Zeichen auf S. 1920 Nr. 6 anzuwenden, und außerdem darauf zu achten, daß auch die Zeichen der Koordinaten verändert werden müssen, wenn sie aus positiven negative geworden sind.

Es sei z. B., Fig. 111, P eine Kraft, welche die dargestellte Lage in Beziehung auf die Axen Ax und Ay hat. Das Moment dieser Kraft ist im Allgemeinen $P \,.\, (y \,.\, \cos\alpha - x \,.\, \cos\beta)$. Sollen nun die Zeichen in der angegebenen Lage berücksichtigt werden, so hat man: x negativ, y positiv, $\cos\alpha$ negativ, $\cos\beta$ auch negativ; daher ist das Moment

$$P\,(-y \,.\, \cos\alpha - x \,.\, \cos\beta).$$

Man nimmt bei der Bestimmung der Zeichen beinahe allgemein an, daß eine Kraft, deren Richtung die Axe der y schneidet, wie die Kraft CD in Fig. 110, immer ein positives Moment Pp hat. 20

Die Gleichungen für das Gleichgewicht, III, IV, V, S. 1932, drücken auch die Bedingung aus, daß sich alle Kräfte des Systems auf zwei gleiche und einander entgegengesetzte Kräfte reduziren lassen. Wenn man $P \,.\, \cos\alpha$, $P' \,.\, \cos\alpha'$ u. s. w., die mit der Axe der x parallelen Komposanten nennt, welche in einer Richtung wirken, und $P'' \,.\, \cos\alpha''$, $P''' \,.\, \cos\alpha'''$ u. s. w. diejenigen, welche in der entgegengesetzten Richtung wirken, so wird die Gleichung III zu folgender: 21

$$P \,.\, \cos\alpha + P' \,.\, \cos\alpha' + \text{u. s. w.} = P'' \,.\, \cos\alpha'' + P''' \,.\, \cos\alpha''' + \text{u. s. w.}$$

Da die Kräfte $P \,.\, \cos\alpha$, $P' \,.\, \cos\alpha'$ u. s. w. parallel sind, so können sie durch die Zusammensetzung auf eine einzige X' reduzirt werden, welche ihrer Summe gleich, und mit ihrer Richtung parallel ist. Ebenso können $P'' \,.\, \cos\alpha''$, $P''' \,.\, \cos\alpha'''$ auf eine Resultante X'' reduzirt werden. Es wird also das ganze System, der mit der Axe der x parallelen Kräfte auf die beiden gleichen aber entgegengesetzten Kräfte X' und X'' reduzirt.

Ganz ähnlich lassen sich alle mit der Axe der y parallelen Kräfte auf Y' und Y'', welche sich gleich und entgegengesetzt sind, reduziren.

Man kann die Kräfte X' und Y', Fig. 112, in ihren Vereinigungspunkt M, und die Kräfte X'' und Y'' in ihren Vereinigungspunkt N versetzen, und die Parallelogramme MA und NB konstruiren, deren Seiten MC, MD, NE und NF die Kräfte X', Y', X'' und Y'' vorstellen. Da ferner die homologen Seiten dieses Rektangels gleich sind, so müssen es auch ihre Diagonalen MA und NB sein; und außerdem sind diese Diagonalen wegen der Gleichheit der Dreiecke AMD und BNE parallel.

Aus den beiden Gleichungen $X = 0$ und $Y = 0$ sieht man also, daß sich die in einer Ebene liegenden Kräfte auf zwei MA und NB reduziren lassen, welche gleich und parallel sind, und nach entgegengesetzten Richtungen wirken. Aber es ist aus diesen selben Gleichungen noch nicht zu erkennen, ob die beiden Kräfte MA und NB auch in derselben Direktionslinie wirken. Soll dieses stattfinden, so muß man $\Sigma Pp = 0$ haben.

Man bezeichne MA durch R', und NB durch R'', und ferner die aus dem

Punkte O außerhalb der verlängerten Direktionen der MA und NB senkrecht auf diese Direktionen gezogenen Linien OP durch r' und OQ durch r''. Weil R' und R'' entgegengesetzt wirken, so haben die Momente dieser beiden Kräfte entgegengesetzte Zeichen, und man erhält statt $\Sigma Pp = 0$ die Gleichung:

$$R' \cdot r' - R'' \cdot r'' = 0.$$

Da ferner R' und R'' gleiche Intensitäten haben, und demnach gleiche Faktoren sind, so erhält man:

$$r' - r'' = 0$$

Da also die Differenz $r' - r'' = OP - OQ = 0$, so müssen die Punkte P und Q auf einander fallen, und die Kräfte MA und NB haben in diesem Falle ihre Wirkungen auf einer und derselben geraden Linie.

Geschieht also in einem gegebenen Falle nur den Gleichungen $X = 0$ und $Y = 0$ Genüge, nicht aber zugleich der Gleichung $\Sigma Pp = 0$: so ergiebt sich daraus, daß das System sich nur auf zwei solche Kräfte MA und NB reduziren läßt, wie sie oben (S. 1925 Nr. 6) gezeigt worden.

22 Wenn dagegen nur der Gleichung $\Sigma Pp = 0$ allein Genüge geschieht: so findet kein Gleichgewicht in dem Systeme statt. Weil nämlich alsdann X und Y nicht Null, so ist es auch nicht R, denn man hat (vergl. S. 1917 Nr. 3)

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

In solchem Falle kann man der Gleichung $\Sigma Pp = 0$ nur dadurch Genüge leisten, daß man $r = 0$ setzt, woraus sich $R \cdot r = 0$ ergiebt. Da nun r ein Perpendikel von dem Mittelpunkt der Momente auf die Resultante ist, so muß bei $r = 0$ dieser Mittelpunkt auf der Resultante liegen.

Wenn also von den drei Gleichungen $\Sigma P \cdot \cos\alpha = 0$, $\Sigma P \cdot \cos\beta = 0$, $\Sigma Pp = 0$ nur der dritten Genüge geschehen ist, und dennoch in dem Systeme ein Gleichgewicht stattfinden soll: so muß auf der Resultante ein fester Punkt sein, z. B. ein unüberwindliches Hinderniß, welches die Wirkung der Resultante aufhebt. Sind z. B., wovon tiefer unten, die Kräfte P, P', P'' u. s. w. an verschiedenen Punkten eines Hebels angebracht, und wird in einem Punkte C, durch welchen die Resultante geht, ein unüberwindliches Hinderniß angebracht, welches die Wirkung der Resultante aufhebt: so reicht die Bedingung $\Sigma Pp = 0$ hin, um das Gleichgewicht in dem Systeme hervorzubringen. Die Intensität der Resultante zeigt sich alsdann in dem auf den Punkt C ausgeübten Druck.

§. 275. Von Kräften welche im Raume (nicht in einer Ebene) wirken.

1 Es seien P', P'', P''' u. s. w. verschiedene im Raume liegende Kräfte; ferner x', y', z' die Koordinaten des Angriffspunktes von P';
x'', y'', z'' die Koordinaten des Angriffspunktes von P'';

x''', y''', z''' die Koordinaten des Angriffspunktes von P''';
α', β', γ' die Winkel, welche P' mit den Koordinatenaxen bildet;
$\alpha'', \beta'', \gamma''$ " " " P'' " " ";
$\alpha''', \beta''', \gamma'''$ " " " P''' " " ".

Um die Gleichgewichtsbedingungen dieser Kräfte zu finden, zerlegt man sie in zwei Gruppen, von denen die einen parallel sind, und die andern in einer Ebene liegen. Da man jedesmal die koordinirten Axen auf die der Aufgabe passendste Weise legen kann: so läßt sich ein Theil der Kräfte in der Ebene der x, y zerlegen, und alle Komposanten, welche nicht in dieser Ebene liegen, lassen sich mit der Axe der z parallel legen.

2 Es sei (Fig. 113, Tafel XXXV, D) P' eine Kraft, die an dem Punkte M' angebracht ist; man verlängert ihre Direktionslinie, bis sie in dem Punkte C' mit der Ebene der x, y zusammentrifft. Nach diesem Punkte C' verlegt man den Angriffspunkt von P', und zerlegt die Kraft dort in zwei, von denen die eine $C'L$ parallel mit der Axe der z, die andere $C'N$ in der Ebene der x, y liegt.

3 Ist die Kraft P' parallel mit der Ebene der x, y, so läßt sich eine solche Zerlegung nicht machen.

Man zieht daher, Fig. 114, durch den Punkt M' eine Linie parallel mit der Axe der z, und nimmt auf dieser Parallellinie zwei gleiche Theile $M'O$ und $M'O'$; diese können zwei gleiche und einander entgegengesetzte Kräfte $+ g'$ und $- g'$ vorstellen. Da diese beiden einander aufheben, also das Gleichgewicht nicht stören, so kann man statt der Kraft P' die drei Kräfte P', g' und $- g'$ nehmen. Man kann P' mit $- g'$ zusammensetzen, ihre Resultante sei R'; alsdann wird die Kraft P' durch das System der beiden in M angebrachten Kräfte R' und g' ersetzt. Die durch $M'O$ dargestellte Kraft g' bleibt parallel mit der Axe der z, und die Kraft R' kann in allen Fällen mit der Ebene der x, y zusammentreffen, weil die Komposante $- g'$, die man willkürlich nehmen kann, mit der Axe der z parallel ist.

Man hat jetzt nur noch den Angriffspunkt der Kraft R' in den Punkt C' zu versetzen, wo sie durch die Ebene der x, y geht; hierauf kann man sie, wie vorher in Nr. 2, in zwei Kräfte zerlegen, von denen eine in der Ebene x, y liegt, die andere parallel mit der Axe der z geht.

Auf solche Art hat man statt der Kraft P' drei Kräfte: die erste in C' angebrachte in der Ebene x, y; die zweite auch in C' angebrachte parallel mit der Axe der z; die dritte in M angebrachte, ebenfalls parallel mit der Axe der z.

4 Um die Koordinaten des Punktes C' zu bestimmen, hat man zuerst die Gleichungen der Resultante R', welche durch die Punkte x', y', z' geht:

$$1)\quad \begin{cases} z - z' = \dfrac{Z}{X}(x - x') \\ z - z' = \dfrac{Z}{Y}(y - y') \end{cases}$$

In diesen Gleichungen sind X, Y, Z die Projektionen der geraden Linie R′ auf den koordinirten Axen. Diese Projektionen sind den Komposanten von R′ parallel mit den Axen gleich. R′ ist die Resultante von P′ und von $-g'$; P′ kann man in die drei Komposanten $P' \,.\, \cos\alpha'$; $P' \,.\, \cos\beta'$; $P' \,.\, \cos\gamma'$ zerlegen; daher ist R′ die Resultante folgender vier Kräfte:

$$P' \,.\, \cos\alpha',\; P' \,.\, \cos\beta',\; P' \,.\, \cos\gamma',\; -g'.$$

Diese Kräfte wirken parallel mit den koordinirten Axen, also hat man:

$$X = P' \,.\, \cos\alpha',\; Y = P' \,.\, \cos\beta',\; Z = P' \,.\, \cos\gamma' - g'$$

Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung I so hat man:

$$\text{II)} \left\{ \begin{aligned} z - z' &= \frac{P' \,.\, \cos\gamma' - g'}{P' \,.\, \cos\alpha'} (x - x'); \\ z - z' &= \frac{P' \,.\, \cos\gamma' - g'}{P' \,.\, \cos\beta'} (y - y'). \end{aligned} \right.$$

In dem Punkte C′ (Fig. 114), wo R′ durch die Ebene der x, y geht, ist $z = 0$, und wenn $a_{,}$ und $b_{,}$ die beiden andern Koordinaten bedeuten, so hat man:

$$x = a_{,};\; y = b_{,};\; z = 0.$$

Daher für die Gleichungen bei II:

$$-z' = \frac{P' \,.\, \cos\gamma' - g'}{P' \,.\, \cos\alpha'} \,.\, (a_{,} - x');$$

$$-z' = \frac{P' \,.\, \cos\gamma' - g'}{P' \,.\, \cos\beta'} \,.\, (b_{,} - y');$$

Hieraus folgt:

$$a_{,} = x' - \frac{z' \,.\, P' \,.\, \cos\alpha'}{P' \,.\, \cos\gamma' - g'}$$

$$b_{,} = y' - \frac{z' \,.\, P' \,.\, \cos\beta'}{P' \,.\, \cos\gamma' - g'}$$

Dies sind also die Koordinaten $a_{,}$ und $b_{,}$ des Punktes C′, wo die Resultante R′ die Ebene x, y schneidet.

Wenn die Kraft R′ durch den Theil M′R′ ihrer Direktionslinie dargestellt wird, so kann man sie in den Punkt C′ versetzen, Fig. 115, indem man C′D′ = M′R′ nimmt. Zerlegt man darauf C′D′ in drei rechtwinklige in C′ angebrachte Kräfte: so sind diese Kräfte gleich den Komposanten von M′R′; es läßt sich also der Punkt C′ so ansehen, als wirkten drei Kräfte $P' \,.\, \cos\alpha'$, $P' \,.\, \cos\beta'$ und $P' \,.\, \cos\gamma' - g'$ auf ihn. Die beiden ersten liegen in der Ebene x, y, die dritte wirkt parallel mit der Axe der z; man hat also statt der in M′ angebrachten Kraft P′:

in M′ die Kraft g′ parallel mit der Axe der z;
in C′ die Kraft $P' \,.\, \cos\gamma' - g'$ parallel mit der Axe der z;

in C' die Kraft $P' . \cos\alpha'$ in der Ebene der x, y;
in C' die Kraft $P' . \cos\beta'$ in der Ebene der x, y.

Hat man also ein ganzes System von Kräften, so verfährt man mit P'', P''', P'''' u. s. w. auf dieselbe Weise, indem man Kräfte g'' — g'', g''' — g''', g'''' — g'''' u. s. w. zu Hülfe nimmt, und sie an den Angriffspunkten M'', M''', M'''' u. s. w. anbringt; auf solche Art wird das ganze System in zwei Gruppen von Kräften zerlegt, von denen die einen parallel mit der Axe der z wirken, und von denen die andern in der Ebene x, y liegen. 6

Die mit der Axe der z parallelen Kräfte sind:

g', g'', g''', g'''' u. s. w. angebracht in M', M'', M''', M u. s. w.

$P' . \cos\gamma' - g'$, $P'' . \cos\gamma'' - g''$, $P''' . \cos\gamma''' - g'''$, $P'''' . \cos\gamma'''' - g''''$ angebracht in C', C'', C''', C'''' u. s. w.

Die in der Ebene x, y liegenden Kräfte sind:

$P' . \cos\alpha'$, $P'' . \cos\alpha''$, $P''' . \cos\alpha'''$, $P'''' . \cos\alpha''''$ u. s. w. angebracht in C', C'', C''', C'''' u. s. w.

$P' . \cos\beta'$, $P'' . \cos\beta''$, $P''' . \cos\beta'''$, $P'''' . \cos\beta''''$ u. s. w. angebracht in C', C'', C''' C'''' u. s. w.

Damit in dem ganzen Systeme ein Gleichgewicht stattfindet, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein: erstens müssen alle in der Ebene x, y liegenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten: zweitens müssen auch die mit der Axe der z parallelen Kräfte im Gleichgewicht sein. 7

Wenn die Angriffspunkte C', C'', C''', C'''' u. s. w. fest unter einander verbunden sind, so kann man durch zwei dieser Punkte, wie C' und C'', eine gerade Linie gezogen denken, die auf jeder Seite beliebig verlängert wird. Findet das allgemeine Gleichgewicht in dem Systeme statt, so ist die gerade Linie unbeweglich, und keiner ihrer Punkte kann sich bewegen.

Jede Kraft in der Ebene x, y wird entweder mit der geraden Linie die durch C'C'' geht zusammentreffen, oder mit ihr parallel gehen. Im ersten Falle sei (Fig. 116) AB die Kraft, welche in O mit der durch C'C'' gehenden geraden Linie zusammentrifft. Sobald eine Kraft einen festen Punkt in ihrer Direktion antrifft, ist ihre Wirkung aufgehoben. Es macht also der Punkt O die Kraft AB zu Null. Wäre im andern Falle die Kraft DE parallel mit C'C'', so könnte sie keine Bewegung hervorbringen, ohne C'C'' in derselben Richtung fortzuziehen, was unmöglich bleibt, weil C'C'' fest ist; es bleibt also auch DE ohne Wirkung.

Da also die Kräfte in der Ebene x, y im Gleichgewicht sind, müssen es auch die vertikalen Kräfte sein; weil sonst das allgemeine Gleichgewicht des Systems nicht stattfände.

Man hat also die Gleichgewichtsbedingungen aufzusuchen: 1) für die mit der Axe der z parallelen Kräfte; 2) für die in der Ebene x, y liegenden Kräfte.

8 Gleichgewichtsbedingungen der mit der Axe der z parallelen Kräfte.

Die Bedingungen sind dieselben wie S. 1929 Nr. 18:

1) die Summe der mit der Axe der z parallelen Kräfte muß = 0 sein;
2) die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebene der y, z muß = 0 sein;
3) die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebene der x, y muß = 0 sein;

Die erste Bedingung giebt:

$$P' . \cos\gamma' - g' + g' + P'' . \cos\gamma'' - g'' + g'' + P''' . \cos\gamma''' - g''' + g''' + P'''' . \cos\gamma'''' - g'''' + g'''' \text{ u. s. w.} = 0$$

oder, da sich die Kräfte $-g' + g'$ u. s. w. heben:

$$\text{III)} \quad P' . \cos\gamma' + P'' . \cos\gamma'' + P''' . \cos\gamma''' + \text{ꝛc.} = 0$$

Um die zweite Bedingung zu erfüllen, hat man zwei Arten von Momenten:

1) die der Kräfte g', g'' u. s. w., welche an den Punkten M', M'' u. s. w. angebracht sind;

2) die der Kräfte $P' . \gamma' - g''$, $P'' . \cos\gamma'' - g''$ u. s. w., welche an den Punkten C', C'' u. s. w. angebracht sind.

Es sei, Fig. 117, die erste Kraft g', welche an dem Punkte M' wirkt; das Moment dieser Kraft in Beziehung auf die Ebene der y, z ist $g' . M'N'$; es ist aber $M'N' = B'D' = AG' = x'$; das gesuchte Moment ist also $g' . x'$.

Das Moment der Kraft $P' . \cos\gamma' - g'$, angebracht in C', ist, Fig. 118, in Beziehung auf die Ebene y, z gleich $(P' . \cos\gamma' - g') \times E'C'$, oder $(P' . \cos\gamma' - g') . a_1$; die Summe der Momente der Kräfte $P' . \cos\gamma' - g'$ und g' ist also in Beziehung auf die Ebenen y, z:

$$g'x' + (P' . \cos\gamma' - g') . a_1.$$

Nimmt man den oben (S. 1940 Nr. 4) gefundenen Werth von a_1, so hat man:

$$g'x' + (P' . \cos\gamma' - g') . \left(x' - \frac{z' . P' . \cos\alpha'}{P' . \cos\gamma' - g'}\right)$$

Wird die Multiplikation ausgeführt, so heben sich $g'x' - g'x'$, und ebenso heben sich $P' . \cos\gamma' - g'$ in Zähler und Nenner, und man erhält:

$$x' . P' \cos\gamma' - z' . P' . \cos\alpha' = P' . (x' . \cos\gamma' - z' . \cos\alpha').$$

Wendet man dieses Verfahren auf die übrigen Momente der Kräfte an, welche an den Punkten M'', M''' u. s. w., C'', C''' u. s. w. angebracht sind, so wird ihre Summe:

$$\text{IV)} \quad P' . (x' . \cos\gamma' - z' . \cos\alpha') + P'' . (x'' . \cos\gamma'' - z'' . \cos\alpha'') + \text{ꝛc.} = 0$$

Um die dritte Gleichgewichtsbedingung zu erfüllen, hat man das Moment der Kraft g', welche in M' angebracht ist, in Beziehung auf die Ebene der x, z gleich $g' . M'L' = g' . B'G' = g'y'$; das Moment der Kraft $P' . \cos \gamma' - g'$, welche in C' angebracht ist, hat den Werth $(P' . \cos \gamma' - g')\, b_1$; es ist also die Summe beider Momente:

$$g'y' + (P' . \cos \gamma' - g') . b_1;$$

Setzt man für b_1 den oben, S. 1940 Nr. 4, gefundenen Werth, so hat man:

$$y' P' . \cos \gamma' - z' P' . \cos \beta'$$

Bestimmt man nun auf gleiche Weise die Momente der übrigen Kräfte in Beziehung auf die Ebene der x, z, so hat man als dritte Bedingungsgleichung:

$$\text{V)} \quad P' . (y' . \cos \gamma' - z' . \cos \beta') + P'' . (y'' . \cos \gamma'' - z'' . \cos \beta'') + \text{ꝛc.} = 0$$

Gleichgewichtsbedingungen der Kräfte, welche in der Ebene x, y liegen.

Diese Bedingungen sind dieselben, wie diejenigen solcher Kräfte, welche in einer Ebene liegen (vergl. S. 1932 Nr. 10):

1) Die Summe der mit der Axe der x parallelen Kräfte muß $= 0$ sein;
2) Die Summe der mit der Axe der y parallelen Kräfte muß $= 0$ sein;
3) Die Summe der Momente der Kräfte in Beziehung auf den Ursprung muß $= 0$ sein.

Die beiden ersten Bedingungen geben:

$$\text{VI)} \quad P' . \cos \alpha' + P'' . \cos \alpha'' + P''' . \cos \alpha''' + \text{u. s. w.} = 0$$
$$\text{VII)} \quad P' . \cos \beta' + P'' . \cos \beta'' + P''' . \cos \beta''' + \text{u. s. w.} = 0$$

Um die dritte Bedingung zu erfüllen, hat man an dem Punkte C', Fig. 118, die beiden Kräfte $P' . \cos \alpha'$ und $P' . \cos \beta'$ angebracht. Nimmt man die Momente dieser Kräfte in Beziehung auf den Ursprung A, so ist das Moment der Kraft $P' . \cos \alpha'$

$$P' . \cos \alpha' \times AE' = P' . \cos \alpha' \times C'F' = P' . \cos \alpha' \times b_1;$$

ferner das Moment der Kraft $P' . \cos \beta'$ in Bezug auf den Ursprung A

$$P' . \cos \beta' \times C'E' = P' . \cos \beta' \times AF' = P' . \cos \beta' \times a_1;$$

Diese Momente müssen entgegengesetzte Zeichen haben, weil die Kräfte $P' . \cos \alpha'$ und $P' . \cos \beta'$ dahin streben, das System in entgegengesetzter Richtung um den Ursprung A zu drehen. Nimmt man demnach das Moment der Kraft $P' . \cos \alpha'$, welche die Axe der y fortzustoßen strebt, als positiv, so hat man:

$$P' . \cos \alpha' \times b_1 - P' . \cos \beta' \times a_1;$$

setzt man hier statt a_1 und b_1 die obigen Werthe (S. 1940 Nr. 4), so erhält man:

$$P' . \cos \alpha' \left(y' - \frac{z' . P' . \cos \beta'}{P' . \cos \gamma' - g'}\right) - P' . \cos \beta' \left(x' - \frac{z' . P' . \cos \alpha'}{P' . \cos \gamma' - g'}\right)$$

führt man die Multiplikation aus, und reduzirt, so findet man:

$$y' . P' . \cos \alpha' - x' . P' . \cos \beta'$$

Verfährt man auf gleiche Weise mit den übrigen an C'', C''' u. s. w. angebrachten Kräften, so findet man die letzte Gleichgewichtsgleichung:

$$\text{VIII)} \quad P' . (y' . \cos \alpha' - x' . \cos \beta') + P'' . (y'' . \cos \alpha'' - x'' . \cos \beta'') + \text{u. s. w.} = 0$$

Man kann nun die Gleichungen III, IV, V, VI, VII, VIII mit der oben (S. 1932 Nr. 11) eingeführten Abkürzung folgendermaaßen schreiben:

$$\text{IX)} \quad \Sigma P . \cos \alpha = 0; \ \Sigma P . \cos \beta = 0; \ \Sigma P . \cos \gamma = 0.$$

$$\text{X)} \quad \Sigma P . (y . \cos \alpha - x . \cos \beta) = 0; \ \Sigma P . (x . \cos \gamma - z . \cos \alpha) = 0; \ \Sigma P (y . \cos \gamma - z . \cos \beta) = 0.$$

10 Ist in dem Systeme ein fester Punkt vorhanden, so sind alle diese Gleichungen nicht nothwendig. Verlegt man den Ursprung in diesen Punkt, so zeigt sich sogleich, daß die in der Ebene x, y liegenden Kräfte im Gleichgewicht sein müssen, wenn sich das System dieser Kräfte nicht um den festen Punkt drehen kann; die Bedingung hierzu ist erfüllt, wenn man hat:

$$\Sigma P . (y . \cos \alpha - x . \cos \beta) = 0.$$

Um die Gleichgewichtsbedingungen der mit der Axe der z parallelen Kräfte zu finden, seien x, y und o die Koordinaten des Punktes, wo die Resultante der parallelen Kräfte die Ebene der x, y trifft; das Moment dieser Resultante ist jedesmal in Beziehung auf die eine der Ebenen der x, z und der y, z der Summe der Momente der parallelen Kräfte in Beziehung auf diese Ebene gleich; daher:

$$Ra_1 = \Sigma P (x . \cos \gamma - z . \cos \alpha)$$
$$Rb_1 = \Sigma P (y . \cos \gamma - z . \cos \beta)$$

Damit ein Gleichgewicht zwischen den parallelen Kräften stattfinde, muß ihre Resultante durch den festen Punkt gehen, der am Ursprunge ist, dazu muß $a_1 = 0$ und $b_1 = 0$ sein. Diese Annahme macht aus den vorhergehenden Gleichungen folgende:

$$\Sigma P . (x . \cos \gamma - z . \cos \alpha) = 0$$
$$\Sigma P . (y . \cos \gamma - z . \cos \beta) = 0$$

Ist also den Gleichungen bei X Genüge geschehen, so findet unter allen Kräften ein Gleichgewicht statt.

11 Wenn zwei feste Punkte vorkommen, und man verlegt eine der koordinirten Axen in die Richtung dieser Punkte, so wird die Axe fest, und das System kann sich nur um dieselbe drehen.

Nimmt man in solchem Falle die Axe der z für diese feste Axe, so werden sich alle mit ihr parallel liegenden Kräfte aufheben, und nur noch diejenigen Kräfte übrig bleiben, deren Direktionen in der Ebene x, y liegen. Damit diese Kräfte im Gleichgewicht seien, muß ihre Resultante durch den Punkt A gehen, welcher zur Axe Az gehört und deshalb fest ist. Damit die Resultante durch diesen Punkt gehe, muß man haben:

$$\Sigma P . (y . \cos \alpha - x . \cos \beta) = 0$$

Diese Bedingung reicht hin zum Gleichgewichte des ganzen Systems, wenn die Axe der z fest ist.

12 Wäre die Axe der y oder die Axe der x fest, so würde zum Gleichgewichte des ganzen Systems hinreichen:

Wenn die Axe der y fest ist: $\Sigma P . (x . \cos \gamma - z . \cos \alpha) = 0$;
wenn die Axe der x fest ist: $\Sigma P . (y . \cos \gamma - z . \cos \beta) = 0$.

13 Kann der Körper auf der festen Axe gleiten, so muß man noch weiter haben:

$$\Sigma P . \cos \gamma = 0.$$

14 Es findet also um einen festen Punkt ein Gleichgewicht statt, wenn nach der Reihe jede Axe als fest betrachtet wird, und in jedem einzelnen dieser Fälle das Gleichgewicht eintritt.

15 Von Kräften, welche auf eine feste Ebene wirken, werden offenbar diejenigen, welche senkrecht auf ihr stehen, durch den Widerstand dieser Ebene vernichtet; die Gleichgewichtsbedingungen reduziren sich alsdann auf diejenigen für Kräfte, die in einer Ebene liegen; daher hat man:

$$\Sigma P . \cos \alpha = 0; \ \Sigma P . \cos \beta = 0; \ \Sigma P . (y . \cos \alpha - x . \cos \beta) = 0.$$

16 Wenn ein Körper auf einer Ebene ruht, und umgestürzt werden kann, so muß man zu diesen drei Bedingungen noch diese hinzufügen: daß die Resultante der auf der Ebene senkrechten Kräfte durch einen dieser Ebene und dem Körper gemeinschaftlichen Punkt geht, oder das durch die Berührungspunkte gebildete Polygon trifft.

17

Aufgabe.

Es soll die Bedingungsgleichung gefunden werden, welche stattfinden muß, damit mehrere in dem Raume liegende Kräfte eine einzige Resultante haben.

Auflösung.

Eine einzige Resultante wird vorhanden sein, wenn die Resultante der mit der Axe der z parallelen Kräfte durch die Ebene der x, y in einem solchen Punkte hindurchgeht, welcher sich auf der Resultante der in der Ebene x, y liegenden Kräfte befindet. Wenn das Gleichgewicht stattfindet, ist es auch unter den mit der Axe der z parallelen Kräfte da. Die Gleichgewichtsbedingungen sind (vergl. S. 1942 Nr. 8):

$$P . \cos\gamma + P' . \cos\gamma' + P'' . \cos\gamma'' + \text{etc.} = 0.$$
$$P . (x . \cos\gamma - z . \cos\alpha) + P' . (x' . \cos\gamma' - z' . \cos\alpha') + \text{etc.} = 0.$$
$$P . (y . \cos\gamma - z . \cos\beta) + P' . (y' . \cos\gamma' - z' . \cos\beta') + \text{etc.} = 0.$$

Betrachtet man die erste dieser Kräfte als gleich und geradezu entgegengesetzt der Resultante $P . \cos\gamma$ aller andern, so hat man zur Bestimmung der Resultante der parallelen Kräfte:

$$P . \cos\gamma = P' . \cos\gamma' + P'' . \cos\gamma'' + \text{etc.}$$
$$P . (x . \cos\gamma - z . \cos\alpha) = P' . (x' . \cos\gamma' - z' . \cos\alpha') + \text{etc.}$$
$$P . (y . \cos\gamma - z . \cos\beta) = P' . (y' . \cos\gamma' - z' . \cos\beta') + \text{etc.}$$

Liegt der Angriffspunkt dieser Resultante auf der Ebene der x, y, so seien die Koordinaten dieses Punktes x_1, y_1 und o. Setzt man diese Werthe statt x, y, und z in die ersten Glieder der vorhergehenden Gleichungen, so hat man:

$$P . \cos\gamma = P' . \cos\gamma' + P'' . \cos\gamma'' + \text{etc.}$$
$$P . \cos\gamma . x_1 = P' . (x' . \cos\gamma' - z' . \cos\alpha') + \text{etc.}$$
$$P . \cos\gamma . y_1 = P' . (y' . \cos\gamma' - z' . \cos\beta') + \text{etc.}$$

Bezeichnet Z den Faktor $P . \cos\gamma$; und M und N die zweiten Glieder der beiden letzten Gleichungen, so hat man:

$$Z = P' . \cos\gamma' + \text{etc.};\ Z x_1 = M;\ Z y_1 = N; \text{ daher auch:}$$

$$x_1 = \frac{M}{Z};\ y_1 = \frac{N}{Z}$$

Dies sind also die Koordinaten des Punktes, wo die Resultante der parallelen Kräfte die Ebene der x, y trifft. Es soll sich nun ferner dieser selbe Punkt auf der Resultante der in der Ebene x, y liegenden Kräfte befinden; die Gleichung dieser Resultante ist (vergl. S. 1936 Nr. 18):

$$Xy - xY = \Sigma P . (y . \cos\alpha - x . \cos\beta).$$

Setzt man ferner $\Sigma P . (y . \cos\alpha - x . \cos\beta) = L$, so wird:

$$Xy - xY = L.$$

Setzt man statt x und y die obigen Werthe von x_1 und y_1, so hat man:

$$\frac{XN}{Z} - \frac{YM}{Z} = L$$

Durch Multiplikation mit Z und Umsetzung:

$$\text{XI)}\quad XN = LZ + MY.$$

Ist also dieser Gleichung Genüge geschehen, so lassen sich die Kräfte auf eine einzige Resultante reduziren, nur den Fall ausgenommen, wo

$$X = 0;\ Y = 0;\ Z = 0.$$

In dem Falle, wo alle Kräfte in einer und derselben Ebene wirken, und

diese Ebene um einen festen Punkt beweglich ist, wird der Gleichung XI Genüge geleistet; denn es sind alsdann N und M, welche die Summe der Momente in Beziehung auf die Ebenen der x, z und der y, z darstellen, und ebenfalls auch Z, welches die Komposanten $P . \cos\gamma$, $P' . \cos\gamma'$ u. s. w. vorstellt, gleich Null; es ist also der Gleichung XI Genüge geschehen.

Nach dem oben (S. 1937) Gesagten drücken die Gleichungen $X = 0$ und $Y = 0$ die Bedingungen aus, daß die in der Ebene der x, y liegenden Kräfte auf zwei Komposanten R' und R'', welche einander gleich und entgegengesetzt sind, reduzirt werden könne. Auf ähnliche Art kann man auch die mit der Axe der z parallelen Kräfte auf zwei Kräfte Z' und Z'' reduziren, welche gleich und entgegengesetzt sind. In dem Falle also, wo $X = 0$, $Y = 0$ und $Z = 0$ ist, hat man das ganze System in den vier Kräften R', R'', Z' und Z'', welche auf zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte reduzirt werden können. 18

§. 276. Vom Schwerpunkte. 1

Die Richtungen aller materiellen Punkte vermöge der Schwere gehen nach dem Mittelpunkte der Erde. Da aber die Oberfläche der Erde um einen so bedeutenden Raum wie der Halbmesser der Erde von ihrem Mittelpunkte entfernt ist, so kann man für kleinere Höhen oder Tiefen jene Konvergenz der Schwere-Richtungen unberücksichtigt lassen, und dieselben für parallel ansehen.

Alle materiellen Punkte eines schweren Körpers werden demnach von parallelen Kräften getrieben. Da sie nun außerdem fest verbunden sind, so kann man, wenn $x, y, z; x', y', z'$ u. s. w. ihre Ordinaten; und P, P', P'' u. s. w. die an den einzelnen Punkten wirkende Schwere, oder jene parallelen Kräfte bezeichnet, nach obigen Angaben (S. 1927 Nr. 12) die Koordinaten x_1, y_1, z_1, des Mittelpunkts der parallelen Kräfte bestimmen:

$$1)\quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{Px + P'x' + P''x'' + \text{u. s. w.}}{P + P' + P'' + \text{u. s. w.}} \\[2ex] y_1 = \dfrac{Py + P'y' + P''y'' + \text{u. s. w.}}{P + P' + P'' + \text{u. s. w.}} \\[2ex] z_1 = \dfrac{Pz + P'z' + P''z'' + \text{u. s. w.}}{P + P' + P'' + \text{u. s. w.}} \end{cases}$$

Wenn nun die parallelen Kräfte die Aeußerungen der Schwere sind, so erhält der Mittelpunkt der parallelen Kräfte den Namen Schwerpunkt.

Wenn man auch dem Körper nach und nach verschiedene Lagen hinsichtlich der Richtung dieser Kräfte giebt: so wird doch die Mittelkraft oder Resultante der parallelen Kräfte stets durch den Schwerpunkt gehen (vergl. S. 1926 Nr. 10). Es besteht deshalb die charakteristische Eigenschaft des Schwerpunktes darin (vergl. S. 1901 Nr. 5), daß, wenn er befestigt ist, der feste Körper, zu dem

er gehört, bei allen nur möglichen Lagen um diesen Punkt im Gleichgewichte bleibt.

2 Die Schwere ist nicht an allen Orten gleich; entfernt man sich vom Mittelpunkt der Erde, so nimmt die Schwere im umgekehrten Verhältnisse mit dem Quadrate der Entfernung ab;

für die Entfernungen 1 . 2 . 3 . 4 u. s. w.

ist die Schwere 1 . $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{16}$ u. s. w.

Fände diese Verschiedenheit nicht statt, so könnte das Gewicht eines Körpers auch zugleich die Masse desselben vorstellen, oder wenn man die Schwere mit P und die Masse mit M bezeichnet, so hätte man:

$$\text{II)}\quad P = M = VD \quad \text{(vergl. S. 1895).}$$

Bringt man aber die Masse M in eine andere Entfernung vom Mittelpunkte so ändert sich, nach dem oben angegebenen Gesetze, die Intensität der Schwere. Man muß also die Masse mit einem gewissen Koeffizienten multipliziren, der mit g bezeichnet sein mag; man hat also:

$$\text{III)}\quad P = Mg = VDg \quad \text{(vergl. S. 1057 Nr. 26).}$$

Die Gleichung II giebt also die Schwere an einem solchen Orte, an welchem der Koeffizient g gleich der Einheit ist. An allen übrigen Orten bestimmt sich aber der Werth des Koeffizienten g nach der Entfernung vom Mittelpunkt der Erde, während M konstant bleibt. Der Koeffizient g kann demnach als das Maaß der Schwere angesehen werden, indem er das Verhältniß der Schwere an einem bestimmten Orte zu derjenigen ausdrückt, welche als Einheit angenommen wird.

Es seien M, M', M'' u. s. w. die Massen, welche den Gewichten P, P', P'' u. s. w. entsprechen; alsdann bekommt man:

$$P = Mg;\; P' = M'g;\; P'' = M''g.$$

Substituirt man diese Werthe in den Gleichungen bei I, und dividirt Zähler und Nenner durch g, so erhält man für die Koordinaten des Schwerpunkts:

$$\text{IV)}\quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{M \cdot x + M' \cdot x' + M'' \cdot x'' + \text{u. s. w.}}{M + M' + M'' + \text{u. s. w.}} \\[2ex] y_1 = \dfrac{M \cdot y + M' \cdot y' + M'' \cdot y'' + \text{u. s. w.}}{M + M' + M'' + \text{u. s. w.}} \\[2ex] z_1 = \dfrac{M \cdot z + M' \cdot z' + M'' \cdot z'' + \text{u. s. w.}}{M + M' + M'' + \text{u. s. w.}} \end{cases}$$

Diese Gleichungen zeigen, daß die Lage des Schwerpunkts von der Schwere selbst unabhängig sind.

3 Nach der Gleichung bei II hat man $M = VD$; $M' = V'D$; $M'' = V''D$ u. s. w. Verfährt man wie vorher, so erhält man für die Koordinaten des Schwerpunktes, indem man oben und unten durch D dividirt:

$$x_1 = \frac{V \cdot x + V' \cdot x' + V'' \cdot x'' + \text{u. s. w}}{V + V' + V'' + \text{u. s. w.}}$$

$$y_1 = \frac{V \cdot y + V' \cdot y' + V'' \cdot y'' + \text{u. s. w.}}{V + V' + V'' + \text{u. s. w.}}$$

$$z_1 = \frac{V \cdot z + V' \cdot z' + V'' \cdot z'' + \text{u. s. w.}}{V + V' + V'' + \text{u. s. w.}}$$

Bezeichnet man das Volumen des ganzen Systems mit W, so hat man statt der vorhergehenden Gleichungen:

$$\text{v)} \left\{ \begin{aligned} x_1 &= \frac{V \cdot x + V' \cdot x' + V'' \cdot x'' + \text{u. s. w.}}{W} \\ y_1 &= \frac{V \cdot y + V' \cdot y' + V'' \cdot y'' + \text{u. s. w.}}{W} \\ z_1 &= \frac{V \cdot z + V' \cdot z' + V'' \cdot z'' \text{ u. s. w.}}{W} \end{aligned} \right.$$

Will man den Schwerpunkt eines Körpers durch Versuche bestimmen, so hängt man ihn an einen Faden CA (Fig. 119, Tafel XXXV, D) auf, und die Verlängerung desselben geht durch den Schwerpunkt. Will man ferner wissen, an welcher Stelle der Linie AB der Schwerpunkt liegt, so hängt man den Körper an einem andern seiner Punkte, E, auf; da alsdann die Verlängerung von DE, d. h. EF den Schwerpunkt enthalten muß; so kann er nirgends anders, als in dem Durchschnittspunkte G beider Linien enthalten sein. 4

Das Gewicht des Körpers ist nämlich eine an seinem Schwerpunkte angebrachte senkrecht wirkende Kraft, als Resultante aller parallelen Kräfte (S. 1947). Der feste Punkt C oder D wirkt vermittelst des Fadens der senkrechten Resultante entgegen, so daß er als eine nach oben wirkende Kraft betrachtet werden kann, deren Direktionslinie ebenfalls senkrecht ist; der Faden muß also ebenfalls eine vertikale Richtung haben.

Der Schwerpunkt einer geraden Linie AB, Fig. 120, liegt in ihrer Mitte C; denn denkt man sie sich aus schweren materiellen Punkten, oder Atomen, oder Molekülen bestehend, so entspricht jedes Molekül m auf der einen Seite des Punktes C einem Molekül m' auf der andern Seite desselben in gleicher Entfernung von ihm; es sind also die Momente $m \cdot Cm$ und $m' \cdot Cm'$ einander gleich; statt dieser beiden Molekülen kann man nun jedes andere Paar in der Linie AB nehmen; demnach ist die algebraische Summe der Momente aller Moleküle in Beziehung auf den Punkt C gleich Null; das Moment der Resultante ist also auch gleich Null, welches anzeigt, daß die Resultante durch den Mittelpunkt C der geraden Linie AB geht. 5

Der Schwerpunkt eines Parallelogramms AD, Fig. 121, liegt in dem Mittelpunkte G desselben, d. h. in dem Durchschnittspunkte der beiden geraden Linien EF und HK, welche die parallelen Seiten halbiren. Denn denkt man sich die Molekülen der Fläche des Parallelogramms sämmtlich so geordnet, daß sie auf Linien liegen, die mit AB parallel gehen, so müssen nach dem 6

vorigen Satze die Schwerpunkte aller dieser Parallellinien auf der geraden Linie EF sein, welche ebenso wohl wie die beiden parallelen Seiten so auch alle mittleren Parallellinien halbirt. Da ferner HK auch EF halbirt: so muß nach dem Satze bei 4, der Schwerpunkt in dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte G liegen.

7 Der Schwerpunkt eines Dreiecks ABC, Fig. 122, wird gefunden, wenn man eine Linie CD auf die Mitte der Basis AB zieht, und den Theil DG nimmt, welcher dem Drittel von CD gleich ist; der Schwerpunkt liegt alsdann in dem Punkte G.

Die Linie CD geht durch die Mitte aller mit AB parallelen Linien (vergl. S. 680 Nr. 3), enthält also die Schwerpunkte derselben. Zieht man nun AE, welche die Seite CB halbirt, so halbirt sie auch alle mit CB parallelen Linien, also auch die Linie ef, es muß also in dem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte G der Schwerpunkt der Dreiecksfläche liegen.

Es ist nun noch zu beweisen, daß dieser Durchschnittspunkt G auf dem Drittel der Linie CD liegt, d. h. daß DG ein Drittel von CD ist. Zieht man die Linie DE, so sind die Dreiecke ACB und DEB ähnlich (vergl. S. 683 Nr. 9); denn DB und EB sind die Hälften der Seiten AB und CB, und der Winkel B ist beiden gemein, daher ist aber auch DE parallel mit AC. Da aus diesem Parallelismus folgt, daß Winkel $\angle DEG = \angle GAC$, und $\angle ACG = \angle GDE$ als Wechselwinkel, so sind auch die beiden Dreiecke ACG und DEG ähnlich, man hat daher:

$$CG : GD = CA : DE = AB : BD = 2 : 1; \text{ daher } CG = 2GD;$$

$$\text{und da } CG + GD = 3\,GD = CD, \text{ so ist } GD = \frac{1}{3}\,CD.$$

8 Der Schwerpunkt eines Polygons ABCDEF, Fig 123, wird folgendermaßen gefunden: man zerlegt das Polygon durch die Diagonalen AC, AD, AE in Dreiecke; die Flächenräume derselben ABC, ACD u. s. w. bezeichnet man durch a, a′, a″ u. s. w.

Man sucht darauf für jedes Dreieck nach dem vorigen Satze den Schwerpunkt; es seien diese Schwerpunkte G, G′, G″ u. s. w.; die Flächenräume a, a′ u. s. w. kann man aus materiellen Punkten bestehend, und demnach als Gewichte an diesen Schwerpunkten angebracht denken. Um nun den gemeinschaftlichen Schwerpunkt der beiden Flächenräume a und a′, oder des Flächenraumes ABCDA zu finden, verbindet man die beiden Schwerpunkte G und G′ durch eine gerade Linie, und sucht den Schwerpunkt auf derselben für die beiden an ihren Endpunkten angebrachten parallelen Kräfte a und a′ (nach S. 1925 Nr. 7):

$$(a + a') : a' = G'G : GO$$

Man sucht ferner den Schwerpunkt K des Flächenraumes ABCDEA, indem man die Resultante von a + a′, welche in O wirkt, und von a″ welche in G″ wirkt, bestimmt. Man verbindet also O und G″ und hat die Proportion:

$$(a + a' + a'') : a'' = OG'' : OK$$

Auf solche Weise kann man endlich den Schwerpunkt der ganzen Polygonalfläche finden.

Man kann auch den Schwerpunkt der ganzen Polygonalfläche vermittelst der Koordinaten finden (Fig. 124.) Man hat (vergl. S. 1928 Nr. 16), wenn x und y die Koordinaten des Schwerpunkts der Polygonalfläche sind: 9

$$R = P + P' + P'' + P'''$$
$$Rx_1 = P \,.\, x + P' \,.\, x' + P'' \,.\, x'' + P''' \,.\, x'''$$
$$Ry_1 = P \,.\, y + P' \,.\, y' + P'' \,.\, y'' + P''' \,.\, y'''$$

Bezeichnet man die Dreiecksflächen ABC, ACD, ADE u. s. w. durch a, a', a'' u. s. w., so hat man:

$$P = a;\ P' = a';\ P'' = a'';\ P''' = a''';$$

es werden also obige Gleichungen (vergl. S. 1947 Nr. 1):

$$R = a + a' + a'' + a''';$$
$$x_1 = \frac{a \,.\, x + a' \,.\, x' + a'' \,.\, x'' + a''' \,.\, x'''}{a + a' + a'' + a'''}$$
$$y_1 = \frac{a \,.\, y + a' \,.\, y' + a'' \,.\, y'' + a''' \,.\, y'''}{a + a' + a'' + a'''}$$

Nimmt man also OP = x_1 und PG = y_1 und zwar parallel mit der Axe der y, so ist der Punkt G der Schwerpunkt.

Der Schwerpunkt von dem Umfange eines Polygons wird auf ähnliche Weise gefunden; dabei ist zu bemerken, daß, weil der Schwerpunkt einer jeden Polygonalseite in ihrer Mitte liegt, man diese Mitten so ansehen kann, als seien sie mit Gewichten beschwert, welche ihren Seiten proportional sind. 10

Der Schwerpunkt eines Bogens einer ebenen krummen Linie (Fig. 125) wird auf folgende Art gefunden. Das Element m m' eines Bogens einer ebenen krummen Linie, oder einer Linie einfacher Krümmung (vergl. S. 1732 Nr. 39 u. S. 1738 oben), ist gleich $\sqrt{(dx^2 + dy^2)}$; da es unendlich klein genommen wird, so kann der Schwerpunkt desselben in o gesetzt werden, und die Koordinaten x und y des Punktes m kann man an die Stelle derer des Punktes o setzen. Es ist also das Moment von m m' in Beziehung auf die Axe der x: 11

$$op \,.\, m m' = y \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)},$$

und in Beziehung auf die Axe der y:

$$oq \,.\, m m' = x \cdot \sqrt{(dx^2 = dy^2)}.$$

Es seien also x und y die Koordinaten des Schwerpunktes, und s die Länge des Bogens MM'; alsdann sind die Momente dieses Bogens auf die beiden Axen, gegenseitig sx_1 und sy_1; diese Momente des ganzen Bogens sind natürlich gleich der Summe der Momente der einzelnen Elemente, also:

$$sy_1 = \int y \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)};\ \text{und}\ sx_1 = \int x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)};$$

die Länge des Bogens MM' oder s ist:

$$s = \int \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

12 **Der Schwerpunkt eines Kreisbogens** BO, Fig. 126, wird in folgender Weise gefunden. Man bringt die koordinirten Axen so an, daß die Abszissenlinie den Bogen halbirt; alsdann liegt der Schwerpunkt des Bogens auf der Abszissenlinie, und man hat $y_1 = 0$. Weil nämlich die Schwerpunkte g und g' der beiden gleichen Bogen BD und DO symmetrisch auf beiden Seiten der Axe der x liegen, so muß der Schwerpunkt G des ganzen Bogens BO in der Mitte G von gg' liegen. Es ist also nur noch die Abszisse AG = x des Schwerpunktes des Bogens BD zu bestimmen: sie ist dieselbe wie diejenige des Bogens BO, da beide Schwerpunkte in der geraden Linie gg' liegen. Es ist aber x_1 gegeben durch die vorherige Gleichung:

$$sx_1 = \int x \cdot \sqrt{(dx^2 \quad dy^2)}$$

Damit man den zweiten Theil der Gleichung integriren kann, muß man ihn auf eine einzige Veränderliche reduziren; dies geschieht vermittelst der Gleichung des Kreises (vergl. S. 1195 Nr. 7):

$$y^2 = a^2 - x^2$$

Differenzirt man diese Gleichung (vergl. S. 1115 Nr. 8), so erhält man:

$$2ydy = -2xdx; \text{ oder } y \cdot dy = x \cdot dx.$$

Quadrirt man auf beiden Seiten, und nimmt dx^2 auf eine Seite, so hat man:

$$dx^2 = \frac{y^2dy^2}{x^2}$$

Daher:

$$\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = \sqrt{\left(\frac{y^2dy^2}{x^2} + dy^2\right)}$$

oder wenn man die Größe unter dem Wurzelzeichen in einen einzigen Bruch verwandelt:

$$\sqrt{\left(\frac{y^2dy^2 + x^2dy^2}{x^2}\right)} = \sqrt{\left(\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2}\right) \cdot dy^2\right)}$$

Da $y^2 = a^2 - x^2$, wo a den Radius des Kreises bezeichnet, so ist $a^2 = y^2 + x^2$; daher:

$$\sqrt{\left(\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2}\right) \cdot dy^2\right)} = dy^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{a^2}{x^2}\right)} = \frac{ady}{x} = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$$

$$\text{ferner: K)} \quad sx_1 = \int x \cdot \frac{ady}{x} = \int ady = ay + B;$$

wo B eine willkürliche Konstante bezeichnet (vergl. S. 1159 Nr. 2).

Wenn man die Chorde BO mit c bezeichnet, und den Bogen bestimmen will, welcher zu dieser Sehne gehört, so muß man (vergl. S. 1748 Nr. 52)

das Integral zwischen den beiden Grenzen $y = \frac{1}{2}c$ und $y = -\frac{1}{2}c$ nehmen. Da der Bogen von O bis B reicht, so muß dieses Integral im Punkte O, dessen Ordinate $y = -\frac{1}{2}c$, zu Null werden. Man hat daher aus der Gleichung K:

$$o = -\frac{1}{2}ac + B, \text{ oder } B = \frac{1}{2}ac;$$

daher erhält man:

$$\int x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = ay + \frac{1}{2}ac.$$

Macht man ferner $y = \frac{1}{2}c$, um das bestimmte Integral von dem Punkte O bis zum Punkte B zu nehmen, so hat man:

$$sx_1 = \int x \cdot \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = \frac{1}{2}ac + \frac{1}{2}ac = ac$$

$$\text{daher endlich L) } x_1 = \frac{ac}{s};$$

Diese letzte Gleichung zeigt also: daß die Abszisse des Schwerpunkts eines Kreisbogens die vierte Proportionallinie zum Bogen, zum Radius und zur Sehne ist; nämlich: $s : a = c : x_1$.

Der Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide ABCD, Fig. 127, 13 wird auf folgende Art gefunden: man sucht den Schwerpunkt G der Grundfläche, und zieht aus der Spitze die gerade Linie AG; darauf nimmt man $GO = \frac{1}{4} AG$; alsdann ist der Punkt O der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide.

Beweis.

Die gerade Linie AG geht durch die Schwerpunkte sämmtlicher mit der Grundfläche BCD parallelen Durchschnitte. Zieht man aus der Spitze D die gerade Linie DG′ nach dem Schwerpunkte G′ der gegenüberliegenden Fläche ABC, so wird diese die Linie AG in einem Punkte O treffen, welcher dann der gesuchte Schwerpunkt der Pyramide sein muß.

Daß sich beide geraden Linien in irgend einem Punkte treffen müssen, ergiebt sich aus Folgendem. Man zieht in der Fläche ABC die gerade Linie AE durch den Schwerpunkt G′ derselben Fläche, und die gerade Linie DE in der Fläche BCD durch den Schwerpunkt G derselben. Darauf legt man eine Ebene durch die drei Punkte AED. In dieser Ebene liegen die Endpunkte der beiden geraden Linien AG und DG′, deshalb müssen sie sich irgendwo in derselben Ebene schneiden.

Um diesen Punkt zu bestimmen, zieht man G′G. Alsdann sind die Dreiecke G′EG und AED ähnlich; es ist nämlich (vergl. S. 1950 Nr. 7) $EG = \frac{1}{3}ED$ und $EG' = \frac{1}{3}EA$; zwischen diesen proportionalen Seiten ist derselbe Winkel AEG oder G′EG eingeschlossen. Aus der Aehnlichkeit beider Dreiecke folgt weiter, G′G parallel mit AD ist. Aus diesem Parallelismus folgt weiter die Aehnlichkeit der beiden Dreiecke OGG′ und OAD; daraus:

$$GG' : AD = GO : OA.$$

Aus der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke KGG' und KAD hat man ferner:

$$GG' : AD = EG : ED.$$

Aus beiden Proportionen hat man:

$$GO : OA = EG : ED = 1 : 3; \text{ also } 3GO = OA$$

daher also $GO = \frac{1}{4} AG$.

14 Bei einer vielseitigen Pyramide verfährt man wie bei einer dreiseitigen: man sucht den Schwerpunkt der Grundfläche, zieht aus der Spitze eine gerade Linie nach dem Schwerpunkte, und nimmt vom letztern aus ein Viertel dieser geraden Linie; der Theilungspunkt des Viertels ist der Schwerpunkt der ganzen Pyramide. Wenn man nämlich von dem Schwerpunkte der Grundfläche nach allen Eckpunkten derselben gerade Linien zieht, so entstehen eben so viele Dreiecke, als die Grundfläche Seiten hat; alle diese Dreiecke können als Grundflächen dreiseitiger Pyramiden angesehen werden, deren gemeinschaftliche Spitze in der Spitze der ganzen vielseitigen Pyramide liegt.

Sucht man die Schwerpunkte aller dieser dreiseitigen Grundflächen, und zieht nach ihnen gerade Linien von der Spitze: so braucht man nur eine mit der Grundfläche parallele Ebene durch alle diese geraden Linien so zu legen, daß sie ein Viertel dieser Linien, von der Grundfläche an gerechnet, abschneidet; diese Ebene geht dann durch alle Schwerpunkte der kleineren dreiseitigen Pyramiden, und muß also auch ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt, d. h. denjenigen der ganzen Pyramide enthalten, und zwar da, wo sie ein Viertel der Linie abschneidet, welche von der Spitze nach dem Schwerpunkte der ganzen vielseitigen Grundfläche gezogen ist.

15 Der Schwerpunkt eines Bogens einer doppelt gekrümmten Kurve (vergl. S. 1732 Nr. 39), oder überhaupt einer im Raume (nicht in einer Ebene) liegenden Linie wird folgendermaßen gefunden.

Das Element einer Kurve mit doppelter Krümmung, oder ds, hat (vergl. S. 1734, Nr. 39, Gleichung G) folgenden Werth:

$$\text{M)} \quad ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

Es seien x, y, z die Koordinaten oder Entfernungen dieses Elements von der Ebene der y, z, der x, z, und der x, y; alsdann sind seine Momente:

$$x \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \quad y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \quad z \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

Bezeichnet man die Koordinaten des Schwerpunktes durch x_1, y_1, und z_1, und den Bogen selbst durch s, so hat man:

$$\text{N)} \begin{cases} s = \int \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \quad sx_1 = \int x \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \\ sy_1 = \int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}; \quad sz_1 = \int z \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \end{cases}$$

Der Beweis für den obigen Werth von ds findet sich auf S. 1732 Nr. 39 und S. 1733, hergeleitet aus der Differentialrechnung der Sehne.

16 Der Schwerpunkt einer geraden Linie im Raume MA, Fig. 128,

wird folgendermaaßen gefunden. Man legt den Ursprung der Koordinaten in den Anfangspunkt der Linie; alsdann sind ihre Gleichungen (vergl. S. 1731 Nr. 36):

$$\text{P)}\quad x = \alpha z;\ y = \beta z;\ \text{hieraus } dx = \alpha dz;\ dy = \beta dz.$$

Daher:

$$\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = dz \cdot \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + 1};$$

und bezeichnet man die letztere Wurzelgröße durch A, so hat man:

$$\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} = Adz$$

Man erhält demnach aus den Gleichungen bei N folgende:

$$\text{Q)}\quad s = \int Adz;\ sx_1 = \int A\alpha zdz;\ sy_1 = \int A\beta zdz;\ sz_1 = \int Azdz.$$

Bezeichnet man die Ordinate z des Punktes M durch h, und soll der Schwerpunkt der geraden Linie AM bestimmt werden: so muß die Integration zwischen den Grenzen $z = 0$ und $z = h$ gemacht werden (vergl. S. 1748 Nr. 52 und S. 1954 Nr. 15); man findet alsdann:

$$s = Ah;\ sx_1 = \tfrac{1}{2} A\alpha h^2;\ sy_1 = \tfrac{1}{2} A\beta h^2;\ sz_1 = Ah^2.$$

Durch Elimination von $s = Ah$ erhält man:

$$x_1 = \tfrac{1}{2}\alpha h;\ y_1 = \tfrac{1}{2}\beta h;\ z_1 = \tfrac{1}{2} h.$$

Diese Werthe sind genau die Koordinaten des Punktes O, welcher in der Mitte der geraden Linie AM liegt; daher $OQ = \tfrac{1}{2} MP = \tfrac{1}{2} h$; dies giebt nach der Gleichung bei P:

$$x = \tfrac{1}{2}\alpha h;\ y = \tfrac{1}{2}\beta h.$$

17 Der Flächenraum einer ebenen Fläche, welche zwischen dem Bogen einer krummen Linie und der Axe der Abszissen liegt wird folgendermaaßen gefunden. Es seien, Fig. 129, x und y die Koordinaten des Schwerpunktes; AN, GN die Koordinaten eines Elementes MPM'P' der Fläche; der Flächenraum dieses Elements ist ydx; das Moment dieses Flächenraumes ist in Beziehung auf die Axe der x gleich GN . ydx; und sein Moment in Beziehung auf die Axe der y gleich AN . ydx. Im Falle der Grenzen (vergl. S. 1125 Nr. 1 und S. 1733 unten) kann man für GN den Quotienten $\frac{PM}{2}$, und für AN die Linie AP substituiren.

Es werden alsdann die Momente des Flächenelementes in Beziehung auf die Axe der x und y sein:

$$\frac{y^2}{2} \cdot dx;\ \text{und } xy \cdot dx.$$

Bezeichnet man mit λ den Flächenraum DBMP, so hat man für die Koordinaten des Schwerpunkts:

$$\text{R)}\quad \lambda = \int ydx;\ \lambda x_1 = \int xy \cdot dx;\ \lambda y_1 = \int \frac{y^2}{2} \cdot dx.$$

18 **Der Schwerpunkt eines Kreissegmentes** CDE, Fig. 130, wird folgendermaaßen gefunden:

Man nimmt zum Ursprunge der Koordinaten den Kreismittelpunkt A, und zur Abszissenlinie den Radius AD, welcher das Segment in zwei gleiche Theile theilt. Da deshalb der Schwerpunkt auf diesem Radius liegt, so hat man nur die Abszisse $AG = x$ zu bestimmen.

Es sei g der Schwerpunkt des halben Segments, oder der Fläche CBD, und g′ der Schwerpunkt der andern Hälfte, oder der Fläche DEB. Da beide Hälften symmetrisch sind, so wird die Linie gg′ von AD halbirt, und in dem Halbirungspunkte G liegt der gesuchte Schwerpunkt des ganzen Segments. Es ist also nur die Abszisse AG des Schwerpunkts der Fläche CBD zu suchen.

Differenzirt man die Gleichung des Kreises $y^2 = r^2 - x^2$ (vergl. S. 1195 Nr. 7), so hat man:

$$2\,ydy = -\,2\,xdx\,;\ \text{oder}\ ydy = -\,xdx.$$

Nimmt man hieraus den Werth von $xdx = -\,ydy$, und setzt ihn in die Gleichung bei R, so hat man:

$$\text{S)}\quad \lambda x_1 = \int -\,y^2dy.$$

Wenn man integrirt und die willkürliche Konstante mit A bezeichnet, so ist (vergl. S. 1159 Nr. 2):

$$\text{T)}\quad \int -\,y^2dy = -\,\tfrac{1}{3}\,y^3 + A.$$

Nimmt man das Integral (vergl. S. 1748 Nr. 52) zwischen den beiden Grenzpunkten C und D: so giebt zuerst, die Sehne mit c bezeichnet, der Punkt C die Ordinate $CB = \tfrac{1}{2}\,c$; man hat also das Integral von $y = \tfrac{1}{2}\,c$ bis $y = 0$ zu nehmen (S. 1104 Nr. 8).

Ist $y = \tfrac{1}{2}\,c$, so ist $\tfrac{1}{3}\,y^3 = \frac{c^3}{24}$, und die Konstante A wird gefunden durch die Gleichung:

$$0 = -\,\frac{c^3}{24} + A\,;\ \text{also}\ A = \frac{c^3}{24}.$$

Daher aus Gleichung T:

$$\int -\,y^2dy = -\,\tfrac{1}{3}\,y^3 + \frac{c^3}{24}$$

Nimmt man dagegen $y = c$, damit das Integral von C bis D reicht, so hat man:

$$\int -\,y^2dy = \frac{c^3}{24}$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung bei S, und dividirt beiderseits mit λ, so ist:

$$x_1 = \frac{c^3}{24\,\lambda}$$

Es ist aber λ gleich dem Flächenraum CBD, oder gleich dem halben Flächenraum CDEB, daher:

$$x_1 = \frac{c^3}{12 \cdot CDEB}$$

Die Entfernung des Schwerpunktes eines Kreissegmentes von der durch den Kreismittelpunkt gehenden Axe der y ist also gleich dem Kubus der Sehne, dividirt durch den zwölffachen Flächenraum des ganzen Segments.

Der Schwerpunkt eines Kreis-Sektors CAE, Fig. 131, wird folgendermaaßen gefunden. 19

Man zieht den Radius AB, so daß er den Sektor halbirt; auf diesem Radius liegt der Schwerpunkt; es ist also nur AG zu suchen. Man kann nun den ganzen Sektor aus einer unendlichen Anzahl schmaler Elementarsektoren bestehend denken, deren Bogen, als unendlich klein, wie gerade Linien angesehen werden können. Geschieht dieses Letztere, so kann jeder Elementarsektor für ein Dreieck gelten; der Schwerpunkt eines Dreiecks liegt aber (S. 1950 Nr. 7) auf einem Drittel von der Grundlinie entfernt. Nimmt man also $CH = BG = \frac{1}{3} AB$, oder $AH = \frac{2}{3} AB$, und beschreibt mit dem Radius AH den Bogen HK, so geht dieser durch sämmtliche Schwerpunkte der Elementarsektoren. Sucht man also den Schwerpunkt dieses Bogens HK, so hat man den Schwerpunkt des ganzen Sektors CAE. Es sei nun $x_1 = AG$, d. h. gleich der Abszisse des Punktes G, alsdann hat man (S. 1953 Nr. 12):

$$x_1 = \frac{AH \cdot \text{Sehne } HK}{\text{Bogen } HK}$$

Da die beiden Bogen CE und HK konzentrisch und ähnlich sind, so hat man: $AH = \frac{2}{3} AC$; Sehne $HK = \frac{2}{3}$ Sehne CE; Bogen $HK = \frac{2}{3}$ Bogen CE

Diese Werthe in die letzte Gleichung gesetzt geben:

$$x_1 = \frac{\frac{2}{3} AC \cdot \text{Sehne } CE}{\text{Bogen } CE}$$

Der Schwerpunkt einer Fläche OBO', Fig. 132, welche zwischen zwei Zweigen einer Kurve liegt, wird folgendermaaßen gefunden. 20

Es seien $PM = y$, $PM' = y'$ zwei Koordinaten, welche zu derselben Abszisse $AP = x$ gehören. Das Element MM'N'N der Fläche hat den Werth $PN - PN' = ydx - y'dx = (y - y')\,dx$.

Bezeichnet man ferner mit λ einen Theil der Fläche, welcher zwischen den beiden Sehnen MM' und OO' liegt, so hat man:

$$\lambda = \int (y - y')\,dx.$$

Um den Schwerpunkt von diesem Theile der Fläche zu finden, muß man zuerst die Koordinaten des Flächenelements M'N suchen. Da die geraden Linien MM' und NN' einander unendlich nahe angenommen werden: so kann der Schwerpunkt des Elements als in der Mitte von MM' liegend gedacht werden; die Ordinate des Schwerpunkts dieses Elements ist demgemäß:

$$PM' + \tfrac{1}{2} MM' = y' + \tfrac{1}{2}(y - y') = \tfrac{1}{2}(y + y')$$

Man erhält also zum Momente des Elements in Beziehung auf die Axe der x:

$$\frac{1}{2}(y + y') \cdot (y - y') \cdot dx = \frac{1}{2}(y^2 - y'^2) \cdot dx;$$

und zum Momente des Elements in Beziehung auf die Axe der y:

$$x (y - y') dx;$$

bezeichnet man mit x_1 und y_1 die Koordinaten des Schwerpunkts, so hat man dieselben durch die Gleichungen:

$$\lambda x_1 = \int x (y - y') \cdot dx; \text{ und } \lambda y_1 = \int \frac{1}{2}(y^2 - y'^2) \cdot dx.$$

21 Der Schwerpunkt der Fläche eines Rotationskörpers, oder Umdrehungskörpers (vergl. S. 1216 Nr. 1) wird auf folgende Weise gefunden.

Es sei, Fig. 133, eine Oberfläche durch das Umdrehen des Bogens BM entstanden; das Element dieser Oberfläche, oder die Elementarzone, welche von dem Bogenelemente Mm beschrieben worden, hat zum Werthe $2\pi y ds$ (vergl. S. 1218, wo $dF = 2\pi y \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ und S. 1220). Bezeichnet man mit λ die ganze Oberfläche, so hat man:

$$\lambda = \int 2\pi y ds.$$

Die Koordinaten des Schwerpunktes x_1 und y_1 findet man folgendermaaßen. Da sich der Schwerpunkt auf der Axe der x befindet, so ist $y_1 = 0$; es ist also nur der Werth von x_1 zu bestimmen.

Nimmt man die Momente in Beziehung auf die Axe der y, so wird das des Schwerpunktes durch λx_1 bezeichnet; macht man es der Summe der Momente der Elemente gleich, so ist:

$$\lambda x_1 = \int x \cdot 2\pi y ds; \text{ oder } x_1 = \frac{\int x \cdot 2\pi y ds}{\lambda}$$

Es ist $\lambda = \int 2\pi y ds$ und $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$; wenn man oben und unten den gemeinschaftlichen Faktor 2π wegläßt:

$$\text{U)} \quad x_1 = \frac{\int xy \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}{\int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}}$$

22 Der Schwerpunkt der Fläche einer Kugelmütze oder sphärischen Calotte wird folgendermaaßen gefunden.

Es sei die Oberfläche der Kugelmütze durch die Umdrehung des Bogens CB, Fig. 134, um die Axe der x entstanden. Eine von den Veränderlichen der Gleichung bei U muß mit Hülfe der Gleichung des Kreises eliminirt werden.

Differenzirt man die Gleichung $y^2 = r^2 - x^2$, so hat man:

$$2ydy = -2xdx; \text{ oder } ydy = -xdx.$$

Quadrirt man die letzte Gleichung und dividirt durch y^2, so hat man:

$$dy^2 = \frac{x^2 dx^2}{y^2}$$

daher $\sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{dx \sqrt{x^2 + y^2}}{y} = \frac{rdx}{y}$

Es wird daher:

$$\int xy \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int rxdx = \frac{1}{2} rx^2 + C$$
$$\int y \sqrt{dx^2 + dy^2} = \int rdx = rx + C'$$

Die bestimmten Integrale müssen zwischen den Grenzen $x = AD = a$, und $x = AB = r$ genommen werden; alsdann hat man:

$$\int xy \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2} = \frac{1}{2} r\,(r^2 - a^2)\text{; und } \int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2} = r\,(r - a)$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung U, so hat man:

$$x_1 = \frac{\frac{1}{2} r\,(r^2 - a^2)}{r\,(r - a)} = \frac{\frac{1}{2}(r + a)\,.\,(r - a)}{(r - a)} = \frac{1}{2}(r + a) = a + \frac{1}{2}(r - a)$$

Es befindet sich also der Schwerpunkt der Kugelmütze in der Mitte des Pfeils oder der Sagitta DB.

Der Schwerpunkt eines Umdrehungskörpers μ, welcher zwischen zwei Ebenen liegt, die auf der x senkrecht stehen (Fig. 135) wird folgendermaaßen gefunden. 23

Der Schwerpunkt liegt auf der Axe der x; man hat also die Abszisse x_1 des Schwerpunkts des Volumens μ zu finden. Das Element dieses Volumens ist $\pi y^2 dx$ (vergl. S. 1222 unten $dS = \pi y^2 dx$); man hat deßhalb:

$$\text{V)} \quad \mu = \int \pi y^2 dx.$$

Nimmt man die Momente in Beziehung auf die Axe der y, so hat man:

$$\text{W)} \quad \mu x_1 = \int x \pi y^2 dx.$$

Dividirt man beide Gleichungen, und läßt die gemeinschaftlichen Faktoren μ und π fort, so hat man:

$$\text{X)} \quad x_1 = \frac{\int xy^2 dx}{\int y^2 dx}$$

Wenn man vermittelst der Gleichung der Kurve y eliminirt, so müssen die Integrale zwischen den Grenzen $x = AP$, und $x = AQ$ genommen werden.

Der Schwerpunkt eines Kegels, Fig. 136, wird folgendermaaßen gefunden. Aus den beiden Integralen $\int y^2 dx$ und $\int xy^2 dx$ eliminirt man y^2 vermöge der Gleichung der Erzeugungsfläche des Kegels; diese ist $y = ax$; daher: 24

$$\int y^2 dx = \int a^2 x^2\,.\,dx = \frac{a^2 x^3}{3}$$

$$\int xy^2 dx = \int a^2 x^3 dx = \frac{a^2 x^4}{4}$$

Da bei dem Ursprunge A das Volumen gleich Null ist, so hat man keine willkürliche Konstante hinzuzufügen; man hat also aus Gleichung X:

$$x_1 = \frac{\frac{a^2x^4}{4}}{\frac{a^2x^3}{3}} = \frac{3}{4} \cdot x$$

Es liegt also der Schwerpunkt eines Kegels in drei Viertel seiner Axe Ax.

25 Der Schwerpunkt eines Paraboloids, oder eines Körpers, der durch Umdrehung eines Bogens der Parabel AM, Fig. 133, wird folgendermaaßen gefunden.

Die Gleichung der Parabel ist (vergl. S. 1197 Nr. 3) $y^2 = px$, wo p den Parameter der Parabel bezeichnet; man hat demnach aus der Gleichung bei X:

$$\int y^2dx = \int pxdx = \tfrac{1}{2}\, px^2$$
$$\int xy^2dx = \int px^2dx = \tfrac{1}{3}\, px^3$$

Diese Werthe geben:

$$x_1 = \frac{2}{3} \cdot x.$$

Eine Konstante hat man nicht hinzuzufügen, weil an dem Ursprunge A das Volumen gleich Null ist.

26 Die Schwerpunkte der andern Konoiden (1830 und 1831) werden auf ähnliche Weise gefunden, indem man die Gleichung der Erzeugungslinie in die Formel X bringt, und die Integrale zwischen den jedesmal entsprechenden Grenzen nimmt. Es kommt tiefer unten noch etwas Genaueres vor.

27 Aus der Berechnung der Schwerpunkte läßt sich leicht das Volumen und die Oberfläche eines Umdrehungskörpers finden; diese Berechnungsweise ist die sogenannte baryzentrische Methode, oder nach dem Erfinder, das Guldinsche Theorem. Es heißt: Das Umdrehungsvolumen, oder die Umdrehungsoberfläche ist gleich dem Produkte aus der Erzeugungsfläche und dem Wege, den der Schwerpunkt (das Baryzentrum) beschreibt.

1. Das Umdrehungsvolumen zu finden.

Es seien, Fig. 137, x_1 und y_1 die Koordinaten einer ebenen Fläche MPP′M′, deren Flächeninhalt durch λ bezeichnet ist. Das Moment des Elements dieser Fläche in Beziehung auf die Axe der x ist (vergl. S. 1955 Nr. 17) gleich $\tfrac{1}{2}\, y \,.\, ydx$. Man bekommt die Summe der Momente der Elemente oder der des Schwerpunkts

$$\int \tfrac{1}{2}\, y^2dx = y_1\lambda$$

Multiplizirt man beide Glieder mit 2π, so hat man:

$$\int \pi y^2dx = 2\pi y_1 \times \lambda$$

Der Ausdruck $\int \pi y^2dx$ ist aber der Ausdruck für das Volumen, das durch die Umdrehung von PP′M′M um die Axe der x erzeugt wird (vergl. S. 1222 unten die Gleichung $dS = \pi y^2dx$); λ ist die Erzeugungsfläche, und $2\pi y$ ist ein Kreis, dessen Radius $= y$ ist, oder der kreisförmige Weg, welchen der Schwerpunkt beschrieben hat.

2. Die Umdrehungsoberfläche zu finden.

Es sei, Fig. 138, MN der Bogen, durch dessen Umdrehung um die Abscissenaxe die Oberfläche entstanden ist, und y sei die Ordinate des Schwerpunktes G des Erzeugungsbogens. Man hat alsdann in Beziehung auf die Axe der x die Summe der Momente der Elemente gleich dem Momente des Schwerpunktes gleich gesetzt (vergl. S. 1951 Nr. 11)

$$\int y \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2} = y_1 \times \text{Bogen } MN$$

Multiplizirt man beide Theile der Gleichung mit 2π, so erhält man:

$$\int 2\pi y \sqrt{dx^2 + dy^2} = 2\pi y_1 \times \text{Bogen } MN$$

Es ist aber $\int 2\pi y \sqrt{dx^2 + dy^2}$ der Ausdruck einer Umdrehungsfläche, da das Differential $2\pi y \sqrt{dx^2 + dy^2}$ das Element der Umdrehungsoberfläche bezeichnet (vergl. S. 1218 unten den Werth für dF); $2\pi y$ ist wieder der kreisförmige Weg des Schwerpunkts; statt einer Erzeugungsfläche kommt aber nur der Erzeugungsbogen als Multiplikator hinzu.

Man hat also nur zu beachten; daß bei der Umdrehungsoberfläche der Schwerpunkt des Erzeugungsbogens, bei dem Umdrehungsvolumen der Schwerpunkt der Erzeugungsfläche in Betracht kommt.

Drittes Kapitel.

Von den Maschinen.

§. 277. Allgemeine Bestimmungen.

Die Maschinen sind Körper und Werkzeuge, welche dazu eingerichtet sind, die Wirkungen der Kräfte fortzupflanzen, und dieselben in einer Richtung wirken zu lassen, welche nicht in ihrer Direktionslinie liegt. Die bewegende Kraft ist diejenige, welche an der Maschine angebracht wird; und der Widerstand oder die Last ist der Körper, den die Kraft ins Gleichgewicht oder in Bewegung setzen soll.

Eine Maschine heißt einfach, wenn sie nur aus einem einzigen Stücke besteht, oder wenn sie zwar aus mehreren Stücken besteht, von denen jedoch keines ohne die übrigen als Maschine dienen kann.

Eine Maschine heißt zusammengesetzt, wenn sie aus mehrern einfachen Maschinen zusammengesetzt ist.

Die einfachsten Maschinen sind der Zahl nach sieben: das Tau (oder Seil), der Hebel, der Block (Rolle), die Welle, die schiefe

Ebene, die Schraube, der Keil. Sie werden auch zusammen Maschinenorgane oder mechanische Potenzen genannt.

2 Derjenige Theil der Last, dessen Ueberwältigung der Hauptzweck der Maschine ist, heißt die Nutzlast oder der aktive Widerstand. Die sonstigen, wegen der materiellen Beschaffenheit der Maschine unvermeidlichen Hindernisse heißen zusammen die Nebenlast oder die passiven Widerstände; Nutzlast und Nebenlast zusammen heißen die Totallast.

Derjenige Theil der Kraft, welcher zur Ueberwindung der Nutzlast verwendet wird, heißt die Nutzkraft; der übrige, zur Ueberwindung der Nebenlast verwendete Theil heißt die Nebenkraft; Nutzkraft und Nebenkraft zusammen heißen die Totalkraft.

Einfache Maschinen werden von der Kraft und Last zugleich angegriffen; bei zusammengesetzten Maschinen ist eine der mechanischen Potenzen der Kraft ausgesetzt, die sich durch die andern Potenzen hindurch bis zu derjenigen fortpflanzt, welche die Nutzlast zu überwinden hat.

Derjenige Punkt, an welchem die Kraft unmittelbar wirkt, heißt der Kraftpunkt; derjenige, gegen welchen die Nutzlast ihren Widerstand äußert, heißt der Lastpunkt.

Das mechanische Organ, oder die mechanische Potenz, an der sich der Kraftpunkt befindet, und welche die Wirkung der Kraft unmittelbar aufnimmt, heißt das empfangende Organ, oder der Rezeptor; dasjenige Organ, an welchem sich der Lastpunkt befindet, und welches den Hauptzweck der Maschine erfüllt, heißt das arbeitende Organ, oder Werkzeug, oder Arbeitszeug.

Eine einfache Maschine, welche keinen Bestandtheil einer zusammengesetzten ausmacht, ist Rezeptor und Werkzeug zugleich. Wenn bei einer zusammengesetzten Maschine das empfangende und das arbeitende Organ sich nicht unmittelbar berühren, so heißen die Maschinentheile, welche die Bewegung bis zum Arbeitszeuge fortpflanzen, das Zwischengeschirr oder die Transmission; und besteht das Zwischengeschirr aus einem Räderwerke, so heißt es das Vorgelege.

Eine Last, welche auf den Kraftpunkt selbst wirken, und seiner Bewegung denselben Widerstand leisten würde, den die Nutzlast am Werkzeuge ausübt, heißt die reduzirte Nutzlast; die reduzirte Nebenlast ist das Gleiche in Beziehung auf die wirkliche Nebenlast; beide zusammen heißen die reduzirte Totallast.

3 Der Effekt einer Maschine, oder die durch eine Kraft an ihr verrichtete Arbeit ist das Produkt aus der Kraft in den Weg, den sie in der Zeit zurücklegt, auf welche die Arbeit bezogen wird; ohne andere Bedingungen nimmt man die Zeiteinheit für diese Zeit. Der Effekt wird durch das Produkt aus einem Gewichte in die Höhe gemessen, auf welche die Maschine es in der genannten Zeit heben kann.

Der Nutzeffekt ist der Effekt der Nutzlast, welcher, nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten (vergl. S. 1906 Nr. 19), dem Effekte der re-

duzirten Nutzlast gleich ist; der Nebeneffekt ist die Summe der Effekte der passiven Widerstände, welche dem Effekte der reduzirten Nebenlast gleich ist. Der Nutzeffekt und der Nebeneffekt zusammen machen den Totaleffekt aus.

Wenn der Beweger seine ganze Kraft auf das empfangende Organ übertrüge, so erhielte man den absoluten Effekt oder die absolute Arbeit des Bewegers; von diesem absoluten Effekt ist aber der Totaleffekt in obigem Sinne nur ein größerer oder kleinerer Theil, je nachdem die Maschine mehr oder weniger vollkommen ist, und je nachdem der Beweger seine Thätigkeit unter günstigern oder ungünstigern Umständen äußert.

Das Verhältniß des Nutzeffekts erhält man, wenn man den Nutzeffekt in Theilen des Totaleffekts ausdrückt.

Wenn man mit der Geschwindigkeit des Angriffspunktes einer Kraft in den Effekt derselben dividirt, so erhält man die Kraft; wenn man aber mit der Kraft in den Effekt dividirt, so erhält man die Geschwindigkeit. Diese Sätze ergeben sich mit Leichtigkeit aus den auf S. 1904 u. 1905 angegebenen.

§. 278. Von den Tauen (oder Seilen.)

1 Für die ersten mechanischen Betrachtungen ist es zweckmäßig, sich die Taue mit folgenden vier Eigenschaften zu denken, welche in der Wirklichkeit nicht vorkommen; erstens, ohne alle Dicke, bloß auf ihre Axen reduzirt, oder als bloße Linien; zweitens, ohne alle Schwere; drittens, ohne alle Dehnbarkeit; viertens, mit vollkommener Biegsamkeit.

2 Wird ein Tau (Fig. 139, Tafel XXXV, D) von zwei einander entgegengesetzten Kräften P und Q angegriffen, welche dasselbe spannen: so kann es weder die Richtung von P, noch diejenige von Q ändern, und darf daher auch nicht als eine Maschine angesehen werden (vergl. S. 1961 Nr. 1).

Sind die Kräfte gleich, so wird die Spannung des Taues von einer allein gemessen; weil nämlich zwischen beiden Kräften das Gleichgewicht besteht, so kann man die Mitte von PQ, nämlich A, wie einen festen Punkt betrachten; die Spannung des Theiles AP hängt also ganz allein von der Kraft P ab, welche allein auf A wirkt; dasselbe findet hinsichtlich AQ für Q statt.

3 Ist aber Q größer als P, so theilt sich die Wirksamkeit von Q in zwei verschiedene Wirkungen; mit dem einen Theile, welcher P gleich ist, spannt Q das Tau, indem es der Richtung von P entgegenwirkt; mit dem andern Theile, um den Q größer als P ist, zieht es aber das Tau wirklich nach Q hin; die Spannung wird also nur von der kleinern Kraft P gemessen.

4 Wenn drei Taue, Fig. 140, welche in dem Punkte C durch einen Knoten fest verbunden sind, von drei Kräften P, Q und R angegriffen werden: so sind die Gleichgewichtsbedingungen dieselben, wie für drei auf einen materiellen Punkt wirkenden Kräfte (vergl. S. 1909 Nr. 6 u. 7). Eine von diesen Kräften muß der Resultante der beiden andern gleich und gerade entgegen-

gesetzt sein; woraus sich zugleich ergiebt, daß sie in einer und derselben Ebene liegen müssen. Bezeichnet man mit p den Winkel zwischen Q und R, mit q den zwischen P und R, mit r den zwischen P und Q, so hat man (vergl. S. 1914 Nr. 13) folgende Gleichgewichtsgleichungen:

$$P : Q : R = \sin p : \sin q : \sin r$$

5 Es sei, Fig. 141, ein Tau PCR mit einem Taue QC so verbunden, daß dieses letztere bei C ein Auge oder einen Ring hat, welcher auf PCR hin und her gleiten kann. Betrachtet man nun P und R als feste Punkte, und zieht die Kraft Q das Tau PCR an, so wird der Punkt C eine Ellipse beschreiben, deren Ebene durch P und R geht, deren Brennpunkte in R und P liegen, und deren große Axe demnach gleich PC + CR ist (vergl. S. 647, zweite Auflösung). Die Ebene der Ellipse kann sich aber um die Axe AA' drehen und ein Ellipsoid beschreiben. Der Punkt C wird sich nun beim Gleiten des Ringes immer auf der Oberfläche des Ellipsoids befinden, oder auf dem Bogen einer um AA' oder PR beweglichen Ellipse liegen.

Der Punkt C ist ferner nur so lange beweglich, als die Kraft Q eine Komposante nach dem Elemente des elliptischen Bogens hat. Sobald aber die Kraft Q eine Direktion erhält, welche normal auf der Ellipse steht, so wird die Kraft durch den Widerstand der krummen Linie (deren Axe fest ist) vernichtet, und der Punkt C muß im Gleichgewichte sein.

Um nun die Bedingungen aufzusuchen, unter denen die Kraft Q normal auf die Ellipse wirkt, zieht man an die letztere die Tangente Tt (vergl. S. 1206 Nr. 20), so hat man:

$$\angle TCP = \angle RCt.$$

Zieht man diese beiden Winkel von den rechten TCN und tCN ab, so ist:

$$\angle PCN = \angle RCN.$$

Es ist also der Winkel PCR durch die Direktion von Q in zwei gleiche Theile getheilt worden.

Denkt man sich die drei Kräfte P, R, Q im Gleichgewichte, so hat man (vergl. S. 852 Nr. 11 und S. 1914 Nr. 13):

$$P : R = \sin NCR : \sin PCN = \sin NCR : \sin NCR;$$

woraus man sieht, daß die Kräfte P und R im Falle des Gleichgewichts gleich sind.

6 Eine Taumaschine, oder Seilmaschine, ist ein System von Tauen, die sich vermittelst mehrerer Knoten das Gleichgewicht halten.

7 Wenn die Kräfte P, R, S, T u. s. w., Fig. 142, durch einen einzigen Knoten C verbunden sind, so wird, wenn man statt der Kräfte P und R ihre Resultante R' substituirt, das System eine Kraft weniger enthalten. Wiederholt man solche Substitution erforderlich viele Male, so kann man das ganze System immer auf drei Kräfte reduziren, die durch einen einzigen Knoten vereinigt sind.

Es seien mehrere Kräfte P, P', P'', P''', P'''' u. s. w., Fig. 143, zu je 8 dreien, durch feste Punkte A, B, C u. s. w. verknüpft; man kann das Gleichgewicht dieser Kräfte auf dasjenige eines solchen Systems reduziren, welches um einen einzigen Punkt herum angebracht ist.

Es sei R die Resultante der Kräfte P und P'; diese muß zum Behuf des Gleichgewichts von einer dritten Kraft, welche nach AB wirkt, vernichtet werden; es kann daher die Resultante R nur auf der Verlängerung von AB sein. Da eine Kraft (vergl. 1908 Nr. 1) in jedem Punkte ihrer Direktionslinie angebracht werden kann, so läßt sich auch R in den Punkt B versetzen.

Es läßt sich ferner R in zwei gleiche und mit P und P' parallele Kräfte zerlegen; die Wirkung wird sein, als wären die Kräfte von P und P' parallel mit sich selbst fortbewegt und in B angebracht. Versetzt man darauf die Kräfte P, P', P'', welche jetzt in B angebracht sind nach C, so kann man alle diese Kräfte als in diesem einzigen Punkte angebracht ansehen. Die Bedingungen ihres Gleichgewichts sind alsdann (vergl. S. 1933 oben):

$$\Sigma P \,.\, \cos\alpha = 0; \text{ und } \Sigma P \,.\, \cos\beta = 0.$$

Um das Verhältniß der äußersten Spannungen P und P'''' zu erhalten, seien t und t' die nach AB und BC ausgeübten Spannungen; und wenn Winkel PAP' = a, ABP'' = a', BCP''' = a'', und P'''CP'''' = a'''; ferner Winkel P'AB = b, P''BC = b', P'''CP'''' = b'', so hat man:

$$P : t = \sin b : \sin a$$
$$t : P' = \sin b' : \sin a'$$
$$P' : P'''' = \sin b'' : \sin a''$$

daher: $P : P'''' = (\sin b \,.\, \sin b' \,.\, \sin b'') : (\sin a \,.\, \sin a' \,.\, \sin a'')$

Diese Proportion erhält man nämlich durch Multiplikation der drei Proportionen mit einander (S. 538 Nr. 11), und durch Fortlassung der gemeinschaftlichen Glieder t und P'.

In ähnlicher Weise kann man auch das Verhältniß der beiden andern Kräfte finden.

Sind die Kräfte P', P'', P''' u. s. w. parallel, so hat man: 9

$$b + a' = 2\,\Re.;\quad b' + a'' = 2\,\Re.;$$

Da ferner die Winkel, welche Supplemente für einander sind, die gleichen Sinus haben (vergl. S. 656 Nr. 8), so hat man:

$$\sin b = \sin a';\ \sin b' = \sin a'';$$

es wird also die obige Proportion zu folgender:

$$P : P'''' = \sin b'' : \sin a.$$

Sind P', P'', P''' Gewichte, Fig. 144, so befinden sich die Kräfte in einer 10 und derselben Vertikalebene; denn da die gerade Linie AP' senkrecht ist, so ist auch die Ebene der Kräfte P, P' und t senkrecht. Ebenso ist auch die Ebene

der Kräfte t, P'' und t' vertikal; es kann aber t nicht zu gleicher Zeit in zwei Vertikalebenen liegen, wenn diese Ebenen nicht zusammenfallen.

11 Da die äußeren Kräfte P und P'''' der Resultante aller andern Kräfte das Gleichgewicht halten müssen, so muß diese Resultante derjenigen der beiden Kräfte P und P'''' gerade entgegengesetzt sein, und daher durch den Punkt G gehen, in welchem die beiden Kräfte zusammen wirken. Hat man also diesen einen Punkt G, als zur Resultante aller Kräfte gehörig, gefunden, so darf man nur durch diesen Punkt die Vertikallinie GH ziehen, um die Richtung der Resultante zu haben; denn sie muß selber vertikal sein, da sie mit den Kräften P', P'', P''' parallel geht.

12. Ein **schweres** Tau kann als ein Polygon angesehen werden, welches mit einer unendlichen Menge kleiner Gewichte belastet ist, indem jeder Theil desselben mit seiner Schwere nach unten zieht. Will man also auch auf das Gewicht eines Taues Rücksicht nehmen, so ergiebt sich aus dem Vorigen, daß man, Fig. 145, von den beiden Befestigungspunkten des Taues P und Q zwei Tangenten an die Kurve ziehen muß, welche von dem durch seine Schwere in der Mitte etwas herabgezogenen Taue gebildet wird. Die beiden Tangenten schneiden sich in G; bringt man in G ein Gewicht an, das dem des Taues gleich ist, so daß G zugleich als dieses Gewicht gelten kann, so hat man:

$$P : Q : G = \sin LGQ : \sin LGP : \sin PGQ$$

Die krumme Linie, welche eine Kette oder ein Tau bildet, das an beiden Enden an zwei (nicht in einer Vertikallinie liegenden) festen Punkten aufgehängt und seiner eigenen Schwere überlassen ist, heißt eine Kettenlinie, Catenaria. Die Bestimmung dieser Kurve ist eine bekannte Aufgabe der höhern Geometrie, zu deren Lösung das eben gefundene Verhältniß dient, welches mit Worten ausgedrückt heißt: Das ganze Gewicht G des Taus oder der Kette verhält sich zur Spannung des einen Endes P, wie der Sinus des Winkels PGQ, welchen die an die Punkte P und Q gezogenen Tangenten bilden, zum Sinus des Winkels LGQ, welche die durch den Tangentenschnittpunkt G gehende Vertikallinie LG mit der Tangente QG bildet, die durch das andere Ende des Taus geht.

§. 279. Von dem Hebel.

1 Ein wirklicher Hebel ist ein längliches Stück Metall oder Holz, das sich um einen festen Punkt dreht, den man den **Unterstützungspunkt** nennt. Für die anfänglichen geometrischen Betrachtungen denkt man sich den Hebel ohne alle Dicke; demnach als eine gerade oder krumme Linie.

Es sei, Fig. 146, Tafel XXXV, D, AB ein Hebel, auf welchen zwei Kräfte P und P' wirken. Ein fester Punkt C kann die beiden Kräfte nur dann vernichten, wenn er mit ihnen in derselben Ebene liegt; und zwar findet das Gleichgewicht alsdann statt, wenn die Summe der Momente in Beziehung auf C gleich Null ist.

Ist der Hebel geradlinig, wie Fig. 148, und sind die Kräfte parallel, so 2 ist nach der Theorie der parallelen Kräfte (vergl. S. 1924 Nr. 3), wenn man die Theile oder **Hebelarme** AC mit p, und BC mit p′ bezeichnet:

$$P : P' = p' : p; \text{ alſo } Pp = P'p'.$$

Es müssen also die Kräfte im umgekehrten Verhältnisse zu den Hebelarmen stehen, damit das Gleichgewicht stattfinden kann.

Ist der Hebel krummlinig, wie Fig. 147, so zieht man eine gerade Linie 3 DE durch den Unterstützungspunkt C, so daß sie die Direktionen der Kräfte P und P′ in den Punkten D und E schneidet; versetzt man die Kräfte an diese Punkte (vergl. S. 1908 Nr. 1), so hat man:

$$P : P' = CD : CE; \text{ alſo } P \,.\, CE = P' \,.\, CD$$

Es giebt **drei Arten von Hebeln**, welche sich durch die gegenseitige 4 Stellung der Kraft, der Last und des Unterstützungspunktes unterscheiden:

1) **Der Druckhebel**, Fig. 148, hat den Unterstützungspunkt C zwischen der Kraft P und der Last oder Resistenz R.
2) **Der Traghebel**, Fig. 149, hat den Unterstützungspunkt C an dem einen Hebelende, die Kraft P an dem andern Hebelende, und die Last R zwischen der Kraft und dem Unterstützungspunkte.
3) **Der Wurfhebel**, Fig. 150, hat den Unterstützungspunkt C an dem einen Ende, die Last R an dem andern, und die Kraft P zwischen der Last und dem Unterstützungspunkte.

Will man auf die Schwere des Hebels Rücksicht nehmen, so muß man sein 5 Totalgewicht als eine Kraft S, Fig. 146, ansehen, welche in dem Schwerpunkte G angebracht ist. Es seien P und P′ zwei an den Endpunkten angebrachte Gewichte; man erhält alsdann nach der Gleichung der Momente:

$$\text{I)} \quad P' \,.\, CB + S \,.\, CG = P \,.\, AC$$

Diese Gleichung bestimmt alsdann P oder P′; die Last des Unterstützungspunktes ist:

$$P + P' + S.$$

Hat die Kraft P′, Fig. 151, eine entgegengesetzte Richtung wie die Last P, 6 so muß man auf die Richtungen Rücksicht nehmen, nach denen die Kräfte den Hebel zu drehen suchen; die Gleichung der Momente wäre alsdann:

$$\text{II)} \quad P \,.\, CA + S \,.\, CG = P' \,.\, CB$$

Die Last des Unterstützungspunktes ist:

$$P + S - P'$$

Nimmt man an, der Hebel CB in Fig. 151 sei homogen, und überall von 7 gleicher Dicke; bezeichnet man mit m das Gewicht eines solchen Theilchens des Hebels, das man als Einheit ansieht, und mit x die Länge des ganzen Hebels: so ist sein Totalgewicht oder $S = mx$, und kann als in dem Schwer-

punkte G konzentrirt angesehn werden; bezeichnet man ferner den Hebelarm AG mit a, so wird die Gleichung II zu folgender:

$$aP + \frac{1}{2}x \cdot mx = P'x$$

Hieraus folgt:

$$\text{III)} \quad P' = \frac{a \cdot P}{x} + \frac{1}{2} mx$$

Diese Gleichung giebt also den Werth von P', wenn die Länge x des Hebels bestimmt ist. Man kann aber auch diejenige Länge des Hebels bestimmen wollen, bei welcher P' den möglich kleinsten Werth hat. In diesem Falle muß man P' als Funktion von x betrachten, und nach der Methode des Maximums und Minimums (vergl. S. 1143 Nr. 8) behandeln:

Differenzirt man zuerst die Gleichung III, so erhält man (vergl. S. 1115):

$$dP' = -\frac{aPdx}{x^2} + \frac{1}{2} m \cdot dx$$

Setzt man ferner den Differentialquotienten gleich Null, so ist:

$$\frac{dP'}{dx} = -\frac{a \cdot P}{x^2} + \frac{1}{2} m = 0$$

$$\text{daher} \quad \frac{1}{2} m = \frac{a \cdot P}{x^2}; \text{ oder } x^2 = \frac{2a \cdot P}{m}; \text{ und } x = \sqrt{\frac{2aP}{m}}$$

Setzt man diesen Werth von x in die Gleichung III, so erhält man:

$$P' = \frac{a \cdot P}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}} + \frac{1}{2} m \cdot \sqrt{\frac{2aP}{m}}$$

Bringt man den zweiten Theil auf gleiche Nenner, so wird das letzte Glied desselben zu

$$\frac{1}{2} m \cdot \sqrt{\frac{2aP}{m}} \cdot \sqrt{\frac{2aP}{m}} = \frac{1}{2} m \cdot \frac{2aP}{m} = aP$$

daher hat man:

$$P' = \frac{aP + aP}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}} = \frac{2aP}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}}$$

Diesen Ausdruck kann man noch vereinfachen; zuerst setzt man (vergl. S. 502 Nr. 14);

$$\sqrt{\frac{2aP}{m}} = \frac{\sqrt{2aP}}{\sqrt{m}}; \text{ also } \frac{2aP}{\sqrt{\frac{2aP}{m}}} = \frac{2aP \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{2aP}}$$

Es ist ferner $2aP = \sqrt{2aP} \cdot \sqrt{2aP}$ (vergl. S. 506 Nr. 4), daher:

$$\frac{2aP \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{2aP}} = \frac{\sqrt{2aP} \cdot \sqrt{2aP} \cdot \sqrt{m}}{\sqrt{2aP}} = \sqrt{2aP} \cdot \sqrt{m}$$

weil sich nämlich $\sqrt{2aP}$ oben und unten hebt; da ferner $\sqrt{2aP} \cdot \sqrt{m} = \sqrt{2aPm}$ so hat man endlich:

$$\text{IV)} \quad P' = \sqrt{2aPm}$$

Dies ist also der möglichst kleinste Werth von P'.

§. 280. Von den Blöcken und den Takeln.

Ein Block besteht aus dem Gehäuse, der Scheibe und dem Nagel. 1

1. Das Gehäuse, Tafel XXXII, B, Fig. 1, hat nach dem verschiedenen Gebrauche der Blöcke mancherlei Gestalt. Die gewöhnlichste Form ist die einer platten Melone. Es wird von Eschen- oder Ulmenholz verfertigt. Zwischen den größten Seiten wird eine längliche Oeffnung gemacht, welche der Raum des Blocks heißt, und worin sich die Scheibe, Fig. 2, um den Nagel c als um ihre Axe dreht. Die inwendige untere Seite des Raumes heißt der Heerd. Auf der äußern Seite hat das Gehäuse an den beiden schmalen Seiten oder Enden (und zuweilen auch längs den langen Seiten) eine Vertiefung, die Keep genannt, worin ein Stropp, wie bei Fig. 28, oder ein eiserner Beschlag, wie Fig. 36, befestigt wird.

2. Die Scheibe, Fig. 2, ist ein flacher Cylinder von dem bekannten harten Pockholz, Lignum vitä, oder von Messing, oder von Eisen gemacht; namentlich werden die Metallscheiben bei schweren und mehrscheibigen Blöcken gebraucht. Die Scheibe muß jedesmal so dick sein, als das Tau, welches um dieselbe fährt; damit dasselbe bequem auf der Scheibe liegt, ist ihre Peripherie rinnenartig ausgehöhlt. Gewöhnlich beträgt der Diameter, oder die Höhe der Scheibe sechsmal so viel als die Dicke derselben. Durch ihre Mitte hat die Scheibe ein Loch, in welches der Nagel hineinkommt. Durch vielen Gebrauch erweitert sich dieses Loch, namentlich nach unten hin, und die Scheibe stößt an den Heerd; man sagt alsdann: der Block läuft auf dem Heerd. Um diesen Fehler möglichst zu verhindern, macht man entweder die Scheiben ganz von Metall, oder bei Scheiben von Pockholz füttert man das Nagelloch mit einer metallenen Röhre, genannt die Büchse, deren Rand auf der Scheibenseite umgebogen ist.

3. Der Nagel, Fig. 1, c, ist ein cylindrischer Stab von Holz oder von Eisen, welcher durch die Mitte der Scheibe geht, bis zu beiden Außenseiten des Gehäuses hinausreicht, und daselbst befestigt ist, so daß sich die Scheibe um ihn, wie ein Rad um seine Axe drehen kann.

Wegen der um die Axe sich drehenden Scheibe werden die Blöcke auf dem Lande gewöhnlich Rollen genannt; und wegen des Gehäuses, welches an den

schweren Blöcken bei Landbauten gewöhnlich von Eisen ist, heißen sie auch wohl Kloben.

2 Nach der Gestalt des Gehäuses führen die Blöcke am Bord mancherlei verschiedene Namen, wie Grenadierblöcke, Schildpat, Jungfern, Doodshoofden (Todtenköpfe), Spinnkopfhölzer, Sprietḧölzer u. s. w., von denen tiefer unten das Genauere vorkommt.

3 Nach der Zahl der Scheiben heißen die Blöcke einscheibige, Fig. 3, zweischeibige, Fig. 4, dreischeibige, Fig. 5. Statt zweier Scheiben neben einander haben einige Blöcke zwei Scheiben unter einander, wie Fig. 7, 8, 10. Ein solcher Block, wie Fig. 7, heißt ein Violinblock. Ein Block, wie Fig. 8, bei welchem die Ebenen der Scheiben sich senkrecht durchschneiden, heißt ein Schuhblock, oder Schenkel- und Fallblock. Ein Block, wie Fig. 10, bei welchem statt der untern Scheibe nur ein rundes Loch ist, heißt ein Schwesterblock; in der Mitte ist eine Keep, um die Befestigung anzubringen.

4 Ein Hauptunterschied der Blöcke ist der, ob sie fest oder beweglich sind; bei den festen oder stehenden Blöcken ist das Gehäuse an einem festen Punkte befestigt; ein beweglicher oder laufender Block ist ein solcher, der keine feste Stelle hat, sondern sich auf und nieder bewegt, und gewöhnlich unmittelbar an der Last angebracht wird. Zur Befestigung an einem festen Punkte, wie zur Anbringung an der Last sind die Blöcke theils mit Stroppen von Tauwerk, wie Fig. 28, theils mit eisernen Beschlägen und Haaken versehen, wie Fig. 36 und 37. So lange ein Block noch gar keine Umlage, weder Stropp noch Beschlag erhalten hat, heißt er ein kahler Block, wie Fig. 3; ein gestroppter Block ist ein mit einem Stropp versehener; ein Steertblock, Fig. 31, ist ein Block, versehen mit einem Steert, d. h. einem kurzen Taue a, vermittelst dessen er an einem stärkern Taue, wie an einem Staage oder einem Wanttau befestigt werden kann. Ein Haakenblock hat einen Haaken, entweder an einem Stropp, wie Fig. 30, oder an einem eisernen Beschlage, wie Fig. 36. Ein Warrelblock, wie Fig. B und Fig. G, hat an einem eisernen Beschlage einen Haaken, welcher auf einem platten Theile des Beschlages so geklunken ist, daß er sich in einem runden Loche desselben herum drehen läßt.

5 Gewöhnlich werden die Taue, welche in einem Blocke fahren sollen, durch den obern Theil des Raumes über der Scheibe eingeschoren, wie Fig. 39 bei a. Es giebt auch Blöcke, wie Fig. 9 und Fig. G, welche an der einen breiten Seite oder Backe einen Ausschnitt haben, so daß man durch denselben ein Tau über die Scheiben legen und es wieder herausheben kann, ohne es ein- und ausscheeren zu müssen.

Diese allgemeinen Erklärungen genügen, um für jetzt zu den mathematischen Bestimmungen der Blöcke überzugehen; die genaueren Beschreibungen der einzelnen Arten von Blöcken folgen tiefer unten.

6 Ein fester einscheibiger Block verschafft der Kraft keinen Vortheil; denn wenn das Gleichgewicht stattfinden soll, muß die Kraft P eben so groß sein,

wie die Last oder Resistenz; es dient der feste einscheibige Block also nur dazu, die Richtung der Kraft zu ändern.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 152, P die Kraft und Q die Last, welche an den beiden Seiten der Scheibe, und zwar in tangentiellen Richtungen wirken. Verlängert man diese Richtungen bis zum Schnittpunkte E, so gehört derselbe zur Resultante beider Kräfte; diese Resultante soll aber durch den festen Mittelpunkt O der Scheibe, d. h. eigentlich durch den Mittelpunkt des Nagels, um welchen sich die Scheibe dreht, aufgehoben werden; daher muß die Resultante durch diesen Mittelpunkt der Scheibe gehn. Wegen der Gleichheit der Dreiecke EOP und EOQ wird der Winkel PEQ durch die Resultante halbirt; daraus folgt, daß die Intensität von P und Q gleich sein muß (vergl. S. 1964 Nr. 5).

Nimmt man die Theile Eg und Eh gleich, und konstruirt das Parallelogramm Egfh, so werden die Intensitäten von P und Q durch die geraden Linien Eg und Eh dargestellt, und ihre Resultante durch die Diagonale Ef, man hat also:

$$\text{I)}\quad Eg : Eh : Ef = P : Q : R$$

Die Dreiecke Egf und POQ sind ähnlich, weil die Seiten des letzteren senkrecht auf den verlängerten Seiten des erstern stehen. Zieht man nämlich ifk parallel mit PQ, und il und kl parallel mit PO und OQ, so ist das Dreieck ilk ähnlich dem Dreieck POQ. Da OP senkrecht auf PE, und OQ senkrecht auf EQ steht, so ist das Dreieck Eil ein rechtwinkliges, dessen rechter Winkel in i liegt, weil li parallel mit OP ist. Da ferner ik oder if senkrecht auf lE steht, so ist if ein Perpendikel aus dem Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse, und daher (vergl. S. 684 Nr. 12) das Dreieck ifl ähnlich dem Dreieck ifE; daraus folgt Winkel lif = Winkel iEl. Da nun Dreieck Egf eben so wohl gleichschenklig ist als Dreieck ilk, so ist auch Winkel ikl = Winkel Efg, und daher auch Winkel fgE = Winkel ilk. Da also alle drei Winkel gleich sind, so sind die Dreiecke Egf und ilk ähnlich; also auch Dreieck Egf ähnlich dem Dreieck POQ. Aus dieser Aehnlichkeit folgt:

$$Eg : Eh : Ef = PO : OQ : PQ$$

Daher nach Gleichung I:

$$\text{II)}\quad PO : OQ : PQ = P : Q : R$$

Es verhält sich also bei einem festen einscheibigen Blocke eine von den Kräften zur Resultante wie der Radius der Scheibe zur Sehne des von dem Tau umspannten Bogens derselben.

Es sei, Fig. 153, QABP ein Tau, welches an dem festen Punkte Q befestigt ist und um den Bogen AB der beweglichen Scheibe herumgeht, und welches, wenn die Kraft auf dasselbe wirkt, die Last R in die Höhe hebt.

Der Punkt C strebt offenbar dahin, den festen Punkt Q mit fortzunehmen; es wirkt also auch Q gegenseitig auf C ein. Betrachtet man Q als eine Kraft, welche auf den Punkt C wirkt, so sucht man die Gleichgewichtsbedingungen zwischen P, Q und R; diese sind die gleichen, wie für den festen Block, aus-

genommen, daß hier die Last nicht Q sondern R ist, daher nach der Gleichung II:

$$\text{III)}\quad P : Q = OB : BA = r : \text{Sehne des Bogens } AB.$$

Da hier die Kraft geringer als die Last ist, so zeigt sich der bewegliche oder laufende Block als vortheilhaft für die Kraft, welche die Last im Gleichgewicht halten soll. Werden die Tautheile QA und BP parallel, so wird die Sehne AB, zum Diameter, und dadurch wird die Proportion III zu folgender:

$$\text{IV)}\quad P : Q = r : \text{Diameter} = 1 : 2$$

In diesem Falle braucht also die Kraft nur halb so groß wie die Last zu sein, um sie im Gleichgewicht zu halten.

Ist die Sehne dem Radius gleich, so ist die Kraft der Last gleich; wird also die Sehne kleiner als der Radius, so fängt der laufende Block an nachtheilig für die Kraft zu sein.

8 Durch die Verbindung mehrerer Blöcke mit einander entstehen die Takel, oder auf dem Lande Flaschenzüge genannt, weil die Gehäuse auch oft wegen ihrer Gestalt Flaschen heißen. Vermittelst eines zweckmäßig eingerichteten Takels kann man mit sehr geringer Kraft sehr mächtige Lasten heben. Die Takel sind selbst von verschiedener Art.

1. Fährt ein Tau blos um eine Scheibe, wie Tafel XXXII, B, Fig. 38, so daß an dem einen Ende die Last hängt, an dem andern die Kraft wirkt, so heißt dieses einfache Windezeug nur Scheibe und Tau, und gehört, da es nach dem Vorigen (Nr. 6) der Kraft keinen Vortheil bringt, eigentlich noch nicht zu den Takeln.

Besteht ein Windezeug aus zwei einscheibigen Blöcken, wie Fig. 39, so heißt es ein Klappläufer. Zuerst wird ein Tau durch einen einscheibigen Block a geschoren; dann durch einen zweiten einscheibigen Haakenblock d, und endlich wird das eine Ende des Taus bei c an dem Stropp des ersten einscheibigen Blocks befestigt. Der Stropp des oberen einscheibigen Blocks hat an seinem untern Ende einen kleinern Stropp c, welcher Hundsfott heißt, und an welchem das Tau mit einem sogenannten Maulstich befestigt wird. Der Hundsfott kann selbst von dreifacher Art sein: entweder ist es ein kleiner Stropp, dessen doppelter Part um den Stropp des Blocks gelegt wird, so daß die beiden Endbuchten einen doppelten Hundsfott bilden; oder es ist nur ein einfacher Hundsfott, welcher ringförmig am Blockstropp hängt; oder es ist ein einfaches, etwa ein Fuß langes Tau, mit dem einen Ende am Blockstropp befestigt, und am andern mit einer Kausche versehen, an welcher das Tau festgestochen wird. Eine Kausche ist ein eiserner Ring, welcher vom Ende eines Taues umgeben wird, wie Fig. 30 die Kausche, in welcher der Haaken des Blocks hängt.

Zuweilen nennt man das ganze, Fig. 39, durch beide Blöcke geschorene Tau den Läufer, weshalb das ganze Windezeug der Klappläufer heißt; genauer aber werden die einzelnen Theile folgendermaaßen benannt: der Theil von c bis zum laufenden Blocke heißt der stehende Part oder Stander, weil er

bei c befestigt ist; der Theil e vom laufenden Blocke bis zum stehenden heißt der Läufer im genaueren Sinne; der Theil vom obern Blocke a nach f hin, wo sich gewöhnlich die Kraft befindet, heißt das Fall, oder von Vielen auch nur der Läufer genannt. Man sieht nach dem Vorigen, daß der Klappläufer eine Verbindung eines festen und eines laufenden Blockes ist. Zuweilen hat der Klappläufer eine Einrichtung, wie Fig. 40, so daß ein einfaches Scheibentau an einem laufenden Block befestigt ist.

3. Die Talje hat einen Part mehr als der Klappläufer; sie hat nämlich, Fig. 41, oben einen zweischeibigen Block a (oder zuweilen einen Violinblock), und unten einen einscheibigen Haakenblock d; das Fall b ist über die eine Scheibe des zweischeibigen Blockes, über die Scheibe des untern Haakenblocks, und über die zweite Scheibe des obern geschoren, und endlich an dem Hundsfott c des untern Blocks befestigt, und zwar mit einem Schootenstich (Tafel XXXII, A, Fig. 61). Ist der Hundsfott einfach, so ist er um den Stropp des untern Haakenblocks gesplißt. Wenn der untere Block statt eines Haakens einen Steert (S. 1970 Nr. 4) hat, so heißt die Talje eine Steert-Talje.

4. Das Takel im eigentlichen Sinne, oder Manteltakel, Fig. 42, ist eine Talje mit einer Mantel; dies ist ein starkes Tau c, welches durch einen einscheibigen Block a geschoren ist, und die Last unmittelbar trägt. Dieser einscheibige Block a ist mit seinem Haaken in die Kausche b eines starken Taus gehaakt; ein solches Tau, welches mit seiner Kausche das ganze Takel hält, heißt Hanger.

Die eben beschriebenen sind die Hauptformen der Takel. Es giebt aber mancherlei Abänderungen und Vergrößerungen derselben. Besteht z. B. eine Talje aus zwei zweischeibigen Blöcken, so nennt man sie Vierläufer.

Zum Heben sehr schwerer Lasten dienen die Giens, welche aus zwei Blöcken und einem Läufer bestehen; der eine Block muß aber wenigstens drei, der andere zwei Scheiben, und beide eine beträchtliche Größe haben. Schwere Giens haben bisweilen sechs- und siebenscheibige Blöcke. Die Gienen haben keine Mantel; sondern ihr oberer Block wird wie bei der Talje befestigt. Die übrigen Arten der Takel sind bei der Beschreibung des Tauwerks aufgeführt.

Es sei die Last R an dem Block aufgehängt, dessen Scheibe ABD ist 9 Tafel XXXV, D, Fig. 154, und das Tau, welches um diese Scheibe fährt, sei einerseits an dem festen Punkte K, andererseits an dem Blocke E befestigt, dessen Scheibe A'B'D' ist. Dieser zweite Block werde von einem Tau getragen, welches einerseits bei K', andererseits an dem Blocke E' befestigt, dessen Scheibe A''B''D'' ist; so gehe es beliebig bis zum letzten Blocke fort, dessen Tau mit dem einen Ende an einem festen Punkt K'' befestigt, und an dessen anderm Ende die Kraft P angebracht ist.

Wenn das Gleichgewicht unter diesen Scheiben besteht, und man mit T, T', T'' u. s. w. die Spannungen der Taue AE, A'E' u. s. w. nennt, so hat man bei drei Blöcken (vergl. S. 1972 Nr. 7):

$$V) \left\{ \begin{array}{l} R : T = AB : AC \\ T : T' = A'B' : A'C' \\ T' : P = A''B'' : A''C'' \end{array} \right.$$

Werden diese Proportionen mit einander multiplizirt (vergl. S. 538 Nr. 11); und die gleichen Multiplikatoren fortgelassen, so hat man:

$$VI)\quad R : P = AB \cdot A'B' \cdot A''B'' : AC \cdot A'C' \cdot A''C'';$$

Es verhält sich also die Last R zur Kraft P, wie das Produkt der Sehnen der Scheiben zum Produkt der Radien der Scheiben. Gehen die Taue sämmtlich parallel, so werden (vergl. S. 1972 Nr. 7) die Sehnen zu Durchmessern, und man hat:

$$VII)\quad R : P = 2^3 : 1$$

Also im Allgemeinen für n Scheiben:

$$VIII)\quad R : P = 2^n : 1$$

10 Die eben angeführte Einrichtung wird nicht gebraucht, da sie einen zu großen Raum einnimmt. Es erhebe sich, Fig. 155, der Mittelpunkt der Scheibe BOC um die Entfernung Bb, gleich h Fußen, alsdann kommt der Diameter BC der Scheibe in die Lage bc, und das Tau DCBX verkürzt sich um $Bb + Cc$, d. h. um 2h Fuß; demnach muß die dritte Scheibe um 4h Fuß steigen, weil sich das Tau D'EA auf jeder Seite um 2h, also im Ganzen um $2h + 2h = 4h$ verkürzt. Diese Schlußweise kann man auf beliebig viele Scheiben anwenden.

Da nun die Kraft P an der letzten Scheibe angebracht sein muß, so würde sie bei n Scheiben um $2^{n-1}h$ Fuß steigen müssen, man würde also an Raum verlieren, was man an Zeit gewinnt.

Nimmt man nun an, daß die Radien der Scheiben gleich sind, bezeichnet man die Spannungen der Taue mit S und X, und den Druck den die Punkte D, D', D'' u. s. w. erleiden mit Q, Q', Q'' u. s. w., so hat man:

$$P = Q,\ S = Q',\ X = Q'';$$

setzt man diese Werthe in die Proportionen $P : S = 1 : 2$, $S : X = 1 : 2$, so hat man:

$$Q' = 2P;\ Q'' = 4P.$$

Der Gesammtdruck wird also ausgedrückt durch:

$$P + 2P + 4P = 7P$$

11 Sind mehrere Scheiben in einem und demselben Gehäuse (oder Kloben) angebracht, z. B. wie in Fig. 156, so läßt sich das Verhältniß der Kraft P zur Last R auf folgende Weise finden. Da die Taue sämmtlich gleich gespannt sind, so macht die Summe dieser Spannungen mit der Last R, welche angesehen werden kann, als wirken sechs gleiche und parallele Kräfte auf sie, das Gleichgewicht; die Spannung Q wird also von einer dieser Kräfte gemessen, und ist daher der sechste Theil der Last.

Wenn also die Taue an einem Takel parallel sind, oder für parallel gehalten werden können, so erhält man die Kraft, welche nöthig ist, um die Last im Gleichgewicht zu erhalten, indem man die Last durch die Anzahl der parallelen Taue dividirt, weil jedes dieser letztern als eine den übrigen gleiche und parallele Kraft angesehen werden kann.

§. 281. Von der Welle oder Winde, und dem Rade.

Die Welle ist ein Cylinder, der sich um seine Axe herumdrehen kann, jedoch so, daß die Axe selbst ihren Ort nicht verändert; es sind deshalb an den Enden des Cylinders kleinere Wellen oder Zapfen befestigt, welche sich in Kerben oder Löchern herumdrehen können. An einem solchen Cylinder wird das eine Ende eines Taus befestigt, welches an seinem andern Ende mit der zu hebenden Last verbunden ist. Wird der Cylinder herumgedreht, so wickelt sich das Tau auf denselben, und die Last muß sich dem Cylinder nähern. Das Umdrehen des Cylinders geschieht entweder vermittelst eines Rades, welches für immer am Cylinder befestigt ist, wie das Steuerrad am Bord größerer Schiffe; oder vermittelst kürzerer und längerer hölzerner Hebel, wie die Handspaaken bei den Gang- und Bratspillen der Schiffe, welche nur während des Windens in die dazu an der Welle gemachten Löcher hineingesteckt werden. 1

Wenn die Welle eine vertikale Lage hat, so nennt man sie am Lande eine Winde oder einen Göpel; hat die Welle eine horizontale Lage, so heißt sie am Lande eine Haspel. Am Bord der Schiffe werden diese unterscheidenden Namen nicht gebraucht; so heißt z. B. das aufrechtstehende Gangspill, wie Tafel XXXIX, Fig. 5, eben so wohl Spill, als das horizontal liegende Bratspill, Tafel XXXVI, Fig. 4; ihre Beschreibung folgt tiefer unten. 2

Die kleineren cylindrischen Zapfen an den Enden der Wellen dienen, dadurch daß sie kleinere Durchmesser als die Welle selbst haben, zur leichteren Umdrehung derselben auf ihren Stützen.

Um das Verhältniß der Kraft zur Last zu suchen, sei, Tafel XXXV, D, Fig. 157, AB die Axe des Cylinders in horizontaler Lage, und eine durch die Axe gelegte Horizontalebene schneide den Cylinder so, daß sie bei ihrer Verlängerung mit der Richtung der Kraft in dem Punkte F zusammentrifft. 3

Es sei die Kraft P durch den Theil FP ihrer Direktionslinie dargestellt, und werde in zwei Kräfte $FL = P'$, und $FK = P''$ zerlegt, von denen die eine horizontal, die andere perpendikulär ist.

Setzt nun P das Rad in Bewegung, so geht die Komposante P'', welche vertikal wirkt, hinab, und die Last steigt, während der Punkt M unbeweglich bleibt, da er sich in der Axe des Cylinders befindet. Es kann also M als der Unterstützungspunkt eines Hebels HF betrachtet werden, an welchem die Kräfte R und P'' angebracht sind; man hat also nach dem Gleichgewichtsgesetze des Hebels:

$$P'' : R = MH : MF$$

Da ferner die Ebene des Rades, und der Durchschnitt OEH senkrecht auf der Axe des Cylinders stehen, so sind die Dreiecke HIM und MCF rechtwinklig und zwar das erstere in I, das letztere in C; da ferner die Scheitelwinkel bei M gleich sind, so ist das Dreieck HIM $\sim$ MCF; daher:

$$MH : MF = HI : CF.$$

Hieraus erhält man:

$$\text{I)} \quad P'' : R = HI : CF.$$

Bezeichnet man den Winkel FPK mit φ, so hat man (Fig. 157 u. 158):

$$FPK = DFC = \varphi$$

Daher:

$$FK = FP \,.\, \sin\varphi;\; DC = CF \,.\, \sin\varphi$$

$$\text{oder} \quad P'' = P \,.\, \sin\varphi;\; CF = \frac{DC}{\sin\varphi}$$

Setzt man diese Werthe in die Proportion I, so hat man:

$$P \,.\, \sin\varphi : R = HI : \frac{DC}{\sin\varphi};\; \text{oder}\; P \,.\, DC = R \,.\, HI$$

woraus folgt:

$$\text{II)} \quad P : R = HI : DC.$$

Es verhält sich also bei der Welle die Kraft zur Last, wie der Radius des Cylinders zum Radius des Rades.

4 Um den Druck zu berechnen, den die Zapfen A und B auf ihre Stützpunkte ausüben, hat man zuerst darauf zu achten, daß dreierlei zu diesem Drucke beiträgt: die Kraft, die Last und das eigene Gewicht der Maschine.

Es sei das eigene Gewicht T, und der Schwerpunkt G; man kann sich alsdann T so denken, als sei es in G aufgehängt. Da die Maschine eine symmetrische Gestalt hat, so befindet sich der Schwerpunkt auf der Axe des Cylinders.

Ersetzt man die Kraft P durch ihre beiden Komposanten P′ und P″, so hat man alsdann die vier Kräfte R, P′, P″ und T in zwei andere zu zerlegen, welche auf die Stückpunkte A und B wirken.

Die Kräfte R und T können unmittelbar durch Versuch bestimmt werden; man kann P′ und P″ als Funktionen von R ausdrücken; es ist (Fig. 157 und Fig. 158):

$$P' = FL = P \,.\, \cos FPK;\; P'' = FK = P \,.\, \sin FPK;$$

$$\text{oder III)} \quad P' = P \,.\, \cos\varphi;\; P'' = P \,.\, \sin\varphi.$$

Da $\angle\,\varphi = \angle\,CFD$, so hat man:

$$1 : \cos\varphi = CF : DF;\; 1 : \sin\varphi = CF : CD;$$

$$\text{daher} \quad \cos\varphi = \frac{DF}{CF};\; \sin\varphi = \frac{CD}{CF}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen III, so ist:

$$\text{IV)} \quad P' = \frac{P \cdot DF}{CF};\; P'' = \frac{P \cdot CD}{CF}$$

Wenn man in diese Gleichungen den Werth von P setzt, den man aus der Proportion bei II erhält, so kommt:

$$P' = \frac{R \cdot HI \cdot DF}{DC \cdot CF}; \quad P'' = \frac{R \cdot HI}{CF}$$

Betrachtet man ferner die beiden vertikalen Kräfte R und P'' so, als seien sie an den Endpunkten eines Hebels HF angebracht, dessen Unterstützungspunkt in M liegt, so wird die Resultante dieser beiden Kräfte durch den Punkt M gehen, und einen Werth = R + P'' haben.

Es sei Z und Z' der Druck, den diese Resultante auf die Unterstützungspunkte A und B der beiden Zapfen ausübt; die Werthe von Z und Z' werden durch folgende Proportionen ausgedrückt:

$$V) \begin{array}{l} AB : BM = R + P'' : Z \\ AB : AM = R + P'' : Z'; \end{array}$$

Bezeichnet man ferner die Komposanten von T auf die Unterstützungspunkte mit U und U', so ist:

$$VI) \begin{array}{l} AB : BG = T : U \\ AB : AG = T : U' \end{array}$$

Diese Kräfte U und U' sind vertikal, deshalb wird die eine zu T, die andere zu T' addirt.

Es seien ferner Y und Y' die Komposanten von P' an den Punkten A und B; es wirkt aber die horizontale Kraft P' auf den Mittelpunkt C des Rades; man hat daher:

$$VII) \begin{array}{l} AB : CB = P' : Y \\ AB : AC = P' : Y' \end{array}$$

Wenn man zwei Rektangel konstruirt, von denen das eine zur Höhe Z + U und zur Basis Y, das andere zur Höhe Z' + U' und zur Basis Y' hat, so werden die Diagonalen dieser Rektangel den auf die Unterstützungspunkte ausgeübten Druck darstellen; die Winkel dieser Diagonalen mit den Seiten der Rektangel geben die Lage des Drucks an.

Nimmt man auf die Dicke der Taue Rücksicht, so sieht man die Kraft so an, als sei sie an dem Durchmesser des Taus angebracht. In solchem Falle müssen der Radius des Cylinders und der Radius des Rades um den Halbmesser des Taus vergrößert werden; man bekommt alsdann folgenden Satz: die Kraft verhält sich zur Last, wie sich verhält der Radius des Cylinders + dem Radius des Taus zu dem Radius des Rades + dem Radius des Taus. 5

Es sei ein System von Wellen in folgender Ordnung angebracht: die an dem Rade AD angebrachte Kraft P (Tafel XXXV, D, Fig. 159) bewegt den Cylinder BO, welcher mit einem zweiten Rade A'D' durch das Tau BA' in Verbindung steht; dieses Rad A'D' bewegt den Cylinder O'B', an welchem ein Tau B'A'' befestigt ist, und so fort bis zum letzten Cylinder, an welchem die Last R angebracht ist. 6

Wenn das ganze System im Gleichgewichte ist, und mit T, T′, T″ u. s. w. die Spannungen der Taue BA′, BA″ u. s. w. bezeichnet werden, so hat man:

für die erste Welle $P : T = OB : OA$;
für die zweite Welle $T : T' = O'B' : O'A'$;
für die dritte Welle $T' : R = O''B'' : O''A''$.

Multiplizirt man diese Proportionen der Reihe nach, so hat man mit Weglassung der gleichen Faktoren (vergl. S. 538 Nr. 11):

$$P : R = (OB \cdot O'B' \cdot O''B'') : (OA \cdot O'A' \cdot O''A'')$$

Hieraus folgt:

$$\frac{P}{R} = \frac{OB \cdot O'B' \cdot O''B''}{OA \cdot O'A' \cdot O''A''}$$

Es verhält sich also die Kraft zur Last, wie das Produkt der Radien der Cylinder zum Produkt der Radien der Räder.

In solchem Falle, wo der Radius eines jeden Cylinders der nte Theil vom Radius seines Rades ist, das ihn in Bewegung setzt, erhält man:

$$P : R = \left(\frac{OA}{n} \cdot \frac{O'A'}{n} \cdot \frac{O''A''}{n}\right) : \left(OA \cdot O'A' \cdot O''A''\right) = 1 : n^3$$

7 Aus den Eigenschaften der Wellen lassen sich leicht die Eigenschaften und Wirkungen der **Räderwerke** erklären. Diese sind Maschinen, oder Theile einer Maschine, bei denen verschiedene Räder auf einander wirken, von denen jedes an seiner Peripherie mit **Zähnen** versehen ist, welche gleich weit von einander abstehen. Liegen die Zähne **in derselben Ebene** mit der Fläche des Rades, so heißt es ein **Sternrad**. Stehen dagegen die Zähne **senkrecht** auf der Ebene des Rades, so heißt es ein **Kammrad**. Das Rad ist an einer Welle fest und dreht sich mit derselben; an der Welle ist ein **Getriebe** angebracht, d. h. ein kleiner Cylinder, welcher die Welle umgiebt, mit derselben konzentrisch, und ebenfalls in Zähne eingetheilt ist, die mit der Axe der Welle parallel laufen. Statt des kleinen Cylinders können auch zwei parallele Kreise angebracht sein, welche statt der Zähne durch lauter parallele Stöckchen mit einander verbunden sind, welche **Triebstöckchen** heißen. Endlich kann auch die Welle selbst rund um parallele Vertiefungen erhalten, in welchen die Zähne des Getriebes stehen bleiben.

Das erste Stück eines Räderwerks pflegt nicht ein Rad mit Zähnen zu sein, sondern nur eine Welle mit einem Getriebe, welche vermittelst eines Handgriffs oder auch eines Rades ohne Zähne herumgedreht werden kann. Die Zähne dieses ersten Getriebes greifen in die Zähne eines großen Rades, dessen Welle mit einem zweiten Getriebe versehen ist. Dieses Getriebe greift wieder in die Zähne eines andern Rades; so können mehrere Räder mit einander verbunden sein, von denen immer das folgende durch das Getriebe des vorhergehenden entweder wirklich bewegt, oder doch zur Bewegung gereizt wird. Das letzte Rad hat kein Getrieb mehr nöthig, weil kein folgendes Rad mehr vor-

handen ist; es hat also blos eine Welle oder eine Trommel, worauf sich ein Tau wickelt, an welchem die Last oder Resistenz hängt.

Die Zähne eines Getriebes müssen im gleichen Abstande von einander sein, wie die Zähne des von ihm getriebenen Rades, weil sonst die beiderseitigen Zähne nicht in einander eingreifen könnten. So vielemal als der Umfang des Rades größer ist wie der Umfang des eingreifenden Getriebes, so vielemal mehr Zähne muß auch das Rad haben. Ueberhaupt verhalten sich die Zahlen der Zähne der in einander eingreifenden Theile des Räderwerks, wie die Umfänge dieser Theile, also auch wie ihre Diameter oder Radien. Es kann daher auch das Verhältniß der Zähne anstatt des Verhältnisses der Umkreise, oder der Halbmesser, oder der Durchmesser gesetzt werden, und umgekehrt.

8 Die Triebräder oder Getriebe ersetzen die Cylinder in der vorhergehenden Einrichtung der Winden; man hat also (vergl. S. 1978 Nr. 6) folgende Proportion:

In einem Räderwerke verhält sich die Kraft P zur Resistenz Q, welche sie im Gleichgewichte erhalten soll, wie das Produkt der Radien aller Getriebe (die letzte Welle mitgerechnet) zum Produkte der Halbmesser aller Räder (die Länge der Stange mitgerechnet, an welcher die Kraft angebracht ist).

9 Es seien Fig. 160, D, D′, D″ u. s. w. die Zahlen der Zähne der Räder A, A′ A″ u. s. w. und d, d′, d″ u. s. w. die Zahlen der Zähne ihrer Triebräder a, a′, a″ u. s. w.; ferner, während A die Zahl von N Umdrehungen macht, seien die gleichzeitigen Umdrehungszahlen der Räder A′, A″, A‴ u. s. w., N′, N″ N‴ u. s. w. Bei jeder Umdrehung von A wird das Triebrad a mit allen seinen Zähnen nach einander in das Rad A′ eingreifen, so daß es bei N Umdrehungen mit einer Anzahl von Zähnen, welche durch Nd bezeichnet wird, in A′ eingreift; das Rad A′, welches N′ Umdrehungen macht, greift mit einer Zahl von N′D′ Zähnen in das Triebrad a ein; da nun ferner die Zahl der eingreifenden Zähne von A′ und a gleich sein muß, so hat man:

$$N'D' = Nd;$$

aus dem gleichen Grunde geben die andern Räder folgende Gleichungen:

$$N''D'' = N'd'; \; N'''D''' = N''d'' \text{ u. s. w.}$$

Multiplizirt man diese Gleichungen nach der Reihe, so bekommt man, wenn blos vier Räder angenommen werden:

$$N'''D'D''D''' = Ndd'd'';$$

$$\text{daher I)} \quad N''' = N\,\frac{dd'd''}{D'D''D'''}$$

Soll man z. B. bestimmen, wie viel Zähne angewendet werden müssen, damit das Rad A‴ eine Umdrehung in derselben Zeit macht, in welcher das Rad A deren sechszig macht, so hat man:

$$\text{II)} \quad N''' = 1; \; N = 60; \; 1 = 60 \cdot \frac{dd'd''}{D'D''D'''}$$

Nimmt man die Zahlen d, d′, d″ willkürlich, und setzt d = 4, d′ = 5, d″ = 7, so wird die letzte Gleichung II zu folgender:

$$D'D''D''' = 60 \cdot (4 \cdot 5 \cdot 7) = 8400.$$

Um nun D', D'', D''' zu bestimmen, zerlegt man 8400 in drei Faktoren; und um dieses leichter zu thun, zerlegt man wieder 60 in die drei Faktoren 3, 4 und 5; man hat alsdann $D' = 3 \cdot 4 = 12$; $D'' = 5 \cdot 5 = 25$; $D''' = 4 \cdot 7 = 28$; es sind also die drei Faktoren 12, 25 und 28. Man sieht, daß die Aufgabe unbestimmt ist.

N''' muß indessen kleiner als N angenommen werden, weil bei der Annahme daß d kleiner als D', d' kleiner als D'', d'' kleiner als D''', auch A''' langsamer als A geht.

10 Anstatt daß gewöhnlich ein Getrieb in ein Rad eingreift, giebt es auch Maschinen, wo das Getrieb in eine Stange eingreift, welche wie eine Säge mit Zähnen versehen ist, und dieselbe ihrer Länge nach bewegt. Eine vielfach auch am Bord gebrauchte Maschine dieser Art ist die Daumkraft, und zwar die einfache, wie Fig. 161. Sie besteht aus einem hölzernen Kasten, in welchem sich eine nur auf einer Seite gezahnte Eisenstange auf- und niederbewegt; die Zähne greifen in ein Triebrad EF, welches vermittelst einer Kurbel G in Bewegung gesetzt wird. Durch die Kraft des Triebrades tritt die Eisenstange immer höher und höher aus dem Kasten hervor, und hebt die Last, an welche ihr oberer Theil angelehnt wird. Vermöge des einfachen und vortheilhaften Mechanismus kann ein Mann eine Last von 4000 ℔ heben. Die Daumkraft wird vielfach gebraucht; am häufigsten die Kanonen auf ihre Rapperte (Schiffslafetten) hinauf, und von denselben herab zu heben; die Planken mit gehöriger Stärke an die Spanten zu drücken; Baumwolle, Wolle und ähnliche, anfänglich großen Raum einnehmende Ladungen auf den möglich kleinsten Raum zusammenzupressen u. dgl.; am Lande heißt die Daumkraft häufig Wagenwinde, weil sie zum Heben schwer beladener Wagen gebraucht wird.

Der Kurbelarm bei der Daumkraft heißt der Radius des Kreises, den die Kraft mit der Kurbel beschreibt. Das Triebrad und der Kurbelarm wirken wie der Cylinder und das Rad an der Welle; man hat also für diese Maschine folgende Proportion:

Die Kraft verhält sich zur Last, wie der Radius des Triebrades zum Arm der Kurbel.

Bei der zusammengesetzten Daumkraft oder Winde setzt die Kurbel ein Triebrad in Bewegung, das in ein Rad eingreift; dieses greift in ein zweites Triebrad ein u. s. f., bis zum letzten Triebrade, welches in die Eisenstange eingreift. Bei dieser zusammengesetzten Daumkraft hat man folgende Proportion:

Die Kraft verhält sich zur Last, wie das Produkt aus den Radien der Triebräder zu dem Produkte der Radien der Räder mit dem Kurbelarme.

§. 282. Von der schiefen Ebene.

1 Die schiefe Ebene, welche zuweilen als Maschine gebraucht wird, hat ihren Namen davon, daß sie mit dem Horizonte einen Winkel macht; sie unterstützt einen Körper dadurch, daß sie ihn mit andern Kräften ins Gleichgewicht setzt (vergl. S. 854 bis 856).

Es sei ein Körper M, Fig. 162, dessen Gewicht P an seinem Schwerpunkte durch den Faden MP befestigt gedacht wird. Damit dieser Körper auf einer schiefen Ebene mit einer Kraft Q im Gleichgewicht sein könne, müssen zuerst P und Q eine einzige Resultante haben, daher müssen ihre Direktionen in einem einzigen Punkte M zusammentreffen. Da MP senkrecht ist, und durch den Schwerpunkt geht, so wird die Ebene PMQ auch senkrecht sein, und den Schwerpunkt enthalten. Es muß also die Direktionslinie MQ der Kraft Q in einer senkrechten Ebene liegen, welche durch den Schwerpunkt des Körpers geht. Es muß ferner die Resultante MN der beiden Kräfte P und Q durch den Widerstand der schiefen Ebene vernichtet werden. Dies kann nur geschehen, wenn MN senkrecht auf der Ebene steht, und sie in diesem Punkte wirklich berührt.

Diese zweite Bedingung kann etwas abgeändert werden, wenn der Körper die Ebene nur in mehreren Punkten berührt; denn wenn diese mehreren Punkte durch gerade Linien verbunden werden, so darf die senkrechte Resultante nur durch einen von den Punkten des von den geraden Verbindungslinien gebildeten Polygons gehen, um das Gleichgewicht hervorzubringen.

Es seien die eben angeführten Bedingungen erfüllt, und es werde der Körper KL von der Kraft Q auf der schiefen Ebene im Gleichgewichte erhalten. Man nehme die Theile ME und MF proportional den beiden Kräften P und Q, und konstruire das Parallelogramm FMER; die Diagonale MR giebt den Druck an, den der Körper auf die schiefe Ebene ausübt; es heiße dieser Druck R; alsdann hat man:

$$1)\quad Q : P : R = \sin PMR : \sin QMR : \sin PMQ.$$

Die Dreiecke AOP und OMN sind ähnlich, daher $\angle PMR = \angle CAB$; daher:

$$\sin PMR = \sin A = \frac{CB}{AC}$$

Setzt man diesen Werth in die Proportion 1, und multiplizirt man die Glieder auf der rechten Seite mit AC, so hat man:

$$Q : P : R = CB : AC \cdot \sin QMR : AC \cdot \sin PMQ.$$

Wenn die Kraft die Richtung MQ, parallel mit der Länge der schiefen Ebene, hat, so werden die Dreiecke MER und ACB ähnlich, weil die Winkel C und E gleich sind; es ist nämlich jeder dem Winkel MOC gleich; es ist daher: 2

$$ER : ME = CB : AC;$$

wenn also die Kraft parallel mit der Länge der schiefen Ebene geht, so hat man folgende Proportion:

Die Kraft verhält sich zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge.

Wird die Kraft MF parallel mit der Grundfläche, Fig. 163, so geben die auf einander senkrechten und daher ähnlichen Dreiecke MER und CAB folgende Proportion: 3

$$ER : ME = CB ; AB = Q : P$$

Es verhält sich also die Kraft Q zur Last P, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Grundlinie.

Ist der Winkel A, oder der Neigungswinkel, die Hälfte eines rechten Winkels, so ist die Kraft der Last gleich; ist A kleiner als die Hälfte eines rechten Winkels, so übertrifft die Grundlinie die Höhe der schiefen Ebene, und in solchem Falle wird die Maschine vortheilhaft für die Kraft; d. h. die letztere kann eine Last, die größer ist wie sie selbst, im Gleichgewicht halten.

§. 283. Von der Schraube.

1 Die Schraube ist eine Maschine, welche gewöhnlich aus zwei Cylindern von gleichem Durchmesser besteht; der eine ist dicht, und mit einer erhabenen Schneckenlinie umgeben, welche sich gleichförmig um ihn herum windet; der andere ist hohl, und in demselben ist eine ähnliche Schneckenlinie wie eine Rinne ausgehöhlt, so daß das Erhabene am ersten Cylinder genau in das Hohle des zweiten hineinpaßt, und der dichte Cylinder im hohlen allmälig hineingedreht werden kann, und dadurch immer tiefer in ihn hineindringt.

Der dichte Cylinder heißt die Schraubenspindel, und der hohle die Schraubenmutter. Ein Theil der Schneckenlinie aus der die Schraube besteht, wenn man ihn von einem beliebigen Punkte bis dahin rechnet, wo er wieder der geraden Linie begegnet, welche durch den vorigen Punkt mit der Axe des Cylinders parallel gezogen wird, heißt ein Schraubengang. Derjenige Theil der eben angeführten geraden Linie, welcher den Anfang und das Ende eines Schraubenganges verbindet, heißt eine Stufe der Schraube oder Schraubengewinde und bestimmt die Höhe der Schraubengänge.

2 Wenn man die Seiten eines Rektangels AM′, Fig. 164, durch Parallelen BB′, CC′ u. s. w. in gleiche Theile theilt, die Diagonalen AB′, BC′ u. s. w. zieht, und alsdann durch Krümmung des Rektangels einen Cylinder mit kreisrunder Fläche aus demselben macht: so wird die gerade Linie MA mit der geraden M′A′ zusammenfallen, und da ferner die Punkte B und B′, C und C′ u. s. w. welche die Endpunkte der Diagonalen sind, auch zusammenfallen: so werden sich diese Diagonalen mit einander verbinden, und auf dem Cylinder PQMN, Fig. 165, eine regelmäßige Kurve PRSTUV u. s. w. beschreiben, welche die Schraubenlinie heißt.

Die besondere Eigenthümlichkeit dieser Kurve besteht darin, daß alle ihre Elemente gleiche Winkel mit den geraden Linien machen, welche durch diese Elemente auf der Oberfläche des Cylinders parallel mit seiner Axe gezogen werden. Da nämlich diese Eigenschaft bei dem Parallelogramm AM′ in Beziehung auf die Elemente m, m′, m″ u. s. w. besteht, welche gleiche Winkel mit den Parallelen EF, E′F′ u. s. w. bilden, so wird es sich ebenso verhalten, wenn das Parallelogramm die Oberfläche eines Cylinders wird.

Da die Entfernungen mn, m′n′, m″n″ u. s. w., Fig. 164, gleich sind, so müssen sie auch auf dem Cylinder gleich bleiben. Es sei mn, Fig. 165, die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks mno, dessen Ebene auf der Oberfläche

des Cylinders normal ist; wenn man dieses Dreieck parallel mit sich selbst so fortbewegt, daß die beiden Endpunkte m n seiner Grundlinie immer auf zwei Bogen der Schraubenlinie bleiben, so steigt das Dreieck an der cylindrischen Oberfläche hinauf, und überzieht dieselbe, wenn es überall seine Spur zurückläßt, mit einem hervorspringenden Gewinde, welches zusammen mit dem Cylinder die Schraube bildet; das hervorspringende Gewinde heißt auch wohl im Ganzen der Schraubengang (vergl. S. 1982 Nr. 1).

Der ganze Schraubengang ist offenbar nichts anderes als ein dreiseitiges Prisma, welches auf den Cylinder gelegt und gekrümmt ist. Zuweilen wird der Schraubengang nicht von einem gleichschenkligen Dreiecke, sondern von einem Rektangel erzeugt; alsdann ist derselbe natürlich viereckig.

Man kann übrigens beliebig annehmen, daß sich entweder die Schraubenspindel in der Schraubenmutter herumdreht, während diese unbeweglich bleibt; oder daß die Schraubenspindel unbeweglich ist, während die Schraubenmutter sich um dieselbe herumbewegt.

3 Um das Verhältniß der Kraft zur Last bei dieser Maschine aufzusuchen, sei die Schraubenmutter so gestellt, daß sie den untern Theil des Schraubenganges oder der Spindel umgiebt. Man nimmt ferner an, daß die Mutter in verschiedene Moleküle getheilt sei, von denen jedes auf dem Schraubengange ruht.

Man sucht die Kraft, welche das einzige Molekül m, Fig. 166, ins Gleichgewicht setzt. Wäre dasselbe sich selbst überlassen, und folgte allein der Wirkung der Schwere, so würde es an dem Schraubengange hinabgleiten, also eine Schraubenlinie beschreiben, welche zum Radius die Entfernung mC des Moleküls von der Umdrehungs- oder Rotationsaxe CB haben würde. Betrachtet man demnach den Schraubengang als eine schiefe Ebene, so hat diese zur Höhe die Stufe der Schraube oder das Schraubengewinde, und zur Grundlinie die von mC beschriebene Peripherie.

Man nimmt an, daß die horizontale Kraft P, Fig. 167, welche unmittelbar an dem Molekül m angebracht ist, das Gewicht von m im Gleichgewicht erhält, und konstruirt das rechtwinklige Dreieck mHK, welches zur Höhe mH das Gewinde der Schraube, und zur Grundlinie die von mC beschriebene Peripherie hat. Nach dem Satze der schiefen Ebene (S. 1981 Nr. 2) hat man:

$$P : m = \text{Höhe } mH : \text{Peripherie oder Grundlinie } KH;$$

$$\text{oder I)} \quad P : m = mH : 2\pi \cdot Cm.$$

Ist aber die Kraft, anstatt unmittelbar an dem Punkte m angebracht zu sein, an dem Endpunkte D des Hebels CD angebracht, und soll die Kraft Q dieselbe Wirkung wie P hervorbringen, so müssen (vergl. S. 1967 Nr. 2) die Kräfte P und Q im umgekehrten Verhältnisse der Hebelarme, an denen sie angebracht sind, stehen; man hat also:

$$\text{II)} \quad Q : P = Cm : CD; \text{ oder } Q : P = (2\pi \cdot Cm) : (2\pi \cdot CD).$$

Multiplizirt man diese Proportion mit derjenigen bei I, so hat man:

$$\text{III)} \quad Q : m = mH : 2\pi \cdot CD.$$

Für das Molekül m verhält sich also die Kraft zur Last, wie das Schraubengewinde, oder die Stufe der Schraube zur Peripherie, deren Radius die Entfernung des Angriffspunktes des Hebels von der Cylinder- oder Rotationsaxe ist.

Diese Proportion findet statt, wie groß auch die Entfernung Cm des Moleküls von der Axe sein mag; man schließt daraus, daß in Beziehung auf die andern Moleküle, welche die Gewichte m′, m″, m‴ u. s. w. haben, und von den Kräften Q′, Q″, Q‴ gehalten werden, folgende Proportionen stattfinden müssen:

IV) $Q' : m' = mH : 2\pi CD$; $Q'' : m'' = mH : 2\pi CD$; $Q''' : m''' = mH : 2\pi CD$.

Aus diesen Proportionen und derjenigen bei III ergiebt sich:

$$\text{V)}\quad Q = \frac{m \cdot mH}{2\pi CD};\quad Q' = \frac{m' \cdot mH}{2\pi CD};\quad Q'' = \frac{m'' \cdot mH}{2\pi CD}$$

Da die Entfernungen der Moleküle m, m′, m″ u. s. w. von der Axe, und auch ihre Höhen in diesen Gleichungen nicht vorkommen: so läßt sich daraus schließen, daß die Angriffspunkte der horizontalen Kräfte Q, Q′, Q″ u. s. w. davon unabhängig sind.

Nimmt man demnach an, daß diese Punkte sämmtlich gleich weit von der Axe entfernt sind: so theilen die Kräfte Q, Q′, Q″ u. s. w., mögen sie liegen wo sie wollen, dem Systeme dieselbe drehende Bewegung mit, als wenn sie nach DQ wirken. Man darf also die Werthe dieser Kräfte vereinigen. Addirt man also die Gleichungen bei V, so hat man:

$$m + m' + m'' + \text{u. s. w.} = (Q + Q' + Q'' + \text{u. s. w.})\,\frac{2\pi CD}{mH}$$

Da ferner die Summe m + m′ + m″ u. s. w. das Totalgewicht M der ganzen Mutterschraube vorstellt, und die horizontalen Kräfte Q, Q′, Q″, Q‴ u. s. w. durch eine einzige Kraft Q ersetzt werden können, welche an dem Punkte D angebracht ist, so hat man:

$$\text{VI)}\quad M = Q\,\frac{2\pi CD}{mH};\ \text{oder}\ Q : M = mH : 2\pi CD.$$

Diese letzte Gleichung zeigt, daß sich an der Schraube die Kraft zur Last verhält, wie die Stufe der Schraube, oder die Höhe des Schraubengewindes zur Peripherie, welche von der Kraft um die Axe beschrieben wird.

Es ist daher diese Maschine um so vortheilhafter für die Kraft, je geringere Höhe das Schraubengewinde hat, und je weiter der Angriffspunkt der Kraft von der Axe entfernt ist.

§. 284. Von dem Keil.

1 Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma, welches man mit einer seiner Kanten in die Spalte eines Körpers treibt, um die Oeffnung desselben zu erwei-

tern; diese in den Körper eindringende Kante heißt die Schneide des Keils, oder seine Schärfe. Die Seite, welche der Kante gegenüberliegt, und ein Parallelogramm bildet, und auf welche beim Hineintreiben geschlagen wird, heißt der Kopf oder die Basis des Keils. Der Keil wird übrigens nicht allein zum Spalten gebraucht, sondern auch um einen Körper fest gegen den andern anzudrücken; oder um einen horizontal liegenden Balken oder andern Körper etwas in die Höhe zu treiben. Alle schneidenden Instrumente, wie Axt, Meißel, Messer u. s. w. lassen sich als Keile betrachten; und der Keil selbst als eine Zusammensetzung von zwei schiefen Ebenen.

Wenn der Keil auf den Kopf geschlagen wird, so erhält er einen Antrieb oder Impuls, welcher die Kraft vorstellt. Die gewöhnliche Voraussetzung ist diese, daß der Schlag senkrecht auf den Kopf des Keils geführt werde; ist das nicht der Fall, so kann man den erhaltenen Impuls in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine senkrecht auf den Kopf geht, die andere parallel mit seiner Ebene. Da diese letztere nur dazu dienen würde, die Kraft über den Kopf des Keils hingleiten zu lassen, so kann man sie ganz außer Acht lassen. 2

Es sei ABC, Fig. 168, Tafel XXXV, D, der Keil vom Profil aus gesehen, alsdann heißen AC und BC die Seiten desselben; die gerade AB stellt alsdann den Kopf dar, auf welchen die Kraft P senkrecht wirkt. 3

Diese Kraft strebt dahin, die Seiten AB und BC von einander zu entfernen; die Kraft, welche ihr entgegenwirkt, ist demnach nur das gegenseitige Aneinanderhängen der Theilchen, oder die Kohäsion der Moleküle. Diese Kohäsion ist aber natürlich nicht bei allen Substanzen dieselbe; daher läßt sich auch das Verhältniß der Kraft zur Last bei dieser einfachen Maschine nicht im Allgemeinen berechnen. Man soll aber das Verhältniß der Kraft zu dem Drucke aufsuchen, der auf die Seiten AC und BC ausgeübt wird.

Die Kraft F sei durch die willkürliche gerade Linie DE bezeichnet; man zieht darauf die Linien DM und DN senkrecht auf die beiden Seiten AC und BC, und konstruirt das Parallelogramm DIEK, indem die Komposanten DI und DK den Druck auf die Seiten AC und BC ausüben. Nennt man diesen Druck X und Y, so geben die senkrechten und darum ähnlichen Dreiecke ABC und IDE folgende Proportion:

$$\text{I)}\quad DE : DI : IE = AB : AC : BC.$$

Da ferner $IE = DK$, so hat man (Fig. 169):

$$\text{II)}\quad F : X : Y = AB \,.\, GH : AC \,.\, GH : BC \,.\, GH.$$

Die Produkte AB . GH, AC . GH und BC . GH stellen den Kopf und die Seiten des Kegels vor; demnach ergiebt sich für den Keil folgende Proportion:

Die Kraft F und der Druck X und Y, welcher auf die Seiten des Kegels wirkt, sind seinem Kopf und seinen Seiten proportional.

Der Keil ist daher um so vortheilhafter, je weniger Oberfläche sein Kopf hat, oder je mehr Oberfläche seine Seiten haben: denn alsdann wird der Seitendruck in Beziehung auf die Kraft größer.

§. 285. Von der Reibung.

1 Wenn ein Körper auf einer horizontalen Fläche aufliegt, so ist durch den Widerstand dieser Ebene die ganze Wirkung der Schwere aufgehoben. Es müßte also auch die geringste Kraft oder der geringste Stoß dem Körper eine Bewegung mittheilen, wenn er nicht durch Ursachen zurückgehalten würde, welche dieser Bewegung entgegenwirken. Unter diesen Ursachen ist die bedeutendste die **Reibung** (vergl. S. 1900); sie entsteht durch das Ineinandergreifen der kleinen Theilchen auf den Oberflächen der Körper, welche beiderseitig hervorragen, und in die entgegengesetzten Vertiefungen eindringen.

Diese **Reibung** ist eine **passive** Kraft, welche den **Widerstand vermehrt**, wenn die Kraft den Körper fortstoßen will, und welche den **Widerstand verringert**, wenn die Kraft den Körper aufzuhalten sucht.

Die Reibung ist dem Drucke merklich proportional; nur wenn der Druck zu groß wird, so findet, gemäß der Erfahrung, die Proportionalität nicht mehr statt. Bezeichnet man durch f die Reibung, welche ein homogener, oder gleichartiger Körper AB, Fig. 170, Tafel XXXV, D, ausübt, auf welchen die Einheit des Gewichts wirkt; ist $AB' = 2AB$, so wird auch die Reibung gleich $2f$ sein; ist $AB'' = 3AB$, so wird auch die Reibung gleich $3f$ sein. Bezeichnet man demnach die totale Reibung des ganzen Körpers AM durch F, wenn der ganze Körper N Einheiten des Gewichts enthält, so bekommt man:

$$\text{I)}\quad F = Nf.$$

2 Die Reibung kann in folgender Weise gemessen werden. Der Körper AB, Fig. 171, übe die Einheit des Druckes auf die Horizontalebene LK aus; er werde von dem Schnur CDE angegriffen, welcher in horizontaler Richtung über die Scheibe D geht, und das Gewicht M trägt. Vermehrt man nach und nach das Gewicht, so zeigt seine Schwere, wenn es nahe daran ist, den Widerstand zu überwinden, die Reibung f an, welche von der Einheit des Drucks ausgeübt wird.

Eine andere Art, die Reibung zu messen, ist folgende: Man legt, Fig. 172, einen Körper MN auf eine schiefe Fläche AC, und vergrößert allmälig den Neigungswinkel A, den die schiefe Fläche mit dem Horizonte macht, bis der Körper auf dem Punkte ist zu gleiten. Alsdann ist die Reibung:

$$\text{II)}\quad f = \tang A.$$

Zum Beweise dieser Gleichung zieht man durch den Schwerpunkt G des Körpers die Linie GD senkrecht auf AB, und die Linie GK senkrecht auf AC. Es sei GD das Gewicht des Körpers, und werde zerlegt in die beiden Kräfte GH parallel mit der schiefen Ebene, und GK senkrecht auf die schiefe Ebene; alsdann hat man:

$$\text{III)}\quad GH = DK = GD \cdot \sin DGK;\quad GK = GD \cdot \cos DGK.$$

Es ist $\angle DGK = \angle CAB$; bei I liegen nämlich zwei Scheitelwinkel, von denen der eine den Winkel CAB, der andere den Winkel DGK zum Komple-

mente hat; man kann also in den Gleichungen bei III den Winkel A statt DGK setzen; daher:

$$GH = GD \cdot \sin A = N \cdot \sin A; \quad GK = GD \cdot \cos A = N \cdot \cos A$$

wo N die im ganzen Körper enthaltene Anzahl von Gewichtseinheiten bezeichnet. Der Druck, den die schiefe Ebene trägt, ist also $GK = N \cdot \cos A$; daher ist die Intensität der Reibung $= N \cdot \cos A \cdot f$. Die Reibung ist aber auch die Kraft, welche den Körper zu gleiten verhindert; sie muß also der Komposante $GH = N \cdot \sin A$ gleich sein, welche in der Richtung der Länge der schiefen Ebene wirkt, um derselben das Gleichgewicht zu halten; daher:

$$\text{IV)} \quad N \cdot \cos A \cdot f = N \sin A; \text{ daher } f = \frac{N \cdot \sin A}{N \cdot \cos A} = \tang A.$$

Die letzte Gleichung erhält man aus der trigonometrischen Proportion $\cos : \sin = r : \tang$.

Man nennt daher den Winkel A den Reibungswinkel. Er ist aber nur unter der Voraussetzung konstant, daß die Reibung dem Drucke proportional ist; dies aber findet bei sehr großem Drucke nicht statt.

Die verschiedenen Substanzen haben mehr oder weniger große Poren; daher ist die Reibung durchaus nicht bei allen Stoffen gleich. Durch Versuche hat man z. B. folgende Verhältnisse der Reibung zum Drucke gefunden: 3

Eisen an Eisen $f = 0{,}28$; Eichenholz an Eichenholz $f = 0{,}43$;
Eisen an Messing $f = 0{,}26$; Eichenholz an Tannenholz $f = 0{,}65$.

Politur der Oberfläche und Bestreichen derselben mit fettigen Substanzen vermindert bekanntlich die Reibung.

Den Zusammenhang der Moleküle oder Atome eines und desselben Körpers in seinem natürlichen Zustande nennt man die Kohäsion; dagegen das bemerkbare Aneinanderhängen verschiedener sich berührender Körper an ihrer Außenseite heißt die Adhäsion. Diese verringert natürlich auch die Bewegung der Körper. Sie ändert sich indessen ziemlich unregelmäßig, wenn Maschinen in Gang gesetzt werden. Sie ist gewöhnlich den adhärirenden Flächen in merklichem Grade proportional. Bezeichnet man die relative Adhäsion an die Flächeneinheit mit ψ, so ist diejenige einer Oberfläche a gleich $a\psi$. 4

§. 286. Das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten.

Durch die Vergleichung der Gleichgewichtsbedingungen bei einfachen Maschinen, und Aufsuchung des darin Gemeinschaftlichen, haben einige ausgezeichnete Mathematiker durch Induktion ein allgemeines Gesetz entdeckt, welches in allen Systemen von Kräften, welche im Gleichgewicht sind, wieder gefunden wird. Dies ist der Grundsatz oder das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten. (Hiebei hat der Name „virtuelle Geschwindigkeit" eine etwas andere Bedeutung, als die oben, S. 1906 Nr. 19, angegebene). 1

Es seien P, P', P'', P''' u. s. w. die gegebenen Kräfte, mA, m'A',

m''A'' u. s. w., Fig. 173, ihre Richtungen; m, m', m'' u. s. w. ihre Angriffspunkte; diese letzteren materiellen Punkte sind unter einander auf beliebige Weise verbunden, und zwar durch unausdehnbare und unbiegsame Linien, oder durch irgend ein anderes physikalisches Bindungsmittel; unter diesen können einige sein, welche auf gegebenen Oberflächen oder Kurven bleiben müssen, und andere, die völlig unbeweglich sind.

Diesem Systeme werde eine unendlich kleine Bewegung mitgetheilt, so daß der Punkt m von m nach n, der Punkt m' von m' nach n' u. s. w. versetzt wird, ohne daß die Verbindungsbedingungen unter diesen Punkten verletzt werden; alsdann heißen die unendlich kleinen Wege, oder unendlich kleinen geraden Linien mn, m'n', m''n'' u. s. w. die virtuellen Geschwindigkeiten dieser Punkte. Wenn man ferner von n senkrecht auf die Direktion von P die Linie na zieht, so ist ma die Projektion der virtuellen Geschwindigkeit, oder die geschätzte virtuelle Geschwindigkeit des Punktes m; dasselbe ist mit m'a' für m', mit m''a'' für m'' u. s. w. der Fall.

Diejenigen von diesen Projektionen, welche auf den Richtungen der Kräfte selbst gerechnet werden, wie ma, m'a', m''a'', also auf den Linien Am, A'm', A''m'' liegen, erhalten das + Zeichen; diejenigen aber, welche auf den durch den Angriffspunkt gezogenen Verlängerungen gerechnet werden, wie m'''a''', m''''a'''', erhalten das — Zeichen.

Die Größen P P', P'' u. s. w., welche die Stärke der Kräfte bezeichnen, sind immer positiv gerechnet. Man setzt ferner am = p, a'm' = p', a''m'' = p'' u. s. w., d. h. p, p', p'' u. s. w. bezeichnen die virtuellen Geschwindigkeiten der zugehörigen Angriffspunkte oder Kräfte.

Sind die Kräfte P, P', P'', P''' u. s. w. im Gleichgewicht, so ist die Summe dieser Kräfte, jede mit ihrer zugehörigen virtuellen Geschwindigkeit p, p', p'', p''' u. s. w., die nach ihren Richtungen geschätzt sind, gleich Null; d. h. man hat:

$$\text{I)}\quad Pp + P'p' + P''p'' + \quad . \quad . \quad . \quad . = 0.$$

Umgekehrt sind die Kräfte P, P', P'' u. s. w. im Gleichgewicht, wenn diese Gleichung für alle unendlich kleinen Bewegungen, die man dem Systeme der Punkte m, m', m'' u. s. w. geben kann, stattfinden.

Diese beiden Sätze bilden den allgemeinsten Ausdruck des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit.

Um dieses Prinzip oder diesen Grundsatz zur Auflösung dynamischer Aufgaben anzuwenden, braucht man in jedem besondern Falle nur die verschiedenen unendlich kleinen Bewegungen, welche das System der Punkte m, m', m'' u. s. w. annehmen kann, zu unterscheiden, und für jede dieser Bewegungen, die nach den Richtungen der gegebenen Kräfte geschätzten virtuellen Geschwindigkeiten p, p', p'' u. s. w. zu bestimmen. Alsdann giebt der Grundsatz der virtuellen Geschwindigkeiten, oder die Gleichung I, welche ihn darstellt, unmittelbar alle Gleichungen des Gleichgewichts. Nur hat man dabei zu bemerken,

daß die Summe in dem obigen Ausdrucke des Grundsatzes algebraisch genommen werden muß; denn da alle Kräfte P, P' u. s. w. für positiv gelten, so wird ein Produkt, in welchem ein negatives p oder p' u. s. w. vorkommt, stets negativ sein, und macht mit den positiven nur eine algebraische Summe aus.

2 Es seien mehrere Kräfte an einem und demselben Punkte angebracht. Es sei daher P die Resultante einer gewissen Anzahl von Kräften P' P'', P''' u. s. w., welche in dem Punkte m, Fig. 174, angebracht, und deren gegenseitige Entfernungen unveränderlich sind; wenn in Folge einer augenblicklichen Störung der Punkt m nach n versetzt wird, so kann die Linie mn, da sie unendlich klein ist, jedenfalls für eine gerade Linie gelten.

Legt man in die Richtung von mn die Axe der x, und bezeichnet man mit α, α', α'' u. s. w. die Winkel, welche die Kräfte P, P', P'', P''' u. s. w. mit dieser Axe machen, so hat man, weil ein Gleichgewicht stattfindet:

$$P . \cos\alpha + P' . \cos\alpha' + P'' . \cos\alpha'' + P''' . \cos\alpha''' + \text{rc.} = 0.$$

Multiplizirt man sämmtliche Glieder dieser Gleichung mit der geraden mn = z, so erhält man:

$$\text{II)}\quad Pz . \cos\alpha + P'z . \cos\alpha' + P''z . \cos\alpha'' + Pz''' . \cos\alpha''' + \text{rc.} = 0.$$

Man sieht sogleich ein, daß $z . \cos\alpha$, oder $mn . \cos\alpha$ die kleine Linie ml ist, d. h. die Projektion der Linie mn auf der Richtung von P. Es ist also $z . \cos\alpha$ die Größe, die vorher mit p bezeichnet, oder die virtuelle Geschwindigkeit der Kraft P darstellt. Das soeben von P Gesagte läßt sich auch auf die andern Kräfte anwenden; man kann also die Produkte $z . \cos\alpha'$, $z . \cos\alpha''$, $z . \cos\alpha'''$ durch die Projektionen p, p'', p''' u. s. w. der virtuellen Kräfte auf die Richtungen dieser Kräfte ersetzen, und man hat:

$$Pp + P'p' + P''p'' + P'''p''' + \text{u. s. w.} = 0.$$

Hiermit ist die Wahrheit des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten für den Fall nachgewiesen, wo mehrere Kräfte in einem Punkte angebracht sind.

3 Der gewöhnlichste Fall ist derjenige, wo mehrere Kräfte P, P', P'', P''' u. s. w. an verschiedenen Punkten eines Körpers oder eines Systems von Körpern angebracht sind, und zwar so, daß diese Punkte immer die gegenseitigen Entfernungen von einander behalten, oder als durch unbiegsame und unausdehnbare Linien verbunden angesehn werden.

Es sei, Fig. 175, mm' eine dieser unbiegsamen geraden Linien, und werde in dem Augenblicke betrachtet, wo durch einen schwachen, dem Systeme gegebenen Antrieb oder Stoß der Punkt m nach n kommt. In diesem Falle wird auch der andere Endpunkt m' nach n' bewegt werden, welcher Punkt n' sich entweder, wie in Fig. 175, über m', oder wie in Fig. 176, unter m' befindet.

Es liege n' zuerst über m'; alsdann wird die Gerade mm' in ihrer neuen Lage durch nn' dargestellt; es werden ferner die geraden Linien mn und m'n' unendlich kleine Größen in Beziehung auf mm' und nn' sein, weil nach der Voraussetzung die Störung des Systems unwahrnehmbar klein ist. Wenn man

nun durch die Punkte m und n' eine gerade mn' zieht (Fig. 175), so wird, weil die Seite m'n' unendlich klein ist, auch der gegenüberliegende Winkel n'mm' unendlich klein sein. Der Bogen n'a, der das Maaß dieses Winkels ist, wird demnach für geradlinig angesehen werden können. Dieser Bogen ist mit dem Radius ma beschrieben; nimmt man ma = mb, und beschreibt, Fig. 177, den Halbkreis bn'a, so ist ∠ b'na ein Rechter (vergl. 707, Nr. 7, 8). Da der Winkel n'ma unendlich klein genommen wird, und doch der äußere Winkel für das Dreieck bmn' ist, so kann der Winkel mn'b noch mehr als verschwindend angesehen, und darum der Winkel mn'a statt des Winkels bn'a genommen werden.

In Fig. 175 hat das Dreieck mn'a mit dem Dreieck n'la den Winkel a gemeinschaftlich, und da beide rechtwinklig sind, das erstere bei n', das zweite bei l, so sind sie auch einander ähnlich, und man hat:

$$ma : n'a = n'a : la.$$

In Beziehung auf ma ist n'a unendlich klein; ebenso ist in Beziehung auf n'a die Seite la unendlich klein; da nun n'a ein unendlich Kleines der ersten Ordnung ist, so ist la ein unendlich Kleines der zweiten Ordnung (vergl. S. 1122 Nr. 14). Man muß also la vernachläßigen, und demgemäß mn' = ml setzen, man erhält daher:

$$mn' = mm' + m'l$$

Wenn man ferner von n', als Mittelpunkt, mit dem Radius n'm den Bogen ma' beschreibt, so bekommt man nach obiger Schlußweise:

$$mn' = nn' + nh$$

Aus den beiden letzten Gleichungen hat man:

$$mm' + m'l = nn' + nh.$$

Da die Gerade mm' unausdehnbar, also in ihrer neuen Lage sich gleichgeblieben ist, so hat man mm' = nn'; daher wird, mit Weglassung der gleichen Faktoren: $m'l = nh.$

Es ist ferner mm' parallel mit nn'; denn angenommen beide Linien schnitten sich, Fig. 178, in dem Punkte o, so würde man ein Dreieck m'n'o bekommen, welches zwei endliche Seiten on' und om' und eine unendlich kleine m'n' hätte; dieser letztern Seite gegenüber läge aber ein unendlich kleiner Winkel o, welcher gleich Null gesetzt werden dürfte, so daß die Richtung der beiden endlichen Seiten doch für parallel gelten dürfte. Zieht man nun, Fig. 175, die senkrechte Linie nk, so hat man, als Parallellinien zwischen Parallellinien nh = mk; daher auch:

$$\text{III)} \quad m'l = mk;$$

d. h. also, die Projektionen mk und m'l der virtuellen Geschwindigkeiten mn und m'n' der Punkte m und m' sind einander gleich.

4 Es falle, Fig. 179, wenn der Punkt m nach n versetzt wird, der Endpunkt m auf den Punkt n', der sich unter der ersten Lage von mm' befindet.

Man kann alsdann wie vorher beweisen, daß der Winkel o unendlich klein ist, und daß daher die Projektionen ol und oh von on' und on nicht verschieden sind; man hat demzufolge:

$$on' = om' + m'l;\ on = om - mh$$

daher $on' + on = om' + om + m'l + mh;$

oder $nn' = mm' + m'l - mh;$

oder $nn' + mh = mm' + m'l;$

Da nun $nn' = mm'$, so ist:

$$\text{IV)}\quad mh = m'l;$$

woraus hervorgeht, daß auch bei einer unteren Lage des Punktes n' die Projektionen einander gleich sind.

Es zeigt sich übrigens, daß in beiden Fällen von den beiden Projektionen die eine auf die Richtung von mm', die andere auf ihre Verlängerung fällt, daß sie also entgegengesetzte Zeichen haben müssen; an den Figuren 175 und 179 ist beides sogleich zu erkennen. Sollte es nicht der Fall sein, so müßte nn' kürzer als mm' sein, was der Voraussetzung, daß mm' eine unausdehnbare Linie sei, widerspricht. 5

Betrachtet man mm' in Fig. 175 als eine Kraft, welche auf die Punkte m und m' wirkt, und bezeichnet diese Kraft durch (mm'), ferner durch v und v' die Projektionen der virtuellen Geschwindigkeiten mn und m'n' der Punkte m und m' nach der Direktion von mm', so hat man: 6

$$v' = -v;\ \text{und daher}\ (mm')\,v + (mm')\,v' = 0.$$

Wird daher eine gerade unbiegsame Linie als eine Kraft betrachtet, welche an ihren Endpunkten mit andern Kräften ein Gleichgewicht macht, so ist die Summe der Momente der virtuellen Geschwindigkeiten ihrer äußersten Punkte gleich Null.

Es seien, Fig. 180, P, P', P'', P''' u. s. w. verschiedene an den Punkten m, m', m'', m''' angebrachte Kräfte. Sind diese Punkte durch unbiegsame gerade Linien verbunden, so kann man diese Linien als Kräfte ansehen, welche auf jene Punkte wirken; bezeichnet man diese Kräfte durch (mm'), (m'm''), (m''m''') u. s. w., so erhält man das Gleichgewicht 7

an dem Punkte m durch die Kräfte (mm'), (mm''), (mm''') u. P;
" " " m' " " " (m'm), (m'm''), (m'm''') u. P';
" " " m'' " " " (m''m), (m''m'), (m''m''') u. P'';
" " " m''' " " " (m'''m), (m'''m'), (m'''m'') u. P'''.

Man kann mit v die virtuellen Geschwindigkeiten, und zwar so bezeichnen, daß das zunächst stehende Punktzeichen denjenigen Punkt angiebt, dessen virtuelle Geschwindigkeit gemeint ist; z. B. in dem Momente v (m'm'') bezieht sich v auf den Punkt m', dagegen in dem Momente v (m''m') bezieht sich v auf den Punkt m''. Auf solche Art stellt v immer solche Größen dar, welche gleich oder verschieden sein können, je nachdem die Projektionen der virtuellen Geschwin-

digkeiten auf die Richtung einer und derselben Geraden fallen, oder verschiedenen Geraden angehören.

Man hat vermittelst dieser Bezeichnungen für die verschiedenen Punkte folgende Gleichungen der virtuellen Geschwindigkeiten (vgl. S. 1991 Gleich. bei 7):

für den Punkt m, $Pp + v(mm') + v(mm'') + v(mm''') = 0$;
" " " m', $P'p' + v(m'm) + v(m'm'') + v(m'm''') = 0$;
" " " m'', $P''p'' + v(m''m) + v(m''m') + v(m''m''') = 0$;
" " " m''', $P'''p''' + v(m'''m) + v(m'''m') + v(m'''m'') + 0$.

Addirt man diese Gleichungen, und reduzirt man die erhaltene Summe, so zeigt sich, daß diejenigen Momente, welche zu einer und derselben Geraden gehören, einander vernichten. Es heben sich auf solche Art die Momente $v(mm')$ in der ersten und zweiten Reihe; ferner $v(mm'')$ in der ersten und dritten u. s. f., bis alle Glieder, welche v vor sich haben, fortgefallen sind; es bleibt also nur:

$$Pp + P'p' + P''p'' + P'''p''' = 0.$$

Für eine größere Anzahl von Kräften bleibt der Beweis ganz der nämliche.

8 Es soll, um ein Beispiel zur Anwendung des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeiten zu haben, das Verhältniß der Kraft zur Last an dem Hebel gefunden werden. Es finden dabei nur zwei Kräfte P und Q statt; man hat demnach als Gleichung der virtuellen Geschwindigkeiten nur:

$$Pp + P'p' = 0.$$

Diese Gleichung kann offenbar nur dann einen Sinn haben, wann $P'p'$ negativ genommen wird; daher $Pp = P'p'$.

Man muß nun finden, was an dem Hebel die Größen p und p' bedeuten. Es sei, Fig. 181, C der Unterstützungspunkt, und mm' der Arm des Hebels, welcher seinen Gleichgewichtszustand verlassen, und die Lage nn' angenommen hat; wegen der Scheitelwinkel bei C sind auch die Bogen mn und m'n' den Radien proportional; daher hat man:

$$\text{V)} \quad mn : m'n' = Cm : Cm'.$$

Zieht man durch die Punkte n und n' senkrechte Linien nr und n'r' auf die Richtungen der Kräfte P und P', so erhält man:

$$mr = p; \; m'r' = p'.$$

Sieht man die unendlich kleinen Bogen mn und m'n' als gerade Linien an, so sind die durch Konstruktion in r und r' rechtwinkligen Dreiecke mrn und m'r'n' ähnlich; denn die gleichschenkligen Dreiecke mCn und m'Cn' geben:

$$\angle nmC = \angle n'm'C;$$

zieht man diese gleichen Winkel von den rechten Winkeln rmC und r'm'C ab, so bleibt:

$$\angle rmn = \angle r'm'n'.$$

Da also die rechtwinkligen Dreiecke rmn und r'm'n' ähnlich, so hat man:

$$mn : m'n' = mr : m'r'; \text{ oder } mn : m'n' = p : p'.$$

Man hat also nach der Proportion V:

$$Cm : Cm' = p . p'.$$

Man hat ferner aus der Gleichung der Momente $Pp = P'p'$ die Proportion:

$$p : p' = P' : P;$$

daher VI) $Cm : Cm' = P' : P;$

d. h. die Hebelarme müssen im umgekehrten Verhältnisse der Kräfte stehen; also dasselbe Resultat, welches sich oben (S. 1967 Nr. 2) gefunden hat.

Viertes Kapitel.

Hydrostatik.

§. 287. Allgemeine Bestimmungen.

1 Die Hydrostatik lehrt das Gleichgewicht flüßiger Körper finden (vergl. S. 1892). Flüßige Materien, oder flüssige Körper sind solche, deren Moleküle oder Atome weder einen bemerkbaren Zusammenhang unter einander, noch eine bemerkbare Reibung gegen einander haben, so daß sie durch die kleinsten Kräfte aus ihrer gegenseitigen Lage gebracht, aber auch wieder in dieselbe zurückgeführt werden können, wie z. B. das Wasser von dem segelnden Schiffe durchschnitten wird, und hinter demselben wieder zusammenfließt. Vollkommen flüssige Körper müßten gar keinen Zusammenhang und gar keine Reibung ihrer Theilchen haben; jede wirkliche Flüssigkeit, und namentlich das Wasser hat immer noch einige Kohäsion und Reibung seiner Theile.

2 Die flüssigen Materien unterscheiden sich wie die festen durch größere oder geringere Dichtigkeit und Schwere (S. 1895 und 1896). Ein anderer wichtiger Unterschied liegt in den größeren oder geringeren Graden der Elastizität. Völlig unelastische (vergl. S. 1900) Materien giebt es zwar nicht; doch nennt man diejenigen, deren Elastizität unmerklich schwach ist, unelastische, wie Wasser, Quecksilber, Oehl, u. s. w. Zu den elastischen Flüssigkeiten gehören Luft, Dampf, und die verschiedenen Gase. Die unelastischen Flüssigkeiten haben, wenn die Temperatur konstant ist, immer dieselbe Dichtigkeit.

3 Wenn ein Gefäß ABCD, Fig. 182, sei es offen oder verschlossen, nicht völlig mit Wasser angefüllt ist: so kann dieses nicht anders im Gleichgewicht und ruhig sein, als wenn seine obere Fläche horizontal steht. Es sei EF die horizontale Fläche, bis zu welcher das Wasser hinaufreicht. Es stehe der Theil IGH höher, und bilde eine Welle; diese Masse IGH kann nicht in dieser erhabenen Lage bleiben; denn die auf den abhängigen Seiten GH und GI befindli-

chen Moleküle werden durch das Uebergewicht ihrer Schwere über ihre geringe Kohäsion auf den beiden Abhängen, wie auf einer schiefen Ebene, hinabgleiten, und sich nach einander in die Vertiefungen HF und IE hineinbegeben, bis keine Erhöhung oder Vertiefung mehr stattfindet, sondern alle obern Moleküle in einer einzigen horizontalen Ebene liegen. In solcher Lage findet kein ferneres Gleiten statt, sondern jede obere Wasserschichte wird von der darunter befindlichen, wie von einer horizontalen festen Fläche getragen; indem keines der oberen Moleküle schwerer ist als das darunter liegende, und dasselbe doch nur in einem solchen Falle der größeren Schwere aus seiner Stelle verdrängen könnte.

Außer dem Gleiten der Moleküle an den Seiten der Welle IGH wirkt auch noch der Druck der ganzen Welle auf die zunächst darunter liegenden Moleküle mehr, als der Druck der Luft auf die Moleküle der freigebliebenen Oberfläche HF oder IE; durch diesen überwiegenden Druck bekommen die davon getroffenen Moleküle das Bestreben nach den Seiten auszuweichen, und die weniger gedrückten, also auch weniger Widerstand leistenden angrenzenden Moleküle zu verdrängen, bis sie sich dem Druck entzogen haben.

Endlich rollen die Moleküle an den unteren Theilen der Seitenabhänge deshalb noch schneller in die niedrigeren Gegenden des Gefäßraumes hinab, weil sie von den obern Molekülen der Welle auseinander gepreßt werden; welcher Druck sich also noch mit der schon wirkenden ursprünglichen Schwere vereinigt.

4 Ist das Gefäß sehr groß, wie z. B. das Bett eines Meeres, so kann die Oberfläche nicht mehr als eine Ebene betrachtet werden, sondern sie muß für einen Theil der Kugeloberfläche gelten; es kann also auch das Gleichgewicht einer solchen Wassermasse nicht anders im Gleichgewichte sein, als wenn die Moleküle ihrer Oberfläche sämmtlich gleich weit vom anziehenden Mittelpunkte der Erde entfernt sind, d. h. einen Theil einer Kugeloberfläche bilden. Aus diesem Grunde ergießen sich auch die Flüsse ins Meer; denn da die Quellen derselben immer höher, oder entfernter vom Mittelpunkte der Erde liegen, als ihre Mündungen, also das ganze Bett einen Theil einer mehr oder minder regelmäßigen Spirallinie bildet, bis sie die Meeresfläche erreicht hat: so gleitet die ganze Wassermasse wie auf einer schiefen Ebene hinab.

5 Die obigen Sätze gelten übrigens nur von solchen Flüssigkeiten, welche, wie das Wasser, erstlich schwer, und zweitens homogen, d. h. überall von gleicher Dichtigkeit sind. Denn bei einer Flüssigkeit, deren Moleküle gar keine Schwere haben, findet gar kein Gleiten derselben statt; und bei einer heterogenen Flüssigkeit muß der schwerere Theil zu Boden sinken, während der leichtere oben eine horizontale Fläche bildet.

6 Ist eine Flüssigkeit in Bewegung gewesen, und kommt dann in Ruhe und Gleichgewicht, so muß sie erst einige Schwingungen durchmachen, ehe die völlige Ruhe eintritt; weil die bewegten Theile jedesmal vermöge der erhaltenen Bewegung das Ziel überschreiten. Diese Schwingungen werden aber wegen des Widerstandes der Luft, wegen der Reibung des Flüssigen an den Wänden des Gefässes, und auch wegen der, wenn auch geringen, doch wirklich vorhandenen

Reibung der Moleküle an einander, immer kleiner und kleiner, bis die völlige Ruhe erfolgt; gerade wie bei jedem andern schwingenden Körper, z. B. bei der Waage.

7 Es sei ABCD, Fig. 183, Tafel XXXV, D, ein völlig verschlossenes und mit einer Flüssigkeit angefülltes Gefäß, welche ohne Schwere gedacht werden mag. Es seien EF und HI zwei Oeffnungen von gleicher Oberfläche, und darin die Stempel K und L angebracht, welche von gleichen Kräften RK und SL gedrückt werden, die beide senkrechte Richtungen auf die Oberfläche HI und EF haben; alsdann werden der Erfahrung zufolge die Kräfte im Gleichgewichte bleiben. Der auf die Oberfläche EF ausgeübte Druck muß sich also durch Vermittelung der Flüssigkeit der Oberfläche HI mittheilen, was nicht geschehen könnte, wenn nicht die Moleküle der Flüssigkeiten überall denselben Druck erlitten. Es läßt sich in Folge dieses Versuches folgender Satz aufstellen: Die charakteristische Eigenschaft der Flüssigkeiten besteht darin, daß eine an einer Flüssigkeit angebrachte Kraft auf dieselbe einen Druck ausübt, welcher sich nach allen Richtungen hin fortpflanzt. Dieser Satz heißt: das Prinzip der Gleichheit des Drucks.

8 Um dieses Prinzip durch eine Gleichung auszudrücken, betrachte man eine Flüssigkeit in einem parallelepipedischen Gefäße AK, Fig. 184, dessen Grundfläche ABCD horizontal ist; die Flüssigkeit sei in Ruhe. An ihrer oberen Fläche EH sei ein Stempel angebracht, welcher auf diese Grundfläche in allen ihren Punkten gleichförmig drückt. Es sei ferner P das Gewicht, welches senkrecht auf die Oberfläche der Basis des Stempels drückt; diese Basis erleidet dann den gleichen Druck, als wäre das Gewicht P unmittelbar an ihr angebracht. Jeder Theil der Basis wird daher auch einen seiner Größe proportionalen Druck ertragen: so daß, wenn die Grundfläche ABCD durch A, und ein Theil Abcd dieser selben Grundfläche durch a, und der Druck, den dieser Theil erleidet, durch p bezeichnet wird, folgende Proportion zum Vorschein kommt:

$$A : a = P : p$$

Nimmt man a zur Einheit der Oberfläche, so hat man:

$$p = \frac{P}{A}$$

Bezeichnet man ferner durch ω das Verhältniß zwischen der Oberfläche $Ab'c'd'$ zu der als Einheit angenommenen Oberfläche Abcd, so hat man für P' oder den Druck, den die Oberfläche $Ab'c'd'$ erleidet, den Werth:

$$\text{I)} \quad P' = p\omega.$$

Da nun alle Theile der Flüssigkeit gleich gedrückt werden müssen, so folgt, daß wenn die Oberfläche ω, anstatt auf der Grundfläche des Gefässes zu sein, sich an seinen Seitenwänden befände, man auch $p\omega$ als Werth des Druckes erhielte, der gegen diese Seitenfläche wirken würde.

9 Ist die Oberfläche ω unendlich klein, so kann sie durch das Elementarrechteck $dxdy$ dargestellt werden. Es ist also $pdxdy$ der Druck, welchen der

Stempel gegen ein Element des Gefäßes ausübt; mag dieses Element liegen, wo es will; auch selbst dann, wenn die Oberfläche des Gefäßes aus krummen Flächen besteht.

10 Außer dem auf die Oberfläche wirkenden Drucke können auch noch mehrere beschleunigende Kräfte auf die einzelnen Moleküle wirken; alsdann wird die Flüssigkeit nicht mehr nach allen Richtungen auf die gleiche Weise gedrückt. Sie erleidet alsdann zwei Arten von Druck: erstens den von dem Gewichte P herrührenden; zweitens den Druck der beschleunigenden Kräfte. Dieser letztere ist von Molekül zu Molekül veränderlich. Wird z. B. die in dem Gefäß, Fig. 184 enthaltene Flüssigkeit für schwer angesehen, so kann man jedes einzelne Molekül als von einer beschleunigenden Kraft angegriffen betrachten. Dadurch wird das Prinzip von der Gleichheit des Drucks sehr modifizirt. Im Allgemeinen muß man daher bei beschleunigenden Kräften die Einheit des Drucks p, d. h. den Druck auf ein Molekül dm für veränderlich ansehen; nur bleibt es immer der Druck auf die Flächeneinheit des Moleküls dm, welcher sich auf die dem p entsprechenden Koordinaten x, y und z bezieht.

§. 288. Allgemeine Gleichungen vom Gleichgewichte der Flüssigkeiten.

Es sei ein Molekül einer Flüssigkeit von mehreren beschleunigenden Kräften angegriffen und in einer flüssigen Masse ins Gleichgewicht gebracht; die Bedingungsgleichungen dafür findet man folgendermaaßen.

Man denke sich die ganze Flüssigkeit durch Ebenen, die mit den drei koordinirten Ebenen parallel laufen, in kleine Elementarparallelepipeden getheilt; es sei dm die Masse eines solchen Elementar-Parallelepipedons, und x, y, z die Koordinaten desselben; dabei sei die Ebene der x, y horizontal und liege über der Flüssigkeit; das Volumen eines solchen Elementar-Parallelepipedons wird alsdann durch $dxdydz$ ausgedrückt. Nimmt man ferner die Dichtigkeit ϱ eines solchen Elements für konstant, so hat man als Elementarmasse dieser Flüssigkeit (vergl. S. 1895 Nr. 4):

$$11)\quad dm = \varrho dxdydz.$$

Es seien X, Y, Z die beschleunigenden Kräfte, welche auf das Element dm wirken, und als konstant angenommen werden. Multiplizirt man diese Kräfte mit dm, so hat man (vergl. S. 1905 Nr. 15):

$$Xdm;\quad Ydm;\quad Zdm;$$

als die bewegenden Kräfte, welche dem Drucke, den die Flüssigkeit auf die sechs Flächen des Elements ausübt, das Gleichgewicht halten müssen. Wenn die obere Fläche $dxdy$ (Fig. 185) verlängert wird, bis sie der durch BC vorgestellten Flächeneinheit gleich wird: so kann man sich vorstellen, daß der Druck, den $dxdy$ erleidet, der gleiche in der ganzen Ausdehnung von BC sei; man be-

zeichne diesen Druck durch p. Wenn die Ordinate $BD = z$ sich in $DE = z + dz$ verwandelt, so wird der Druck p, der sich mit z verändert, zu

$$p + \frac{dp}{dz} \cdot dz;$$

dies giebt den Druck der Flächeneinheit auf die Grundfläche EF des Parallelepipedons an.

Um den Druck auf die obere Fläche BG und auf die untere Fläche EF des Elements zu erhalten, multiplizirt man diese Flächen BG und EF, von denen jede gleich $dxdy$ ist, mit dem Drucke von p und von $p + \frac{dp}{dz} \cdot dz$, von denen der eine auf die Ebene BG, der andere auf die Ebene von EF wirkt; alsdann findet sich der Druck

$$\text{für } BG = pdxdy; \text{ für } EF = \left(p + \frac{dp}{dz} \cdot dz\right) \cdot dxdy;$$

Die Differenz dieser beiden vertikalen Drucke ist:

$$pdxdy + \frac{dp}{dz} \cdot dzdxdy - pdxdy = \frac{dp}{dz}dzdxdy$$

Diese Differenz muß mit der senkrecht bewegenden Kraft das Gleichgewicht halten; daher hat man:

$$\frac{dp}{dz}dzdxdy = Zdm.$$

Setzt man ferner für dm seinen Werth aus der Gleichung II, so ist:

$$\frac{dp}{dz} = \varrho Z.$$

Bezeichnet man ferner mit q und r die auf die Flächeneinheit ausgeübten Seitendrucke, welche gegen die Flächen $dxdz$ und $dydz$ wirken, so erhält man:

$$\frac{dq}{dy} = \varrho Y; \quad \frac{dr}{dx} = \varrho X.$$

Um den Druck $qdxdz$ zu bestimmen, welcher auf die Fläche $dxdz$ wirkt, so sieht man, daß derselbe aus zwei Theilen besteht: erstens aus dem, welcher dem Drucke $pdxdy$ gleich ist, und sich auf gleiche Weise über die ganze Flüssigkeit verbreitet; zweitens aus demjenigen, welcher von den beschleunigenden Kräften herrührt, insofern sie auf die Fläche $dxdz$ drücken.

Die beschleunigenden Kräfte sind gegenseitig Xdm, Ydm, Zdm; der von ihnen herrührende Werth des Druckes wird daher eine Funktion ihrer Intensitäten sein, welche durch

$$F\,(Xdm,\ Ydm,\ Zdm)$$

dargestellt werden kann; man bekommt demnach:

$$\text{III)}\quad qdxdz = pdxdy + F\,(Xdm,\ Ydm,\ Zdm).$$

Die Funktion $F\,(Xdm, Ydm, Zdm)$ muß Null werden, wenn die beschleunigenden Kräfte Null sind; sie muß sich also darauf reduziren lassen, daß sie

nur Glieder enthält, welche Xdm, Ydm, Zdm zu Faktoren haben. Ordnet man diese Glieder (vergl. S. 1082 Nr. 6), so daß man von denjenigen ausgeht, welche die niedrigsten Potenzen von dm enthalten, so kann man annehmen:

$$F(Xdm, Ydm, Zdm) = MXdm + NYdm + PZdm + \text{etc.}$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung III, so wird:

$$qdxdz = pdxdy + MXdm + NYdm + PZdm + \text{etc.}$$

Setzt man ferner statt dm den Werth $\varrho dxdydz$, so wird die Gleichung:

$$qdxdz = pdxdy + \varrho MXdxdydz + \varrho NYdxdydz + \varrho PZdxdydz + \text{etc.}$$

Durch Division der sämmtlichen Glieder erhält man:

$$\text{IV)} \quad q = p + \varrho MXdz + \varrho NYdz + PZdz + \text{etc.}$$

Da die Glieder $\varrho MXdz$, $\varrho NYdz$, $\varrho PZdz$ in Beziehung auf p unendlich klein sind, so kann man setzen:

$$q = p$$

In ähnlicher Weise läßt sich zeigen, daß $r = p$ ist; daher werden die Gleichungen des Gleichgewichts:

$$\text{V)} \quad \frac{dp}{dz} = \varrho Z; \; \frac{dp}{dy} = \varrho Y; \; \frac{dp}{dx} = \varrho X.$$

Multiplizirt man die erste dieser Gleichungen mit dz, die zweite mit dy, die dritte mit dx, und addirt sie, so erhält man:

$$\text{VI)} \quad dp = (Zdz + Ydy + Xdx) \cdot \varrho.$$

Diese Gleichung giebt durch ihre Integration den Werth des Druckes auf die Flächeneinheit in irgend einer Flüssigkeit.

§. 289. Von dem Gleichgewichte unelastischer Flüssigkeiten.

1 Es befinde sich eine homogene unelastische Flüssigkeit in einem Gefäße, welches dem Drucke einen unbestimmten Widerstand leisten kann. An einem bestimmten Punkte, dessen Koordinaten $x = a$, $y = b$, $z = c$ sind, sei der Druck auf die Flächeneinheit

$$dp = (Zdz + Ydy + Xdx) \cdot \varrho.$$

Die Dichtigkeit ϱ ist konstant; es läßt sich also der Werth von p finden, sobald der in der Klammer befindliche Ausdruck integrirt werden kann. Dieses wird aber der Fall sein, wenn derselbe ein vollständiges Differential der Veränderlichen x, y, z ist.

Der Druck wird durch die Seitenwände des Gefäßes, wenn sie einen unbegrenzten Widerstand leisten können, aufgehoben; an den Orten aber, wo das Gefäß geöffnet, und die Flüssigkeit völlig frei ist, kann Nichts diesen Druck aufheben; folglich muß der Werth von p für alle Punkte der freien Oberfläche einer flüssigen Masse im Gleichgewicht Null sein, also:

$$\text{VII)} \quad Xdx + Ydy + Zdz = 0.$$

Wäre der Druck p konstant, so wäre diese letzte Gleichung auch noch gültig, da das Differential einer konstanten Größe stets gleich Null ist.

Ist der Ausdruck $Xdx + Ydy + Zdz$ ein vollständiges Differential, und findet die Gleichung VII statt, so muß $dp = 0$ sein; daher kann der Druck, sobald einer stattfindet, nur konstant sein. In solchem Falle muß, damit die Flüssigkeit das Gleichgewicht behalten kann, die Resultante der beschleunigenden Kräfte, welche von Außen nach Innen wirkt, zugleich normal auf der Oberfläche der Flüssigkeit sein. Denn wäre dies nicht der Fall, so könnte man sie in zwei Kräfte zerlegen, von denen die eine normal und die andere die Tangente an der Oberfläche der Flüssigkeit wäre; diese letztere würde aber das Molekül dm zum Gleiten bringen.

Dieser Umstand ist ebenfalls durch die Gleichung VII ausgedrückt. Es seien x', y', z' die Koordinaten eines Punktes, welcher der Oberfläche der Flüssigkeit und auch der Resultante der Kräfte X, Y, X gemeinschaftlich ist. Um die Gleichungen für die Normalen im Punkte x', y', z, einer gekrümmten Oberfläche zu finden (vergl. S. 1723, 1729 und 1732) hat man folgende Bestimmungsgründe.

Wenn man nur Eine Gleichung zwischen drei Veränderlichen hat, so muß man zuerst willkürlich die Werthe von zwei dieser Veränderlichen festsetzen, wenn man den Werth der dritten bestimmen will; diese letztere ist dann eine Funktion der beiden erstern. Es sei z. B.:

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

eine Gleichung für die Diagonale eines Parallelepipedons (vergl. S. 1714 und 1919); es läßt sich alsdann z nur bestimmen, wenn x und y bestimmte Werthe haben; da jedoch x und y unabhängig von einander sind, so kann eine derselben unverändert bleiben, während die andere sich ändert.

Es kann also z auf verschiedene Art verändert werden: 1) wenn x allein sich geändert hat; 2) wenn y allein verändert worden; 3) wenn x und y zugleich sich geändert haben. In den beiden ersten Fällen, wenn eine der beiden Größen als konstant gilt, wird die gegebene Gleichung eigentlich zu einer von nur zwei Veränderlichen; bleibt y konstant, so hat man:

$$xdx + zdz = 0; \text{ oder } x + z\,\frac{dz}{dx} = 0.$$

Wenn x konstant bleibt, so ist:

$$ydy + zdz = 0; \text{ oder } y + z \cdot \frac{dz}{dx} = 0.$$

Man hat also:

$$dz = -\,\frac{xdx}{z};\quad dz = -\,\frac{ydy}{z}$$

Das erste Differential ist also auf die Veränderlichkeit von x, das zweite auf die Veränderlichkeit von y bezogen; oder das eine ist das partielle Differential von z in Bezug auf x, und das andere das partielle Differential von z in Bezug auf y (vergl. S. 1131).

Die entsprechenden Differential-Coeffizienten sind:

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{x}{z};\quad \frac{dz}{dy} = -\frac{y}{z}$$

Es sei im Allgemeinen $u = 0$ eine Gleichung, welche x, y und z enthält. Betrachtet man x und y als die beiden unabhängigen Veränderlichen, also z als eine Funktion derselben; sieht man ferner y als konstant an, so wird z eine Veränderung erhalten, welche derjenigen von x entspricht. Bei dieser Annahme muß $u = 0$ als eine Gleichung zwischen den beiden Veränderlichen x und z betrachtet werden; oder $u = f(x, y)$.

Verwandelt man x in $x + h$ und y in $y + k$, so hat man:

$f(x + h, y + k) = 0$; folglich auch $f(x + h, y + k) - f(x, y) = 0$.

Da nun $f(x, y) = u$, so hat man, wenn erst x dann y allein veränderlich ist, nach dem Taylorschen Satze (vergl. S. 1128 und 1129):

$$f(x + h, y) = u + \frac{du}{dx} \cdot \frac{h}{1} + \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{1 \cdot 2} + \text{ꝛc.}$$

$$f(x, y + k) = u + \frac{du}{dy} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^2u}{dy^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \text{ꝛc.}$$

Wenn sich die Größen x und y beide zugleich ändern, und $x + h$ und $y + k$ werden, so kann man die nöthigen Aenderungen nur auf die Weise anbringen, daß man in der letzteren Entwickelung $\frac{du}{dx}$ an die Stelle von u setzt; alsdann nämlich erhält man zum Resultat, was aus der Funktion $\frac{du}{dx}$ von y wird, wenn in ihr y in $y + k$ übergeht.

Setzt man $u = f(x, y) = x^m . y^n$, so ist $u + \Delta u = U = f(x + h, y + k) = (x + h)^m \cdot (y + k)^n$. Sucht man die aufeinander folgenden Differential-Koeffizienten auf, indem man erst x allein, und dann y allein als veränderlich ansieht, so hat man (vergl. S. 1128):

1) $\frac{du}{dx} = m \cdot x^{m-1}y^n$

$\frac{d^2u}{dx^2} = m \cdot m - 1 \cdot x^{m-2}y^n$

$\frac{d^3u}{dx^3} = m . m - 1 . m - 2 . x^{m-3}y^n$

ꝛc.

2) $\frac{du}{dy} = n \cdot y^{n-1}x^m$

$\frac{d^2u}{dy^2} = n \cdot n - 1 \cdot y^{n-2}x^m$

$\frac{d^3u}{dy^3} = n \cdot n - 1 \cdot n - 2 \cdot y^{n-3}y^m$

ꝛc.

Entwickelt man das Binomium $(y + k)^n$, so erhält man (vergl. S. 513):

$$(y + k)^n = y^n + n \cdot y^{n-1}k + \frac{n \cdot n - 1}{1 \cdot 2} \cdot y^{n-2}k^2 + \text{ꝛc.}$$

multiplizirt mit x^m

$$f(x, y + k) = (y + k)^n . x^m = x^m y^n + n . x^m . y^{n-1}k + \frac{n . n-1}{1 \cdot 2} \cdot x^m . y^{n-2}k^2 + \text{ꝛc.}$$

Setzt man statt der Binomial-Koeffizienten-Zähler die Differential-Koeffizienten, und die Binomial-Koeffizienten-Nenner unter die Potenzen von k, so hat man nach dem Taylorschen Satze:

$$2)\quad (y+k)^n \cdot x^m = u + \frac{du}{dy} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^2u}{dy^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \text{rc.; wie vorher.}$$

Entwickelt man das Binomium $(x+h)^m$ und multiplizirt es mit y^n, so hat man:

$$3)\quad (x+h)^m \cdot y^n = u + \frac{du}{dx} \cdot \frac{h}{1} + \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{1 \cdot 2} + \text{rc.; wie vorher.}$$

Entwickelt man aber $(y+k)^n$ und $(x+h)^m$, und multiplizirt man beide Reihen mit einander, so erhält man $U = f(x+h, y+k) = (x+h)^m \cdot (y+k)^n$. Statt dieser Entwickelung und Multiplikation kann man aber, nach der Theorie der partiellen Differentiale (S. 1131 bis 1135), dasselbe Resultat U dadurch erhalten, daß man entweder in der Reihe 2 überall statt u den Differential-Koeffizienten $\frac{du}{dx}$, oder in der Reihe 3 statt u den Differential-Koeffizienten $\frac{du}{dy}$ setzt.

Die Glieder der ersten Reihe werden dann:

$$4)\quad \frac{du}{dx} + \frac{d\left(\frac{du}{dx}\right)}{dy} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^2\left(\frac{du}{dx}\right)}{dy^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 1} + \text{rc.}$$

Sieht man dx als konstant an, so wird (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2)

$$d\left(\frac{du}{dx}\right) = \frac{d^2u}{dx}\text{; also es wird in der Reihe 4}$$

das zweite Glied $\frac{d^2u}{dydx}$; das dritte Glied $\frac{d^3u}{dy^2dx}$ u. s. f.

Es ist also im Allgemeinen $\frac{d^{n+m}u}{dy^n dx^m}$ der Differential-Koeffizient der $n$ten Ordnung von der Funktion $\frac{d^m u}{dx^n}$, in welcher nur y als veränderlich angesehn wurde, während diese Funktion selbst schon der Differential-Koeffizient der $m$ten Ordnung der gegebenen Funktion u ist, in welcher nur x als veränderlich angesehn wurde.

Nimmt man z. B. aus der Reihe 1 den Differential-Koeffizienten $\frac{du}{dx}$ und sieht darin y als veränderlich an, so erhält man:

$$d(mx^{m-1}y^n) = m \cdot n \cdot x^{m-1} \cdot y^{n-1} \cdot dy$$

$$\text{oder}\quad \frac{d^2u}{dydx} = m \cdot n \cdot x^{m-1}y^{n-1}$$

Hier ist hinsichtlich der obigen Bezeichnung $\frac{d^{n+m}u}{dy^n dx^m}$, das $n=1$, und $m=1$,

daher ist $\frac{d^2u}{dydx}$ der 1te Differential-Koeffizient der Funktion $\frac{du}{dx}$, wenn y allein für veränderlich gilt; $\frac{du}{dx}$ war aber selbst der erste Differential-Koeffizient der Funktion u, da x allein als veränderlich angesehen wurde.

Da nun y mit seiner Veränderung in y + k durch alle binomischen Glieder hindurchgeht, und also alle aufeinander folgenden Differential-Koeffizienten enthält, so wird die Funktion $\frac{du}{dx}$ durch die Veränderlichkeit von y in eine ganze Reihe von Differential-Koeffizienten verwandelt, welche in der Reihe 4 dargestellt ist. Da nun die Reihe 2 die Differential-Koeffizienten für die alleinige Veränderlichkeit von y schon darstellt, so braucht man auch in ihr nur $\frac{du}{dx}$ statt u zu setzen, um die beabsichtigte Entwickelung dieser Funktion $\frac{du}{dx}$ zu erhalten. Es ist aber nicht allein das Glied $\frac{du}{dx}$, welches durch die Veränderung von y in y + k in eine ganze Reihe verwandelt wird, sondern auch alle die folgenden Glieder $\frac{d^2u}{dx^2}$, $\frac{d^3u}{dx^3}$ u. s. f., werden ebenfalls in Reihen entwickelt, welche auf ähnliche Weise gefunden werden. Man setzt also in der Reihe 2 statt u überall $\frac{d^2u}{dx^2}$, und erhält so die Entwickelung dieser Funktion in die entsprechende Differential-Koeffizienten-Reihe für den Fall, daß y veränderlich geworden. Durch die Verwandlung von y in y + k werden also die Differential-Koeffizienten der Reihe 3 in folgende Reihen verwandelt:

$$\frac{du}{dx} \text{ in } \frac{du}{dx} + \frac{d^2u}{dydx} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^3u}{dy^2dx} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^4u}{dy^3dx} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} \text{ in } \frac{d^2u}{d^2x} + \frac{d^3u}{dydx^2} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^4u}{dy^2dx^2} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^5u}{dy^3dx^2} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.}$$

$$\frac{d^3u}{dx^3} \text{ in } \frac{d^3u}{dx^3} + \frac{d^4u}{dydx^3} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^5u}{dy^2dx^3} \cdot \frac{k^2}{1 \cdot 2} + \frac{d^6u}{dy^3dx^3} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.}$$

Diese Werthe für die einzelnen Glieder der Reihe 3 muß man in dieselbe setzen; man ordnet dabei die ganze Reihe am besten so, daß diejenigen Glieder, in welchen die Exponenten von x und y zusammengenommen dieselbe Summe ausmachen, in dieselbe Kolumne oder perpendikuläre Reihe kommen; man erhält alsdann das vollständige U = f (x + h, y + k) in folgender Weise:

$$5 \left\{ \begin{aligned} f(x+h, y+k) = u &+ \frac{du}{dy} \cdot \frac{k}{1} + \frac{d^2u}{dy^2} \cdot \frac{k^2}{1\,.\,2} + \frac{d^3u}{dy^3} \cdot \frac{k^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \text{ꝛc.} \\ &+ \frac{du}{dx} \cdot \frac{h}{1} + \frac{d^2u}{dydx} \cdot \frac{kh}{1\,.\,1} + \frac{d^3u}{dy^2dx} \cdot \frac{k^2h}{1\,.\,2\,.\,1} + \text{ꝛc.} \\ &+ \frac{d^2u}{dx^2} \cdot \frac{h^2}{1\,.\,2} + \frac{d^3u}{dydx^2} \cdot \frac{k\,.\,h^2}{1\,.\,1\,.\,2} + \text{ꝛc.} \\ &+ \frac{d^3u}{dx^3} \cdot \frac{h^3}{1\,.\,2\,.\,3} + \text{ꝛc.} \end{aligned} \right.$$

Man hätte dasselbe Resultat erhalten, wenn in die Reihe 3 überall statt u der Differential-Koeffizient $\frac{du}{dy}$ gesetzt wäre, und nachher die Reihen statt $\frac{du}{dy}$, $\frac{d^2u}{dy^2}$ in die Reihe 2 genommen wären. Dies folgt aus der Lehre der partiellen Differentiale. Denn differenzirt man $\frac{du}{dx} = m \,.\, x^{m-1} y^n$, so hat man:

$$\frac{d^2u}{dydx} = m \,.\, n \,.\, x^{m-1} \,.\, y^{n-1};$$

Differenzirt man ferner $\frac{du}{dy} = n \,.\, x^m \,.\, y^{n-1}$, so hat man:

$$\frac{d^2u}{dydx} = m \,.\, n \,.\, x^{m-1} \,.\, y^{n-1}$$

Das Resultat ist dasselbe; daher müssen die obigen Differentiationen ebenfalls zum gleichen Endresultat führen.

Zieht man u von U, oder f (x, y) von f (x + h, y + k) ab, indem man die Glieder von jeder Kolumne in eine horizontale Linie, und zugleich auf eine Benennung bringt, so hat man:

$$6)\left\{\begin{array}{l} f(x + h, y + k) - f(x, y) = \frac{1}{1}\left(\frac{du}{dx} h + \frac{du}{dy} k\right) \\ + \frac{1}{1\,.\,2}\left(\frac{du^2}{dx^2} h^2 + 2 \frac{d^2u}{dxdy} hk + \frac{d^2u}{dx^2} k^2\right) \\ + \text{ꝛc. ꝛc.} \end{array}\right.$$

Der Koeffizient 2 vor dem zweiten Gliede in der Klammer der zweiten Reihe kommt aus dem Divisor 1 . 1 in dem entsprechenden Gliede der Entwickelung bei 5, welche in der Entwickelung bei 6 durch den gemeinschaftlichen Divisor 2 ersetzt werden sollte. Verwandelt man jetzt h in dx, und k in dy, und nimmt man (vergl. S. 1126) das Differential in seiner eigentlichen Bedeutung als Grenze der Differenz, so zeigt sich, daß das Differential der Funktion u in den beiden Gliedern besteht, welche die erste Linie der Entwickelung bei 6 ausmachen; es ist also:

$$df(x, y) = du = \frac{du}{dx} dx + \frac{du}{dy} dy;$$

das vollständige Differential enthält also (vergl. S. 1131) die beiden partiellen Differentiale, von denen das eine sich auf die Veränderlichkeit von x, das andere auf diejenige von y bezieht.

Wenn man Gleichungen zu differenziren hat, so ist ein großer Unterschied darin, ob sie gesonderte oder gemischte Gleichungen sind. Gesonderte Gleichungen haben die Veränderliche auf einer Seite und die Funktion auf der andern, und treten also in einer Form wie Y = X auf, wo y eine Funktion von y, X eine von x ist.

Die gemischten Gleichungen dagegen enthalten die Veränderliche und die Funktion derselben unter einander gemischt und verknüpft.

Zuwachse dx und dy von einander unabhängig; und deshalb müssen die beiden Größen, welche dieselben multipliziren, jede für sich gleich Null sein.

3 Geht eine gerade Linie AN, Fig. 187, Tafel XXXV, D, durch den Ursprung A der Koordinaten, so hat man für ihre verschiedenen Punkte, wie D, N u. s. w., folgende Gleichungen zwischen ihren Koordinaten-Paaren (vgl. S. 1730):

$$\frac{DC}{AC} = \frac{PN}{AP}$$

Bezeichnet man dieses konstante Verhältniß zwischen den Koordinaten durch a, so ist die Gleichung dieser geraden Linie AN:

$$y = ax \text{, oder } \frac{y}{x} = a.$$

Bezeichnet man ferner den Winkel NAP durch α, so hat man $x = \cos\alpha$, und $y = \sin\alpha$; daher:

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \text{tang}\,\alpha = a.$$

Geht eine gerade Linie BM nicht durch den Ursprung A der Koordinaten, so hat man, wenn AN parallel mit BM, und $AB = b$ ist:

$$\text{VIII)} \quad y = ax + b.$$

Die allgemeinste Formel einer Gleichung vom ersten Grade ist:

$$Ay + Bx + C = 0; \text{ oder } y = -\frac{B}{A}x - \frac{C}{A}$$

Drückt man die beiden negativen Koeffizienten durch a und b aus, so ist $y = ax + b$, woraus sich zeigt, daß jede Gleichung des ersten Grades zu einer geraden Linie gehört (vergl. S. 1729). Macht man in obiger Gleichung VIII $x = 0$, so ist $y = b = AB$, d. h. die Ordinate ist im Ursprunge zu suchen; macht man $y = 0$, so hat man aus VIII $x = -\frac{b}{a}$ d. h. die Abszisse ist negativ, also $= AE$.

4 Es gehe die gerade Linie durch zwei gegebene Punkte; die Koordinaten des ersten seien x', y'; diejenigen des zweiten x'', y''; und die Gleichung der Linie sei $y = ax + b$, daher auch $y' = ax' + b$, man hat daher:

$$\text{IX)} \quad y - y' = a(x - x')$$

Diese Gleichung gilt für alle geraden Linien, welche durch den Punkt (x', y') gehen, und sich durch nichts Anderes als den Werth von a unterscheiden.

Da diese gerade Linie auch durch den Punkt (x'', y'') gehen soll, so hat man auch:

$$\text{X)} \quad y'' - y' = a(x'' - x')$$

$$\text{daher XI)} \quad a = \frac{y'' - y'}{x'' - x'}; \text{ und } y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'} \cdot (x - x').$$

5 Um den Winkel zu finden, den zwei gerade Linien bilden, sei, Fig. 188,

Tafel XXXV, D, die erste BC und die zweite DC; der Winkel CBA, den die erste mit der Axe der x macht sei $= \alpha$; um den Winkel, den DC mit derselben Axe der x bildet, zu konstruiren, zieht man BE parallel mit DC, alsdann sei Winkel EBA $= \alpha'$. Man hat nun nach obigen Gleichungen:

$$a = \text{tang } \alpha;\ a' = \text{tang } \alpha' \text{ und der gesuchte Winkel } V = \alpha - \alpha'.$$

Es ist aber die Tangente einer Bogendifferenz (vergl. S. 747)

$$\text{tang } V = \frac{\text{tang } \alpha - \text{tang } \alpha'}{r^2 + \text{tang } \alpha \,.\, \text{tang } \alpha'} \cdot r^2$$

oder, wenn man $r = 1$, und statt der Tangenten die Verhältnißzahlen der Koordinaten setzt:

$$\text{XII)}\quad \text{tang } V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$$

Wenn $a = a'$, so sind die geraden Linien parallel, weil $V = 0$. Wenn $1 + aa' = 0$ so ist $\text{tang } V = \infty$, also der Winkel V ein rechter.

Damit also die beiden geraden Linien parallel seien, muß man haben:

$$\text{XIII)}\quad a = a'.$$

Damit die beiden geraden Linien perpendikulär auf einander seien, muß man haben:

$$\text{XIV)}\quad 1 + aa' = 0.$$

Soll also durch einen gegebenen Punkt eine gerade Linie so gezogen werden, daß sie mit einer andern, deren Gleichung $y = ax + b$ ist, entweder parallel geht; oder perpendikulär auf ihr steht; oder einen bestimmten Winkel mit ihr bildet; oder einen Winkel von 45° mit ihr macht: so hat man folgende vier Gleichungen; in der dritten ist $m = \text{tang } V$, d. h. gleich der Tangente des verlangten Winkels:

1) $y - y' = a(x - x')$; wenn beide Linien parallel sein sollen;

2) $y - y' = -\frac{1}{a}(x - x')$; wenn beide senkrecht auf einander stehen sollen;

3) $y - y' = \frac{a - m}{am + 1} \cdot (x - x')$; wenn beide einen bestimmten Winkel bilden sollen;

4) $y - y' = \frac{a - 1}{a + 1} \cdot (x - x')$; wenn beide einen Winkel von 45° bilden sollen.

Die Gleichung der gesuchten geraden Linie ist ursprünglich folgende:

$$y - y' = a'(x - x')$$

Sind beide Linien parallel, so ist auch bei beiden das Verhältniß der Koordinaten ein und dasselbe, daher $a = a'$, woraus sich die erste dieser Gleichungen ergiebt.

Wenn man daher zwischen x und y eine beliebige Gleichung $f(x, y) = 0$ hat, so soll man vermöge derselben sowohl x durch y als auch y durch x bestimmen können; verwandelt man nun x in $x + h$, und y in $y + k$, so muß man auch noch haben (vergl. S. 1999):

$$f(x + h, y + k) = 0; \text{ und auch } f(x + h, y + k) - f(x, y) = 0.$$

Setzt man nun wie vorher $u = f(x, y) = 0$, so hat man nach der Entwickelung bei 6:

$$7) \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{1}\left(\frac{du}{dx} h + \frac{du}{dy} k\right) \\ &+ \frac{1}{1 \cdot 2}\left(\frac{d^2u}{dx^2} h^2 + 2 \cdot \frac{d^2u}{dxdy} hk + \frac{d^2u}{d^2y} k^2\right) = 0. \end{aligned} \right.$$

Sieht man y als die abhängige Größe an, so findet man seinen Differential-Koeffizienten durch die Grenze des Verhältnisses $\frac{k}{h}$ (vgl. S. 1126). Setzt man $k = \pi h$, so lassen sich sämmtliche Glieder durch h dividiren. Nimmt man hierauf $h = 0$, um zur Grenze zu kommen, so hat man:

$$\frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} \cdot \pi = 0.$$

Nimmt man statt k seine Grenze dy, und statt h seine Grenze dx, so ist die Grenze von π die Größe $\frac{dy}{dx}$ man hat daher:

$$8) \quad \frac{du}{dx} + \frac{du}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 0; \text{ oder } \frac{du}{dx} dx + \frac{du}{dy} dy = 0.$$

Die letzte Gleichung erhält man durch Multiplikation der beiden Glieder mit dx. Man darf aber in der letzten Gleichung ja nicht $\frac{du}{dx} \cdot dx$ mit du, und eben so wenig $\frac{du}{dy} \cdot dy$ mit du verwechseln. Denn in dem Ausdrucke $\frac{du}{dx}$ ist das du nicht das vollständige, sondern nur das partielle Differential (S. 1131) von u in Beziehung auf die Veränderlichkeit von x; und in dem Ausdrucke $\frac{du}{dy}$ ist ebenfalls du nur das partielle Differential von u in Beziehung auf die Veränderlichkeit von y. Diese Beschränkung muß also dadurch angedeutet werden, daß man dem du seine Divisoren dx und dy giebt; und nur allein das vollständige Differential von u darf mit dem Ausdrucke du ohne Divisor bezeichnet werden.

Der letzte Ausdruck bei 8 ist also der erste Differential-Koeffizient der Funktion u nach der Entwickelung bei 6 (S. 2003).

Hat man also eine Gleichung $u = 0$ zwischen zwei Veränderlichen x und y, und will den ersten Differential-Koeffizienten der Funktion y finden: so differenzirt man die erste Seite dieser Gleichung so, als wären die bei-

den Veränderlichen von einander unabhängig, setzt hierauf das Resultat gleich Null, und zieht daraus den Werth von $\frac{dy}{dx}$.

Will man ferner eine Gleichung bilden, welche das Verhältniß zwischen dem ersten und zweiten Differential-Koeffizienten ausdrückt, so muß man die Gleichung, welche den ersten ausdrückt, differenziren, indem man diesen ersten Differential-Koeffizienten als eine neue Veränderliche ansieht, und das Resultat durch dx dividiren. Auf gleiche Art verfährt man mit den folgenden Differential-Koeffizienten, um durch diese wiederholten Differentiationen allmälig die Gleichungen zu erhalten, welche die Relationen zwischen den verschiedenen Differential-Koeffizienten ausdrücken.

Setzt man nun, wie oben (S. 2000) $u = 0$, eine Gleichung, welche x, y und z enthält, und betrachtet man x und y als die beiden unabhängigen, z als die von ihnen abhängige Funktion: so kann man das eine Mal y, das andere Mal x als konstant ansehen: im ersten Fall wird $u = 0$ als eine Gleichung zwischen den beiden Veränderlichen x und z; im andren Falle als eine zwischen den beiden Veränderlichen y und z zu behandeln sein.

Es sei zuerst x veränderlich, y konstant; alsdann hat man:

$$9)\quad \frac{du}{dx} + \frac{du}{dz} \cdot \frac{dz}{dx} = 0;$$

woraus sich der Differential-Koeffizient von z ableiten läßt, der sich auf die Veränderlichkeit von x bezieht. Hiebei muß man eben wie bei 8, das dz in $\frac{dz}{dx}$ nur für das partielle Differential von z in Beziehung auf x ansehen.

Es sei y veränderlich, x konstant; alsdann hat man:

$$10)\quad \frac{du}{dy} + \frac{du}{dz} \cdot \frac{dz}{dy} = 0.$$

Multiplizirt man die Gleichung 9 mit dx, die Gleichung 10 mit dy, und addirt darauf beide, so erhält man:

$$11)\quad \frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{du}{dy} \cdot dy + \frac{du}{dz} \left(\frac{dz}{dx} \cdot dx + \frac{dz}{dy} \cdot dy\right) = 0.$$

wobei wieder $\frac{dz}{dx} \cdot dx$ nicht gleich dz gesetzt werden darf.

Es ist aber (vergl. S. 2004 Gleichung 8) $\frac{dz}{dx} \cdot dx + \frac{dz}{dy} \cdot dy$ das vollständige Differential von z; man erhält also:

$$12)\quad \frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{du}{dy} \cdot dy + \frac{du}{dz} \cdot dz = 0.$$

d. h. man kann das in Bezug auf die drei Veränderlichen x, y und z genommene Differential der Gleichung $u = 0$ auch gleich Null setzen. Diese Differentialgleichung ist aber dann mit zwei Gleichungen gleichbedeutend; denn setzt man in ihr statt dz dessen Werth, d. h. $\frac{dz}{dy} \cdot dx + \frac{dz}{dy} \cdot dy$, so sind die beiden

Zuwachse dx und dy von einander unabhängig; und deshalb müssen die beiden Größen, welche dieselben multipliziren, jede für sich gleich Null sein.

3 Geht eine gerade Linie AN, Fig. 187, Tafel XXXV, D, durch den Ursprung A der Koordinaten, so hat man für ihre verschiedenen Punkte, wie D, N u. s. w., folgende Gleichungen zwischen ihren Koordinaten-Paaren (vgl. S. 1730):

$$\frac{DC}{AC} = \frac{PN}{AP}$$

Bezeichnet man dieses konstante Verhältniß zwischen den Koordinaten durch a, so ist die Gleichung dieser geraden Linie AN:

$$y = ax\text{, oder } \frac{y}{x} = a.$$

Bezeichnet man ferner den Winkel NAP durch α, so hat man $x = \cos\alpha$, und $y = \sin\alpha$; daher:

$$\frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \text{tang}\,\alpha = a.$$

Geht eine gerade Linie BM nicht durch den Ursprung A der Koordinaten, so hat man, wenn AN parallel mit BM, und $AB = b$ ist:

$$\text{VIII)}\quad y = ax + b.$$

Die allgemeinste Formel einer Gleichung vom ersten Grade ist:

$$Ay + Bx + C = 0;\ \text{oder } y = -\frac{B}{A}x - \frac{C}{A}$$

Drückt man die beiden negativen Koeffizienten durch a und b aus, so ist $y = ax + b$, woraus sich zeigt, daß jede Gleichung des ersten Grades zu einer geraden Linie gehört (vergl. S. 1729). Macht man in obiger Gleichung VIII $x = 0$, so ist $y = b = AB$, d. h. die Ordinate ist im Ursprunge zu suchen; macht man $y = 0$, so hat man aus VIII $x = -\frac{b}{a}$ d. h. die Abszisse ist negativ, also $= AE$.

4 Es gehe die gerade Linie durch zwei gegebene Punkte; die Koordinaten des ersten seien x', y'; diejenigen des zweiten x'', y''; und die Gleichung der Linie sei $y = ax + b$, daher auch $y' = ax' + b$, man hat daher:

$$\text{IX)}\quad y - y' = a\,(x - x')$$

Diese Gleichung gilt für alle geraden Linien, welche durch den Punkt (x', y') gehen, und sich durch nichts Anderes als den Werth von a unterscheiden.

Da diese gerade Linie auch durch den Punkt (x'', y'') gehen soll, so hat man auch:

$$\text{X)}\quad y'' - y' = a\,(x'' - x')$$

$$\text{daher XI)}\quad a = \frac{y'' - y'}{x'' - x'};\ \text{und } y - y' = \frac{y'' - y'}{x'' - x'} \cdot (x - x').$$

5 Um den Winkel zu finden, den zwei gerade Linien bilden, sei, Fig. 188,

Tafel XXXV, D, die erste BC und die zweite DC; der Winkel CBA, den die erste mit der Axe der x macht sei $= \alpha$; um den Winkel, den DC mit derselben Axe der x bildet, zu konstruiren, zieht man BE parallel mit DC, alsdann sei Winkel EBA $= \alpha'$. Man hat nun nach obigen Gleichungen:

$$a = \text{tang } \alpha;\ a' = \text{tang } \alpha' \text{ und der gesuchte Winkel } V = \alpha - \alpha'.$$

Es ist aber die Tangente einer Bogendifferenz (vergl. S. 747)

$$\text{tang } V = \frac{\text{tang } \alpha - \text{tang } \alpha'}{r^2 + \text{tang } \alpha \,.\, \text{tang } \alpha'} \,.\, r^2$$

oder, wenn man $r = 1$, und statt der Tangenten die Verhältnißzahlen der Koordinaten setzt:

$$\text{XII)} \quad \text{tang } V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$$

Wenn $a = a'$, so sind die geraden Linien parallel, weil $V = 0$. Wenn $1 + aa' = 0$ so ist $\text{tang } V = \infty$, also der Winkel V ein rechter.

Damit also die beiden geraden Linien parallel seien, muß man haben:

$$\text{XIII)} \quad a = a'.$$

Damit die beiden geraden Linien perpendikulär auf einander seien, muß man haben:

$$\text{XIV)} \quad 1 + aa' = 0.$$

Soll also durch einen gegebenen Punkt eine gerade Linie so gezogen werden, daß sie mit einer andern, deren Gleichung $y = ax + b$ ist, entweder parallel geht; oder perpendikulär auf ihr steht; oder einen bestimmten Winkel mit ihr bildet; oder einen Winkel von 45° mit ihr macht: so hat man folgende vier Gleichungen; in der dritten ist $m = \text{tang } V$, d. h. gleich der Tangente des verlangten Winkels:

1) $y - y' = a(x - x')$; wenn beide Linien parallel sein sollen;

2) $y - y' = -\frac{1}{a}(x - x')$; wenn beide senkrecht auf einander stehen sollen;

3) $y - y' = \frac{a - m}{am + 1} \,.\, (x - x')$; wenn beide einen bestimmten Winkel bilden sollen;

4) $y - y' = \frac{a - 1}{a + 1} \,.\, (x - x')$; wenn beide einen Winkel von 45° bilden sollen.

Die Gleichung der gesuchten geraden Linie ist ursprünglich folgende:

$$y - y' = a'(x - x')$$

Sind beide Linien parallel, so ist auch bei beiden das Verhältniß der Koordinaten ein und dasselbe, daher $a = a'$, woraus sich die erste dieser Gleichungen ergiebt.

Da die Tangente des rechten Winkels unendlich ist (vergl. S. 654), so muß in dem Ausdrucke $\tang V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$ der Nenner oder Divisor $1 + aa' = 0$ werden, indem $\frac{a - a'}{0} = \infty$ (vergl. S. 1122).

Da $aa' + 1 = 0$, so ist $a' = -\frac{1}{a}$; also $y - y' = -\frac{1}{a}(x - x')$, woraus sich die zweite Gleichung ergiebt.

Aus der Gleichung $\tang V = \frac{a - a'}{1 + aa'}$ erhält man, wenn $\tang V = m$ ist:

$$m(1 + aa') = a - a';\ m + maa' = a - a';\ a' + maa' = a - m;$$

$$a'(1 + ma) = a - m;\ \text{also}\ a' = \frac{a - m}{am + 1}.$$

Daher nach der Gleichung $y - y' = a'(x - x')$ erhält man vermittelst des letzten Werthes von a' die dritte Gleichung.

Die Tangente von 45° ist gleich dem Radius, weil sie die Kathete eines gleichschenkligen Dreiecks bildet; nimmt man also statt m den Werth des Radius gleich 1, so wird $a' = \frac{a - 1}{a + 1}$, woraus sich die vierte Gleichung ergiebt.

6 Es seien zwei gerade Linien gegeben; ihre Gleichungen heißen $y = ax + b$, und $y = a'x + b'$. Das x kann für beide Linien in ihrer ganzen Ausdehnung dasselbe sein; alsdann unterscheidet sich aber y; und umgekehrt. Der Punkt, in welchem sich beide Linien schneiden, ist der einzige, wo für beide Linien sowohl x als y dieselben sind. Soll man daher für ein Paar gerade Linien den Durchschnittspunkt finden, so muß man die Veränderlichen eliminiren; alsdann erhält man die Koordinaten des Durchschnittspunktes.

Daher $ax + b = a'x + b'$; $ax - a'x = b' - b$; $x(a - a') = b' - b$;

$$\text{A)}\quad x = \frac{b' - b}{a - a'}$$

Setzt man diesen Werth von x in die Gleichung $y = ax + b$, so ist:

$$y = \frac{b'a - ba}{a - a'} + b;\quad y = \frac{ab' - ab + ab - a'b}{a - a'}$$

$$y = \frac{ab' - a'b}{a - a'}$$

Also durch Elimination von x und y in den Gleichungen zweier geraden Linien findet man die Koordinaten ihrer Durchschnittspunkte. Macht man ferner in der Gleichung einer geraden Linie $y = 0$ oder $x = 0$, so findet man die Punkte, wo die gerade Linie die Axe der x oder der y schneidet (vergl. S. 1729).

7 Es seien zwei Punkte M und N (Tafel XXXV, D, Fig. 189) gegeben, und zwar die Koordinaten des erstern x' und y', die des zweiten x'' und y''. Man soll die Entfernung beider Punkte finden.

Man zieht MR parallel mit der Axe der x, und die beiden Perpendikel MP

und NQ. Das rechtwinklige Dreieck NMR giebt $MN^2 = MR^2 + NR^2$. Es ist aber $NR = NQ - NR = y'' - y'$; $MR = AQ - AP = x'' - x'$; daher die Distanz MN oder δ

$$B) \quad \delta = \sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2}$$

Die Distanz AM des Punktes M vom Ursprunge der Koordinaten, auch mit δ bezeichnet, ist:

$$\delta = \sqrt{(x'^2 + y'^2)}$$

Sollen die beiden Punkte auf einer geraden Linie BN liegen, deren Gleichung $y = ax + b$ wäre, so müßten die Koordinaten folgenden beiden Gleichungen Genüge leisten:

$$y' = ax' + b, \text{ und } y'' = ax'' + b.$$

Setzt man diese Werthe von y'' und y' in die Gleichung B, so wird:

$$\delta = \sqrt{(x'' - x')^2 + (ax'' + b - ax' - b)^2} = \sqrt{(x'' - x')^2 + (ax'' - ax')^2}$$

Sondert man den gemeinschaftlichen Faktor $(x'' - x')^2$ ab, so hat man:

$$\delta = \sqrt{(x'' - x')^2 . (1 + a^2)}$$

Zieht man den ersten Faktor unter dem Wurzelzeichen hervor, so erhält man:

$$\delta = (x'' - x') . \sqrt{(1 + a^2)}$$

Es seien, Fig. 190, N und M zwei Punkte im Raume, die Koordinaten 8 des erstern x, y, z, die des zweiten x', y', z'; ferner n und m ihre Projektionen auf der Ebene der xy, und mn die Projektion der Linie $MN = R$.

Man hat nach der Gleichung B:

$$mn^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2$$

Man zieht ferner MP parallel mit mn, und erhält das in P rechtwinklige Dreieck MNP, woraus $MN^2 = MP^2 + NP^2$. Es ist aber $NP = Nn - nP = Nn - Mm = z - z'$, daher, wenn man dazu obigen Werth von mn^2 nimmt:

$$C) \quad MN^2 = R^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$$

R ist die Distanz zwischen den Punkten (xyz) und (x'y'z'), betrachtet man x, y, z als veränderlich, so ist die Gleichung C diejenige einer Kugeloberfläche, deren Radius = R ist, und deren Mittelpunkt im Punkte (x'y'z') liegt, wie sich gleich im folgenden Satze zeigen wird.

Wenn mB und nC parallel mit Ay sind, so ist $BC = x - x' =$ der Projektion der Linie MN auf der Axe der x; es ist also, da aus der Gleichung C

$$MN = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

die Länge einer Linie im Raume gleich der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate ihrer Projektionen auf den drei Axen.

Da MP parallel mit mn, so ist NMP der Winkel, den MN mit der Ebene xy macht, auf welcher mn ihre Projektion ist. Man hat also die Proportion

$$MN : MP = r : \cos NMP; \text{ daher } MN = \frac{MP}{\cos NMP}$$

Es ist also eine Linie im Raume gleich dem Quotienten ihrer Projektion auf irgend einer Ebene dividirt durch den Kosinus des Winkels, den sie mit dieser Ebene macht.

9 In Fig. 191 ist der Punkt M durch die drei koordinirten Ebenen bestimmt. Es sei $MP = z = c$; $AN = x = a$; $AS = y = b$. Vollendet man das Parallelepipedon QN, so ist $MQ = a$; $MR = b$; $MP = z$.

Die drei koordinirten Ebenen können sämmtlich über den Punkt A hinaus verlängert werden; alsdann bilden sie außer dem jetzt sichtbaren körperlichen Winkel zAxy noch sieben andere ihm gleiche. Alsdann erhalten die Koordinaten auch ihre negativen Zeichen (vergl. S. 1917); die z sind negativ, wenn sie unterhalb der Ebene x, y fallen; die x sind negativ, wenn sie links von der Ebene z, y fallen; die y sind negativ, wenn sie hinter der Ebene z, x liegen.

Hat man eine Gleichung zwischen den drei Koordinaten x, y, z, wie $f(x, y, z) = 0$, so ist sie unbestimmt. Nimmt man für zwei dieser Variabeln bestimmte Werthe, wie $x = a = AN$, $y = b = PN$, so giebt die Gleichung für z wenigstens eine Wurzel $z = c$. Ist c reell, so errichtet man in dem Punkte P ein Perpendikel $PM = c$ auf der Ebene yAx, und der Punkt M ist auf diese Art im Raume bestimmt.

Läßt man die Werthe von x und y wechseln, so erhält man eben so viele Punkte M; verbindet man diese in Gedanken durch einen ununterbrochenen Zusammenhang, so entsteht eine Oberfläche eines Kegels, oder eines Cylinders, oder einer Kugel. Die Gleichung $f(x, y, z) = 0$ ist also die Gleichung der Oberfläche, weil sie die Punkte derselben von denen des Raumes überhaupt unterscheidet. Hat z mehrere reelle Wurzelwerthe, so hat die Oberfläche mehrere Seiten; ist z imaginär (vergl. S. 498—502), so trifft das in P errichtete unbestimmte Perpendikel die Ebene xy nicht.

Nimmt man für y einen konstanten Werth wie $y = b = AS$, und läßt x sich verändern, so bewegt sich die Ordinate $QS = z$ längs SP parallel mit der Ebene xz, und die entsprechenden Veränderungen, die sie erleidet, werden durch die Gleichung $f(x, b, z) = 0$ bestimmt sein; das ist aber die Gleichung für den Durchschnitt der Oberfläche mit der Ebene MS. Macht man $x = a$ oder $z = c$, so hat man die Durchschnitte der Oberfläche mit den Ebenen MN oder QR, welche den Koordinaten-Ebenen yz und xy parallel sind.

Dem Vorigen zufolge ist $z = 0$ offenbar die Gleichung der Ebene xy; $z = c$ diejenige einer Ebene, die der Ebene xy parallel ist, aber um die Größe c von ihr absteht; $x = 0$ ist die Gleichung der Ebene yz, $x = a$ die Gleichung der Ebene MN parallel mit yz, und von ihr um a abstehend.

10 Das rechtwinklige Dreieck AMP, Fig. 191, giebt:

$$z^2 + AP^2 = AM^2;$$

das Dreieck APN giebt $AP^2 = x^2 + y^2$; daher wenn $AM = R$

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2; \text{ also } R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Also der Abstand eines Punktes vom Ursprunge der Koordinaten ist gleich der Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der Koordinaten.

Nimmt man x, y und z als variabel, so bezeichnet diese Gleichung alle Punkte des Raumes, deren Abstand vom Ursprunge immer derselbe, nämlich = R ist; dies ist also die Gleichung der Oberfläche einer Kugel, deren Radius = R ist, und deren Mittelpunkt im Ursprunge der Koordinaten liegt.

Läßt man in Fig. 190 die Koordinaten x, y und z sich verändern, so giebt $R = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$ die Gleichung einer Kugel, deren Radius = R ist, und deren Mittelpunkt in dem Punkte (x', y', z') liegt.

11 Jede Gleichung zwischen drei Veränderlichen stellt eine Oberfläche dar; zur Ordinate der Oberfläche wählt man diejenige Veränderliche, welche als Funktion der beiden andern, d. h. als durch sie bestimmt angesehen werden soll. Bezeichnet man also die drei Veränderlichen mit x, y, z, und bezieht sie auf die drei senkrecht auf einander stehenden Axen: so wird z zur Ordinate, x und y zu Abszissen eines beliebigen Punktes der Oberfläche angenommen; demnach ist z eine Funktion von x und y.

12 So wie die Linien durch die Bewegung eines Punktes, so werden die Oberflächen durch die Bewegung von Linien erzeugt (vergl. S. 626 Nr. 5, S. 630 Nr. 21, 22; S. 636, Nr. 47; S. 1216, §. 170); z. B. die Oberfläche eines Cylinders entsteht durch die Bewegung einer geraden Linie, die sich immer parallel bleibt; die Oberfläche eines Kegels durch die Bewegung einer geraden Linie, die immer durch einen und denselben gegebenen Punkt hindurchgeht. Um die Bewegung der erzeugenden Linie zu lenken, denkt man sich beim Cylinder und Kegel eine Kreislinie, über deren sämmtliche Punkte der bewegliche Endpunkt der erzeugenden Geraden hingleiten muß; man kann sich aber auch für die Bildung andrer Oberflächen zur lenkenden Linie einer jeden andern beliebigen, und im Raume beliebig gelegenen krummen Linie bedienen.

13 Es seien, (Fig. 192, Tafel XXXV, D), ABC, ABD, CAD die drei senkrecht auf einander stehenden koordinirten Ebenen, und AB, AC, AD die drei Koordinatenaxen. Es soll die Gleichung einer Ebene HAK gesucht werden, welche durch den Punkt A geht. Die Ebene macht mit der Ebene DAC den Durchschnitt HA, und mit der Ebene BAD den Durchschnitt AK.

Es sei M ein Punkt der Ebene HAK, und seine Koordinaten Am = x, mp = y, pM = z. Man zieht pm'' parallel mit AB, mk und m''h parallel mit PM; diese beiden letzteren Linien schneiden HA in h und AK in k; man macht pl = mk, und zieht m''l und kl. Ferner zieht man Mh; alsdann sind Mh und Ak, als Schnitte zweier paralleler Ebenen Mhm''l und KAB durch eine dritte Ebene HAK einander parallel (S. 1815 Nr. 37).

Da pl gleich und parallel mit mk ist, so sind auch, als Parallellinien zwischen Parallellinien, mp und kl untereinander und mit Am'' gleich und parallel. Hieraus folgt, daß auch m''l gleich und parallel mit Ak ist; also sind auch

m''l und Mh parallel und gleich; daher ist Mhm''l ein Parallelogramm, und Ml = hm''.

Die Winkel HAC und KAB bleiben für alle Punkte der Ebene HAK dieselben; man kann daher diese Winkel, wie auch ihre Tangenten, als bekannt ansehen. Es sei tang KAB = a, und tang HAC = b; alsdann ist in dem bei m rechtwinkligen Dreiecke Amk die Seite mk = Am . tang KAB = ax; und in dem bei m'' rechtwinkligen Dreiecke hAm'' die Seite hm'' = Am'' . tang HAC = by.

Hieraus erhält man Mp = Ml + lp = hm'' + mk = by + ax; da nun Mp = z so ist z = ax + by; dies ist also die Gleichung der Ebene HAK, d. h. die Gleichung einer Ebene, welche durch den Punkt A geht.

Geht aber die Ebene, deren Gleichung gesucht wird, nicht durch den Punkt A, wie z. B. die Ebene PQR, so kann man sich eine mit derselben parallel liegende und durch den Punkt A gehende Ebene, wie HAK, denken; für diese gilt die eben gefundene Gleichung:

$$D)\quad z = ax + by;$$

es ist aber jedes z für die Ebene PQR um das Stück AQ größer, als für die Ebene HAK; setzt man AQ = c, so ist die Gleichung für jede Ebene, welche nicht durch den Ursprungspunkt A der Koordinaten geht:

$$E)\quad z = ax + by + c.$$

Um dieser Gleichung eine regelmäßigere Gestalt zu geben (vergl. S. 1084 Nr. 8), multiplizirt man sie mit irgend einer Größe C, und setzt hierauf $-aC = A$; $-bC = B$; $-cC = D$; nimmt man also alle Glieder auf die Seite von z (vergl. S. 603 Nr. 10), so wird die obige Gleichung E zu folgender:

$$F)\quad Ax + By + Cz + D = 0.$$

Aus der Art, wie die Gleichung F gefunden worden, ergiebt sich zugleich, daß für jede Ebene, welche durch den Anfangspunkt der Koordinaten geht, c und folglich auch D = 0 ist; also:

$$G)\quad Ax + By + Cz = 0.$$

Ferner ergiebt sich daraus, daß wenn $Ax + By + Cz + D = 0$, und $A'x + B'y + C'z + D' = 0$ die Gleichungen für zwei parallele Ebenen sein sollen, $A' = A$, $B' = B$ und $C' = C$ sein muß.

Will man die Gleichungen für die Durchschnitte dieser Ebene mit den koordinirten Ebenen haben, so darf man nur nach und nach $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ setzen. Man erhält alsdann für den Schnitt der Ebene mit der Ebene der y, z die Gleichung:

$$H)\quad By + Cz + D = 0;$$

für den Schnitt mit der Ebene x, z:

$$K)\quad Ax + Cz + D = 0;$$

für den Schnitt mit der Ebene x, y:

$$L) \quad Ax + By + D = 0.$$

Wie schon vorher (S. 2010) bemerkt, so kann man sich die drei koordinirten Ebenen nach allen Seiten ohne Ende erweitert denken; es entstehen alsdann um den Punkt A acht körperliche Winkel, welche den Raum in eben so viele Gegenden theilen, in denen die Koordinaten x, y, z genommen werden können; so daß sie bald positiven, bald negativen Werth haben.

Es sei die Gleichung einer Ebene gegeben; man soll die Gleichung einer andern Ebene finden, welche jener parallel ist, und durch einen gegebenen Punkt geht. 14

Die Gleichung der gegebenen Ebene sei $Ax + By + Cz + D = 0$; alsdann kann die Gleichung der gesuchten Ebene keine andere Form haben (vergl. S. 2012, unter G), als diese $Ax + By + Cz + D' = 0$, worin nur D' unbekannt ist.

Die Koordinaten des gegebenen Punktes seien x', y', z'; da der Punkt in der gesuchten Ebene liegen soll, so hat man die Gleichung $Ax' + By' + Cz' + D' = 0$. Diese Gleichung von der vorigen abgezogen, hat man:

$$M) \quad A(x - x') + B(y - y') + C(z - z') = 0.$$

Wenn die Schnitte einer Ebene mit den beiden Projektionsebenen, nebst den Projektionen eines Punktes gegeben sind: so soll man die Lage der Projektionen eines Perpendikels finden, welcher aus dem gegebenen Punkte auf die gegebene Ebene herabgelassen worden. 15

Es seien AB und BC, Fig. 193, Tafel XXXV, D, die beiden gegebenen Schnitte der Ebene mit der horizontalen und vertikalen Projektionsebene, d und d'' die gegebenen Projektionen des Punktes, aus welchem das Perpendikel gezogen werden soll. Man zieht aus d senkrecht auf AB die Linie dg, und aus d'' senkrecht auf BC die Linie d''g''; diese beiden Linien dg und d''g'' geben die gesuchte Lage der Projektionen des Perpendikels.

Denn legt man durch dieses Perpendikel eine Vertikalebene, welche E heißen mag, so steht dieselbe sowohl auf der Horizontalebene, als auch auf der Ebene ABC perpendikulär (vergl. S. 1812 Nr. 20); also auch auf dem Schnitte AB, den diese Ebene mit der horizontalen Projektionsebene macht (vergl. S. 1813 Nr. 23).

Da nun AB senkrecht auf der Ebene E steht, so steht sie auch senkrecht auf dem Schnitt dieser Ebene mit der Horizontalebene; dieser Schnitt ist aber die Projektion des Perpendikels auf der Horizontalebene; und da dieselbe auch durch den Punkt d gehen muß, so ist dg die gesuchte Projektion.

Auf dieselbe Art läßt sich beweisen, daß d''g'' die gesuchte Projektion auf der Vertikalebene ist.

Es sei eine gerade Linie gegeben; man soll durch einen gegebenen Punkt eine Ebene legen, welche auf dieser Linie perpendikulär steht. 16

So eben ist gezeigt, daß, wenn eine Linie auf einer Ebene perpendikulär stehen soll, ihre Projektionen ebenfalls perpendikulär auf den Schnitten der

Ebene mit den Projektionsebenen stehen muß. Hierauf gründet sich folgende Auflösung.

Es sei $Ax + By + Cz + D = 0$ die Gleichung der gesuchten Ebene; alsdann hat man für die Schnitte dieser Ebene mit den Ebenen der x, z und der y, z (vergl. S. 2012 Gleichung H und K):

$$N)\left\{\begin{array}{l} Ax + Cz + D = 0;\ \text{also}\ x = -\frac{C}{A}z - \frac{D}{A}; \\ By + Cz + D = 0;\ \text{also}\ y = -\frac{C}{B}z - \frac{D}{B}; \end{array}\right.$$

Es seien $x = az + b$, $y = a'z + b'$, die Gleichungen für die Projektionen der gegebenen Linie auf die Ebenen der x, z und der y, z. Da diese Projektionen auf den Schnitten bei N perpendikulär stehen müssen: so hat man, weil die Tangente des rechten Winkels, den beide Linien bilden, unendlich ist (vrgl. S. 2007 Gleichung 14) $1 + a'a = 0$, also $a' = -\frac{1}{a}$; daher $-\frac{1}{a} = -\frac{C}{A}$; und $-\frac{1}{a'} = -\frac{C}{B}$; daher $A = aC$, $B = a'C$. Substituirt man diese Werthe in die Gleichung $Ax + By + Cz + D = 0$, so erhält man:

$$C(ax + a'y + z) + D = 0;\ \text{oder}\ ax + a'y + z + \frac{D}{C} = 0$$

Da diese Ebene durch einen gegebenen Punkt gehen soll, so seien x', y', z' die Koordinaten dieses Punktes; man hat alsdann auch

$$ax' + a'y' + z' + \frac{D}{C} = 0$$

Zieht man diese Gleichung von der vorigen ab, so erhält man:

$$P)\quad a(x - x') + a'(y - y') + (z - z') = 0;$$

dies ist die Gleichung für die gesuchte Ebene.

Ist aber umgekehrt die Gleichung einer Ebene $Ax + By + Cz + D = 0$ gegeben; und soll man die Linie finden, welche auf dieser Ebene senkrecht steht, und durch einen gegebenen Punkt geht: so darf man nur für a, a' ihre Werthe $\frac{A}{C}$, $\frac{B}{C}$ (aus den unter N gegebenen Herleitungen) in den Gleichungen $y = az + b$, und $y = a'z + b'$ substituiren. Man erhält hiedurch

$$x = \frac{A}{C}z + b;\ y = \frac{B}{C}z + b'$$

Da nun das Perpendikel auch durch einen gegebenen Punkt gehen soll, dessen Koordinaten x', y', z' sein mögen, so hat man:

$$x' = \frac{A}{C}z' + b;\ y' = \frac{B}{C}z' + b'$$

Werden diese Gleichungen von den vorigen abgezogen, so verschwinden b und b', und man erhält:

$$Q)\quad x - x' = \frac{A}{C}(z - z');\ y - y' = \frac{B}{C}(z - z');$$

Dies sind also die Gleichungen für die Projektionen des Perpendikels.

Zwischen einer beliebigen krummen Linie und ihrer Tangente kann keine 17 andere grade Linie, wohl aber können unendlich viele Kreislinien von verschiedenen Halbmessern dazwischen gezogen werden, die mit der krummen Linie eine gemeinschaftliche Tangente haben, und unter denen sich eine befinden muß, welche sich in der Umgebung des Berührungspunktes der krummen Linie mehr nähert, als alle andern; diese ist die oskulatorische Kreislinie (vrgl. S. 1721).

Alle krummen Linien, welche einen gemeinschaftlichen Punkt haben, und deren Ordinaten an diesem Punkte denselben Differential-Koeffizienten haben, berühren sich daselbst und haben eine gemeinschaftliche Tangente; aber sie können sich ebenso von einander unterscheiden, wie der oskulatorische Kreis von allen übrigen, die sich der gegebenen krummen Linie nicht so nähern. Man theilt deshalb die Berührungen in Ordnungen, nach der Anzahl der auf einander folgenden Differential-Koeffizienten, welche in jeder der beiden krummen Linien denselben Werth haben. Die Berührung der höchsten Ordnung, welche eine, bloß der Gattung nach gegebene krumme Linie im Allgemeinen mit einer andern gegebenen haben kann, wird Oskulation genannt. Eine Linie wird bloß ihrer Gattung nach angegeben, wenn die in ihrer Gleichung vorkommenden Konstanten unbestimmt sind. Die Ordnung einer höchsten Berührung richtet sich nach der um Eins verminderten Anzahl der unbestimmten Konstanten. So ist die Tangente, welche mit einer gegebenen Kurve im Allgemeinen nur eine einfache Berührung haben kann, eine oskulatorische Linie der ersten Ordnung.

Haben zwei Kurven die Gleichungen $y = f(x)$ und $y = F(x)$, so haben sie eine Berührung oder eine Oskulation von der ersten Ordnung, wenn sie für dieselbe Abszisse x den Bedingungen $y = Y$ und $y' = Y'$ genügen; sie haben eine von der zweiten Ordnung, wenn $y = Y$, $y' = Y'$ und $y'' = Y''$.

Auch die Flächen haben Berührungen und Oskulationen von verschiedenen Ordnungen. Eine Ebene, welche mit einer Kugeloberfläche nur einen Punkt gemein hat, heißt berührende Ebene, oder Tangential-Ebene. Sie entsteht, wenn sich eine Tangente um das Ende des senkrecht auf den Berührungspunkt gezogenen Diameters dreht. Die auf die berührende Ebene in dem Punkte, wo sie die Oberfläche berührt, senkrechte Gerade heißt Normale (vrgl. S. 1206, und S. 1722).

Es mögen zwei Oberflächen durch einen und denselben Punkt gehen, dessen Koordinaten x', y', z' seien, und wenn sich x' in $x' + h$, und y' in $y' + k$ verwandelt, so möge die Gleichung der ersten Oberfläche geben:

$$z' + ph + qk + \frac{1}{2}(rh^2 + 2shk + tk^2) + \text{ꝛc.}$$

Diejenige der zweiten

$$z' + Ph + Qk + \frac{1}{2}(Rh^2 + 2Shk + Tk^2) + \text{ꝛc.}$$

Alsdann wird der Abstand der beiden Oberflächen, im Sinne der Ordinate z' im zweiten betrachteten Punkte, folgender sein:

$$(p - P)h + (q - Q)k$$
$$+ \frac{1}{2}((r - R)h^2 + 2(s - S)hk + (t - T)k^2) + \text{ꝛc.}$$

Die Reihe kann konvergent gemacht werden, wenn h und k sehr klein sind, und deren Werth stets abnehmen wird, wenn sie nach und nach die Glieder der ersten, der zweiten ꝛc. Linie verlieren soll.

Jede dritte Oberfläche, bei welcher jene Glieder nicht verschwinden, muß in der nächsten Umgebung des gemeinschaftlichen Punktes außerhalb jener beiden Oberflächen fallen.

Hat man $p - P = 0$, und $q - Q = 0$, so berühren sich die beiden ersten Oberflächen, und zwar ist ihre Berührung von der ersten Ordnung.

Ist aber zu gleicher Zeit $r - R = 0$, $s - S = 0$, $t - T = 0$, so ist die Berührung von der zweiten Ordnung.

Nimmt man an, die zweite Oberfläche enthalte eine gewisse Anzahl von unbestimmten Konstanten, so kann man die letztern dazu gebrauchen, um die ersten Glieder des Abstandes der beiden Oberflächen verschwinden zu machen, und demnach die Berührung von der höchst möglichen Ordnung oder die Oskulation hervorzubringen.

Bezeichnet man die Koordinaten der zweiten Oberfläche mit x, y, z, so ist die erste Bedingung, daß nach der Verwandlung von x in x', und y in y' in der Gleichung jener Oberfläche, welche durch $u = 0$ dargestellt werden mag (vrgl. S. 2000), $z = z'$ werde, damit beide Oberflächen einen gemeinschaftlichen Punkt haben können.

Vertauscht man die Buchstaben p, q, r, s, t ꝛc., P, Q, R, S, T ꝛc. mit den Differential-Koeffizienten, welche sie darstellen, so werden die vorher aufgestellten Bedingungen:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz'}{dx'} \text{ und } \frac{dz}{dy} = \frac{dz'}{dy'}$$

wenn eine Berührung der ersten Ordnung stattfinden soll; und ferner:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = \frac{d^2z'}{dx'^2};\ \frac{d^2z}{dxdy} = \frac{d^2z'}{dx'dy'};\ \frac{d^2z}{dy^2} = \frac{d^2z'}{dy'^2}$$

wenn eine Berührung der zweiten Ordnung stattfinden soll. Es wird also verlangt, daß die partiellen Differentiale der Gleichung $u = 0$ der ersten, dann der zweiten u. s. w. Ordnung befriedigt werden, wenn x, y, z und deren Differentiale sich in x', y', z' und deren Differentiale verwandeln.

Um die Gleichung der berührenden Ebene zu erhalten, setze man statt $u = 0$ die Gleichung (vrgl. S. 2012, Gleichung E)

$$z = ax + by + c$$

Hier sind nur drei Konstanten; man kann also nur die drei Bedingungen einer Berührung der ersten Ordnung erfüllen. Die erste giebt

$$z = z' = ax' + by' + c$$

Die beiden andern geben (vrgl. S. 2016)

$$\frac{dz}{dx} = a = \frac{dz'}{dx'};\ \frac{dz}{dy} = b = \frac{dz'}{dy'}$$

Hieraus folgt:

$$z' = \frac{dz'}{dx'}\, x' + \frac{dz'}{dy'}\, y' + c$$

Zieht man diese Gleichung von derjenigen der Ebene ab, so erhält man

$$z - z' = \frac{dz'}{dx'}\,(x - x') + \frac{dz'}{dy'}\,(y - y')$$

oder

$$\text{R)}\quad z - z' = p(x - x') + q(y - y')$$

Dies ist die **Gleichung der die erste Oberfläche im Punkte (x', y', z') berührenden Ebene.** Nimmt man statt der Gleichung der Ebene $z = ax + by + c$ die andere (vrgl. S. 2012)

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

und ferner (vrgl. S. 2014) statt $z' = ax' + by' + c$ die Gleichung

$$Ax' + By' + Cz' + D' = 0$$

so erhält man durch Elimination von D und D' als Gleichung der Berührungs-Ebene am Punkte (x', y', z')

$$A(x - x') + B(y - y') + C(z - z') = 0$$

und durch Division mit C wird diese Gleichung

$$\text{S)}\quad \frac{A}{C}\,(x - x') + \frac{B}{C}\,(y - y') + (z - z') = 0$$

$$\text{demnach } z - z' = -\frac{A}{C}\,(x - x') - \frac{B}{C}\,(y - y')$$

$$\text{daher endlich } -\frac{A}{C} = \frac{dz'}{dx'};\ -\frac{B}{C} = \frac{dz'}{dy'}$$

Die **Normale auf die berührende Ebene** geht erstlich durch den Punkt (x', y', z'), und außerdem steht sie senkrecht auf der berührenden Ebene.

Es sind aber die Projektionen des Perpendikels auf diese Ebene (vrgl. S. 2014, Gleichung Q)

$$\text{T}\begin{cases} x - x' = \frac{A}{C}\,(z - z') = -\frac{dz'}{dx'}\,(z - z'); \\ y - y' = \frac{B}{C}\,(z - z') = -\frac{dz'}{dy'}\,(z - z_,); \end{cases}$$

Dies sind also die **Gleichungen der Normale** im Punkte (x', y', z') einer gekrümmten Oberfläche.

Nimmt man nun diejenigen Werthe der Differential-Koeffizienten $\frac{dz'}{dx'}$ und $\frac{dz'}{dy'}$, welche durch die Gleichung VII auf Seite 1998

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0$$

bestimmt sind, so werden die Gleichungen bei T zu denen der Normalen an der Oberfläche, die sich auf die oben angeführte Gleichung VII bezieht, d. h. an der Oberfläche der unelastischen Flüssigkeit, da wo sie völlig frei ist (vrgl. S. 1998). Nimmt man dz auf die eine Seite, so erhält man:

$$dz = -\frac{X}{Z} \cdot dx - \frac{Y}{Z} \cdot dy$$

Sieht man die rechte Seite der Gleichung als ein vollständiges Differential an, so sind die beiden partiellen Differential-Koeffizienten:

$$-\frac{dz}{dx} = \frac{X}{Z}; \text{ und } -\frac{dz}{dy} = \frac{Y}{Z}$$

Insofern man den Berührungspunkt im Auge hat, und (vrgl. S. 2016) die Differential-Koeffizienten gleich sind, erhält man:

$$\text{U)} \quad -\frac{dz'}{dx'} = \frac{X}{Z}; \text{ und } -\frac{dz'}{dy'} = \frac{Y}{Z}$$

Daß in diesen beiden Differential-Koeffizienten das dz' nicht das vollständige Differential der Funktion z, sondern nur den Theil desselben bezeichnet, welcher das eine Mal von der Veränderlichkeit des x', das andere Mal von der Veränderlichkeit des y' herrührt, ist schon oben (S. 2004) bemerkt. Diese einfache Bezeichnung der Differential-Koeffizienten rührt von **Fontaine** her, und ist allgemein üblich geworden. Im Zusammenhange einer mathematischen Betrachtung kann dadurch selten ein Mißverständniß entstehen. Um indessen für einzelne Fälle eine Unterscheidung zu haben, schlug Fontaine folgende Bezeichnung vor: Der partielle Differential-Koeffizient z. B. von u und der einen Veränderlichen t soll geschrieben werden $\frac{du}{dt}$; dagegen das Verhältniß zwischen den vollständigen Differentialen $\frac{1}{dt} \cdot du$. **Euler** wählte eine andere Bezeichnung: Das Verhältniß der vollständigen Differentiale schrieb er $\frac{du}{dt}$; und den partiellen Differential-Koeffizienten $\left(\frac{du}{dt}\right)$.

Substituirt man für $-\frac{dz'}{dx'}$ und $-\frac{dz'}{dy'}$ ihre Werthe aus U in die Gleichungen bei T (S. 2017), so hat man für die Gleichungen der Normale im Punkte (x', y', z'):

$$\text{V)} \quad x - x' = \frac{X}{Z} \cdot (z - z'); \text{ und } y - y' = \frac{Y}{Z} \cdot (z - z').$$

Diese Gleichungen stimmen mit denjenigen für eine Resultante überein, deren Komposanten X, Y und Z sind, und welche selbst durch den Punkt x', y', z' geht (vrgl. S. 1939 unten), nämlich:

$$z - z' = \frac{Z}{X}(x - x'); \text{ und } z - z' = \frac{Z}{Y}\cdot(y - y') \quad .$$

18 Um diese Uebereinstimmung völlig einzusehen, betrachte man den Widerstand, den eine Fläche leistet, als eine Kraft, welche auf einen materiellen Punkt der Fläche nach der auf dieser letztern normalen Linie, aber natürlich von Innen nach Außen wirkt. Ist dieser selbe Punkt von mehreren äußern Kräften angegriffen, deren Resultante auch normal auf die Fläche wirkt: so findet das Gleichgewicht unter folgenden Bedingungen statt.

Die Bedingungen des Gleichgewichts für ein System von Kräften, welche auf irgend eine Weise im Raume liegen und auf einen und denselben Punkt wirken, sind (vrgl. S. 1922, Nr. 8, Gleichung XVII):

$$P.\cos\alpha + P'.\cos\alpha' + P''.\cos\alpha'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$P.\cos\beta + P'.\cos\beta' + P''.\cos\beta'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$P.\cos\gamma + P'.\cos\gamma' + P''.\cos\gamma'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$

Bezeichnet man die ihrer Intensität nach bekannte Widerstandskraft der Fläche mit N, und die Winkel, welche sie mit den koordinirten Axen macht, durch ϑ, ϑ', ϑ'': so muß man zu den eben angeführten Gleichungen des Gleichwichts die Komposanten $N.\cos\vartheta$, $N.\cos\vartheta'$, $N.\cos\vartheta''$ addiren, um den angegriffenen materiellen Punkt beständig auf einer gekrümmten Oberfläche zu behalten; hieraus erhält man:

$$N.\cos\vartheta + P.\cos\alpha + P'.\cos\alpha' + P''.\cos\alpha'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$N.\cos\vartheta' + P.\cos\beta + P'.\cos\beta' + P''.\cos\beta'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$
$$N.\cos\vartheta'' + P.\cos\gamma + P'.\cos\gamma' + P''.\cos\gamma'' + \text{ꝛc.} \ldots = 0$$

Diese Gleichungen vereinfacht man (wie S. 1921) dadurch, daß man durch X, Y und Z die Summen der Komposanten, welche mit jeder Axe parallel laufen, bezeichnet; alsdann hat man:

$$\text{W)} \quad N.\cos\vartheta + X = 0;\ N.\cos\vartheta' + Y = 0;\ N.\cos\vartheta'' + Z = 0$$

Es kommt jetzt ferner darauf an, die unbekannten $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta'$, $\cos\vartheta''$ und N zu bestimmen. Es sei zu diesem Zwecke $u = 0$ die Gleichung der Fläche, und x', y', z' die Kordinaten des materiellen Punktes, an welchem die Kräfte angebracht sind, und welcher auf der Fläche festgehalten wird. Da die Normale sowohl eine gerade Linie ist, als auch durch den Punkt (x', y', z') geht, so sind ihre Gleichungen (vrgl. S. 2014, Gleichung Q)

$$\text{A')} \quad x - x' = a(z - z');\ y - y' = b(z - z')$$

19 Die Differenzen $x - x'$, und $y - y'$ sind die Projektionen der Normale auf die koordinirten Axen. Um die Verhältnisse dieser Projektionen zu den Winkeln ϑ, ϑ', ϑ'' aufzufinden, sei (Taf. XXXV, D) Fig. 194, MN, die gegebene Gerade, OX, OY, OZ ihre Koordinatenaxen mit dem Vereinigungs-

punkte O, die Koordinaten des Punktes N seien x, y, z, diejenigen des Punktes M seien x', y', z'. Legt man durch die Koordinaten

$$MD = z',\ BD = y' \text{ und } NE = z,\ CE = y$$

die Ebenen DF und EG, so werden dieselben parallel mit der Ebene der y, z sein; der Abstand zwischen beiden Ebenen ist $BC = x - x'$. Alle mit der Axe der x parallel laufenden Linien müssen senkrecht auf der Ebene EG stehen; zieht man also vom Endpunkte der Ordinate z' die Linie MP parallel mit der Axe der x, so steht sie senkrecht auf EG und trifft sie in einer Entfernung $MP = x - x'$ von der Ebene DF.

Verbindet man den Punkt P mit dem Punkte N, wo die Gerade MN die Ebene EG berührt, so erhält man das in P rechtwinklige Dreieck MNP, weil MP senkrecht auf der Ebene EG steht. Man hat daher:

$$MP = MN \,.\, \cos M$$

Es ist aber $\angle M = \angle \vartheta$, d. h. der Winkel, den die gerade Linie MN mit der Axe der x macht; daher wird die letzte Gleichung:

$$x - x' = MN \,.\, \cos \vartheta$$

Da nun MN eine Gerade ist, welche durch die Punkte (x, y, z) und (x', y', z') geht, so ist (vrgl. S. 1919, Nr. 2):

$$MN = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

Dieser Werth in die letzte Gleichung gesetzt, giebt:

$$\cos \vartheta = \frac{x - x'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$$

Legt man ferner durch die Koordinaten x, z, x', z', und durch x, y, x', y' Ebenen, welche mit den koordinirten Ebenen XOZ und XOY parallel gehn, so findet man

$$\cos \vartheta' = \frac{y - y'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$$

und

$$\cos \vartheta'' = \frac{z - z'}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}}$$

Eliminirt man die Werthe von $x - x'$ und von $y - y'$ vermittelst der Gleichungen bei A', so erhält man durch Weglassung von $z - z'$, als gemeinschaftlichem Faktor:

$$B')\quad \cos \vartheta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}\,;\ \cos \vartheta' = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}\,;$$

$$\cos \vartheta'' = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}\,.$$

Diese Werthe, welche die Lage der Normale bestimmen, sind so lange

unbekannt, als die Größen a und b noch nicht genauer bestimmt sind. Nimmt man aber, wie S. 2014 geschehen, die Gleichung einer berührenden Ebene, welche durch den Punkt (x', y', z') geht, so ergiebt sich (vrgl. S. 2014, unter N), daß, wenn eine Ebene, deren Gleichung $Ax + By + Cz + D = 0$ ist, senkrecht auf einer Geraden stehen muß, deren Gleichungen $x = az + \alpha$, und $y = bz + \beta$ sind, alsdann $\frac{A}{C} = a$ und $\frac{B}{C} = b$ sein muß.

Man erhält demnach:

$$C') \quad -a = \frac{dz'}{dx'}, \text{ und } -b = \frac{dz'}{dy'}$$

Um sich die Vergleichungen mit S. 2014 zu erleichtern, bemerke man, daß dort die Gleichungen für die Projektionen der Geraden $x = az + b$, und $y = a'z + b'$ hießen, daß also für die jetzige Herleitung $a = a$; $b = \alpha$; $a' = b$; $b' = \beta$ ist.

Es ist nun noch übrig, die Werthe der Differential-Koeffizienten vermittelst der Gleichung der Fläche zu bestimmen. Es sei diese $u = 0$, und zwar u eine Funktion von x, y, z; alsdann hat man durch Differentiation dieser Gleichung:

$$\frac{du}{dx} \cdot dx + \frac{du}{dy} \cdot dy + \frac{du}{dz} \cdot dz = 0$$

hieraus:

$$dz = -\frac{\frac{du}{dx}}{\frac{du}{dz}} dx - \frac{\frac{du}{dy}}{\frac{du}{dz}} dy;$$

Dies ist das vollständige Differential von z; löst man es in die beiden partiellen Differentiale auf, und setzt statt x, y, z die Koordinaten des Berührungspunktes x', y', z', so erhält man:

$$\frac{dz'}{dx'} = -\frac{\frac{du}{dx'}}{\frac{du}{dz'}}; \text{ und } \frac{dz'}{dy'} = -\frac{\frac{du}{dy'}}{\frac{du}{dz'}}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichungen bei C', so ist

$$a = \frac{\frac{du}{dx'}}{\frac{du}{dz'}}; \; b = \frac{\frac{du}{dy'}}{\frac{du}{dz'}}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen bei B', und macht die nöthigen Reduktionen, indem sich $\frac{du}{dz'}$ oben und unten heben, so erhält man

$$\cos\vartheta = \frac{\frac{du}{dx'}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2}}$$

$$\cos\vartheta' = \frac{\frac{du}{dy'}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2}}$$

$$\cos\vartheta'' = \frac{\frac{du}{dz'}}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2}}$$

Um die Form bequemer zu machen, sei

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)}} = V;$$

Dies giebt:

$$D') \quad \cos\vartheta = V\cdot\frac{du}{dx'};\ \cos\vartheta' = V\cdot\frac{du}{dy'};\ \cos\vartheta'' = V\cdot\frac{du}{dz'}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung bei W, (S. 2019), so erhält man:

$$E') \quad NV\cdot\frac{du}{dx'} + X = 0;\ NV\cdot\frac{du}{dy'} + Y = 0;\ NV\cdot\frac{du}{dz'} + Z = 0.$$

Nun ist noch der Werth von N zu bestimmen. Bringt man X, Y, Z auf die rechte Seite der Gleichungen bei E', erhebt alsdann die Gleichungen zum Quadrat, und addirt sie, so erhält man:

$$N^2V^2\left(\left(\frac{du}{dx'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dy'}\right)^2 + \left(\frac{du}{dz'}\right)^2\right) = X^2 + Y^2 + Z^2;$$

reduzirt man vermittelst des unmittelbar vor der Gleichung D' angegebenen Werthes von V, so hat man:

$$N^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

woraus endlich folgt:

$$F') \quad N = \pm\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Dieser Werth von N ist genau derselbe wie der der Resultante aller Kräfte des Systems (vergl. S. 1921 Gleichung XV); er muß aber ein entgegengesetztes Zeichen haben. Hat man also die Resultante aller Kräfte P, P', P'' u. s. w. bestimmt, so nimmt man den Werth aus Gleichung F' mit entgegengesetztem Zeichen, und bekommt für N den normalen Druck, welchen die Fläche erleidet.

Liegt die normale Kraft in der Richtung der Axe der z, so hat man:

$\vartheta = 90^\circ;\ \vartheta' = 90^\circ;\ \vartheta'' = 0$, oder $\vartheta'' = 180^\circ$, und daher

$\cos\vartheta = 0;\ \cos\vartheta' = 0;\ \cos\vartheta'' = \pm 1$ (vergl. S. 654 u. 658).

Dadurch werden die Gleichungen bei W (S. 2019) zu folgenden:

$$X = 0,\ Y = 0;\ \pm N + Z = 0.$$

Dies beweist, daß sich die Komposanten in der Richtung der Berührungsebene vernichten, und daß die Normalkraft dem Streben aller Kräfte, die ihre Richtung in der Axe der z haben, das Gleichgewicht halten müsse.

Sind nun die Kräfte P, P′, P″ u. s. w., und die Gleichung der Fläche gegeben, und soll bestimmt werden, wo der Angriffspunkt x′, y′, z′ aller dieser Kräfte im Falle eines Gleichgewichts liegen müsse, so eliminirt man zuerst N vermittelst der Gleichungen bei E′ (S. 2022); der Faktor V verschwindet ebenfalls und man hat: 20

$$Z \cdot \frac{du}{dx'} = X \cdot \frac{du}{dz'}; \quad Z \cdot \frac{du}{dy'} = Y \cdot \frac{du}{dz'};$$

diese Gleichungen zusammen mit der Gleichung $u = 0$ reichen hin, um die Koordinaten des Angriffspunktes x′, y′, z′ zu bestimmen.

Es habe, Tafel XXXV, D, Fig. 195, der Angriffspunkt A die Koordinaten x′, y′, z′; alsdann werden die Koordinaten des Punktes F folgende sein:

$$x' + X; \; y' + Y; \; z' + Z.$$

Die Gleichungen der Resultante einer Geraden im Raume haben die Form:

$$G') \quad z = ax + b; \; z = a'y + b'.$$

Es läßt sich nämlich die Lage der Linie durch das Verhältniß einer jeden Koordinate zu den beiden andern bestimmen (vergl. S. 1714 u. S. 2012).

Setzt man in diese allgemeine Form G′ die Koordinaten des Punktes F an die Stelle von x, y, z, so findet man:

$$H') \quad z' + Z = ax' + aX + b; \text{ und } z' + Z = a'y' + a'Y + b'.$$

Da aber auch die Koordinaten des Punktes A, d. h. x′, y′, z′ den Gleichungen bei G genügen müssen, so hat man:

$$K') \quad z' = ax' + b; \; z' = a'y' + b'.$$

Zieht man diese Gleichungen von denen bei H′ ab, so erhält man:

$$Z = aX; \; Z = a'Y,$$

woraus sich ergiebt:

$$a = \frac{Z}{X}; \; a' = \frac{Z}{Y}$$

Eliminirt man aus den Gleichungen G′ und K′ sowol b als b′, so hat man:

$$z - z' = a(x - x'); \; z - z' = a'(y - y');$$

setzt man in diese Gleichungen die eben gefundenen Werthe von a und a′, so erhält man für die Gleichungen der Resultante:

$$z - z' = \frac{Z}{X}(x - x'); \; z - z' = \frac{Z}{Y}(y - y').$$

Dies ist nun derselbe Werth, welcher vorher (S. 2018) gefunden worden (vergl. S. 1939).

Die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$ (vergl. S. 1998) gilt immer für

integrirbar; daraus folgt, wenn man durch $F(x, y, z) + C$ das Integral dieser Gleichung darstellt, und wenn man $C = -A$ setzt, daß:

$$F(x, y, z) = A.$$

Giebt man dem A der Reihe nach verschiedene Werthe o, a, a', a'', a''' u. s. w., so erhält man:

$$F(x, y, z) = 0;\ F(x, y, z) = a;\ F(x, y, z) = a' \ \ldots \ F(x, y, z) = a^{(n)};$$ u. s. w.

Alle diese Gleichungen werden zum Differential die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$ haben; unter ihnen wird sich also auch die Gleichung der Oberfläche der Flüssigkeit, d. h. diejenige befinden, welche dafür gehalten wird, durch ihre Differenzirung die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$ auf S. 1998 gegeben zu haben.

Nimmt man nun an, daß $F(x, y, z) = a^{(n)}$ diese Gleichung sei, so werden die andern diejenigen für eben so viele Flächen sein, welche sämmtlich die Eigenschaften besitzen, daß die Resultante R der Kräfte X, Y, Z nicht blos normal auf die Oberfläche $F(x, y, z) = a^{(n)}$, welche die der Flüssigkeit ist, sondern auch auf alle andern Oberflächen sein müsse.

Denn wenn man x', y', z' die Koordinaten des Punktes nennt, in welchem die Resultante eine der Flächen trifft, z. B. diejenige deren Gleichung $F(x,y,z) = 0$ ist, so leitet man die Gleichung der Normale auf dieselbe Art her, wie S. 2018. Daraus schließt man, daß die Normale im Punkte (x', y, z') der gekrümmten Oberfläche mit der Direktion von R zusammenfalle, von welcher angenommen wird, daß sie durch diesen Punkt geht.

Man hat den eben besprochenen Flächen den Namen der wasserrechten Flächen gegeben. Nimmt man ferner an, daß die Konstanten o, a, a', a'', a''' u. s. w. in unmerklichen Stufen größer werden, so wird die ganze Masse der Flüssigkeit durch die wasserrechten Flächen in eine Reihe unendlich dünner Schichten getheilt, welche man wasserrechte Schichten zu nennen pflegt.

21 Aus dem Vorigen folgt, daß wenn auf die Flüssigkeit keine beschleunigenden Kräfte wirken, deren Direktionen nach einem festen Mittelpunkt hingehn, die äußere Oberfläche sphärisch sein muß. Man kann diese Folgerung auch auf analytischem Wege erhalten.

Es liege der Ursprung der Koordinaten im Mittelpunkte der Anziehung, und es seien x, y, z die Koordinaten des Elementes dm. Die Entfernung des Punktes (x, y, z) sei gleich r, alsdann hat man (vergl. S. 1919):

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Bezeichnet man ferner mit λ die auf das Element dm wirkende Anziehungskraft, so wird dieses λ mit den koordinirten Axen Winkel bilden, deren Kosinus die Werthe $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ haben; bezeichnet man mit X, Y, Z die mit den koordinirten Axen parallel laufenden Komposanten von λ, so hat man:

$$X = \lambda \cdot \frac{x}{r};\ Y = \lambda \cdot \frac{y}{r};\ Z = \lambda \cdot \frac{z}{r}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung $Xdx + Ydy + Zdz = 0$, so erhält man für die Gleichung der Oberfläche der Flüssigkeit:

$$L') \quad \frac{\lambda}{r}(xdx + ydy + zdz) = 0.$$

Läßt man den gemeinschaftlichen Faktor $\frac{\lambda}{r}$ fort und integrirt, so hat man:

$$x^2 + y^2 + z^2 = C = r^2.$$

Das ist die Gleichung einer Kugel, woraus sich also ergiebt, daß die Oberfläche einer Flüssigkeit sphärisch sein muß.

Da dieser Satz ein so wichtiger ist, so verdient er zwei genauere Auseinandersetzungen: die eine über die Gleichung der Kugel; die andere über die Integration der Gleichung bei L'.

1. Von der Gleichung der Kugel.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 196, M und M' zwei Punkte, deren Koordinaten gegeben sind; es soll ihr Abstand gefunden werden. 22

Die Koordinaten des Punktes M sind $Am = x$, $mp = y$, $Mp = z$; die Koordinaten des Punktes M' sind $Am' = x'$, $m'p' = y'$, $M'p' = z'$; es soll also nun MM' gefunden werden.

Man zieht pq parallel mit AB, d. h. mit der Axe der x; ferner die Linie pp', und mit derselben parallel Mr.

In dem bei q rechtwinkligen Dreiecke pqp' hat man $(pp')^2 = (pq)^2 + (qp')^2$; es ist $pq = Am' - Am = x' - x$; $qp' = m'p' - mp = y' - y$; daher:

$$(pp')^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2.$$

In dem bei r rechtwinkligen Dreiecke MrM' ist $(MM')^2 = (Mr)^2 + (M'r)^2$; es ist $(Mr)^2 = (pp')^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2$; $M'r = Mp' - Mp = z' - z$; also $(M'r)^2 = (z' - z)^2$; daher:

$$(MM')^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - y)^2$$

$$\text{oder I)} \quad MM' = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2}.$$

Es ist aber $(x' - x)^2 = (x - x')^2 = x^2 - 2xx' + x'^2$; daher auch $(y' - y)^2 = (y - y')^2$; und $(z' - z)^2 = (z - z')^2$; daher:

$$\text{II)} \quad MM' = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2}$$

Fällt der Punkt M' in A, so ist $x' = 0$, $y' = 0$, $z' = 0$, und man erhält alsdann den Abstand MA des Punktes M vom Anfangspunkte der Koordinaten, nämlich:

$$\text{III)} \quad AM = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$$

Es seien wieder die beiden Punkte M und M', Fig. 196, vermittelst ihrer rechtwinkligen Koordinaten gegeben; man soll den Winkel finden, den zwei aus dem Anfangspunkte der Koordinaten durch diese Punkte gezogene Linien AM und AM' machen, d. h. den Winkel MAM'.

Es seien wieder die Koordinaten von M x, y, z, diejenigen von M′ x′, y′, z′,

Es ist nach dem Vorigen $(AM)^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$(AM')^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2$$

und $(MM')^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2$.

In dem Dreiecke MAM′ ist zunächst der Kosinus des Winkels MAM′ zu bestimmen.

Wenn in einem schiefwinkligen Dreiecke ABC, Tafel XXXV, D, Fig. 2, das Perpendikel AD auf die Basis BC gefällt wird, so erhält man die beiden rechtwinkligen Dreiecke ADB und ADC, diese geben:

$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2:$$
$$AC^2 = AB^2 + CD^2 - BD^2;$$

Es ist aber $CD = BC - BD$; daher $CD^2 = BC^2 - 2BC \cdot BD + BD^2$; daher:

$$\text{IV)} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot BC \cdot BD.$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke BDA hat man:

$$BD = BA \cdot \cos B$$

Daher wird die Gleichung IV zu folgender:

$$\text{V)} \quad AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BA \cdot \cos B.$$

$$\text{Demnach} \quad \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2BC \cdot BA}$$

Demnach ist also der Kosinus eines spitzen Winkels gleich einem Quotienten, dessen Zähler aus einer algebraischen Summe besteht, deren beide positive Addenden die Quadrate der einschließenden Seiten sind, und deren negativer Addendus das Quadrat der gegenüberliegenden Seiten ist; der Nenner des Quotienten ist das doppelte Produkt der beiden einschließenden Seiten.

Wendet man diese Formel auf den Winkel MAM′ in Fig. 196 an, so hat man:

$$\text{VI)} \quad MAM' = \frac{(AM)^2 + (AM')^2 - (MM')^2}{2AM \cdot AM'}$$

Setzt man für $(AM)^2$, $(AM')^2$, $(MM')^2$, AM und AM′ ihre Werthe aus den Gleichungen II, III u. s. f., so hat man:

$$(AM)^2 + (AM')^2 = x^2 + x'^2 + y^2 + y'^2 + z^2 + z'^2$$

abgezogen $(MM')^2 = x^2 - 2xx' + x'^2 + y^2 - 2yy' + y'^2 + z^2 - 2zz' + z'^2$

also $(AM)^2 + (AM')^2 - (MM')^2 = 2xx' + 2yy' + 2zz'$

Da sich nun 2 oben und unten heben, so hat man:

$$\text{VII)} \quad \cos MAM' = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} \cdot \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}}$$

Die Linie AM macht mit den koordinirten Axen die drei Winkel $MAB = \alpha$, $MAC = \beta$, $MAD = \gamma$. Um diese Winkel zu finden, denke man sich zuerst den Punkt M′ in die Axe AB, darauf in die Axe AC, und endlich in die Axe AD versetzt. Bei der ersten Versetzung wird $y' = 0$, und auch $z' = 0$, und der

Winkel MAM′ geht in MAB = α über; bei der zweiten Versetzung wird $x' = 0$, $z' = 0$, und der Winkel MAM′ geht in MAC = β über; bei der dritten Versetzung wird $x' = 0$, $y' = 0$, und der Winkel MAM′ geht in MAD = γ über. Durch diese drei Substitutionen erhält man:

$$\text{VIII)} \quad \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}}; \quad \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}}$$

$$\cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}}$$

Durch diese Ausdrücke lassen sich also die Winkel finden, welche eine Linie aus dem Anfangspunkte der Koordinaten durch einen gegebenen Punkt gezogen, mit den drei Axen bildet.

Quadrirt man diese Gleichungen und addirt sie, so erhält man:

$$\text{IX)} \quad \frac{x^2 + y^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma = 1.$$

Also die Summe der Quadrate der Kosinus, welche eine aus dem Anfangspunkte der Koordinaten gezogene Linie mit den drei Axen macht, ist gleich der Einheit (vergl. S. 1714).

Bezeichnen die Buchstaben α', β', γ' die Winkel, welche die Linie AM′ mit den drei Axen AB, AC, AD macht, so hat man:

$$\text{X)} \quad \cos\alpha' = \frac{x'}{\sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}}; \quad \cos\beta' = \frac{y'}{\sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}}$$

$$\cos\gamma' = \frac{z'}{\sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}}$$

Hieraus und aus den Werthen der Gleichungen VIII hat man:

$$\text{XI)} \left\{ \begin{aligned} \cos\alpha \cdot \cos\alpha' &= \frac{xx'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} \cdot \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}} \\ \cos\beta \cdot \cos\beta' &= \frac{yy'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} \cdot \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}} \\ \cos\gamma \cdot \cos\gamma' &= \frac{zz'}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} \cdot \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)}} \end{aligned} \right.$$

Die Summe dieser drei Gleichungen giebt mit Hülfe der bei VII:

$$\text{XII)} \quad \cos MAM' = \cos\alpha \cdot \cos\alpha' + \cos\beta \cdot \cos\beta' + \cos\gamma \cdot \cos\gamma'.$$

Kennt man also die Winkel, welche zwei aus dem Anfangspunkte der Ordinaten gezogene Linien mit den drei Axen machen, so läßt sich durch diese Gleichung XII der Winkel finden, den sie mit einander machen.

Die hier gefundenen Resultate sind hier für die höhere Mechanik von großer Wichtigkeit.

Nach der gewöhnlichen Erklärung ist die Kugel ein Körper, welcher von einer Fläche begrenzt wird, in der alle Punkte von einem gewissen innern Punkte, dem Mittelpunkte gleich weit entfernt sind. Diese Definition oder Er-

klärung, analytisch, d. h. durch die Anwendung der Koordinatenaxen ausgedrückt, giebt unmittelbar die Gleichung der Kugel.

Bezeichnet man die Koordinaten des Mittelpunktes mit α, β, γ, so ist seine Entfernung von jedem andern Punkte, dessen Koordinaten x, y, z sind nach der Gleichung I (S. 2025) $= \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2}$. Setzt man nun den Halbmesser der Kugel = r, so muß für alle Punkte der Oberfläche der Kugel eine solche Beziehung zwischen x, y, z stattfinden, daß dieser Ausdruck = r wird. Man hat also:

$$\text{XIII)}\quad r = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2}; \text{ oder } r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + (z-\gamma)^2.$$

Setzt man z und $\gamma = 0$, so verwandelt sich die Gleichung für die Kugel in eine Gleichung für den Kreis. Die Gleichung für den Kreis ist demnach:

$$\text{XIV)}\quad r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2$$

Soll also irgend eine Gleichung zwischen x, y, z der Kugel zugehören, so muß sie mit der bei XIII übereinstimmen. Die Entwickelung derselben giebt:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2\alpha x - 2\beta y - 2\gamma z + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - r^2 = 0.$$

Eine Gleichung also, welche der Kugel angehören soll, muß folgende Form haben:

$$x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0.$$

Ist umgekehrt eine solche Gleichung gegeben, so läßt sich jedesmal die Kugel bestimmen, welcher sie zugehört; denn da sie mit jener identisch ist, so muß man haben:

$$\text{XV)}\quad -2\alpha = A;\ -2\beta = B;\ -2\gamma = C;\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - r^2 = D.$$

Hieraus erhält man: $\alpha = -\frac{1}{2}A$; $\beta = -\frac{1}{2}B$; $\gamma = -\frac{1}{2}C$; daher, wenn man diese Werthe von α, β, γ quadrirt, und in die dritte der Gleichungen bei XV setzt, erhält man:

$$\text{XVI)}\quad r = \sqrt{\left(\frac{A^2 + B^2 + C_2}{4} - D\right)}$$

Soll also die Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 + Ax + By + Cz + D = 0$ der Kugel angehören, so darf D nicht größer sein als $\frac{A^2 + B^2 + C^2}{4}$, weil sonst r imaginär würde (vergl. S. 500 Nr. 7). Ist $D = \frac{A^2 + B^2 + C^2}{4}$, so ist r = 0, und die Kugel verwandelt sich in einen Punkt.

Das eben Gesagte gilt auch mit einigen Abänderungen für den Kreis. Die Gleichung desselben ist nämlich (vergl. oben) $r^2 = (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2$, oder entwickelt:

$$\text{XVII)}\quad x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0.$$

Die Gleichung für den Kreis kann also keine andere Form haben als diese:

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0.$$

Man hat alsdann $\alpha = -\frac{1}{2}A$; $\beta = -\frac{1}{2}B$; daher:

$$r = \sqrt{\left(\frac{A^2 + B^2}{4} - C\right)}$$

Der Werth von C darf wieder nicht größer sein, als der Bruch $\frac{A^2 + B^2}{4}$ wenn nicht r imaginär sein soll; und ist $C = \frac{A^2 + B^2}{4}$, so ist $r = 0$, und der Kreis ein Punkt.

Ist der Mittelpunkt derjenigen Kugel, deren Oberfläche durch die Oberfläche der Flüssigkeit gebildet wird (vergl. S. 1998 Nr. 1), sehr weit von der Oberfläche entfernt, wie dies der Fall ist, wenn man den Mittelpunkt der Erde in Beziehung auf die Oberfläche eines stehenden Wassers betrachtet, so muß in diesem Falle die Krümmung der Oberfläche unwahrnehmbar sein, und man kann sie als eine Ebene von geringer Ausdehnung ansehn.

2. Von der Integration der Gleichung $xdx + ydy + zdz$. (S. 2025). 23

Die Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ ist (vergl. S. 2028 Gleich. XIII) diejenige einer Kugel, deren Mittelpunkt im Anfangspunkte der Koordinaten liegt, und deren Radius $= r$ ist. Da der Halbmesser der Kugel für dieselbe konstant ist, so erhält man durch Differentiation der Gleichung $z^2 = r^2 - x^2 - y^2$ folgende:

$$\text{XVIII)}\quad 2zdz = -2xdx - 2ydy;\ \text{oder}\ zdz = -xdx - ydy.$$

Die letztere ist nun gleich $xdx + ydy + zdz = 0$. Um sie aber zu integriren, schreibt man sie zuerst in der zweiten Form bei XVIII, und multiplizirt sämmtliche Glieder mit 2 (vergl. S. 1160), alsdann hat man:

$$\int 2zdz = -\int 2xdx - \int 2ydy;$$
$$\text{oder}\ z^2 = -x^2 - y^2 + C;\ \text{oder}\ x^2 + y^2 + z^2 = C = r^2.$$

Daher giebt die Integration den oben (S. 2025) angeführten Satz, daß die Oberfläche der Flüssigkeiten sphärisch sein muß.

Wenn man in der Gleichung VI auf S. 1998, nämlich $dp = (Zdz + Ydy + Xdx)\varrho$ die in der Klammer befindliche Größe durch $dF(x, y, z)$ d. h. durch das Differential der Funktion $F(x, y, z)$ ersetzt, so hat man:

$$\text{XIX)}\quad dp = \varrho \cdot dF(x, y, z);\ \text{also}\ dF(x, y, z) = \frac{dp}{\varrho}$$

Da nun $dF(x, y, z)$ nach der Voraussetzung eine vollständige oder genaue Differentialgröße ist (vergl. S. 1131 Nr. 1), so muß dasselbe auch bei ihrem

Werthe $\frac{dp}{\varrho}$ stattfinden, und demnach ϱ keine andere veränderliche Größe als p enthalten. Diese Bedingung drückt man aus durch:

$$\text{XX)} \quad \varrho = fp.$$

Ist der Druck konstant, so ist auch ϱ konstant, und in diesem Falle wird

$$dF(x, y, z) = 0,$$

weil eine Konstante kein Differentiale hat. Die Integration dieser Gleichung führt auf die oben (S. 2024) gefundene $F(x, y, z) = A$.

Ist p veränderlich, so kann man, wenn es durch unmerkliche Größen veränderlich ist, einen sehr kurzen Augenblick hindurch p als konstant betrachten. Alsdann giebt die Gleichung bei XIX zu Integralen folgende Reihe von Gleichungen:

$$F(x, y, z) = 0; \quad F(x, y, z) = a; \quad F(x, y, z) = a'; \quad F(x, y, z) = a'' \text{ u. s. w.}$$

24 Diese Gleichungen sind diejenigen der wasserrechten Flächen, welche den aufeinander folgenden Werthen p in Augenblicken entsprechen, welche dt, d. h. dem Differential der Zeit gleich sind. Für jede dieser Flächen ist die Dichtigkeit ϱ konstant. Betrachtet man die zwischen den Flächen AA' und BB', Tafel XXXV, D, Fig. 186, befindliche Flüssigkeits-Masse, so muß dieselbe homogen sein. Der Druck p erhält alsdann einen Zuwachs und wird konstant; es wird also auch die zwischen den Flächen BB' und CC' enthaltene Masse homogen sein. Dasselbe findet für die zwischen CC' und DD' enthaltene Masse statt. Auf diese Art kann also bei ungleichartigen Flüssigkeiten kein Gleichgewicht stattfinden, wenn dieselben nicht aus Schichten bestehen, von denen jede einzelne in allen ihren Theilen dieselbe Dichtigkeit hat.

§. 290. Vom Gleichgewichte elastischer Flüssigkeiten.

1 Das Eigenthümliche elastischer Flüssigkeiten besteht darin, daß sie sich zusammendrücken lassen, und sodann die gleiche Dichtigkeit und die gleiche Elastizität wie vorher wieder annehmen, wenn die Kraft, welche sie zusammendrückt, zu wirken aufhört.

Eine elastische Flüssigkeit bringt also außer dem Drucke, den sie vermöge der auf sie wirkenden Kräfte ausübt, auch noch einen andern hervor, der von ihrer Elastizität herkommt. Durch Erfahrung weiß man, daß dieser Druck, den man die elastische Kraft der Flüssigkeit nennt, bei derselben Temperatur der Dichtigkeit proportional ist.

Nimmt man also die Temperatur als konstant, und bezeichnet durch Π den Druck der auf die Einheit der Dichtigkeit ausgeübt wird, so ist die Dichtigkeit doppelt, wenn der Druck 2Π ist; sie ist dreifach, wenn er $= 3\Pi$ ist u. s. w. Drückt man die Dichtigkeit durch ϱ aus, so hat man:

$$1) \quad p = \Pi\varrho.$$

Weil die Dichtigkeit durch die in einem Kubus enthaltene Masse gemessen

wird, von deren Flächen jede der Einheit der Oberfläche gleich ist (vergl. S. 1896): so stellt p wieder, wie vorher, den auf die Flächeneinheit ausgeübten Druck vor.

Verbindet man die Gleichung $p = \Pi\varrho$ mit der Gleichung $dp = \varrho(Xdx + Ydy + Zdz)$, so erhält man:

$$\text{II)}\quad \frac{dp}{p} = \frac{Xdx + Ydy + Zdz}{\Pi}$$

Diese Gleichung integrirt giebt (vergl. S. 1165), indem log den natürlichen Logarithmus bezeichnet:

$$\log p = \int \frac{Xdx + Ydy + Zdz}{\Pi} + C$$

Weil die Gleichung $dp = \varrho(Xdx + Ydy + Zdz)$ wie bei unelastischen Flüssigkeiten besteht, so schließt man, wie vorher (S. 2030), daß wenn p konstant ist, auch ϱ es sein muß; unter dieser Voraussetzung wird also das Π konstant, und man kann es außerhalb des Integralzeichens setzen, also:

$$\log p = \frac{\int(Xdx + Ydy + Zdz)}{\Pi} + C$$

Um die Integration schnell auszuführen, und die Konstante C zu bestimmen, sei:

$$\text{III)}\quad p = A \cdot e^{\frac{\varphi}{k}}$$

wo e die Basis der natürlichen Logarithmen bezeichnet (vgl. S. 569 u. S. 1147).

Wäre $p = e^{\frac{\varphi}{k}}$ so wäre (vergl. S. 573) $\log p = \frac{\varphi}{k}$; da aber $p = A \cdot e^{\frac{\varphi}{k}}$ so muß, wenn man zu den Logarithmen geht, die Multiplikation mit A durch Addition des Logarithmus von A angedeutet werden; man hat demnach:

$$\text{IV)}\quad \log p = \frac{\varphi}{k} + \log A.$$

Differenzirt man diese Gleichung, so erhält man (vergl. S. 1114 und S. 1149), da log A eine Konstante ist:

$$\text{V)}\quad \frac{dp}{p} = \frac{d\varphi}{k}$$

Man sieht also, daß bei der Integration dieser Gleichung die Konstante der log A sein würde. Setzt man nun $k = \Pi$, und $Xdx + Ydy + Zdz = d\varphi$, so hat man nach Gleichung IV:

$$\text{VI)}\quad \log p = \frac{\int(Xdx + Ydy + Zdx)}{\Pi} + \log A.$$

Geht man von den Logarithmen zu den Zahlen, so hat man nach Gleichung III:

$$\text{VII)}\quad p = A \cdot e^{\frac{\int(Xdx + Ydy + Zdz)}{\Pi}}$$

Substituirt man diesen Werth in die Gleichung $p = \Pi\varrho$, so erhält man:

$$\text{VIII)}\quad \varrho = \frac{A \cdot e^{\frac{\int (Xdx + Ydy + Zdz)}{\Pi}}}{\Pi}$$

3 Da die Temperatur der Flüssigkeit als konstant angenommen ist, so giebt diese Gleichung auch den Werth der Dichtigkeit einer wasserrechten Schichte der Flüssigkeit; denn was vorher von den wasserrechten Schichten unelastischer und ungleichartiger Flüssigkeiten gesagt ist, paßt auch auf die elastischen; weil die Theorie der wasserrechten Schichten aus der allgemeinen Gleichung der Flüssigkeiten abgeleitet ist, welche nur nach der Voraussetzung, daß p konstant sei, in einer gewissen Ausdehnung der Flüssigkeit modifizirt wurde.

Uebrigens muß man wohl beachten, daß man die Gleichung

$$(Xdx + Ydy + Zdz) = 0$$

nicht aus der Annahme $p = 0$ ableiten kann. Denn wäre $p = 0$, so wäre nach der Gleichung $p = \Pi\varrho$ auch die Dichtigkeit der elastischen Flüssigkeit $= 0$, welches die Existenz der Flüssigkeit selbst aufheben würde.

Bei einer elastischen Flüssigkeit kann also der Druck an der Oberfläche nicht Null sein, wie bei den unelastischen Flüssigkeiten.

§. 291. Vom Drucke schwerer Flüssigkeiten.

1 Wenn die auf eine Flüssigkeit wirkende beschleunigende Kraft die Schwere ist: so nehme man zuerst ein Gefäß an, das an seinem obern Theile offen ist, und auf einer horizontalen Ebene steht. Ist dies Gefäß bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser gefüllt, so ist die Oberfläche desselben horizontal. Nimmt man diese Oberfläche zur Ebene der x, y, und ist die Schwere die einzige beschleunigende Kraft, so hat man:

$$\text{I)}\quad X = 0;\ Y = 0;\ Z = g.$$

wo g die Schwere bezeichnet; alsdann wird die Gleichung $dp = \varrho\,(Zdz + Xdx + Ydy)$ zu folgender:

$$\text{II)}\quad dp = \varrho g dz.$$

Betrachtet man die Dichtigkeit ϱ, wie die Schwerkraft g als konstant, so hat man durch Integration:

$$\text{III)}\quad p = \varrho g z + C.$$

Ist $z = 0$, so hat man, weil der Druck an der Oberfläche unelastischer Flüssigkeiten gleich Null sein muß (vergl. S. 1104 Nr. 8) $0 = 0 + C$, also $C = 0$, daher:

$$\text{IV)}\quad p = \varrho g z.$$

2 Zieht man im Innern der Flüssigkeit eine Horizontalebene: so werden alle

auf dieser Ebene liegende Punkte ihre Ordinaten in der Richtung der z gleich haben; daher ist der Druck für alle diese Punkte der gleiche, nämlich $p = \varrho g z$.

3 Ist h die Entfernung zwischen der obersten Fläche, oder dem Wasserspiegel, und der Horizontalebene, auf welcher die ganze Wassermasse ruht: so wird der Druck, den die Flächeneinheit der Grundfläche erleidet, durch die Gleichung IV bestimmt, indem man darin h statt z setzt; also:

$$\text{V)} \quad p = \varrho g h.$$

4 Besteht die ganze Grundfläche aus b mal Flächeneinheiten, und bezeichnet P den Druck, den die ganze Grundfläche erleidet, so hat man:

$$\text{VI)} \quad P = bp.$$

Setzt man hierin für p seinen Werth aus V, so ist:

$$\text{VII)} \quad P = \varrho g h b.$$

Es stellt aber (vergl. S. 1832 Nr. 3) bh das Volumen eines Prismas dar, welches b zur Grundfläche und h zur Höhe hat. Multiplizirt man dieses Volumen mit der Dichtigkeit ϱ, so erhält man (vergl. S. 1898, oben) die Masse dieses Prismas; demnach ist $\varrho g b h$ das Gewicht desselben (vergl. S. 1895); die Grundfläche erleidet also einen Druck, welcher dem Gewichte des Volumens desjenigen flüssigen Prismas gleich ist, das auf dieser Grundfläche ruht.

5 Da der Druck P bei einer und derselben Flüssigkeit nur von der Grundfläche b und der Höhe h der Flüssigkeit abhängt, so folgt daraus, daß Gefäße, welche mit derselben Flüssigkeit angefüllt sind, und gleiche Höhen haben, wie (Tafel XXXV, D, Fig. 197, a, b, c, auch den gleichen Druck auf ihre Grundflächen erleiden, wie verschieden auch die Gestalten ihrer Seitenflächen sein mögen.

6 Um den Druck, den das Gefäß auf seinen Seitenflächen erleidet, zu finden, sei (Tafel XXXV D, Fig. 198) CDBA ein Rechteck aus einer solchen Seitenfläche, welches gegen den Horizont geneigt, und mit der senkrechten Linie NL den Winkel φ bildet. CD die obere, und AB die untere Seite des Rechtecks seien horizontal (was in der perspektivischen Zeichnung der Figur nicht gut zu erkennen ist); CA und DB seien die beiden Seiten, welche die Neigung gegen den Horizont machen. Es befinde sich CD unter dem Wasserspiegel. Die Grundlinie AB des Rechtecks sei = b, und seine Länge AC = l.

Theilt man das ganze Rechteck ABCD in eine unendliche Menge horizontaler Schnitte, wie AabB, aefb u. s. w. ein, so ist der Druck auf alle Punkte eines solchen Schnittes der gleiche (nach Gleichung IV, S. 2032).

Es sei die Entfernung eines solchen Schnittes, z. B. af von der obern Seite CD, oder die Entfernung Df = v; alsdann ist die Höhe eines solchen Schnittes wie ae = dv. Das Element der Fläche ABCD ist alsdann:

$$ab \cdot ae = b \cdot dv$$

Nimmt man nun die Fläche ABCD für diejenige, deren Druck durch P bezeichnet wird, so kommt durch die obige Gleichung VII, wenn man statt

h die Entfernung des Elements vom Wasserspiegel, d. h. z setzt, und unter b die Grundlinie des Rechtecks versteht:

$$\text{VIII)}\quad P = \int \varrho g z \cdot b dv.$$

Dies ist also der auf die Fläche ABCD ausgeübte Druck.

Man nimmt das Integral zwischen den beiden Grenzen $v = 0$, und $v = l$ (vergl. S. 1748), nachdem man die Gleichung um der Integration willen so reduzirt hat, daß sie nur eine Veränderliche enthält.

Hierzu nimmt man zuerst den Winkel φ, welchen die Ebene ABCD mit dem Perpendikel NL macht; ferner die Entfernung $ND = a$, um welche die obere Seite CD des Rechtecks vom Wasserspiegel absteht. Man hat nun:

$$Kf = NL = DL + ND;$$

da nun, wenn $Df = v$ zum Radius genommen wird, DL der Kosinus des Winkels $fDL = \varphi$ ist, so hat man, da $Kf = z$ ist:

$$\text{IX)}\quad z = v \cdot \cos\varphi + a.$$

Es ist also die zu integrirende Gleichung

$$\text{X)}\quad P = \int \varrho g (v \cdot \cos\varphi + a) b \cdot dv.$$

Es ist aber $\int b v dv \,.\, \cos\varphi = \frac{1}{2} b \cdot v^2 \cdot \cos\varphi$; und $\int ab \cdot dv = abv$; fügt man nun noch die Konstante hinzu, und sondert den gemeinschaftlichen Faktor b ab, so hat man:

$$\text{XI)}\quad P = \varrho g b \left(\frac{1}{2} \cdot v^2 \cos\varphi + av\right) + C.$$

Nimmt man das Integral zwischen den Grenzen $v = 0$ und $v = l$ (vergl. S. 1749), so erhält man, indem die willkürliche Konstante durch die Subtraktion verschwindet:

$$\text{XII)}\quad P = \varrho g b \left(\frac{1}{2} l^2 \cdot \cos\varphi + al\right).$$

7 Sucht man jetzt den **Mittelpunkt des Drucks**, d. h. den Punkt, wo der Mitteldruck aller Elemente der Fläche dieselbe trifft, und wo man annehmen kann, daß der ganze Druck angebracht sei: so muß man zuerst beachten, daß die Drucke aller Elemente einander parallel sind; daß also der Angriffspunkt des Mitteldrucks in jedem besondern Falle durch die Theorie der Momente dieser Kräfte bestimmt wird.

Würden alle Punkte der Wand gleich stark gedrückt, so würde der Mittelpunkt des Drucks mit dem Schwerpunkte der Fläche zusammenfallen; weil sich aber der Druck mit der Entfernung vom Niveau der Flüssigkeit, oder vom Wasserspiegel vermehrt, so folgt: **daß der Mittelpunkt des Drucks immer tiefer liegt als der Schwerpunkt.**

Man sieht sogleich aus der Theorie der Momente, daß der Mittelpunkt des Drucks sich auf der geraden Linie EH befinden muß, welche die Seite CD und AB halbirt. Auf EH muß also der Punkt G als Angriffspunkt des Drucks bestimmt werden.

Weil nun die auf alle Punkte der Fläche ABCD ausgeübten Drucke als parallele Kräfte angesehen werden, so hat man die Momente, und zwar in Beziehung auf die horizontale Linie CD in folgender Weise zu bestimmen. Der Druck, den das Flächenelement abef erleidet, ist gleich $\varrho gzbdv$ (nach Gleichung VIII, S. 2034); dies ist also auch die wirkende Kraft, deren Moment aufgesucht werden soll. Das Moment einer Kraft ist aber in Beziehung auf einen Punkt, oder eine Linie, oder einer Ebene, das Produkt dieser Kraft in die senkrechte Distanz ihrer Richtung von dem Punkte, oder der Linie, oder der Ebene (vergl. S. 1927 Nr. 13). Um daher das Moment der Kraft $\varrho gzbdv$ in Beziehung auf die Linie CD zu erhalten, muß man sie mit dem von CD auf ihre Richtung gezogenen Perpendikel multipliziren. Zieht man die Direktionslinie der Kraft $\varrho gzbdv$ durch ihren Angriffspunkt γ, d. h. durch den Punkt, in welchem die Linie ef von der Linie EH durchschnitten wird; zieht man ferner von E ein Perpendikel $E\beta$ auf diese Direktionslinie, so hat man in dem bei β rechtwinkligen Dreiecke $E\gamma = Df = v$, und den Winkel $E\gamma\beta = \varphi$, als dessen Wechselwinkel. Macht man $E\gamma = v$ zum Radius, so ist das Perpendikel $E\beta = v \cdot \sin\varphi$; demnach ist das Moment der auf das Flächenelement abef wirkenden Kraft $= \varrho gzbdv \cdot v \cdot \sin\varphi$.

Bezeichnet man nun die Linie EG, d. h. die Entfernung des Mittelpunkts des Druckes von CD mit v', so hat man nach der Theorie der Momente:

$$\text{XIII)}\quad Pv' \cdot \sin\varphi = \sin\varphi \cdot \int \varrho gzbv'dv;\ \text{oder}\ P \cdot v' = \int \varrho gzbvdv.$$

Es folgt nämlich aus der Theorie der parallelen Kräfte (vergl. S. 1927 Nr. 13), daß, wenn man den Druck auf das Flächenelement abef mit der Entfernung v dieses Elements von CD multiplizirt, und die Summe der ähnlichen Produkte für alle Elemente nimmt: diese Summe gleich ist dem ganzen Druck multiplizirt mit der Entfernung des Mittelpunkts des Drucks von derselben Linie CD; heißt also diese Entfernung $EG = v'$, so hat man:

$$v' \cdot \int \varrho gzbdv = v \int \varrho gzbdv = \int \varrho gzbvdv.$$

Beide Integrale müssen aber zwischen den Grenzen $v = 0$ und $v = l$ genommen werden.

Setzt man zuvörderst in die zweite Gleichung bei XIII den bei IX gefundenen Werth von z hinein, so erhält man:

$$\text{XIV)}\quad Pv' = \varrho gb \int (\cos\varphi \cdot v^2 \cdot dv + avdv).$$

Integrirt man diese Gleichung so ist:

$$Pv' = \varrho gb \left(\cos\varphi \cdot \frac{v^3}{3} + \frac{av^2}{2}\right) + C.$$

Integrirt man ferner zwischen den Grenzen $v = 0$, und $v =$, so erhält man:

$$\text{XV)}\quad Pv' = \varrho gb \left(\cos\varphi \cdot \frac{l^3}{3} + \frac{al^2}{2}\right)$$

Setzt man für P seinen Werth aus der Gleichung XII, und dividirt durch den gemeinschaftlichen Faktor l, so ergiebt sich:

$$\text{XVI)} \quad v' = \frac{\cos\varphi \cdot \frac{l^2}{3} + \frac{al}{2}}{\cos\varphi \cdot \frac{l}{2} + a}$$

Hat man auf ähnliche Weise den Druck gefunden, der auf die andern Seitenflächen, so wie den, der auf die Grundfläche und ihre Angriffsmittelpunkte ausgeübt wird, so nimmt man die Resultante aller dieser Kräfte, um den Gesammtdruck zu erhalten.

8 Es soll jetzt ein Körper betrachtet werden, welcher in eine schwere gleichartige Flüssigkeit getaucht wird. Der Druck, den diese Flüssigkeit gegen irgend einen Theil der Oberfläche des eingetauchten Körpers ausübt, wird auf dieselbe Weise bestimmt, wie derjenige, welcher gegen die Wände des Gefäßes wirkt. Will man aber den Gesammtdruck finden, so wendet man folgende vier Sätze an:

1) Die mannigfaltigen Drucke, welche auf den Körper wirken, haben eine einzige Resultante, welche senkrecht wirkt, und ihn in einer Richtung zu drücken sucht, die derjenigen der Schwere entgegengesetzt ist. Dieser Druck der schweren Flüssigkeit, wie z. B. des Wassers, von unten nach oben, heißt der Auftrieb.
2) Die horizontalen Drucke heben sich auf.
3) Die Intensität der Resultante aller Drucke ist dem Gewichte des Volumens der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit gleich.
4) Die Resultante aller Drucke geht durch den Schwerpunkt des Volumens der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit; und da sie senkrecht wirkt, so ist ihre Richtung bestimmt.

Diese Sätze sind sämmtlich höchst wichtig für die Theorie der schwimmenden Körper.

9 Zum Beweise dieser Sätze sei, Tafel XXXV, D, Fig. 199, das Gefäß ADE mit einer schweren Flüssigkeit angefüllt, welche sich im Gleichgewichte befindet. In derselben gehe ein Theil KL plötzlich aus dem flüssigen in den festen Zustand über; dadurch wird das Gleichgewicht nicht gestört. Dieser feste Theil oder Körper wird von oben nach unten durch eine senkrechte Kraft getrieben, welche seinem Gewichte gleich und an seinem Schwerpunkte angebracht ist; diese Kraft kann nur durch die Resultante aller normalen Drucke aufgehoben werden, welche die Flüssigkeit gegen den festen Körper ausübt. Hieraus folgt, daß die Resultante aller normalen Kräfte senkrecht ist, und eine einzige Kraft sein muß, da sie mit einer einzigen Kraft das Gleichgewicht hält; und da die Resultante aller Drucke senkrecht ist, so müssen sich die horizontalen Kräfte gegenseitig aufheben.

Das Gleichgewicht zwischen einem Körper und einer Flüssigkeit kann also nur stattfinden, wenn der Schwerpunkt des Körpers und der Schwerpunkt der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit sich auf der nämlichen senkrechten Linie befinden. Ist der Körper völlig in die Flüssigkeit eingetaucht, so ist das Volumen des Körpers und dasjenige der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit

ein und dasselbe, und beide Schwerpunkte liegen alsdann vollkommen in einander. Ist aber der Körper nur theilweise eingetaucht, so ist sein Schwerpunkt nicht mehr derselbe mit demjenigen der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit; alsdann müssen sie beide auf derselben senkrechten Linie liegen.

Es sei v das Volumen der aus ihrer Stelle vertriebenen Flüssigkeit, und v' das des Körpers, der in dieselbe getaucht ist; ϱ die Dichtigkeit der Flüssigkeit, ϱ' diejenige des Körpers. Ist der letztere ganz in die Flüssigkeit eingetaucht, so hat man, unter der obigen Voraussetzung, daß der feste Körper ein plötzlich erstarrter Theil der Flüssigkeit ist: 10

$$g\varrho v = g\varrho' v';$$

da nun nach der Voraussetzung $v = v'$, so ist auch $\varrho = \varrho'$. Ist aber das Gewicht des Körpers leichter als das der aus der Stelle vertriebenen Flüssigkeit, so hat man natürlich:

$$g\varrho' v' < g\varrho v.$$

Der Körper muß demnach in die Höhe steigen, und die Kraft, die ihn bewegt, wird gleich $g\varrho v - g\varrho' v'$ sein.

Hat man aber im Gegentheil

$$g\varrho' v' > g\varrho v$$

so wird der Körper sinken, und die Kraft, welche auf ihn drückt, ist:

$$g\varrho' v' - g\varrho v.$$

Demnach sinkt der Körper, wie wenn ein Gewicht $g\varrho' v' - g\varrho v$ auf ihn wirkt, das also dem Unterschiede des Gewichts des Körpers und desjenigen der Flüssigkeit gleich ist.

Fünftes Kapitel.

Theorie der schwimmenden Körper.

§. 292. Allgemeine Grundsätze.

Die beiden Grundsätze für die Theorie der schwimmenden Körper sind diese: 1

1) Wenn ein Körper in das Wasser gesenkt wird, so kann er nur dann im Gleichgewicht bleiben, wenn sein Schwerpunkt mit demjenigen des aus der Stelle vertriebenen Wassers auf einer und derselben senkrechten Linie liegt.
2) Diejenige Wassermasse, welche das Volumen des eingetauchten Theils ausfüllt, hat dasselbe Gewicht wie der ganze Körper.

Der eingetauchte Theil eines schwimmenden Körpers, namentlich 2

eines Schiffes, heißt sein Wasserraum; er reicht von der untersten Fläche bis zur Ebene des Wasserspiegels; die senkrechte Tiefe des Wasserraums heißt die Wassertracht. Die Ebene des Wasserspiegels scheidet den Wasserraum von dem nicht eingesenkten Theile.

3 Es sei v das Volumen des aus der Stelle vertriebenen Wassers, p seine Dichtigkeit, und g die Schwere; P sei das Gewicht des schwimmenden Körpers ABCD, Fig. 200, Tafel XXXV, D; diesem Gewichte P wird das Gleichgewicht von einer senkrechten Kraft = pgv gehalten (vergl. S. 2037); damit sich also diese beiden Kräfte ins Gleichgewicht setzen, muß ein Theil des Körpers, nämlich ABD, im Wasser bleiben; dieser Theil ist der Wasserraum.

4 Ist sowohl der schwimmende Körper als auch das Wasser homogen, so fällt der Schwerpunkt des Wasserraums mit demjenigen des verdrängten Wassers zusammen. Ist die spezifische Schwere oder Dichtigkeit (vergl. S. 1895) des Körpers derjenigen des Wassers gleich, so ist der Satz von selbst einleuchtend. Ist aber die Dichtigkeit verschieden, so sei die Dichtigkeit des Körpers der n. Theil von derjenigen des Wassers. Ehe das Wasser verdrängt wird, denke man sich zwei seiner Molekule m und m′ in irgend einem Abstande von einander; da sie gleich schwer sind, so geht ihre Resultante durch den Mittelpunkt der Verbindungslinie. Ist der Körper an die Stelle des Wassers getreten, so kommen zwei seiner Molekülen $\frac{m}{n}$ und $\frac{m'}{n}$ dorthin, wo vorher m und m′ waren; da sie ebenfalls einander gleich sind, so kann ihre Resultante auch durch keinen andern Punkt, als den Mittelpunkt ihrer Verbindungslinie gehen, welcher derselbe wie für m und m′ ist. Wendet man diese Betrachtung auf jedes andere Paar der Wasser- und Körper-Molekülen an, so zeigt sich von selbst, daß zuletzt auch die beiden Schwerpunkte, als die Angriffspunkte der beiden Hauptresultanten, zusammenfallen müssen.

5 Ist der Körper homogen, so liegt sein Schwerpunkt G, Fig. 200, über dem Schwerpunkte O des Wasserraums. Denn wenn g der Schwerpunkt des aus dem Wasser hervorragenden Theils ist, so muß sich der Schwerpunkt des ganzen Körpers auf der Verbindungslinie gO der beiden Theil-Schwerpunkte g und O befinden, demnach über O, d. h. über dem Schwerpunkte des Wasserraumes liegen.

6 Ist aber der schwimmende Körper ungleichartig, so kann es geschehen, daß sein Schwerpunkt G unter dem Schwerpunkte des Wasserraumes liegt. Damit nämlich das Gleichgewicht stattfindet, muß folgende Bedingung erfüllt sein: Das Gewicht einer Wassermasse von gleichem Volumen wie der Wasserraum des Körpers ist gleich dem Gewichte des ganzen schwimmenden Körpers.

Diese Gleichung bringt nicht nothwendig mit sich, daß das Gewicht des Körpers in seinem ganzen Volumen gleichförmig vertheilt sei. Nimmt man also den Körper als ungleichartig an, wie es z. B. bei einem Schiffe mit seiner verschiedenartigen Ladung geschehen muß: so ist es wohl möglich, daß der größere Theil des Totalgewichts in einem Theile von sehr kleiner Ausdehnung konzen-

trirt sei, wodurch es dann geschehen kann, daß der Schwerpunkt G des ganzen Körpers unter dem Schwerpunkte des Wasserraums zu liegen kommt. Es kann sich also überhaupt der Schwerpunkt des ganzen schwimmenden Körpers bald über, bald unter demjenigen seines Wasserraumes befinden.

Wenn der Wasserraum leichter ist, als das Volumen Wasser, das er aus der Stelle treibt, so erhält er sich nur darum im Gleichgewicht, weil das Gewicht des übrigen Theils des Körpers den Unterschied zwischen dem Gewichte des verdrängten Wasservolumens und dem Gewichte des Wasserraumes ausgleicht. Vermehrt man alsdann die Ladung des schwimmenden Körpers, so wird er noch tiefer sinken, bis das aus der Stelle vertriebene Wasser das Gleichgewicht wieder hergestellt hat, und die Wassermasse, welche der Wasserraum ersetzt, dem Gewichte des schwimmenden Körpers gleich ist. 7

Es sei M dieses Gewicht, welches als eine Kraft angesehen werden kann, die an dem Schwerpunkte O des Wasserraumes angebracht ist, und in senkrechter Richtung wirkt. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 201, der schwimmende Körper in eine etwas geneigte Flüssigkeit eingetaucht, so daß die wagrechte oder horizontale Linie AB (welche das Profil des wasserrechten Durchschnitts vom schwimmenden Körper anzeigt), durch die etwas geneigte Linie ab ersetzt wird. Die in O senkrecht auf ab angebrachte Kraft M stellt den Druck der Flüssigkeit vor, und wirkt von unten nach oben (vrgl. S. 2036 Nr. 8). Wird diese Kraft mit der aus dem Schwerpunkte auf ihre Direktion senkrecht gezogenen Linie GL multiplizirt: so erhält man (vergl. S. 2035) ihr Moment. Es ist also $M \cdot GL$ das Moment von M in Beziehung auf den Schwerpunkt G des ganzen Körpers. Man hat in dem rechtwinkligen Dreiecke GOL die Seite $GL = GO \cdot \sin LOG$; daher heißt das Moment

$$M \cdot GO \cdot \sin LOG.$$

Der Winkel LOG wird von den beiden Linien LO und GO gebildet, von denen die eine senkrecht auf ab, die andere senkrecht auf AB steht. Sieht man nun auf die beiden Dreiecke $\alpha\gamma C$, und $\beta\gamma O$, so haben sie rechte Winkel in β und α; und einen gemeinschaftlichen Winkel in γ, daher ist $\angle LOG = \angle BCb$, d. h. gleich dem Winkel, den die beiden Linien AB und ab mit einander bilden.

Bezeichnet man diesen Winkel mit ϑ, und ferner mit A die Entfernung OG des Schwerpunkts G des ganzen Körpers von dem Schwerpunkt O des Wasserraums, so wird das Moment zu

$$M \cdot A \cdot \sin \vartheta.$$

Betrachtet man den Druck des Wassers als eine positive Kraft, so würde das eben berechnete Moment *in entgegengesetzter Richtung* wirken, wenn der Punkt G *unter* O fiele.

Vergrößert sich der Faktor $\sin \vartheta$, so nimmt natürlich auch das Moment zu, und ebenso auch der Neigungswinkel ϑ; je größer aber dieser Neigungswinkel ist, desto mehr wird der schwimmende Körper streben unterzusinken. Bleibt dagegen der Winkel ϑ unverändert, so hängt die Intensität des Moments $M \cdot A \cdot \sin \vartheta$ von dem Faktor MA ab. Dieser Faktor MA hat von

Euler den, seitdem allgemein angenommenen, Namen der Stabilität erhalten, weil er dazu dienen kann, den Grad der Stabilität oder Standhaftigkeit eines schwimmenden Körpers zu bestimmen, d. h. den Grad seiner Fähigkeit, sich von einem erhaltenen Stoße nicht umwerfen zu lassen, sondern sich nach einigen Schwingungen wieder in die erste aufrechtstehende Stellung zurückzubegeben.

8 Es sei F eine Kraft, deren Moment in Bezug auf den Punkt G, d. h. auf den Schwerpunkt des ganzen schwimmenden Körpers im Stande ist, die Wirkung von $M \cdot A \cdot \sin \vartheta$ aufzuheben. Das Moment dieser Kraft wird gefunden, wenn man, Fig. 201, die senkrechte GK auf ihre Direktion KR zieht; nennt man diese senkrechte k, so ist das gesuchte Moment kF. Da alle Kräfte nach der Voraussetzung auf die beiden M und F reduzirt sind, so müssen ihre beiden Momente gleich sein, man hat also:

$$\text{I)}\quad kF = M \cdot A \cdot \sin \vartheta;\ \text{also}\ \sin \vartheta = \frac{kF}{M \cdot A}$$

Um diese Formel auf ein Schiff anzuwenden, nehme man an, daß der Neigungswinkel nicht 10° übersteigen soll. Setzt man kF gleich der Einheit, und statt $\sin \vartheta$ den Sinus von 10° = 0,17365 oder nahe 1/6, so hat man:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{M \cdot A}$$

Nimmt man eine geringere Zahl von Graden als 10, so wird sich mit der Verringerung des Sinus auch der Bruch, welcher seinen Werth angiebt, verringern; ist z. B. der Winkel $\vartheta = 9°$, so ist $\sin \vartheta = 0{,}1564$, es ist aber:

$$0{,}1564 = \frac{1}{6{,}394}$$

Für einen Neigungswinkel unter 10° muß also die Stabilität $M \cdot A$ sechsmal die größte Kraft übertreffen, welche das Schiff erträgt.

9 Um sich den Begriff der Stabilität auf die einfachste Weise geläufig zu machen, denke man sich einen auf dem Wasser schwimmenden Körper zuerst im Gleichgewicht. Erhält er darauf einen Druck oder Stoß, durch den er aus seiner Lage gebracht wird: so wird er entweder umfallen, oder von selbst wieder in die vorige Stellung zurückkommen.

Um zu wissen, in welchem Falle das eine, und in welchem das andere geschehen muß, so bemerke man: welche Richtung die Vertikallinie durch die beiden Schwerpunkte des ganzen Körpers und des Wasserraumes in der ersten Lage hatte; und welche Richtung diejenige Vertikallinie hat, die bei der neuen Lage des Körpers vom Schwerpunkte des alsdann untergetauchten Theiles, oder des neuen Wasserraums aufwärts geht.

Wird die erstere von der zweiten unterhalb des Schwerpunkts des ganzen Körpers geschnitten, so muß der Körper umfallen. Geschieht aber der Schnitt oberhalb des Schwerpunkts des ganzen Körpers, so kommt der Körper wieder von selbst in seine vorige Lage.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 202, ABCDEF der schwimmende Körper,

und K der Schwerpunkt seiner ganzen Masse; sein eingetauchter Theil oder sein Wasserraum bei der ersten Lage sei EDCB, und dessen Schwerpunkt H. Es erhalte der Körper einen Stoß von links nach rechts. Alsdann bekommt er auch eine andere Lage, und sein Wasserraum ist nicht mehr derselbe, sondern wird CDEF; d. h. links ragt noch das Stück αBC hervor, und rechts taucht noch das Stück αFE unter; der Schwerpunkt dieses neuen Wasserraums sei G. In der Figur ist, um die Zeichnung des Körpers deutlicher zu erhalten, die Lage des Wassers statt derjenigen des Körpers verändert. Man darf aber nur die Zeichnung etwas drehen, bis nicht mehr EB sondern FC horizontal ist, und den Wasserspiegel bei der neuen Lage des Körpers im Durchschnitt zeigt; alsdann sieht man, wie sich der Körper gedreht hat, während der Wasserspiegel unverändert geblieben ist. (Diese Bemerkung gilt auch für die Figur 201).

Zieht man jetzt die Vertikallinie GM, so schneidet sie die erste Vertikallinie HK in L, also unterhalb des Schwerpunkts K des ganzen Körpers. In diesem Falle muß der Körper noch weiter rechts hin umfallen. Denn hat man sich die Zeichnung so gedreht, daß EC horizontal ist, und zieht man die Linie GK, welche man sich als steif vorzustellen hat, so sieht man sogleich, daß K keine Unterstützung hat; daß sich also die steife Linie GK in vertikalen Richtungen bei G aufwärts und bei K niederwärts bewegen muß; der Körper dreht sich also noch weiter rechts.

Wäre aber der Schwerpunkt der ganzen Körpermasse in I, so daß der Schnitt L der beiden Vertikallinien oberhalb desselben liegt, so würde sich der Körper von selbst aufrichten. Denn zieht man auch hier die steife Linie IG, so sieht man, daß der Schwerpunkt I keine Unterstützung hat, daß also die steife Linie GI in vertikalen Richtungen bei G aufwärts, und bei I niederwärts bewegt werden muß; daß also der ganze Körper sich mit seinem obern Theile linkshin dreht. Da er nun den Stoß von links nach rechts hin bekam, so begiebt er sich durch diese Drehung von rechts nach links wieder in seine vorige Lage zurück; doch erreicht er das Gleichgewicht erst nach einigen vorhergehenden Schwingungen.

Trifft es sich aber, daß bei der neuen Lage der Schnittpunkt L in den Schwerpunkt der ganzen Körpermasse fällt, so bleibt der Körper auch dann stehen. Dies geschieht jedesmal bei einer schwimmenden Kugel von homogener Masse.

Je niedriger also der Schwerpunkt der ganzen Masse liegt, um desto sicherer ist der Körper gegen das Umstürzen: sein unterer Theil muß also am schwersten sein.

Man kann daher die Stabilität eines schwimmenden Körpers dadurch leicht prüfen, daß man sich vorstellt, er bekomme einen kleinen Stoß seitwärts, und weiche um Etwas von seiner ersten Lage ab. Liegt alsdann der Schnittpunkt L sehr hoch über dem Schwerpunkt der ganzen Masse, so hat der Körper Stabilität genug, weil er noch sehr gedreht werden kann, ehe der Schnittpunkt L unter den Schwerpunkt der ganzen Masse zu liegen kommt. Ist aber der Punkt L schon bei einer kleinen Drehung dem Schwerpunkte der ganzen Masse nahe,

so ist nicht viel Stabilität vorhanden. Ist L im Schwerpunkte selbst, so kann der Körper nur sehr geringe Drehungen ertragen; ist aber L unterhalb des Schwerpunktes, so fällt der Körper bei dem geringsten Stoße um.

10 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 203, ein Körper zum Theil im Wasser eingetaucht, und habe durch einen schwachen Stoß seine Gleichgewichtslage verlassen; der Wasserraum, welcher zuerst ADB war, werde bei der neuen Lage zu aDb. Der Schwerpunkt G der ganzen Körpermasse bleibt natürlich derselbe; in ihm vereinigt sich die Wirkung vom Drucke des Wassers, und vom Gewichte des ganzen Körpers; wenn sich nun diese beiden Kräfte nicht aufheben, so können sie nur eine kreisförmige Bewegung um den Punkt G hervorbringen. In Beziehung auf den Schwerpunkt O des anfänglichen Wasserraums sieht man gleich, daß er sich bei der neuen Lage dem Theile bB des Körpers nähern muß. Denn da er sich in O befand, als der Wasserraum ADB war, so muß er, wenn sich der Wasserraum um ACa vermindert, und um bCB vermehrt hat, nach O' gerückt, d. h. demjenigen Theile des Wasserraums näher gekommen sein, welcher demselben hinzugekommen ist. Man ziehe durch diesen neuen Wasserraum-Schwerpunkt O' die Linie O'i senkrecht auf die neue Niveaulinie ab; ferner durch den Körper-Schwerpunkt G die Linie Gk ebenfalls senkrecht auf die neue Niveaulinie ab. Da diese beiden Linien die an den beiden Schwerpunkten angebrachten Kräfte darstellen, von denen die bei i angebrachte der aufwärts wirkende Druck des Wassers, die bei k angebrachte das niederwärts wirkende Gewicht des Körpers ist: so müssen diese beiden Kräfte, da sie zu einem und demselben System gehören, für den Fall des Gleichgewichts einander gleich und gerade entgegengesetzt sein. Diese letztere Bedingung wird erfüllt, wenn die Punkte k und i zusammenfallen; fallen sie aber nicht zusammen, so können zwei Fälle eintreten.

1) Fällt der Punkt k zwischen C und i, so strebt das von G nach k wirkende Gewicht des ganzen Körpers dahin, die beiden Linien Cb und CB einander zu nähern; dagegen der von O' nach i wirkende Druck oder Auftrieb des Wassers strebt die beiden Linien Cb und CB von einander zu entfernen; die letztere Kraft muß aber siegen, weil sie auf den längeren Hebelarm Ci wirkt. In diesem Falle muß also der Körper sich gegen B erheben, und demnach seine ursprüngliche Lage wieder einnehmen, und sich im Zustande eines stabilen Gleichgewichts befinden.

2) Fällt dagegen der Punkt i zwischen k und C, so wirkt die Kraft Gk auf einen längern Hebelarm Ck; es siegt also das Gewicht des Körpers über den Auftrieb des Wassers; es muß demnach der in das Wasser eingetauchte Theil noch tiefer sinken, wodurch der Zustand eines augenblicklichen Gleichgewichts hervorkommen wird.

§. 293. Vom Metazentrum.

1 Vergleicht man den Druck des Wassers oder den Auftrieb desselben in der zweiten Lage, Tafel XXXV, D, Fig. 203, mit demjenigen in der ersten Lage,

so sieht man, daß die Linie OG senkrecht auf AB, und O'i senkrecht auf ab steht, daß sie also bei m einen Winkel mit einander bilden, welcher dem Winkel bCB gleich ist. Der Schnittpunkt m (oder in Figur 202 der Punkt L) heißt das Metazentrum.

Nach dem Vorigen befindet sich das Metazentrum stets auf der Vertikale, welche durch den Körperschwerpunkt und durch den Wasserraumsschwerpunkt gezogen wird. Soll demnach seine Lage bestimmt werden, so hat man nur die Entfernung des Metazentrums von einem der beiden Punkte G oder O zu bestimmen, deren Lage für bekannt gilt. 2

Es nehme, Tafel XXXV, D, Fig. 203, der schwimmende Körper eine sehr wenig geneigte Lage an, so daß seine Durchschnittsebene die Linie ab zur Horizontallinie erhält, und der Theil ACa des ersten Wasserraums aus dem Wasser hervorkommt, während der vorher außer dem Wasser befindliche Theil BCb jetzt unter Wasser ist. Die zu beiden Lagen gehörigen Wasserräume haben also einen gemeinschaftlichen Theil an dem Zwischenkörper aCBD; man hat also:

Alter Wasserraum = Zwischenkörper aCBD + ACa.
Neuer Wasserraum = Zwischenkörper aCBD + bCB.

Man bezeichne mit γ den Schwerpunkt des Zwischenkörpers; mit g den Schwerpunkt des Theils ACa, welcher beim neuen Wasserraume fehlt; mit g' den Theil bcB, welcher beim neuen Wasserraume hinzugekommen ist.

Wenn, Fig. 204, CB nach Cb kommt, so erhält auch die Linie BR, welche die rechtsliegenden Endpunkte des alten Wasserraums verbindet, die Lage br. In dem Sektor BCb bleibt also der leere Raum bBq, den man aber vernachlässigen kann, da er bei der angenommenen Kleinheit des Bogens Bb auch sehr klein ist; die Dreiecke qBs und Cbq haben bei q einen Scheitelwinkel, und außerdem $\angle$ Cbr = $\angle$ CBR, sind also ähnlich; daher auch $\angle$ qsB = $\angle$ C = $\angle\ \vartheta$ (vergl. S. 2039 Nr. 7); da nun die Lagenveränderung, also auch der Winkel ϑ sehr klein angenommen ist, so muß auch die dem sehr kleinen Winkel qsB gegenüberliegende Seite qB sehr klein erscheinen; da nun ferner, wegen der sehr kleinen Lagenveränderung auch Bb sehr klein ist, so verhält es sich ebenso mit der dritten Seite bq des Dreiecks bqB, also auch mit seiner Höhe und seinem Flächeninhalte. Ist überdem ϑ unendlich klein, so wird dieser Flächeninhalt ein unendlich Kleines von der zweiten Ordnung (vergl. S. 1123 Nr. 16), was in Beziehung auf den Sektor CBb Null ist, und es auch dann bleibt, wenn man statt der Sehne br den Bogen br substituirt. Eine ähnliche Betrachtung gilt auch für den Sektor ACa in Fig. 203.

Bringt man nun an den Schwerpunkten γ, g und g' des Zwischenkörpers und der beiden Sektoren Kräfte an, welche diesen Körpern proportional sind, so theilt der Schwerpunkt O des alten Wasserraums die Linie gγ im umgekehrten Verhältnisse der an diesen Punkten angebrachten Kräfte; ebenso theilt der Schwerpunkt O' des neuen Wasserraums die Linie g'γ im umgekehrten Verhältnisse der an diesen Punkten angebrachten Kräfte. Dies folgt aus der Theorie des Schwerpunkts (S. 1947) und der Theorie des Hebels (S. 1967); man

kann nämlich die steife Linie $g\gamma$ wie einen Hebel betrachten, dessen Unterstützungspunkt in O liegt, und an dessen beiden Enden die Gewichte des Zwischenkörpers und des Sektors bCB angebracht sind.

Da der ganze Körper für homogen angenommen wird, so ist das Verhältniß der Gewichte seiner Theile auch zugleich das Verhältniß der Volumina dieser Theile (vergl. S. 1898); da sich nun die Gewichte umgekehrt wie die Lienientheile verhalten, so hat man:

I) Volumen des Zwischenkörpers aCBD : Volumen aCA $= Og : O\gamma$;
II) Volumen des Zwischenkörpers aCBD : Volumen bCB $= O'g' : O'\gamma$.

Die zweiten Glieder dieser Proportionen sind identisch; denn wenn der schwimmende Körper in seiner neuen Lage im Gleichgewichte ist: so muß er, da sein Totalgewicht nicht verändert ist, auch dieselbe Wassermenge aus der Stelle treiben; es müssen also beide Wasserräume in den beiden Lagen gleich sein; da nun der Zwischenkörper ein und derselbe ist, so müssen die beiden Theile aCA und bCB, wie verschieden sie auch an Gestalt sein mögen, dennoch an Volumen gleich sein; daher hat man aus den beiden Proportionen I und II:

$$\text{III)}\quad Og : O'g' = O\gamma : O'\gamma.$$

Es werden also die beiden geraden Linien $g\gamma$ und $g'\gamma$ durch die gerade Linie OO' geschnitten; es ist daher OO' parallel mit gg' (vergl. S. 682 Nr. 4).

Die Ebene des Wasserspiegels heißt in Beziehung auf einen schwimmenden Körper die Wassertrachtsebene (vergl. S. 2038 Nr. 2); und noch genauer Schwimmebene, wenn sich der schwimmende Körper in schwankender Bewegung befindet, so daß der Durchschnitt des Körpers mit dem Wasserspiegel veränderlich ist.

Da in Fig. 203 die zweite Wassertrachtsebene eine sehr kleine Neigung gegen die erste haben soll, so kann man die Dicke der Volumina bCB und aCA unberücksichtigt lassen, und demnach annehmen, daß sich die gerade gg' in der ersten Wassertrachtsebene AB befinde; da ferner OO' mit gg' parallel ist, so kann man auch die Linie OO' für parallel mit der Wassertrachtsebene AB ansehn.

3 Um die Linie OO' zu bestimmen, welche die beiden Schwerpunkte des ersten und zweiten Wasserraums verbindet, nimmt man aus der Proportion I, (vergl. S. 539 Nr. 13):

IV) Zwischenkörper aCBD + Vol. aCA : Vol. aCA $= Og + O\gamma : O\gamma$.

oder:

Volumen des alten Wasserraums : Vol. aCA $= g\gamma : O\gamma$.

Die ähnlichen Dreiecke $gg'\gamma$ und $OO'\gamma$ geben:

$$\text{V)}\quad g\gamma : O\gamma = gg' : OO'.$$

Nimmt man diese Proportion mit der bei IV zusammen, so erhält man:

VI) Vol. des alten Wasserraums : Vol. aCA $= gg' : OO'$;

$$\text{also VII)}\quad OO' = \frac{\text{Vol. } aCA \cdot gg'}{\text{Vol. des alten Wasserraums}}$$

Aus OO' läßt sich leicht Om erhalten, d. h. die Linie, welche den Schwerpunkt des alten Wasserraums mit dem Metazentrum verbindet. Die geraden Linien Om und O'm (Tafel XXXV, D, Fig. 205) stehen auf den geraden Linien AC und aC senkrecht; da die Winkel C und m sehr klein sind, so können die beiden Dreiecke AaC und OmO' als gleichschenklig angesehn werden, und daher auch als ähnlich; man hat also: 4

$$\text{VIII)}\quad \text{Bogen } Aa : OO' = Ca : mO;$$

$$\text{daher IX)}\quad mO = \frac{OO' \cdot Ca}{\text{Bogen } Aa}$$

Die obere Oberfläche AB, Fig. 206, des ersten Wasserraums, welche anfänglich wasserrecht war, wird durch die obere Oberfläche ab des neuen Wasserraums so ersetzt, daß sich das Ende A aus dem Wasser erhebt, während sich das Ende B in dasselbe einsenkt. Diese beiden Wassertrachts- oder Schwimmebenen von einer Vertikalebene durchschnitten, geben den Schnitt ACa in Fig. 203. 5

Man kann aber unendlich viele senkrechte Ebenen parallel mit einander durch die Wassertrachtsebenen legen; alsdann wird der feste, zwischen den Ebenen KAL und KaL liegende Körper in eine unendliche Menge von Schnitten getheilt, welche sämmtlich mit der Ebene ACa parallel sind.

Hat sich nun die Ebene KAL, welche vorher an der Oberfläche des Wasserraums, also in dem Wasserspiegel war, aus demselben erhoben, und sich um die Linie KL wie um eine Axe gedreht: so muß auch jede in der Ebene liegende Gerade, wie AC, einen kleinen Kreisbogen beschrieben haben; die Parallelebenen werden demnach lauter Sektoren, aCA, a'C'A' u. s. w., zwischen den Ebenen KAL und KaL bilden.

Nimmt man den gemeinschaftlichen Durchschnitt KL zur Axe der x, und stellt die Axe der y senkrecht auf die der x in der Ebene KAL, so sind die Ordinaten y die senkrechten Linien AC, AC', AC'' u. s. w.

Der Winkel, den die beiden Ebenen KAL und KaL mit einander machen, soll nach der Annahme unendlich klein sein, und ist natürlich für alle parallelen Sektoren derselbe; der Bogen, welcher diesen Winkel mißt, heiße ω, und sei mit dem Radius = 1 beschrieben; alsdann findet man den Bogen eines jeden von den parallelen Sektoren durch die Proportion:

$$1 : \omega = AC \text{ oder } y : \text{Bogen } Aa;$$

daher:

$$\text{X)}\quad \text{Bogen } Aa = \omega \cdot y.$$

Multiplizirt man diesen Bogen mit der Hälfte des Radius y, so hat man (vergl. S. 722 und S. 734 Nr. 18), als Flächeninhalt eines solchen Sektors $\frac{1}{2} \cdot \omega y^2$. Multiplizirt man diesen Flächeninhalt mit der unendlich kleinen Dicke $CC' = dx$, welche zwischen zwei auf einander folgenden Sektoren liegt, so

hat man als körperlichen Inhalt eines solchen kleinen Körpers:

$$Aa'A' = \frac{1}{2}\omega \cdot y^2 \cdot dx.$$

Dies ist das Element des gesuchten Körpers, daher hat man (Figur 203):

$$\text{XI)} \quad \text{Volumen } ACa = \frac{1}{2}\omega \cdot \int y^2 dx$$

Dies ist das zweite Glied der Proportion VI. Die gerade Linie Cg in Fig. 203 ist die Entfernung der Axe KL von dem Schwerpunkte g des Cylinderabschnitts KaLA; um diese Entfernung zu bestimmen, muß man die Summe der Momente der Elementarsektoren in Beziehung auf diese Axe nehmen.

Nimmt man den Sektor ACa in Fig. 207, so befindet sich der Schwerpunkt g dieses Sektors auf dem Radius CR = CA, Fig. 208, und zwar in einer Entfernung, welche (vergl. S. 1957 Nr. 19) folgenden Werth hat:

$$\frac{\frac{2}{3}\,CR \cdot \text{Sehne } Aa}{\text{Bogen } Aa}$$

Da aber der Winkel C sehr klein ist, so kann man den Bogen durch die Sehne ersetzen; es bleibt also nur $\frac{2}{3}$ CR übrig; da ferner CR = CA = y ist (Fig. 206), so hat man $\frac{2}{3}y$ als Entfernung des Schwerpunkts eines Sektors von der Axe KL. Multiplizirt man jetzt den Elementarkörper (nach XI) = $\frac{1}{2}\omega y^2 dx$ mit dieser Entfernung, so ist das Moment dieses Körpers in Beziehung auf die Axe KL gleich $\frac{1}{3}\omega y^3 \cdot dx$, man bekommt also:

$$\text{XII)} \left\{ \begin{array}{l} \int \frac{1}{2}\omega y^2 dx = \text{Summe der Elementarkörper} \\ \int \frac{1}{3}\omega y^3 dx = \text{Summe der Momente der Elementarkörper.} \end{array} \right.$$

Es ist also nach der Eigenschaft der Momente, welche Produkte sind, deren einer Faktor die senkrechte Entfernung ist (vergl. S. 2035), die Entfernung Cg des Schwerpunktes des kleinen Körpers CAa in Fig. 203, oder KALa in Fig. 206:

$$Cg = \frac{\int \frac{1}{3}\omega y^3 dx}{\int \frac{1}{2}\omega y^2 dx}$$

Da ω eine konstante Größe ist, so kann sie ebensowohl wie die Zahlenbrüche außerhalb des Integrals gesetzt werden (vergl. S. 1159 Nr. 3); die ω unten und oben heben sich, und $\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$; daher:

$$\text{XIII)} \quad Cg = \frac{2\int y^3 dx}{3\int y^2 dx}$$

Hat man Cg durch Integration bestimmt, so erhält man auch durch die- 6 selbe Formel den Werth von Cg' in Figur 203. Hat aber der schwimmende Körper eine symmetrische Form, wie die Schiffe, so hat man geradezu:

$$Cg = Cg'.$$

Durch Verdoppelung des Werthes von Cg, da 2Cg = gg', erhält man:

$$\text{XIV)} \quad gg' = \frac{4 \int y^3 dx}{3 \int y^2 dx}$$

Um das Volumen des Wasserraums, welches in der Gleichung VII (S. 2045) 7 vorkommt, zu bestimmen, hat man, wenn der Körper regelmäßig ist, die gewöhnlichen Formeln der Differentialrechnung; es heiße dieses Volumen V; es wird alsdann die Gleichung VII, wenn man den Werth für ACa aus Gleichung XI, und für gg' aus Gleichung XIV nimmt, zu folgender:

$$\text{XV)} \quad OO' = \frac{2 \omega \int y^3 dx}{3 V}$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung IX, den Werth für Bogen Aa aus Gleichung X, und endlich y für Ca, so erhält man:

$$\text{XVI)} \quad mO = \frac{2 \int y^3 dx}{3 V}$$

Dies ist die Formel, welche die Entfernung des Metazentrums vom Schwerpunkte O des Wasserraums angiebt.

Ist der schwimmende Körper gleichartig, und sind die von den senkrechten 8 parallelen Ebenen gemachten Schnitte ähnliche Figuren, so läßt sich das Metazentrum durch eine sehr einfache Formel bestimmen, bei welcher keine Integration nöthig ist.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 209, a^2 die Oberfläche des Schnittes AEB, welche durch geometrische Mittel gemessen worden; CA = b sei die halbe Breite dieses Schnittes; die andern Schnitte A'E'B', A''E''B'' u. s. w. haben zu halben Breiten C'A', C''A'' u. s. w., welche die auf einander folgenden Ordinaten y der Kurve KAL sind. Die Schnitte sind der Voraussetzung gemäß lauter ähnliche Figuren; sie sind also auch den Quadraten ähnlich liegender Seiten, also auch den Quadraten der Ordinaten y proportional (vergl. S. 699 Nr. 22); man hat also:

$$\text{Schnitt AEB} : \text{Schnitt A'E'B'} = AC^2 : A'C'^2;$$

oder:

$$\text{XVII)} \quad a^2 : \text{Schnitt A'E'B'} = b^2 : y^2;$$

$$\text{daher} \quad \text{Schnitt A'E'B'} = \frac{a^2 y^2}{b^2}$$

Da die Dicke CC', oder die Entfernung eines parallelen Schnitts zum nächstfolgenden unendlich klein ist, so hat man, wenn sie durch dx dargestellt wird:

$$\frac{a^2 y^2}{b^2} \cdot dx$$

als Element der parallelen Schnitte.

Es sei ferner g der Schwerpunkt des Durchschnitts AEB; derselbe befindet sich, da der Durchschnitt symmetrisch ist, auf der senkrechten Linie CE. Da dieser Schwerpunkt bestimmt ist, so kennt man auch seine Entfernung vom Niveau der Flüssigkeit; nennt man dieselbe n, so hat man wieder aus der Aehnlichkeit der Figuren:

b : y = n : Entfernung n' des Schwerpunktes des Durchschnitts A'E'B' von dem Wasserspiegel.

$$\text{daher:} \quad n' = \frac{ny}{b}$$

Multiplizirt man diese Entfernung mit dem Elementardurchschnitt, so bekommt man zum Momente dieses Durchschnitts in Beziehung auf den Wasserspiegel

$$\frac{ny}{b} \times \frac{a^2y^2}{b^2} \cdot dx.$$

Hieraus folgt, daß die Summe aller in Beziehung auf den Wasserspiegel genommenen Momente $= \frac{na^2}{b^3} \cdot \int y^3dx$ sei.

Diese Summe muß dem Momente des Schwerpunkts des ganzen Körpers in Beziehung auf den Wasserspiegel gleich sein; bezeichnet man mit O den Schwerpunkt des ganzen unter Wasser befindlichen Körpers; mit M = HG die Entfernung desselben vom Wasserspiegel; mit V das Volumen des ganzen Körpers, so hat man:

$$V \cdot M = \frac{na^2}{b^3} \cdot \int y^3dx;$$

woraus folgt:

$$\text{XVIII)} \quad M = \frac{na^2}{b^3V} \cdot \int y^3dx.$$

Es ist nach Gleichung XVI $mO = \frac{2 \int y^3dx}{3V}$, d. h. die Entfernung des Metazentrums vom Schwerpunkte O des Wasserraums. Vergleicht man diesen Werth mit demjenigen von M aus der Gleichung XVIII, so erhält man:

$$M : mO = \left(\frac{na^2}{b^3V} \cdot \int y^3dx\right) : \left(\frac{2 \int y^3dx}{3V}\right)$$

oder nach beiderseitiger Hebung:

$$M : mO = 3na^2 : 2b^3;$$

hieraus folgt:

$$\text{XIX)} \quad mO = \frac{2b^3M}{3na^2}$$

9 Zur Anwendung dieser Formel werde das Metazentrum eines rechtwinkligen Parallelepipedons ML, Tafel XXXV, D, Figur 210, gesucht. Es sei AF der Schnitt des Körpers von dem Wasserspiegel, welcher parallel mit der Grundfläche NL geht. Der Körper ist also um den Theil AN in das Wasser gesunken; die Größe dieses Wasserraums hängt natürlich von der Last ab, die es trägt; so daß nur der Versuch die Höhe AN des Wasserraums bestimmen

kann. Sobald man aber diese Höhe kennt, findet man auch leicht den senkrechten Durchschnitt BN, welcher durch a^2 bezeichnet sein mag; da alle mit BN parallel laufenden Durchschnitte diesem Parallelogramm gleich sind, so hat man:

$$a^2 = AB \cdot CE.$$

Da auf der andern Seite die halbe Breite des Durchschnitts gleich $\frac{1}{2}AB$ ist, so wird:

$$b = \frac{1}{2}AB = AC.$$

Da alle Schwerpunkte der senkrechten Durchschnitte des Wasserraums von dem Wasserspiegel AF um eine Entfernung = $\frac{1}{2}CE$ abstehen, so muß auch der Schwerpunkt O des ganzen Wasserraums um dieselbe Größe unter dem Wasserspiegel liegen; daher hat man, mit den Bezeichnungen der vorigen Nummer:

$$n = M = \frac{1}{2}CE.$$

Setzt man diese Werthe in die Formel XIX, so hat man als die Entfernung des Metazentrums m vom Schwerpunkte O des ganzen Wasserraums:

$$mO = \frac{2AC^3}{3AB \cdot CE}$$

Setzt man statt AB seinen Werth 2AC, und reduzirt, so erhält man:

$$mO = \frac{AC^2}{3 \cdot CE}$$

10 Zur zweiten Anwendung der Formel XIX diene ein dreiseitiges Prisma, dessen senkrechter Durchschnitt ein gleichschenkliges und in E rechtwinkliges Dreieck AEB, Tafel XXXV, D, Fig. 211, ist. Zieht man EC senkrecht auf AB, so ist (vergl. S. 684 Nr. 12) Dreieck ACE ähnlich dem Dreieck AEB; demnach ist auch das Dreieck ACE gleichschenklig; die Höhe EC ist also gleich der halben Seite AB; die Größen, welche in die Formel XIX kommen, sind demnach:

a^2 = Flächeninhalt des Dreiecks = AC^2; $n = M = \frac{1}{3}CE$; $b = AC = CE$.

Daß nämlich der Schwerpunkt eines gleichschenkligen Dreiecks auf dem Drittel der Höhe von der Basis aus gerechnet liegt, folgt aus Nr. 7 auf S. 1950.

Die Formel XIX wird daher zu folgender:

$$mO = \frac{2CE}{3}$$

Zieht man hievon die Entfernung des Schwerpunkts vom Wasserspiegel, also $OC = \frac{1}{3}CE$ ab, so bleibt die Entfernung des Metazentrums vom Wasserspiegel, oder $Cm = \frac{1}{3}CE$.

Also bei einem symmetrischen Wasserraume, dessen Basis ein rechtwinkliges Dreieck ist, liegt das Metazentrum jedes senkrechten Durchschnitts eben so weit über dem Wasserspiegel, als der Schwerpunkt des Durchschnittes unter demselben.

11 Hat man also einen regelmäßigen Körper, dessen Durchschnitt ABE ist, so zeigt sich, daß $b = AC$; daß die Oberfläche des Durchschnitts $a^2 = AC$.

$CE = CE^2$ ist; und endlich, daß der Schwerpunkt des Durchschnitts um $\frac{1}{3}CE$ vom Wasserspiegel entfernt liegt. Da nun alle Schwerpunkte der andern Durchschnitte um dieselbe Größe von dem Wasserspiegel entfernt sind, so muß es sich eben so mit dem Schwerpunkte des ganzen Wasserraums verhalten; es ist also auch $M = \frac{1}{3}CE$. Substituirt man diesen Werth in die Gleichung XIX, so hat man wieder:

$$mO = \frac{2}{3}CE;$$

es hat also auch das Metazentrum des ganzen Wasserraums dieselbe Entfernung vom Wasserspiegel, wie das Metazentrum eines Durchschnitts.

§. 294. Von den Schwingungen und von der Stabilität der schwimmenden Körper.

1 Soll ein schwerer Körper sich an der Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit im Gleichgewicht erhalten, so muß sein Gewicht kleiner sein, als das einer Wassermenge, die mit ihm gleiches Volumen hat (vergl. S. 2037). Ist diese Bedingung erfüllt, so senkt sich der Körper in die Flüssigkeit ein, bis das Gewicht der vertriebenen Flüssigkeit demjenigen des ganzen Körpers gleich geworden; sind beide Gewichte gleich, so bleibt der Körper in Ruhe, wenn sein Schwerpunkt und derjenige der vertriebenen Flüssigkeit in einer vertikalen Linie liegen (vergl. S. 2037). Bei homogenen Körpern fällt der Schwerpunkt der vertriebenen Flüssigkeit mit demjenigen des Wasserraums zusammen (vergl. S. 2038). Soll also das Gewicht der vertriebenen Flüssigkeit demjenigen des Körpers gleich sein, so müssen sich die Dichtigkeiten umgekehrt wie die Volumina verhalten (S. 1898); oder das Verhältniß des Wasserraums zum ganzen Körper muß dasselbe sein, wie das Verhältniß der Dichtigkeit des Körpers zur Dichtigkeit der Flüssigkeit. Die Aufsuchung der Lagen des Gleichgewichts eines homogenen Körpers, der auf die Oberfläche einer Flüssigkeit gelegt wird, deren Dichtigkeit größer als die seinige ist, reduzirt sich im Allgemeinen auf folgende geometrische Aufgabe: der Körper muß vermittelst einer Ebene so geschnitten werden, daß der Inhalt eines der Segmente zu dem des ganzen Körpers in einem gegebenen Verhältniß steht, und die Schwerpunkte des Körpers und des Segments sich auf einer Linie befinden, die senkrecht auf der schneidenden Ebene steht.

In jedem besondern Falle drückt man diese beiden Bedingungen durch Gleichungen aus, deren vollständige Auflösung alle Richtungen angiebt, die man den schneidenden Ebenen geben kann, und aus welchem eben so viel Lagen des Gleichgewichts entstehen. Zuweilen ist die Anzahl dieser Lagen unendlich, wie z. B. bei Körpern, die durch Umdrehung um eine horizontale Axe entstanden sind; ein ander Mal ist diese Anzahl endlich und bestimmt.

Rechtwinklige prismatische Körper können z. B. solche Lage haben, daß ihre Seitenflächen horizontal liegen, und ihre Grundflächen, seien sie drei- oder mehrseitig, senkrecht auf der schneidenden Ebene stehen, welche den Wasserraum von dem übrigen Körper scheidet. Sie können aber auch eine solche Lage an-

nehmen, daß ihre drei- oder mehrseitigen Grundflächen parallel mit der Wasserebene liegen, und ihre Seitenflächen senkrecht auf derselben stehen. Gerade Cylinder können ebenfalls entweder mit ihrer Axe senkrecht auf der schneidenden Ebene stehen, oder sie können dieselbe mit ihren kreisförmigen Grundflächen senkrecht schneiden. In beiden Arten von Lagen kann, nach den Formeln des vorigen Paragraphen das Gleichgewicht gefunden werden.

Sind die Seitenflächen eines Prismas von verschiedenem Flächeninhalte, d. h. von verschiedener Breite: so wird natürlich auch die schneidende Ebene bei einer horizontalen Lage der Seitenflächen bald höher bald tiefer zu liegen kommen; ist z. B. die unten liegende Seitenfläche schmal, so wird das Prisma tiefer einsinken müssen, um einen gleichen Wasserraum zu haben, als wenn seine unten liegende Seitenfläche breiter ist; schwimmt ein dreiseitiges Prisma auf einer Seitenfläche, so braucht es nicht so weit einzusinken, als wenn es auf einer Kante schwimmt u. s. w. Für das Schwimmen auf den Seitenflächen oder Kanten giebt es daher für jedes Prisma mehrere Gleichgewichtslagen. Für das Schwimmen auf einer der Grundflächen giebt es aber für Prismen und Cylinder nur zwei Lagen, indem von jeder Grundfläche aus, wenn sie die untere ist, der Wasserraum eine gewisse Höhe bekommen muß, um dem Gewichtsverhältnisse zu entsprechen.

Die durch Umdrehung erzeugten Körper können ebenfalls zwei Lagen des Gleichgewichts haben, bei denen die Axe der Figur senkrecht auf der Wasserebene steht; z. B. ein Kegel kann entweder mit der Basis, oder mit dem Scheitel eingetaucht sein; im erstern Falle wird der Wasserraum ein abgestumpfter Kegel sein; im zweiten ein kleinerer dem ganzen ähnlicher Kegel.

Die verschiedenen Lagen des Gleichgewichts eines schwimmenden Körpers 2 haben eine merkwürdige Eigenschaft, die sich ohne Rechnung beweisen läßt. Man lasse den Körper um eine bewegliche Axe drehen, die immer mit einer festen horizontalen Linie parallel bleiben muß, so daß er auf diese Art durch alle Lagen des Gleichgewichts geht, bei denen diese Axe diese Richtung hat; bei solcher Drehung folgen einander die Lagen des dauernden und diejenigen des augenblicklichen Gleichgewichts wechselweise; d. h. geht der Körper bei seiner Drehung von einer Lage des dauernden Gleichgewichts aus, so ist die zweite nicht dauernd, die dritte dauernd, die vierte nicht dauernd u. s. w., bis der Körper zu seiner ersten Lage zurückkommt.

So lange er seiner ersten Lage noch sehr nahe ist, sucht er wieder in dieselbe zurück zu kommen; dieses Streben nimmt ab; und endlich sucht der Körper sich von ihr zu entfernen; ehe aber dieses Streben sein Zeichen ändert, muß eine Lage eintreten, wo es Null ist, wo also der Körper sich weder seiner ersten Lage nähern, noch sich von ihr entfernen will; dies ist die zweite Lage des Gleichgewichts. So lange der Körper diese zweite Lage noch nicht erreicht hat, sucht er sich der erstern zu nähern, also von der zweiten zu entfernen; jenseits der zweiten Lage bekommt er aber ein Bestreben, sich sowohl von der ersten als der zweiten Lage zu entfernen, d. h. zur dritten überzugehn; demnach ist die zweite Lage des Gleichgewichts nicht dauernd, weil auf beiden

Seiten derselben der Körper sich von ihr zu entfernen sucht. Ist er über die zweite Lage hinaus, so nimmt das Bestreben, sich zu entfernen ab, bis es Null wird; hierauf sucht der Körper zur zweiten Lage zurückzukehren. Die Lage wo dies Bestreben Null wird, ist die dritte Lage, welche dauernd ist; denn diesseits und jenseits derselben sucht der Körper in dieselbe zurückzukehren, indem er sich entweder der zweiten nähern oder von derselben entfernen will. Ist die dritte Lage dauernd, so ist es nach derselben Schlußweise die vierte nicht; alsdann wird es wieder die fünfte sein, u. s. f.

3 Es ist wichtig, das dauernde Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers von dem nicht dauernden zu unterscheiden.

Wenn ein schwimmender Körper, wie Tafel XXXV, D, Fig. 203, aus der ursprünglichen Lage AB des Gleichgewichts in die zweite Lage ab gekommen: so ist (vergl. S. 2043 Nr. 1) das Metazentrum m der Angriffspunkt für den Auftrieb oder vertikalen aufwärts gehenden Mitteldruck der Flüssigkeit; der Körper wird also von zwei parallelen entgegengesetzten Kräften getrieben, die an den Enden der Linie GO, d. h. der Verbindungslinie des Schwerpunkts des ganzen Körpers und des Schwerpunkts des Wasserraums angebracht sind; es kommt alsdann auf die Bewegung des Körpers an, ob die beiden Kräfte ihn zur Lage des Gleichgewichts zurückführen, oder ihn mehr davon entfernen.

Zuerst bringen sie eine schwingende Bewegung des Schwerpunktes G hervor; denn da der Schwerpunkt sich so bewegen muß, als wären beide entgegengesetzten Kräfte an ihm angebracht, so wird seine Bewegung, da er keine Anfangsgeschwindigkeit hat (vergl. S. 842), geradlinig und vertikal sein, und blos aus dem Ueberschuß der größeren der beiden Kräfte über die kleinere entstehen. Ueberwindet zu Anfang der Bewegung das Gewicht des Körpers den Stoß der Flüssigkeit, so fängt der Punkt G an zu sinken; und zwar ist seine Bewegung anfangs beschleunigt; je mehr aber der Körper einsinkt, desto größer ist die Menge der Flüssigkeit, die er vertreibt; folglich vergrößert sich der Auftrieb der Flüssigkeit, und endlich kommt ein Augenblick, wo er dem Gewicht des Körpers gleich ist. Der Punkt G wird sich vermöge der erhaltenen Geschwindigkeit in derselben Richtung fortbewegen; da aber dann der Auftrieb der Flüssigkeit das Gewicht des Körpers übertrifft, so wird seine Bewegung verzögert; der Punkt G steht endlich still, wenn er seine ganze Bewegung verloren hat; dann steigt er zu seiner anfänglichen Lage zurück, und oszillirt so hin und her, bis er durch den Widerstand der Flüssigkeit die Bewegung völlig verliert. Die Weite dieser Schwingungen ist um so kleiner, je kleiner der anfängliche Unterschied zwischen dem Gewicht des Körpers und demjenigen der vertriebenen Flüssigkeit im Verhältniß zum Körper war. Wurde der Körper nur sehr wenig von der Gleichgewichtslage entfernt, so wird der Unterschied sehr gering sein, und eben so auch die Weite der Schwingungen; diese werden also keinen Einfluß auf die Dauer oder die Stabilität des Gleichgewichts haben.

Während der Schwingungen des Punktes G dreht sich der Körper um denselben, als ob er fest wäre (wovon tiefer unten); seine Umdrehung wird also durch den Stoß der Flüssigkeit hervorgebracht, der am Punkte m und zwar

nach der Richtung O'm wirkt; der Zustand des Gleichgewichts ist dauernd, wenn bei dieser Bewegung die Linie GO wieder zur vertikalen Lage gelangt; der Zustand des Gleichgewichts ist aber nicht dauernd, wenn die Linie GO nicht wieder vertikal wird, sondern sich von der vertikalen Lage mehr entfernt. Dies trifft mit dem oben (S. 2040 u. S. 2048) über die Lage des Metazentrums Gesagten zusammen.

4 Die übrigen Bestimmungen der Stabilität und der Oszillationen lassen sich erst dann vollständig einsehen, wenn einige Lehren der Dynamik bekannt geworden sind. Die bisher von den schwimmenden Körpern gefundenen Sätze lassen sich aber in folgenden Formeln zur leichtern Uebersicht bringen.

Wenn ein fester Körper sich im Wasser befindet, so sagt man gewöhnlich: er verliere Etwas von seiner Schwere; dies bedeutet nur, daß die Wirkung seiner Schwere ganz oder zum Theil durch die Gegenwirkung des Auftriebes aufgehoben wird.

Es sei P das Gewicht eines festen Körpers, und π das Gewicht eines gleichen Volumens vom Wasser; alsdann bleibt dem Körper unter Wasser nur die Schwere $P - \pi$ übrig.

1. Ist $P > \pi$, so ist der Rest der Schwere positiv, und der Körper bestrebt sich zu fallen; d. h. er sinkt mit verminderter Kraft auf den Grund.

2. Ist $P = \pi$, so ist $P - \pi = 0$, d. h. Schwere und Auftrieb heben sich gegenseitig auf; der Körper steigt nicht, und sinkt auch nicht.

3. Ist $P < \pi$, so ist $P - \pi$ eine negative Größe, d. h. der Körper erhält eine der Schwere entgegengesetzte Bewegung, oder er steigt; jedoch mit einer langsamern Geschwindigkeit, als derjenigen die dem ganzen Auftriebe entspricht, weil der letztere um einen bestimmten Theil durch die Schwere vermindert wird.

5 Um zu finden, wie tief ein schwimmender Körper unter Wasser sinkt, muß man sich erinnern, daß er so weit sinkt, bis das verdrängte Wasser an Gewicht eben so viel beträgt, als das Gewicht des ganzen Körpers. Es sei a das Gewicht des schwimmenden Körpers, p die spezifische Schwere des Wassers, v das unbekannte Volumen des verdrängten Wassers; alsdann muß werden:

$$\text{A)}\quad vp = a;\ \text{oder}\ v = \frac{a}{p}$$

Man dividirt also die Schwere des schwimmenden Körpers, die Ladung mitgerechnet, wenn er eine solche hat, durch die spezifische Schwere des Wassers; alsdann bekommt man das Volumen des Wasserraums. Daher sinkt ein Schiff im Flußwasser tiefer ein, als im salzigen und deswegen schwereren Seewasser; denn der geringere Divisor des Flußwassers ergiebt ein größeres Volumen des Wasserraums, d. h. ein tieferes Sinken.

6 Wenn die Last oder Ladung eines schwimmenden Körpers vermehrt oder vermindert wird, so soll man finden, um wie viel der Körper sich tiefer eintaucht, oder emporsteigt.

Die Zunahme oder Abnahme des Wasserraums ist natürlich der Zunahme oder Abnahme des Gewichts des schwimmenden Körpers gleich. Ist also a' das

hinzukommende oder abgenommene Gewicht, p die spezifische Schwere des Wassers, v′ die Vergrößerung oder Verminderung des Wasserraums, so hat man:

$$B)\quad v'p = a'; \text{ oder } v' = \frac{a'}{p}$$

7 Aus einem gegebenen Stücke fester Materie soll ein Gefäß gemacht werden, welches auf einer gegebenen Flüssigkeit schwimmen kann, welche spezifisch leichter ist, als die gegebene Materie.

Es wiege das gegebene Stück Materie α Pfund, und ein Kubikfuß des Flüssigen π Pfund; es kommt nun darauf an, daß das Volumen der verdrängten Flüssigkeit etwas mehr wiege, als α, damit das Gefäß schwimmen kann.

Es muß also sein:

$$C)\quad v\pi > \alpha; \text{ oder } v > \frac{\alpha}{\pi}$$

Man dividirt also das Gewicht der gegebenen festen Materie durch das Gewicht eines Kubikfußes der Flüssigkeit, alsdann bekommt man ein Volumen ebenfalls in Kubikfußen. Man macht aus der gegebenen Materie die Wände eines Gefäßes, welches, die Wände mitgerechnet, etwas größer ist, als das berechnete Volumen; alsdann wird dieses Gefäß schwimmen.

Sollte das Gefäß eine kubische Gestalt bekommen, so braucht man nur aus dem berechneten Volumen die Kubikwurzel zu ziehen, um die Flächenseite des zu verfertigenden Würfels darnach etwas größer zu machen. Es versteht sich von selbst, daß die Materie dehnbar oder in Scheiben zertheilbar sein müsse; und daß die Masse an sich hinreiche, damit die Wände nicht zu dünn werden.

§. 295. Von der hydrostatischen Waage und dem Aräometer.

1 Weil jeder Körper, der sich ganz im Wasser oder in einer wasserartigen Flüssigkeit befindet, von seinem Gewichte so viel verliert, als das Gewicht des verdrängten Flüssigen beträgt, so kann man die spezifischen Schweren sowohl fester als flüssiger Körper durch das bloße Abwägen derselben im Wasser und in freier Luft bestimmen. Hierzu kann man eine gewöhnliche Waage mit zwei gleichen Armen und Schaalen gebrauchen, die schon von selbst recht genau im Gleichgewicht sind, und die man zu größerer Sicherheit an einem Fußgestell aufhängt. Die eine Schaale A ist blos vorhanden, um der Schaale B das Gleichgewicht zu halten. Unter der Schaale A befindet sich ein Haaken, an welchen man vermittelst eines Haars den zu wägenden Körper anhängt; in die Schaale B kommt das Gewicht. Muß man statt eines Haars einen stärkeren Faden gebrauchen, dessen Gewicht schon neben demjenigen des Körpers bemerklich wird: so muß man unter der Schaale B ein kleines Gewicht anbringen, welches eben so schwer als der Faden ist. Eine so eingerichtete Waage heißt eine **hydrostatische**.

2 Soll vermöge derselben das spezifische Gewicht eines festen Körpers bestimmt werden, so wiegt man ihn erst in freier Luft. Es zeige das in der

Schaale B befindliche Gewicht seine Schwere = P; darauf tauche man den Körper, so wie er unter der Schaale A hängt in die Flüssigkeit, vermöge welcher das spezifische Gewicht gefunden werden soll; der Körper verliert alsdann von seinem Gewichte eine Größe, welche dem Volumen der Flüssigkeit gleich ist, das es aus der Stelle treibt. Man muß demnach einen Theil p von dem in der Schaale B liegenden Gewichte wegnehmen, um das Gleichgewicht der Waage herzustellen; dieser weggenommene Theil p ist also dem Gewichte des Volumens der aus ihrer Stelle vertriebenen Flüssigkeit gleich.

Wiegt z. B. eine Messingkugel in freier Luft 8 Pfund, und in Regenwasser versenkt nur noch 7 Pfund, so verhält sich die spezifische Schwere des Messings zu derjenigen des Regenwassers wie 8 zu 1.

Findet man weiter, daß diese Messingkugel in Olivenöl versenkt nur noch 7,09 Pfund wiegt, so beträgt das Gewicht des aus der Stelle vertriebenen Oels 0,91 Pfund. Da nun aus der vorigen Wägung schon bekannt ist, daß das gleiche Wasservolumen 1 Pfund gewogen: so sieht man, daß sich die spezifische Schwere des Wassers zu derjenigen des Olivenöls wie 1 : 0,91 verhält.

Soll mit Hülfe der hydrostatischen Waage das Verhältniß der spezifischen Schwere eines festen Körpers und einer Flüssigkeit bestimmt werden, so hat man drei Fälle zu unterscheiden: entweder ist der feste Körper schwerer; oder er ist gleich schwer wie die Flüssigkeit; oder er ist leichter als dieselbe.

1) Ist seine spezifische Schwere größer als diejenige der Flüssigkeit, so verfährt man wie vorher gezeigt; man wägt ihn erst in freier Luft, und dann in der Flüssigkeit; alsdann verhält sich seine spezifische Schwere zu derjenigen der Flüssigkeit, wie das Gewicht des Körpers in freier Luft zu dem verlorenen.

Denn es sei das Volumen des Körpers v, seine spezifische Schwere p; alsdann ist sein Gewicht $a = vp$; es sei das spezifische Gewicht der Flüssigkeit p'; alsdann ist, weil das Volumen der verdrängten Flüssigkeit auch gleich v, das Gewicht dieses verdrängten Flüssigkeitsvolumens $b = vp'$; man hat also:

$$\text{I)} \quad a = vp \text{ und } b = vp'$$

$$\text{also } a : b = vp : vp'; \text{ oder } a : b = p : p'; \text{ oder } p : p' = a : b.$$

2) Hat der Körper dieselbe spezifische Schwere wie die Flüssigkeit, so wird, wenn man alles Gewicht aus der Schaale B genommen hat, der Körper in der Flüssigkeit weder steigen noch sinken. Dem Vorigen gemäß wird hier $b = a$,

$$\text{II)} \quad p : p' = a : b = a : a = 1 : 1; \text{ oder } p = p'.$$

3) Wenn der Körper spezifisch leichter als die Flüssigkeit ist, wie die Mehrzahl der Holzarten, so kann er natürlich nicht für sich allein in dieselbe eingesenkt werden. Man muß ihn alsdann mit einem schwereren Körper, z. B. mit Blei verbinden, so daß beide zusammen sinken. Den schwereren Körper wiegt man vorher ebensowohl in freier Luft, als in der Flüssigkeit. Darauf wiegt man beide verbundenen Körper sowohl im Freien, als in der Luft, und bemerkt, wie viel jedesmal am Gewichte verloren geht. Alsdann hat man fol-

gende Proportion: die spezifische Schwere des leichteren Körpers verhält sich zur spezifischen Schwere der Flüssigkeit, wie der Unterschied der ganzen Gewichte in der Luft zum Unterschied der verlorenen Gewichte.

Denn es sei v das Volumen des leichteren Körpers, und p seine spezifische Schwere; alsdann ist vp sein Gewicht in der Luft. Es sei p′ die spezifische Schwere der Flüssigkeit; alsdann ist vp′ das Gewicht der vom leichteren Körper verdrängten Flüssigkeit. Wiegen nun beide Körper zusammen in der Luft c, und der schwerere allein a, so ist der Unterschied dieser beiden Gewichte gleich dem Gewichte des leichteren, also:

$$\text{III)}\quad vp = c - a.$$

Es verlieren ferner beide Körper im Wasser das Gewicht d, der schwerere allein aber b, so ist d das Gewicht der von beiden Körpern verdrängten Flüssigkeit; hingegen b das Gewicht der Flüssigkeit, welche bloß vom schwereren verdrängt ist; daher ist d — b das Gewicht der Flüssigkeit, welche von dem leichteren verdrängt wird; daher:

$$\text{IV)}\quad vp' = d - b.$$

Aus beiden Gleichungen III und IV folgt:

$$\text{V)}\quad \begin{cases} vp : vp' = (c - a) : (d - b) \\ p : p' = (c - a) : (d - b) \end{cases}$$

Soll mit Hülfe der hydrostatischen Waage das Verhältniß der spezifischen Schwere zweier fester Körper bestimmt werden, so sucht man vermittelst der vorigen Bestimmungsweise, wie sich die spezifische Schwere eines jeden Körpers zur spezifischen Schwere einer und derselben Flüssigkeit verhält.

In jedem Verhältnisse dividirt man die Zahl, welche sich auf den festen Körper bezieht, durch die andere, welche sich auf die Flüssigkeit bezieht, d. h. man sucht, wie viel mal jeder Körper mehr spezifische Schwere hat, als die Flüssigkeit; es verhalten sich alsdann die spezifischen Schweren beider Körper gerade wie die gefundenen Quotienten.

Es sei p die spezifische Schwere des ersten Körpers, p′ diejenige der Flüssigkeit, p″ diejenige des zweiten Körpers. Man habe gefunden:

$$p : p' = m : n;\ \text{und}\ p'' : p' = q : r;$$

alsdann hat man:

$$p'm = pn;\ \text{und}\ p'q = p''r;$$

daher:

$$p'm : p'q = pn : p''r;\ \text{oder}\ m : q = pn : p''r;$$

$$\text{daher VI)}\quad \frac{m}{n} : \frac{q}{r} = p : p'';\ \text{oder}\ p : p'' = \frac{m}{n} : \frac{q}{r}$$

welche letzte Gleichung in der obigen Regel ausgedrückt ist.

Es besteht ein fester Körper aus zweierlei Materien; man soll finden, wie viel von einer jeden darin enthalten ist.

Diese Aufgabe ist schon oben (S. 1898 Nr. 7) nach statischen Grundsätzen

vermöge der bekannten spezifischen Schweren beider Materien, und vermöge des bekannten Gewichtes und Volumens des zusammengesetzten Körpers aufgelöst; hier aber soll sie auf eine leichtere Weise durch die Hydrostatik aufgelöst werden.

Wie vorher (S. 2055 Nr. 2) gefunden, verhalten sich die verlornen Gewichte im Wasser gewogener Massen wie ihre Gewichte in der Luft. Dieser Satz ist nicht blos auf Körper verschiedener Materie, sondern auch auf verschiedene Volumina einer und derselben Materie anwendbar. Man wäge z. B. zwei verschiedene Stücke Blei, sowohl in der Luft als im Wasser. Die spezifische Schwere des Bleis sei p, diejenige des Wassers p'. Das Volumen des einen Stückes sei v, dasjenige des andern V; alsdann wiegt das erstere vp, und verliert im Wasser vp', d. h. so viel als das verdrängte Wasser wiegt; das zweite Stück Blei wiegt Vp und verliert Vp'. Man hat also:

$$vp' : Vp' = vp : Vp.$$

Es bestehe nun der Körper aus Blei und Zinn; und es sei a das Gewicht eines beliebigen Stücks Blei in der Luft; b eines beliebigen Stücks Zinn in der Luft; c der zusammengesetzten Masse ebenfalls in der Luft. 5

Es sei a', b', c' was von jedem dieser Gewichte abgeht, wenn man die drei Körper im Wasser wiegt. Es sei x das Gewicht des in der zusammengesetzten Masse enthaltenen Bleies, und y des Zinns; so ist:

$$\text{VII)} \quad x + y = c.$$

Es verhält sich ferner das Gewicht a des Bleistücks zum Gewicht x des in der Masse enthaltenen Bleis, wie der Verlust a' des Bleistückes zum unbekannten Gewichtverluste des in der Masse vorhandenen Bleis. Dieser ist demnach, wenn er mit x' bezeichnet wird:

$$a : x = a' : x'; \text{ also } x' = \frac{a'}{a} \cdot x.$$

Ebenso hat man, wenn y' den Verlust des in der Masse enthaltenen Zinns bezeichnet:

$$b : y = b' : y'; \text{ also } y' = \frac{b'}{b} \cdot x.$$

Beide in der Masse enthaltenen Materien verlieren also:

$$\text{VIII)} \quad c' = x' + y' = \frac{a'}{a} \cdot x + \frac{b'}{b} \cdot y.$$

Man hat also zwei Gleichungen zur Bestimmung von x und y, nämlich VII und VIII. Um hieraus die beiden Größen zu finden, multiplizirt man zuerst die Gleichung VII mit $\frac{a'}{a}$, und zieht das Produkt von VIII ab; alsdann erhält man y; multiplizirt man darauf VII mit $\frac{b'}{b}$ und zieht von dem Produkt die Gleichung VIII ab, so erhält man x; demnach:

$$\frac{a'}{a}x + \frac{b'}{b}y = c'; \qquad \frac{b'}{b}x + \frac{b'}{b}y = \frac{b'}{b}c.$$

$$\frac{\frac{a'}{a}\cdot x + \frac{a'}{a}y = \frac{a'}{a}\cdot c}{\left(\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}\right) y = c' - \frac{a'}{a}\cdot c} \qquad \frac{\frac{a'}{a}\cdot x + \frac{b'}{b}y = c'}{\left(\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}\right) x = \frac{b'}{b}\cdot c - c'}$$

$$\text{IX) also } y = \frac{c' - \frac{a'}{a}\cdot c}{\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}} \qquad \text{also } x = \frac{\frac{b'}{b}\cdot c - c'}{\frac{b'}{b} - \frac{a'}{a}}$$

Multiplizirt man beide Werthe unten und oben mit ab, so hat man:

$$\text{X)} \quad x = \frac{ab'c - abc'}{ab' - a'b} = \frac{b'c - bc'}{ab' - a'b}\cdot a; \quad y = \frac{abc' - a'bc}{ab' - a'b} = \frac{ac' - a'c}{ab' - a'b}\cdot b.$$

Hiermit sind also x und y, d. h. die Quantitäten beider in der zusammengesetzten Masse enthaltenen Materien bestimmt.

Betrachtet man die Ausdrücke bei IX) genauer, so findet man zuerst, daß $\frac{a'}{a}c$ dasjenige bedeutet, was der vermischte Körper verlieren würde, wenn er mit unverändertem Gewichte, aber dafür mit verkleinertem Volumen ohne Mischung blos von Blei wäre.

Denn wenn a Pfund Blei a' Pfund verlieren, so ist für c Pfund Blei der Verlust c'':

$$a : a' = c : c''; \text{ also } c'' = \frac{a'}{a}\cdot c.$$

Ebenso ist:

$$b : b' = c : c'''; \text{ also } c''' = \frac{b'}{b}\cdot c;$$

das Letztere ist also der Verlust, den der vermischte Körper verlieren würde, wenn er blos von Zinn wäre.

Ferner ist $\frac{a'}{a}$ dasjenige, was 1 Pfund Blei im Wasser verliert; denn wenn a Pfund a' verlieren, so ist der Verlust für 1 Pfund oder a'':

$$a : a' = 1 : a''; \text{ also } a'' = \frac{a'}{a}$$

Ebenso hat man:

$$b : b' = 1 : b''; \text{ also } b'' = \frac{b'}{b};$$

der letzte Werth ist dasjenige, was 1 Pfund Zinn im Wasser an Gewicht verliert.

Nimmt man diese Werthe, so ergiebt die Formel bei IX folgende Regel: Um das Gewicht einer von beiden in der Mischung enthaltenen Materien zu finden, sucht man wie viel die Masse an Gewicht verlieren würde, wenn sie ganz aus der andern Masse bestände, und nehme den Unterschied zwischen diesem und dem wirklichen Verluste. Darauf sucht man, wie viel 1 Pfund von jeder Materie im Wasser verlieren würde, und nehme den Unterschied zwischen diesen beiden einfachen Verlusten; endlich dividirt man jenen ersten Unterschied durch

den zweiten; alsdann giebt der Quotient die Quantität derjenigen Materie, aus welcher man nicht annahmsweise für den ersten Unterschied die ganze Masse bestehen läßt.

Die Formel X ist eine leicht verständliche algebraische Umänderung der Formel IX, und bedarf keiner besondern Regel.

Um das Wiegen im Wasser zu erleichtern, haben die hydrostatischen Waagen mancherlei Einrichtungen erhalten. Eine davon ist diese: sowohl das Fußgestell für die Waage, als auch dasjenige für das Wassergefäß mit einer gezahnten Stange (wie die Daumkraft S. 1980) und einem vermittelst einer Kurve drehbaren Triebrade zu versehen, so daß Waage und Wasser nach Erforderniß einander genähert und von einander entfernt werden können. Für solche Substanzen, welche nicht naß werden dürfen, wie Pulver u. dgl., hat man gläserne fest verschließbare Cylinder, die man erst leer und dann mit der betreffenden Substanz wiegt. Den Gewichtverlust des vollen Cylinders zieht man vom Gewichtverlust des leeren ab, und mit dem Unterschiede dividirt man das absolute Gewicht der Materie, welches sie in freier Luft hat. 6

Zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes tropfbarer Flüssigkeiten kann man noch leichter und schneller, wenn auch nicht ganz mit derselben Genauigkeit durch die sogenannten Aräometer gelangen. Sie haben ihren Namen von dem griechischen Worte ἀραιός, dünn, locker; sie werden aber auch Senkwaagen, und auch zuweilen hydrostatische Waagen genannt, obgleich sie eine andere Einrichtung haben; man giebt ihnen zuweilen auch besondere Benennungen nach der Flüssigkeit, die sie vorzugsweise bestimmen sollen, wie Branntweinwaage, Bierwaage, Alkoholometer u. dgl. Es giebt ihrer zwei Hauptarten: Aräometer mit Gewichten, und Aräometer mit Skalen. 7

1. Der Aräometer mit Gewichten, zuweilen nach seinem Erfinder Nicholsqn das Nicholsonsche Hydrometer genannt. Es besteht, Taf. XXXV, D, Fig. 212, aus einem oben und unten durch gebogene Flächen geschlossenen Cylinder von Silberblech, Messingblech, oder Glas, A. Am obern Ende ist in der Richtung der Axe ein dünner Messingdrath befestigt, welcher oben vermittelst eines kleinen blechernen Ringes eine flache Schaale B trägt, und an einer geeigneten Stelle durch einen Feilstrich b gezeichnet ist. Am untern Ende trägt ein eingelötheter Drath einen Bügel, und dieser einen umgekehrten Kegel oder kleinen Eimer, dessen unteres Ende durch ein Gewicht beschwert ist. Soll dasselbe dazu dienen, die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten zu wägen, so muß sein absolutes Gewicht und dasjenige mit dem es oben in der Schaale beschwert ist, um bis an den Feilstrich in die Flüssigkeit einzusinken, bestimmt werden; es verhalten sich alsdann die spezifischen Gewichte zweier Flüssigkeiten wie die absoluten Gewichte des Werkzeuges beim Einsinken bis zum bezeichneten Punkte des Feilstrichs.

2. Das Aräometer mit Skalen, Tafel XXXV, D, Fig. 213, ist ein hohler Glas- oder Metallkörper mit einem kugelförmigen (oder auch cylindrischen oder auch birnförmigen) Bauche, und einer Skalenröhre, dem sogenannten Halse oder Stiele; damit es senkrecht in der Flüssigkeit steht, ist un-

ten noch eine kleinere Kugel angebracht, welche die gehörige Quantität Quecksilber enthält. Diese Quantität ist zugleich so bestimmt, daß das Instrument bis zu einem gewissen Punkte der Skalenröhre einsinkt.

Der Gebrauch des Werkzeugs beruht darauf, daß ein schwimmender Körper von unveränderlichem Gewichte in leichteren Flüssigkeiten tiefer, in schwereren aber weniger tief einsinkt; in süßem Wasser tiefer als in Salzwasser; in schwachem Branntwein tiefer als in süßem Wasser; in starkem Branntwein tiefer als in schwachem. Branntwein und jede andere geistige Flüssigkeit ist desto stärker, und daher in der Regel desto besser, je spezifisch leichter sie ist, je tiefer also auch das Aräometer einsinkt.

Für solche Flüssigkeiten richtet man deshalb das Aräometer so ein, daß es in süßem Wasser nur bis zu einem dem Bauche nahe liegenden Punkte einsinkt; dieser ist dann der Nullpunkt der Abtheilungen oder Grade, die dann von diesem nach oben hin bis zu einem gewissen Punkte am oberen Theile des Halses gezählt werden. Letzterer Punkt bezeichnet dann den stärksten Grad der Flüssigkeit, z. B. den möglichst entwässerten Weingeist. Solche für bestimmte Flüssigkeiten eingerichtete Aräometer erhalten dann die oben erwähnten besondern Namen.

Dagegen für Salzwasser, Laugen, Most, Zuckersaft u. dgl., deren Güte von ihrer Schwere abhängt, richtet man das Aräometer so ein, daß es in süßem Wasser bis oben an einen gewissen Punkt des Halses einsinkt, und setzt bei diesem Null; die Zahlen der Abtheilungen oder Grade wachsen dann von oben nach unten, so daß unten die Zahl für die stärkste Flüssigkeit steht.

Man hat auch Aräometer mit Glasröhren ohne Bauch und einer geschriebenen und dann in der Röhre eingeschmolzenen Skala mit einer etwas weiteren als Eintauchungsgefäß dienenden Röhre.

8 Von der Schwere und dem Druck der Luft ist schon oben (S. 233—235) das Nothwendige gesagt. Sowohl das Barometer als auch die Pumpen beruhen auf diesem Luftdrucke. Ein anderes vielgebrauchtes Instrument ist der Heber (Tafel XXXV, D, Fig. 214). Er besteht aus einer gebogenen blechernen oder gläsernen Röhre, welche einen kürzern Schenkel ab und einen längern bc hat; den kürzern ab bringt man mit seiner Mündung a unter die Oberfläche des Wassers oder einer Flüssigkeit, und läßt den längeren Schenkel bc außer dem Wasser oder der Flüssigkeit. Bringt man nun durch Saugen oder auf andere Art die Luft aus der Röhre, und bildet dadurch einen luftleeren Raum, so wird durch den Luftdruck das Wasser oder die Flüssigkeit in den Schenkel ab hinaufgetrieben, und läuft von b ununterbrochen durch bc hinab und hinaus; indem nicht blos das für ein Mal in abc befindliche Wasser diese Bewegung macht, sondern durch den Luftdruck immer neues in die Röhre und die Bewegung gebracht wird. Jedoch geschieht dies nur dann, wenn folgende vier Bedingungen erfüllt sind: erstens, daß a unter Wasser bleibt; zweitens, daß die Höhe bd des umgebogenen Röhrentheils von dem Wasserniveau an nicht über 30 bis 32 Fuß betrage (vergl. S. 235); drittens, daß die Mündung c tiefer liege als die Oberfläche des Wassers beim Arme ba, oder im

Gefäße; viertens, daß die ganze Heberröhre vollkommen luftdicht sei, damit nicht die Luft sich eindränge, als leichtere Substanz den obern Theil bei b anfülle, und durch ihre Elastizität das Hinaufsteigen des Wassers in dem Arme ab hindere.

Die erste Bedingung ist an sich klar; die zweite ergiebt sich aus dem Verhältniß des Luftdrucks zur spezifischen Schwere des Wassers; soll eine andere Flüssigkeit gehoben werden, deren spezifisches Gewicht gleich p ist, so muß die Höhe bd nicht $\frac{30}{p}$ bis $\frac{32}{p}$ Fuß übersteigen; die vierte Bedingung ist bereits erklärt; die dritte aber ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Die beiden Flüssigkeitssäulen in den Armen ab und bc können sich nur so lange das Gleichgewicht halten, als sie gleich hoch sind; wird aber eine der beiden Säulen länger, nämlich die in dem Arme bc, wenn c tiefer liegt als das Niveau am Arme ab: so muß diese längere Säule fallen, d. h. bei c herausströmen.

Um das Eindringen der Flüssigkeit in den Mund beim Saugen zu vermeiden, bringt man an dem Arme bc ein aufwärts gehendes Rohr an, an welchem das Saugen geschieht, indem man anfänglich die Oeffnung c mit dem Finger zuhält, bis sich die Röhre mit der Flüssigkeit gefüllt hat; nimmt man alsdann den Finger fort, so beginnt das Fließen, vermöge dessen die Flüssigkeiten leicht und schnell aus einem Gefäß in das andere hinüber gebracht werden.

Macht man die Biegung bei b so, daß die beiden Arme nach oben hin verlängert sich in einem stumpfen Winkel schneiden, so braucht der Arm bc nicht so sehr lang zu sein, indem er dann leicht eine solche Lage erhalten kann, daß c tiefer als das Niveau der auszuhebenden Flüssigkeit liegt.

Daß die Luft eine elastische Flüssigkeit sei, welche im Verhältnisse des drückenden Gewichts merklich zusammengedrückt wird, ist schon oben (S. 1043 Nr. 12) durch den verschiedenen Stand nachgewiesen, den eine Quecksilbersäule in dem einen luftdicht verschlossenen Arme einer heberartigen Glasröhre einnehmen kann. Nimmt man nach und nach das Quecksilber fort, so dehnt sich die Luftsäule wieder aus. 9

§. 296. Von den Pumpen.

Eine Pumpe ist eine Maschine, welche aus einer Röhre besteht, in der die Luft durch ihre Elastizität das Wasser zum Steigen bringt. Es giebt drei Hauptarten von Pumpen: **die Saugpumpe; die Druckpumpe; die Saug- und Druckpumpe.** 1

Die Saugpumpe ist die am Bord der Schiffe, namentlich der Kauffahrer, gewöhnlich gebrauchte (Tafel XXXV, D, Fig. 215 und Tafel XXXVI, C, Fig. 9). Sie besteht dem Haupttheile nach aus drei Röhren: **die unterste** A heißt **die Saugröhre**, gewöhnlich von Ulmenholz und von geringerem Durchmesser als die beiden andern Röhren. Die Saugröhre steht unmittelbar im Wasser, und hat an ihrem untern Ende zuweilen einen sogenannten **Pum-**

penkessel, d. h. einen kupfernen oder bleiernen Kessel, welcher wie ein Sieb durchlöchert ist, und dazu dient, die Unreinigkeiten des auszupumpenden Wassers von der Pumpenröhre abzuhalten. Die zweite, Fig. 215 bei b beginnende, Röhre heißt der Stiefel, am Lande die Kolbenröhre. Sie hat einen bedeutend größeren Durchmesser oder ist viel weiter als die Saugröhre, und gewöhnlich von Kupfer. Die oberste von c bis h reichende Röhre heißt der Aufsatz, oder die Steigeröhre; sie ist gewöhnlich auch von Ulmenholz, und inwendig nicht viel weiter als die Saugröhre, so daß also der Stiefel der weiteste Theil ist.

An dem unteren Ende b des Stiefels, wo er sich an die Saugröhre schließt, sitzt der sogenannte Pumpeneimer β am obern Ende der Saugröhre fest. Dies ist ein hölzerner oder kupferner Cylinder, welcher in der Mitte hohl, und an der oberen Fläche mit einem Klappenventil versehen ist, d. h. mit einer kupfernen Klappe, welche sich an einem von unten überzogenen Leder wie an einem Scharniere auf und nieder bewegt, und wenn es niedergelassen ist, die Höhlung des Pumpeneimers verschließt; es kann also nur durch einen Stoß von unten her geöffnet werden; dagegen eine Kraft, welche die obere Fläche des Ventils trifft, drückt es zu, und verschließt den Eimer. Ist das Ventil von Holz, so wird es mit Blei belegt, um seinen Fall zu erleichtern. An der obern Seite hat der Eimer einen kupfernen Bügel, in welchem ein Haaken gehängt werden kann, um den Eimer bei etwa nöthiger Reparatur oder Reinigung herausziehen und wieder hineinsetzen zu können. Uebrigens muß der Eimer möglichst genau in die Saugröhre passen.

Innerhalb des Stiefels oder der Kolbenröhre bewegt sich der Pumpenschuh, oder das Pumpenherz, oder der Kolben, γ, auf und nieder. Er ist mit dem einzigen Unterschiede der Beweglichkeit ganz so beschaffen wie der Pumpeneimer, und paßt ebenfalls genau in den Stiefel; sein Ventil öffnet sich ebenfalls durch einen Stoß von unten, und schließt sich durch einen Druck von oben. An seinem Bügel ist die eiserne Pumpenstange befestigt, vermittelst welcher der Schuh auf und niederbewegt wird. Bei kleinen Pumpen ist diese Stange von Holz und heißt dann Pumpenstock.

Ist eine Pumpe von einiger Größe, so wird die Pumpenstange vermittelst eines Hebels in Bewegung gesetzt, wie Tafel XXXVI, C, Fig. 9. Derselbe heißt am Bord Geckstock oder Pumpenspaake. Um den Stützpunkt zu erhalten trägt die Steigeröhre an ihrem oberen Ende ein gabelförmiges oben nach außen hin gekrümmtes Holz, die Pumpenmick. Die beiden Gabelarme sind durchbohrt; durch diese Löcher wie durch die entsprechende Durchbohrung des Geckstocks wird für den jedesmaligen Gebrauch ein kleiner Bolzen gesteckt, um welchen sich der Geckstock dreht; nach dem Gebrauche wird der Geckstock wieder abgenommen, um freien Raum zu gewinnen. In ähnlicher Weise wird der Geckstock am obern Ende der Pumpenstange befestigt. Pumpen mit einem Geckstock heißen Schlagpumpen, und jede einmalige Hebelbewegung, d. h. Hebung und Senkung des Schuhs, ein Pumpenschlag.

Sind sie dagegen klein, wie bei kleinen Fahrzeugen und Booten, oder

zum Auspumpen der Wasser- und Oehlfässer: so haben sie keinen Hebel, sondern am obern Ende des Pumpenstocks nur einen krückenartigen Handgriff, an welchem sie auf- und niedergezogen werden. Solche Pumpen heißen Steekpumpen; und eine jedesmalige Hebung und Senkung des Pumpschuhs ein Pumpensteek.

Der ganze Raum im Stiefel, innerhalb dessen der Schuh auf- und niedersteigen kann, heißt das Spiel des Schuhs.

An einer angemessenen Stelle der Steigeröhre ist das Pumpengat, d. h. eine Oeffnung mit der kleinen Abgußröhre d angebracht, wodurch das aufgesogene Wasser abfließt.

Das Spiel der ganzen Maschine ist folgendes. Es befinde sich anfänglich der Pumpenschuh so tief unten als möglich; alsdann befindet sich in der Saugröhre, zwischen dem Wasserniveau und dem Pumpeneimer atmosphärische Luft in ihrem gewöhnlichen Zustande; desgleichen befindet sich in der Steigeröhre und dem Stiefel, soweit er nicht von dem Schuh und der Stange erfüllt ist, atmosphärische Luft, welche die beiden Ventile oder Klappen an Schuh und Eimer niederdrückt, in dem sie der Elastizität der in der Saugröhre befindlichen Luft entgegenwirkt. Wird nun der Schuh emporgezogen, so verdünnt sich zunächst die zwischen Eimer und Schuh befindliche Luft, indem sie sich in dem weiteren frei gewordenen Raume ausbreitet. Sogleich stößt die in der Saugröhre befindliche, noch dicht gebliebene Luft das Ventil des Eimers auf, weil sie elastischer als die jetzt über dem Ventil befindliche ist; hiedurch wird der ganze Raum vom Schuh bis zur Wasserfläche mit dünnerer als der atmosphärischen Luft erfüllt; dadurch bleibt oben das Ventil des Schuhs geschlossen, da die dichtere atmosphärische Luft es zudrückt; unten aber beginnt das Wasser in die Saugröhre zu steigen, weil der äußere Luftdruck es hinauftreibt; dies Steigen dauert so lange, bis das eingedrungene Wasser die Luft so weit verdichtet hat, daß sie der äußeren wieder das Gleichgewicht hält. Ist dieser Punkt erreicht, so fällt zuerst wieder das Ventil des Eimers zu, und die Saugröhre, zum Theil mit aufgestiegenem Wasser, zum Theil mit gewöhnlich dichter Luft gefüllt, wird wieder von dem Spielraume im Stiefel abgeschlossen. Senkt sich nun der Schuh wieder, so drückt er die zwischen ihm und dem Eimer befindliche Luft so lange ohne weitern Widerstand zusammen, bis sie die Dichtigkeit der atmosphärischen erlangt hat. Hat der Druck diesen Punkt überschritten, so stößt die nun dichter gewordene Luft von unten her das Ventil des Schuhs auf, strömt zur äußeren Luft hinaus, und der Schuh sinkt so tief, als er kann, und das Ventil schließt sich.

Die Maschinentheile haben nach dem vollendeten ersten Pumpenschlage dieselbe Stellung, wie vor seinem Anfange; der eingetretene Unterschied ist aber der, daß jetzt schon ein Theil der Saugröhre mit Wasser gefüllt ist.

Wird nun der Pumpschuh zum zweitenmal gehoben, so entsteht wieder über dem Eimerventile im Stiefel ein, wenn auch nicht ganz luftleerer, doch ein sehr luftverdünnter Raum. Die in der Saugröhre noch befindliche Luft stößt das Ventil des Eimers auf, und in den Stiefel strömend breitet sie sich

bis zu einer bedeutenden Verdünnung aus. Sogleich steigt das Wasser in der Saugröhre noch höher als vorher, bis wieder das Gleichgewicht hergestellt ist. Alsdann fällt das Eimerventil zu, der Schuh kommt herab und drückt die noch im Stiefel vorhandene Luft zusammen, bis sie dichter werden soll, als die atmosphärische; alsdann stößt sie das Ventil des Schuhs auf; dieser sinkt so tief als er kann, sein Ventil schließt sich wieder, und der zweite Pumpenschlag ist zu Ende. Bei jedem neuen Pumpenschlage steigt daher das Wasser in der Saugröhre höher, bis es nach der erforderlichen Zahl der Schläge die ganze Saugröhre ausfüllt, das Eimerventil selbst aufstößt, und in den Stiefel tritt.

Kommt nun der Schuh hinab, so drückt das gar nicht elastische Wasser sogleich das Schuhventil auf, und der Schuh senkt sich im Wasser bis zu seiner tiefsten Stelle. Wird er dann wieder gehoben, so stößt das oberhalb befindliche Wasser das Schuhventil zu, und die über dem Schuh befindliche Wassersäule wird mit hinaufgehoben, bis sie an das Pumpengat kommt, und dort durch die Abgußröhre ausströmt. Hiedurch ist der eigentliche Zweck der Maschinenbewegung erreicht, indem die von da an fortgesetzten Pumpenschläge das Ausströmen fortdauern machen; das Herunterstoßen des Schuhs bringt das Wasser in den Stiefel, das Heraufziehen des Schuhs bringt es zur Ausgußröhre.

2 Wenn der Schuh oder Eimer nicht genau in die Röhren paßt, so drängt sich immer noch Luft zwischen Eimer und Schuh, und füllt zum Theil den vom hinaufgezogenen Schuh freigemachten Raum, so daß der äußere Luftdruck das Wasser nicht 30 bis 32 Fuß emportreiben kann. Man nennt einen solchen Raum, der zwischen Schuh und Wasser noch Luft enthält, den schädlichen Raum. Nur wenn die Pumpe ganz luftdicht gemacht, und der schädliche Raum möglichst vermindert ist, kann die Saugröhre und der Stiefel so lang gemacht werden, daß sich die untere Fläche des Schuhs bis zu 30 bis 32 Fuß über dem Wasserniveau erheben kann. Am sichersten und vortheilhaftesten bleibt es indessen immer, die Saugpumpe so einzurichten, daß der Schuh sich nicht mehr als 16 Fuß über dem Wasserniveau zu erheben braucht. Das Spiel oder der Spielraum des Schuhs zwischen seinem höchsten und niedrigsten Stande kann vier Fuß betragen; innerhalb desselben geschieht also das eigentliche Saugen, d. h. die Bewirkung eines luftleeren oder luftverdünnten Raumes, in welchen das Wasser oder eine andere Flüssigkeit durch den bloßen Druck der äußeren Luft hinaufsteigt.

3 Das Steigen desjenigen Wassers, welches einmal durch das Schuhventil gedrungen ist, hängt nicht mehr von dem Luftdruck, sondern von derjenigen Kraft ab, durch welche der Schuh heraufgezogen wird. Für die Steigeröhre giebt es daher kein beschränkendes Maaß ihrer Höhe, wenn man die arbeitende Kraft gehörig zu verstärken weiß. Bei den sogenannten niedrigen Sätzen gelangt das Wasser bald an die Ausgußröhre, bei den hohen Sätzen, welche vorzugsweise bei Bergwerken angebracht werden, wird es oft noch zu einer Höhe von 40 bis 60 und noch mehr Fuß über dem Schuh gehoben, ehe es zum Ausströmen kommt. Natürlich muß zur Hebung einer solchen Wassersäule eine bedeutende Kraft vorhanden sein.

Um die Pumpenröhren vor Beschädigung zu schützen, und zu machen, daß sie weniger bersten, werden sie mit Tauen umwunden; diese Umwindung heißt das Pumpenkleid oder die Pumpenwuhling.

Eine andere Sicherung ist der sogenannte Koker, d. h. eine hölzerne Röhre, viereckig oder rund, welche um die Pumpenröhren, von ihrem untersten Ende bis unter das Deck, aus dem sie hervorragen, errichtet, wird (vergl. Band II, Tafel CV, S. 434, zweite Kolumne, Pumpensood). Der Pumpenkoker wird auch zuweilen Pumpensood genannt. Im genauen Sinne ist dies aber nur der tiefste Ort des Schiffsraumes, rund um den großen Mast und die beiden zu seinen Seiten stehenden Pumpenröhren, in welchem, weil er der tiefste ist, das eingedrungene und auszupumpende Wasser sich ansammelt.

Das ausgepumpte Wasser läuft über die Deckplanken durch die Speigatten hinaus, d. h. durch die runden Löcher an den Seiten der Verdecke, welche durch die äußersten Deckplanken, oder die sogenannten Wassergänge, und durch die Seitenplanken gebohrt und inwendig mit Blei oder Kupfer ausgefüllt sind. Auf Kriegsschiffen haben die Speigatten des untersten Decks eine sogenannte Mamiering, d. h. eine kurze von Leder oder getheertem Segeltuch gemachte Röhre, welche zu dem Zwecke an den äußern Rand der Speigatten angespickert (angenagelt) wird, damit auch bei schiefer Lage des Schiffs und hohem Wellenschlage der See kein Wasser von außen eindringen kann; indem die Mamieringen dann, wann sie nicht vom ausströmenden Wasser gefüllt und gehoben sind, zusammenfallen und die Gatten verschließen. Zuweilen finden sich in der Seitenrichtung der Pumpe rinnenartige hölzerne Röhren, um dem ausgepumpten Wasser einen bestimmten Lauf nach den Speigatten zu geben; solche Rinnen heißen dann das Pumpendaal. Bei großen Kettenpumpen (welche tiefer unten beschrieben sind) befindet sich da, wo das Wasser unmittelbar aus der Pumpenröhre kommt, ein großer hölzerner Kasten, in welchem es sich sammelt, ehe es in die Pumpendaal läuft; ein solcher Kasten heißt Pumpenback.

Der Pumpeneimer ist des festeren Einpassens wegen mit Tauwerk umwunden; damit dieses Tauwerk aufquelle, und die Röhre luftdichter werde, oder damit der Eimer schneller Wasser ziehe, gießt man beim Anfange des Pumpens etwas Wasser von oben her in die Pumpenröhre; dies heißt die Pumpe anschlagen, oder anstechen; oder auf holländisch Laf in die Pumpe gießen. Die Pumpe faßt, wenn so viel Wasser über den Schuh gehoben ist, daß keine Luft mehr durchdringt, und der Stiefel voll Wasser ist. Die Pumpe ist lens, wenn das Wasser so weit ausgepumpt worden, daß keines mehr in die Saugröhre steigt. Die Pumpe heißt unklar, wenn sie Sand oder andere Unreinigkeiten eingesogen hat, und entweder ganz unbrauchbar wird, oder doch Eimer und Schuh durch die Reibung und Verstopfung großen Schaden leiden.

Um die eingedrungenen Unreinigkeiten entfernen zu können, hat man theils den Pumpenhaaken, theils den Pumpenschraper. Der Pumpschuh kann an der Pumpenstange herausgezogen werden, wenn man ihn reinigen will;

dagegen hat man, wie schon erwähnt, zur Herausnahme des Eimers einen eigenen Haaken nöthig, welcher in den Bügel des Eimers eingehaakt wird. Für gewöhnliche Fälle ist der Haaken an einer genügend langen Stange befestigt, an welcher man alsdann den Eimer herauszieht. Sitzt aber der Eimer zu fest, so bringt man an dem Haaken eine Talje an (vergl. S. 1973).

Der Pumpenschraper ist eine runde eiserne Platte, die in der Mitte an einer genügend langen Stange befestigt ist, und an derselben in den Pumpenstiefel hineingestoßen wird, um etwa eingedrungene Unreinigkeiten, welche das Spiel des Schuhs hindern, zu entfernen.

6 Die Spicker oder Nägel, welche kaum ½ Zoll lang sind, und mit denen die Bekleidung des Pumpschuhs und der Ventile festgespickert werden, heißen Pumpspicker. Statt der Klappenventile hat man auch zuweilen andere, die nach ihrer Form Kegelventile oder Kugelventile heißen.

Das Kegelventil (Tafel XXXV, D, Fig. 215, ζ) besteht aus einem massiven, abgestumpften, gewöhnlich messingenen Kegel, dessen kleinere Basis nach unten gekehrt ist, und in die Oeffnung des Eimers und Schuhs hineinpaßt. Damit er nicht ganz aus der Richtung gebracht werden kann, hat er an seinem untern Ende einen kleinen Stab, welcher durch das runde Loch eines kleinen Stegs führt, welcher mitten über den Rand der Eimer und Schuhöffnung gelegt ist. In diesem Stegloche fährt der Ventilstab auf und nieder, und macht, daß der Kegel weder rechts noch links abschwanken kann; an seinem untern Ende hat der Stab einen breiten Kopf, der ihn hindert, aus dem Loch gehoben zu werden; der von unten stoßende Luft- oder Wasserdruck hebt, der von oben kommende senkt den Kegel. Ist statt des Kegels eine Kugel oder Halbkugel genommen, so ist es ein Kugelventil.

7 Die Saug- und Druckpumpe, Tafel XXXV, D, Fig. 216, hat folgende Einrichtung. Der Stiefel ab hat eine kurze Seitenröhre c, welche mit einer Steigeröhre ed verbunden ist. Diese Steigeröhre hat ein sich aufwärts öffnendes Ventil. Der Pumpenschuh ist solid, d. h. ohne alle Oeffnung. Wird er hinaufgezogen, so dringt, wie bei der Saugpumpe, das Wasser allmälig in den Stiefel; wird der Schuh hinabgedrückt, so drängt er das zwischen ihm und dem Saugröhrventile befindliche Wasser in die Seitenröhre c, welches bei gehöriger Anhäufung das Ventil der Steigeröhre öffnet, und zuletzt zur Ausgußröhre herausströmt. Die einfache Druckpumpe wird tiefer unten beschrieben.

8 Häufig findet man, namentlich auf Kriegsschiffen, die Kettenpumpen, Tafel XXXVI, C, Fig. 8, welche eine viel größere Menge Wasser geben, und dabei leichter zu bearbeiten sind; dagegen haben sie im Vergleich mit den Saugpumpen den Nachtheil, daß sie wegen ihrer Zusammensetzung leichter zerbrechlich und schwerer zu repariren sind, und eine stärkere Reibung bei ihnen stattfindet. Sie gehören zu der Art von Pumpen, welche man Paternosterwerke nennt, weil sie wie die Rosenkränze zum Beten, kein Ende haben. Ihre Haupteinrichtung ist diese.

Zwischen einem festen Gestelle befinden sich in einer solchen Entfernung,

wie die Höhe ist, zu der das Wasser gehoben werden soll, zwei Sternräder k und l über einander, von denen das untere im Wasser liegt. Um diese Sternräder, und durch zwei nahe neben einander stehende Pumpenröhren, hh und ii, geht eine Kette, so weit ausgespannt, daß, wenn das obere Rad vermöge einer Kurbel oder eines Triebrades in Bewegung gesetzt wird, auch die Kette um das Rad läuft, nnd das untere Rad mit zur Drehung bringt.

Die Kette besteht entweder aus einfachen Gliedern, wie a in der Hauptfigur 8, oder aus doppelten, wie in der Nebenfigur d.

Die einfachen Glieder e, welche genauer unter der Fignr d dargestellt sind, bestehen aus folgenden Theilen: c ist das eigentliche Kettenglied, bis auf seine Mitte wird eine kreisförmige, genau in die Pumpenröhre passende Scheibe von starkem Leder geschoben, und über und unter derselben eiue metallene Scheibe; beide Scheiben werden durch Splinten befestigt, und geben der ledernen Scheibe die erforderliche Festigkeit; bei f sind die Scheiben in der Fläche, bei e ist das ganze einfache Glied mit den drei Scheiben von der Seite zu sehen. Die doppelten Glieder haben erstlich einen einfachen Theil a, an welchem die Scheiben stecken, und einen doppelten Theil b, welcher vermittelst Splinten zwei einfache Theile an ihren Enden verbindet; in der Figur d sind mehrere zusammenhängende Glieder von doppelter Art in ihrem Zusammenhange dargestellt. A ist die Pumpenback; B das Pnmpendaal. Auf jeder Seite des Masts steht eine solche Doppelröhre mit ihren beiden Sternrädern und ihrer Kette.

Sobald das obere Sternrad in Drehung gesetzt wird heben die heraufsteigenden Lederscheiben, welche unten durch das Wasser gehen, sämmtlich Wassersäulen in die Höhe, und gießen sie oben bei der Wendung in die Back. Die Sternräder sind beide tief eingekerbt, so daß sich die ledernen Scheiben nicht beschädigen können.

Das m unten in der Hauptfigur 8 ist das Kolschwinn, d. h. der von innen über dem Kiel und den Bauchstücken oder Liegern der Spannten liegende Balken.

Daß immer zwei Pumpenröhren von beiden Seiten des Mastes gestellt werden, geschieht theils der Vorsicht wegen, wenn eine Pumpenröhre unbrauchbar werden sollte; theils um auch bei schiefer Lage des Schiffes auf einer Seite dennoch pumpen zu können.

9 Es ist möglich, daß eine Saugpumpe solche Dimensionen hat, daß sich das Wasser nicht über eine gewisse Höhe heben kann. Um zu finden, wann dieser Fall eintritt, sei Tafel XXXV, D, Fig. 217, HB eine Pumpenröhre, die überall denselben Durchmesser hat; der Spielraum des Schuhs reiche von HL bis MN, und das Wasser sei auf der Horizontalebene ZX.

Es sei die Höhe des Spielraums $LN = a$; die Höhe der ganzen Röhre $LB = b$; die Entfernung vom obern Röhrenrande bis zum Wasserniveau oder $LX = x$.

Hat der Stempel seinen ganzen Weg von MN nach HL durchgemacht, so nimmt die Luft, welche anfänglich in dem Raume ZN enthalten war, jetzt den Raum ZL ein, und nimmt daher an Elastizität in dem Verhältnisse von NX

zu LX ab, so daß, wenn R die Elastizität der anfänglich in ZN enthaltenen Luft bezeichnet, und R' die Elastizität der jetzt in ZL ausgebreiteten und daher verdünnten Luft, so hat man, da die Elastizität im umgekehrten Verhältnisse mit dem Raume steht:

$$\text{I)}\quad LX : NX = R : R'; \text{ oder } x : (x - a) = R : R';$$

daher:

$$R' = \frac{x - a}{x} \cdot R.$$

Es kommt nun darauf an, den Werth von R zu bestimmen. Denkt man sich den Stempel vollkommen luftdicht, und anfänglich in der Lage bei MN, so hält die zwischen ZN enthaltene Luft, welche der äußern atmosphärischen an Dichtigkeit gleich ist, nicht durch ihr Gewicht, sondern allein durch ihre Elastizität dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht. Dieser äußere Luftdruck ist aber, in Beziehung auf die Röhre AL, dem Gewichte einer Wassersäule gleich, welche zur Grundfläche c einen Kreis mit dem Durchmesser MN und zur Höhe h eine senkrechte gerade Linie von ohngefähr 32 Fuß oder 10,4 Meter hat, bis zu welcher Höhe, vom äußeren Niveau an gerechnet, der äußere Luftdruck das Wasser in einem luftleeren Raume hinauftreiben kann (vergl. S. 235). Da nun das Volumen eines Cylinders (S. 1842) das Produkt seiner Grundfläche mit seiner Höhe ist, so hat man, wenn das Volumen vorläufig für das Gewicht genommen wird:

$$\text{II)}\quad R = ch.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung I, so hat man:

$$\text{III)}\quad R' = \frac{x - a}{x} \cdot ch.$$

Es zeigt sich nun ferner, daß die Elastizität R' der in ZL eingeschlossenen Luft, zusammen mit dem in ZB enthaltenen Wasser, dem äußeren Luftdrucke ebenfalls das Gleichgewicht hält.

Das in ZB enthaltene Wasser hat zum Volumen das Produkt aus der Grundfläche c mit der Höhe $BX = (b - x)$, oder das Volumen dieses Wassers ist gleich $c \cdot (b - x)$.

Da nun nach dem eben Gesagten der hier in Betracht kommende äußere Luftdruck gleich ch ist, so hat man:

$$\text{IV)}\quad R' + c \cdot (b - x) = ch.$$

Setzt man hierin für R' seinen Werth aus der Gleichung III, so ist:

$$\text{V)}\quad \frac{x - a}{x} \cdot ch + c\,(b - x) = ch.$$

Läßt man den gemeinschaftlichen Faktor c fort, so hat man:

$$\text{VI)}\quad h\left(\frac{x - a}{x}\right) + b - x = h.$$

In diesem Falle wird also ein Gleichgewicht zwischen der äußeren Luft und der Wassersäule stattfinden. Soll aber das Wasser noch steigen, so kann es

nur durch den Ueberschuß geschehen, den der Druck der äußeren Luft über denjenigen hat, den die in ZL eingeschlossene Luft und das in ZB enthaltene Wasser ausübt; man muß daher haben:

$$\text{VII)}\quad h\left(\frac{x-a}{x}\right)+b-x<h.$$

Bezeichnet man mit z den Ueberschuß des zweiten Theils dieser Ungleichheit über den ersten, so hat man:

$$\text{VIII)}\quad h\left(\frac{x-a}{x}\right)+b-x+z=h.$$

Durch Fortschaffung des Nenners x und durch Reduzirung erhält man:

$$-ah+bx-x^2+xz=0.$$

Hieraus folgt:

$$\text{IX)}\quad x^2-x(b+z)=-ah.$$

Ergänzt man diese unvollständige quadratische Gleichung (vergl. S. 615), so hat man:

$$x^2-x(b+z)+\frac{(b+z)^2}{4}=-ah+\frac{(b+z)^2}{4}$$

daher:

$$\text{X)}\quad x=\frac{b+z}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{b+z}{2}\right)^2-ah}$$

Macht man $z=0$, so bleibt das Wasser in ZX stehen, und man hat:

$$\text{XI)}\quad x=\frac{b}{2}\pm\sqrt{\frac{b^2}{4}-ah}.$$

Diese beiden Werthe von x werden immer reell sein, wenn $\frac{b^2}{4}$ größer als ah ist; bei Erfüllung dieser Bedingung kann also das Wasser auf zwei Punkten stehen bleiben. Ist dagegen ah größer als $\frac{b^2}{4}$, so werden beide Wurzeln von x imaginär; das Wasser kann also nicht stehen bleiben, sondern die Pumpe hat ihre volle Wirkung.

Die einfachen Druckpumpen beruhen auch auf der Bildung eines luftleeren Raumes und dem Hineintreiben des Wassers in denselben durch den Druck der äußern Luft. Das hineingetretene Wasser wird alsdann durch einen andern Druck in die Höhe getrieben. Die gewöhnlichen Spritzen sind die einfachste Art von Druckpumpen, so lange sie nämlich blos aus einer Röhre und einem mit der Hand beweglichen soliden Stempel bestehen. Vorn hat die einfache Röhre eine Verengerung als Saugröhre. Wird diese unter Wasser getaucht, und dann der Stempel aufgezogen, so entsteht in der Kolbenröhre ein luftleerer Raum, in welchen der äußere Luftdruck das Wasser hineintreibt. Stößt man alsdann den Kolben wieder hinein, so spritzt das Wasser mit Heftigkeit aus der Saugröhre hinaus. 10

Sechstes Kapitel.

Dynamik.

§. 297. Allgemeine Bestimmungen und Sätze.

1 Die Dynamik lehrt die Bewegung fester Körper bestimmen (vergl. S. 1892), Allen diesen Bestimmungen liegt das durch Erfahrung bekannte Naturgesetz zum Grunde: daß jeder Körper in seinem Zustande der Ruhe oder der Bewegung bleiben muß, wenn ihn nicht eine fremde Kraft zwingt, diesen Zustand zu verlassen. Dieses Beharrungsvermögen der Materie heißt, wie schon oben (S. 1902) gesagt, die Kraft der Trägheit, vis inertiae.

2 Vermöge dieser Trägheitskraft widersteht jeder Körper anfänglich der Mittheilung einer Bewegung; ebenso muß die Bewegung selbst eine geradlinige sein, wenn kein abändernder Grund eintritt (vergl. S. 1903); endlich muß auch die Bewegung eine gleichförmige sein, wenn kein Grund der Beschleunigung oder Verzögerung eintritt.

3 Als die einfachste Art der Bewegung gilt also die geradlinige und gleichförmige; jede andere setzt eine Zusammenwirkung mehrerer Kräfte voraus. Die übrigen allgemeinen Bestimmungen der Dynamik finden sich von S. 1892 bis S. 1908.

§. 298. Von der geradlinigen gleichförmigen Bewegung.

1 Die Gleichung für die gleichförmige geradlinige Bewegung (vrgl. S. 837) ist:

$$\text{I)}\quad s = ct.$$

wo s den während der Zeit t durchlaufenen Raum, c die Geschwindigkeit, oder den in der Zeiteinheit durchlaufenen Raum bezeichnet.

2 Es seien zwei Körper in Bewegung, und haben denselben Ausgangspunkt A, oder Anfangspunkt der Bewegung; der eine Körper habe die Geschwindigkeit c, und laufe die Zeit t hindurch; der andere habe die Geschwindigkeit c', und laufe die Zeit t' hindurch; alsdann hat man die beiden Gleichungen:

für den ersten $s = ct$; für den zweiten $s' = c't'$.

Hieraus folgt:

$$\text{II)}\quad s : s' = ct : c't';\ \text{oder}\ \frac{s}{s'} = \frac{ct}{c't'}$$

Sind die Zeiten gleich, so reduzirt sich die Gleichung auf $\frac{s}{s'} = \frac{c}{c'}$, d. h. die durchlaufenen Räume verhalten sich wie die Geschwindigkeiten.

3 Hat der bewegte Körper schon einen Raum σ durchlaufen, ehe die Zeit t

anfing, so ist die folgende die allgemeinere Gleichung der gleichförmigen Bewegung:

$$\text{III)} \quad s = \sigma + ct.$$

Vermittelst dieser Gleichung lassen sich alle Aufgaben lösen, welche die geradlinige gleichförmige Bewegung betreffen.

Erste Aufgabe. 4

Ein Körper hat nach Verlauf der Zeit t' einen Raum s' durchlaufen; nach Verlauf einer zweiten Zeit t'' ist der Raum s'' geworden; man verlangt die Geschwindigkeit c und den anfänglichen Raum σ.

Man hat nach Gleichung III:

$$s' = \sigma + ct'; \; s'' = \sigma + ct'';$$

durch Subtraktion der ersten von der zweiten Gleichung erhält man:

$$s'' - s' = c(t'' - t'); \; \text{daher } c = \frac{s'' - s'}{t'' - t'}$$

Setzt man diesen Werth von c in die erste der obigen Gleichungen, so hat man:

$$s' = \sigma + \frac{s'' - s'}{t'' - t'} \cdot t'; \; \text{oder } \sigma = s' - \frac{s'' - s'}{t'' - t'} \cdot t'.$$

Bringt man den zweiten Theil der Gleichung auf eine Benennung, so ist:

$$\sigma = \frac{s't'' - s''t'}{t'' - t'}.$$

Die veränderliche Größe t kann positiv und negativ sein; ihre positiven Werthe beziehen sich auf die Epochen, die auf den Augenblick folgen, von welchem an die Zeit gerechnet wird; ihre negativen Werthe auf die Epochen, welche dem Anfangsaugenblicke vorangehen. 5

Bezeichnet man mit s die Entfernung des Körpers in irgend einem Augenblicke von einem festen Punkte C, Tafel XXXV, D, Fig. 218, welcher beliebig auf der geraden Linie AB genommen ist, welche er beschreibt, indem er von A nach B geht. Es sei D der Punkt, in welchem sich der Körper in dem Augenblicke befindet, von welchem an die Zeit gezählt wird; der Abstand CD werde durch σ bezeichnet; c sei wieder die Geschwindigkeit; man hat alsdann den in der Zeit t durchlaufenen Raum $= s - \sigma$; also die Geschwindigkeit $c = \frac{s - \sigma}{t}$ und $s = ct + \sigma$ wie in Gleichung III. 6

Die veränderliche Größe s hat ihre positiven Werthe von C nach B, ihre negativen von C nach A hin. Auf solche Weise läßt sich nach Gleichung III für alle möglichen Augenblicke die Lage des Körpers auf der unbegrenzten Linie AB finden.

Es bewege sich ein anderer materieller Punkt auf derselben Linie mit der Geschwindigkeit c', und befinde sich in dem Augenblicke, von welchem an die Zeit gerechnet wird in D'; alsdann ist, wenn $CD' = \sigma'$, und s' die Entfer- 7

nung von C bedeutet, die Gleichung der Bewegung dieses zweiten materiellen Punktes:

$$s' = c't + \sigma'.$$

Durch Verbindung dieser Gleichung mit der obigen für den ersten Punkt, lassen sich alle Aufgaben lösen, die sich auf die relative Bewegung zweier Körper beziehen.

8 **Zweite Aufgabe.**

Man soll bestimmen, in welcher Zeit sich zwei bewegte Körper M und M' begegnen, welche beide in derselben Richtung gehen, und von denen M die Geschwindigkeit c, M' die Geschwindigkeit c' hat. In dem Augenblicke der Begegnung haben sie offenbar einerlei Entfernung vom Punkte C, man hat also $s = s'$, also auch $ct + \sigma = c't + \sigma'$; hieraus ergiebt sich:

$$t(c - c') = \sigma' - \sigma; \text{ also } t = \frac{\sigma' - \sigma}{c - c'}$$

Ist der Werth von t negativ, so findet die Begegnung vor dem Zeitpunkte statt, von welchem an die Zeit gerechnet wird; ist der Werth von t positiv, so findet die Begegnung nach dem Zeitpunkte statt, von welchem an die Zeit gerechnet wird. Ist $c=c'$, so hat man $t = \frac{1}{0} = \infty$, welches anzeigt, daß die beiden Körper niemals zusammenkommen werden, und auch niemals zusammengekommen sind; was sich von selbst versteht, da sie in derselben Richtung mit gleicher Geschwindigkeit fortgehn.

9 Differenzirt man die Gleichung $s = \sigma + ct$, in welcher σ und auch die gleichförmige Geschwindigkeit c konstant sind, so hat man:

$$\text{IV)} \quad ds = cdt; \text{ oder } \frac{ds}{dt} = c.$$

Die Geschwindigkeit bei der gleichförmigen Bewegung ist also der Differential-Koeffizient des Raumes in Beziehung auf die Zeit genommen.

§. 299. Von der ungleichförmigen Bewegung.

1 Wenn ein Körper eine während ihrer ganzen Dauer unregelmäßige Bewegung in gerader Linie hat, so konnte er aus der Ruhe in diesen Zustand nur durch eine beschleunigende Kraft gebracht werden (vergl. S. 837 Nr. 5). Eine solche wird in jedem Zeittheilchen die Geschwindigkeit vergrößern; die erlangte Geschwindigkeit ist (vergl. S. 838) diejenige, welche der Körper in einem bestimmten Augenblicke erhalten hat, und mit welcher er von da an sich gleichförmig fortbewegen würde, wenn die beschleunigende Kraft zu wirken aufhörte.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 219, der bewegte Körper nach dem Verlaufe von t in dem Punkte B angelangt; bezeichnet man den durchlaufenen Raum AB durch s, so ist diese veränderliche Größe eine Funktion von t. Man

kann daher s als die Ordinate einer Kurve ansehn, von welcher t die Abszisse ist (vergl. S. 1192); ist also t zu t + dt geworden, so muß s zu ds geworden sein; der während dt durchlaufene Raum ist also ds.

Hörte nun die beschleunigende Kraft in dem Punkte B auf zu wirken, so würde der Körper mit der dort erlangten Geschwindigkeit fortfahren sich zu bewegen; dies geschehe so, daß während eines jeden auf t folgenden Zeittheilchens dt ein Raumtheilchen ds durchlaufen werde. Der Raum BC = v entspreche der Zeiteinheit; alsdann muß derselbe aus so vielmal wiederholten ds als die Zeiteinheit aus dt bestehen; man hat also:

$$v : 1 = ds : dt;$$

$$\text{daher V)} \quad v = \frac{ds}{dt}$$

Man kann auch den ganzen Raum BC in Differentiale theilen; es sei also Bb = ds nach Verlauf der Zeit dt; Bb′ = 2ds nach Verlauf von 2dt; Bb″ = 3ds nach 3dt u. s. f. bis BC = nds nach Verlauf der Zeit ndt; da nun der Körper nach Verlauf der Zeiteinheit in C sein soll, so kann man ndt = 1 setzen, oder $n = \frac{1}{dt}$; demzufolge, da die Geschwindigkeit v gleich dem in der Zeiteinheit durchlaufenen Raume (vergl. S. 1901 Nr. 7), also hier gleich BC = nds ist, so hat man:

$$v = nds = \frac{1}{dt} ds = \frac{ds}{dt}$$

welches mit der vorigen Gleichung übereinstimmt (vergl. S. 838). Es ist also auch bei der ungleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit gleich dem Differential-Koeffizienten des Raumes in Beziehung auf die Zeit genommen, wie bei der gleichförmigen (vergl. S. 2072 Nr. 9).

Ist v die von dem Körper nach Verlauf der Zeit erlangte Geschwindigkeit, 3 so wird nach Verlauf von t + dt die Geschwindigkeit gleich v + dv; es ist also dv die im Zeittheilchen mitgetheilte Geschwindigkeit. Wird am Ende von t die beschleunigende Kraft plötzlich konstant, so theilt sie dem Körper in dem auf t folgenden Zeittheilchen dt die Geschwindigkeit dv mit, und fährt damit gleichförmig fort; daher entsprechen den Augenblicken dt, 2dt, 3dt u. s. w. die Geschwindigkeiten dv, 2dv, 3dv u. s. w., und ndt die Geschwindigkeit ndv. Wenn nun, wie vorher, ndt die Zeiteinheit anzeigt, so ist ndt = 1, also $n = \frac{1}{dt}$; folglich auch $ndv = \frac{1}{dt} \cdot dv = \frac{dv}{dt}$; dies ist also die Wirkung der beschleunigenden Kraft in der Zeiteinheit; bezeichnet man diese Wirkung mit φ, so hat man:

$$\text{VI)} \quad \varphi = \frac{dv}{dt}$$

Man kann (vergl. S. 1904 Nr. 15) eine Kraft durch ihre Wirkung darstellen, es wird also auch φ die beschleunigende Kraft bezeichnen; es ist also:

$$\varphi dt = dv.$$

Nimmt man aus der Gleichung V den Werth v und differenzirt so, daß dt als konstant angesehen wird, so erhält man (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2):

$$dv = \frac{d^2s}{dt}; \text{ daher } \varphi dt = \frac{d^2s}{dt}$$

$$\text{oder VII) } \varphi = \frac{d^2s}{dt^2}$$

4 Nimmt man aus Gleichung V den Werth $dt = \frac{ds}{v}$, und aus VI den Werth $dt = \frac{dv}{\varphi}$ so ist durch Elimination von dt:

$$\text{VIII) } \frac{ds}{v} = \frac{dv}{\varphi}; \text{ also } \varphi ds = v dv.$$

Dies ist also eine neue Gleichung der ungleichförmigen Bewegung.

§. 300. Von der gleichförmig veränderlichen Bewegung.

1 Die beschleunigende Kraft verleiht dem bewegten Körper in jedem Augenblicke einen neuen Stoß (vergl. S. 837); sind diese Stöße konstant, so wird der Körper nach der Zeit t in einer Zeitsekunde dieselbe Geschwindigkeit erhalten, wie nach jeder andern Zeit t'. Bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit g, so hat man $\varphi = g$, und daher nach Gleichung VI:

$$dv = g dt.$$

Integrirt man, und bezeichnet die willkürliche Konstante mit a, so ist:

$$\text{IX) } v = a + gt.$$

Da nach Gleichung V auch $v = \frac{ds}{dt}$, so hat man durch Elimination des v

$$ds = (a + gt) \cdot dt.$$

Durch Integration erhält man:

$$\text{X) } s = b + at + \frac{1}{2} gt^2.$$

Je nachdem g positiv oder negativ ist, wird die Bewegung gleichförmig beschleunigt oder verzögert. Die Konstante b ist der vor dem Anfange der Zeit von dem Körper durchlaufene Raum; denn setzt man $t = 0$, so wird $s = b$.

Die willkürliche Konstante a ist die Anfangsgeschwindigkeit; denn setzt man in Gleichung IX $t = 0$, so hat man $v = a$.

Mit dieser Herleitung ist die auf S. 841 für die Ordnung der Sekunden gegebene zu vergleichen.

2 Ist der anfängliche Raum b und auch die Anfangsgeschwindigkeit $a = 0$, so hat man statt der Gleichung IX die folgende:

$$\text{XI) } v = gt.$$

statt der Gleichung X die folgende:

$$\text{XII) } s = \tfrac{1}{2} gt^2;$$

der Körper mußte sich also in Ruhe befinden, als er von der beschleunigenden Kraft in Bewegung gesetzt wurde.

Es seien s und s' die in den Zeiten t und t' durchlaufenen Räume; die Gleichung XII giebt: 3

$$\text{XIII)}\quad s = \tfrac{1}{2}gt^2;\ \text{und}\ s' = \tfrac{1}{2}gt'^2;$$

$$\text{daher XIV)}\quad s : s' = \tfrac{1}{2}gt^2 : \tfrac{1}{2}gt'^2 = t^2 : t'^2.$$

Es verhalten sich also die Räume, welche eine konstant beschleunigende Kraft einen Körper, welcher aus der Ruhe kommt, in verschiedenen Zeiten durchlaufen läßt, wie die Quadrate dieser Zeiten.

Man hat ferner nach der Gleichung XI die nach Verlauf von t und t' erlangten Geschwindigkeiten: 4

$$v = gt,\ v' = gt';\ \text{daher}\ v : v' = t : t',$$

oder nach Gleichung XIV, indem man die Räume nimmt:

$$\text{XV)}\quad v : v' = \sqrt{s} : \sqrt{s'}$$

Es verhalten sich also die Geschwindigkeiten wie die Zeiten, oder wie die Quadratwurzeln der in diesen Zeiten durchlaufenen Räume.

Setzt man $t = 1$, so ist nach XII $s = \tfrac{1}{2}g$. Es ist also s der in der Zeiteinheit durchlaufene Raum; das Doppelte dieses Raums ist also der Werth von g, d. h. von der beschleunigenden Kraft. Man hat gefunden, daß ein den Wirkungen der Schwere preisgegebener Körper in einer Zeitsekunde in der Breite von Paris und bei der Temperatur des schmelzenden Eises einen Raum von 15,097 Pariser Fuß, oder 4,9044 Metres durchläuft; daher: 5

$$g = 9,8088\ \text{Metres} = 30,195\ \text{Pariser Fuß} = 31,253\ \text{Fuß Rheinisch}.$$

Mit diesen Angaben sind die obigen (S. 839 u. 841) zu vergleichen.

Aus dem eben angeführten Werthe der sogenannten Fallhöhe in einer Sekunde und den vorangegangenen Gleichungen lassen sich die von S. 839 bis S. 848 gezeigten Berechnungen der fallenden und in die Höhe geworfenen Körper machen. 6

§. 301. Von der senkrechten Bewegung eines Körpers mit Berücksichtigung der Verschiedenheit der Schwere.

Wenn man sich vom Mittelpunkte der Erde entfernt, so nimmt die Schwere ab (vergl. S. 1948 Nr. 2), und zwar nach dem Quadrate der Entfernung; d. h. sie wirkt im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung. 1

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 219, ein Körper bei dem Punkte A aus seiner Ruhe getreten, und in dem Punkte B angekommen; es soll seine Geschwindigkeit an diesem Punkte bestimmt werden.

Es sei g die Schwere an der Oberfläche M der Erde; φ die Schwere an dem Punkte B, $r = MC$ der Radius der Erde; x die Entfernung von B nach

C; endlich sei AC = 1, um für die Rechnungen eine Einheit zu haben. Man hat wegen des Gesetzes der Abnahme der Schwere:

$$g : \varphi = x^2 : r^2; \text{ also } \varphi = \frac{gr^2}{x^2}$$

Da nun nach Gleichung VI (S. 2073) $\varphi = \frac{dv}{dt}$, so ist:

$$\text{XVI)} \quad \frac{dv}{dt} = \frac{gr^2}{x^2}$$

Es ist ferner nach Gleichung V (S. 2073) $v = \frac{ds}{dt}$, d. h. die Geschwindigkeit ist gleich dem Differential des durchlaufenen Raums dividirt durch dasjenige der Zeit. Es ist aber in dem Punkte B der durchlaufene Raum = AC — BC = 1 — x; differenzirt man diesen Werth, so erhält man — dx; daher:

$$\text{XVII)} \quad v = -\frac{dx}{dt}$$

Multiplizirt man die Gleichung mit XVI, und zwar das erste Glied mit dem ersten, das zweite mit dem zweiten, und läßt den gemeinschaftlichen Renner fort, so ist:

$$vdv = -gr^2 \frac{dx}{x^2}$$

Integrirt man, so ist:

$$\frac{v^2}{2} = \frac{gr^2}{x} + C.$$

Die Integration des letzten Gliedes erkennt man aus der Differentiationsregel eines Bruches mit konstantem Zähler, wie hier gr^2, und variabelm Renner, wie hier x (vergl. S. 1115 Nr. 7).

Um die Konstante zu bestimmen, bemerke man, daß wenn x = AC = 1 ist, die Geschwindigkeit v = 0 ist, weil der Körper bei A erst aus der Ruhe tritt; man hat daher:

$$0 = gr^2 + C; \text{ also } C = -gr^2.$$

Setzt man diesen Werth in die vorige Gleichung, so hat man:

$$\text{XVIII)} \quad \frac{v^2}{2} = gr^2 \left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

Diese Gleichung bestimmt also die Geschwindigkeit in einem beliebigen Punkte der senkrechten Linie.

2 Um die Zeit zu finden, in welcher der Körper den Raum AB durchlaufen hat, muß man aus XVII und XVIII die Geschwindigkeit v eliminiren; dazu quadrirt man den Werth aus XVII, und dividirt das Quadrat durch 2; man hat alsdann:

$$\frac{dx^2}{2\,dt^2} = gr^2 \left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

Hieraus erhält man, wenn man die beiden Faktoren des neuen Renners scheidet.

$$dt^2 = \frac{1}{2gr^2} \times \frac{dx^2}{\frac{1}{x} - 1}$$

Zieht man beiderseits die Wurzel aus, und zieht r unter dem Wurzelzeichen hervor, so ist:

$$dt = \pm \frac{1}{r} \sqrt{\frac{1}{2g}} \times \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}}$$

Integrirt man, so ist:

$$\text{XIX)} \quad t = \pm \frac{1}{r} \sqrt{\frac{1}{2g}} \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}}$$

Um die Integration wirklich ausführen zu können, hat man zuerst den Nenner zu vereinfachen:

$$\text{XX)} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{x} - 1}} = \int \frac{dx}{\sqrt{\frac{1-x}{x}}} = \int \frac{dx}{\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}}} = \int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}$$

Um das Wurzelzeichen des Nenners wegzuschaffen, setzt man $1 - x = z^2$; hieraus erhält man $dx = -2zdz$; $\sqrt{1-x} = z$; $\sqrt{x} = \sqrt{1-z^2}$; setzt man diese Werthe in die letzte Gleichung bei XX, so ist:

$$\int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = \int \frac{-2zdz \cdot \sqrt{1-z^2}}{z} = \int -2dz \cdot \sqrt{1-z^2}$$

Nimmt man (vergl. S. 1159 Nr. 3) den konstanten Faktor -2 vor das Integralzeichen, so hat man:

$$\text{XXI)} \quad \int \frac{dx\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} = -2\int dz \cdot \sqrt{1-z^2}$$

Wenn man die Gleichung $z\sqrt{1-z^2}$ differenzirt, so erhält man (vergl. S. 1137 Nr. 2), da $\sqrt{1-z^2} = (1-z^2)^{1/2}$, ein zweitheiliges Differential (S. 1114 Nr. 6), weil die Funktion aus zwei Faktoren besteht; daher:

$$d\left(z \cdot (1-z^2)^{1/2}\right) = dz \cdot \sqrt{1-z^2} - z^2dz \cdot (1-z^2)^{-1/2} = dz \cdot \sqrt{1-z^2} - \frac{z^2dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Man kann eine Integration einer algebraischen Summe durch Integration der einzelnen Theile erhalten (vergl. S. 1159 Nr. 4); daher:

$$\int dz \cdot \sqrt{1-z^2} - \int \frac{z^2dz}{\sqrt{1-z^2}} = z \cdot (1-z^2)^{1/2} = z \cdot \sqrt{1-z^2}$$

daher $$\text{XXII)} \quad \int dz \cdot \sqrt{1-z^2} = z \cdot \sqrt{1-z^2} + \int \frac{z^2dz}{\sqrt{1-z^2}}$$

Wenn man den Ausdruck $\int dz \cdot \sqrt{1 - z^2}$ mit $\sqrt{1 - z^2}$ zugleich multiplizirt und dividirt, so bleibt natürlich sein Werth derselbe; seine Form aber ändert sich in folgende:

$$\int \frac{dz \cdot \sqrt{1 - z^2} \cdot \sqrt{1 - z^2}}{\sqrt{1 - z^2}} = \int \frac{dz \cdot (1 - z^2)}{\sqrt{1 - z^2}} = \int \frac{dz - z^2 dz}{\sqrt{1 - z^2}}$$

Trennt man wieder die Integrale beider Theile, so erhält man:

$$\text{XXIII)} \quad \int dz \cdot \sqrt{1 - z^2} = \int \frac{dz}{\sqrt{1 - z^2}} - \int \frac{z^2 dz}{\sqrt{1 - z^2}}$$

Addirt man die beiden Gleichungen XXII und XXIII, so erhält man:

$$2 \int dz \cdot \sqrt{1 - z^2} = z \cdot \sqrt{1 - z^2} + \int \frac{dz}{\sqrt{1 - z^2}}$$

Es ist (vergl. S. 1156 Nr. 11) $\int \frac{dz}{\sqrt{1 - z^2}} = \text{Arc} \cdot \sin z$; daher, wenn man die beiden Zeichen der letzten Gleichung ändert:

$$\text{XXIV)} \quad -2 \int dz \cdot \sqrt{1 - z^2} = - z \cdot \sqrt{1 - z^2} - \text{Arc} \sin z.$$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung bei XXI, so erhält man:

$$\int \frac{dx \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} = - z \cdot \sqrt{1 - z^2} - \text{Arcsin}\, z$$

Setzt man ferner diesen Werth in die Gleichung XIX, so hat man:

$$\text{XXV)} \quad t = \mp \frac{1}{r} \sqrt{\left(\frac{1}{2g} \cdot (z \cdot \sqrt{1 - z^2} + \text{Arc} \sin z)\right)}$$

Eine Konstante ist nicht zu addiren, weil, wenn $t = 0$ ist $x = 1$, d. h. gleich der ganzen Entfernung AC in Fig. 219, es giebt alsdann die Gleichung $\sqrt{1 - x} = z$ dieses $z = 0$; bei dieser Voraussetzung verschwindet der zweite Theil der Gleichung XXV. Da ferner die Zeit nothwendig positiv ist, so nimmt man nur das untere, d. h. das + Zeichen. Es ist $z^2 = 1 - x$, d. h. gleich dem durchlaufenen Raume AB, welchen man durch s vorstellen kann; es ist also $z = \sqrt{s}$; alsdann giebt die Gleichung XXV die Zeit als Funktion des Raumes:

$$\text{XXVI)} \quad t = \frac{1}{r} \sqrt{\left(\frac{1}{2g} (\sqrt{s} \cdot \sqrt{1 - s} + \text{Arc} \sin \sqrt{s})\right)}$$

Nimmt man an, daß AB und AM in Vergleich mit AC und MC sehr klein sind, so kann man ohne merklichen Irrthum $\sqrt{1 - s}$ durch die Einheit, und den Bogen durch den Sinus ersetzen, d. h. man nimmt $\sqrt{s}$ statt Arc sin $\sqrt{s}$; ist ferner AM so klein, so kann man auch $r = 1$ setzen; alsdann wird:

$$\text{XXVII)} \quad t = \sqrt{\frac{1}{2g} \cdot 2\sqrt{s}}$$

Quadrirt man diese Gleichung, so hat man:

$$t^2 = \frac{1}{2g} \cdot 4s$$

Hieraus ergiebt sich:

$$\text{XXVIII)} \quad s = \frac{gt^2}{2}$$

Unter dieser Voraussetzung geht also die Bewegung vor sich, als wenn die Schwere nicht veränderlich wäre (vergl. S. 839).

§. 302. Von der senkrechten Bewegung in Widerstand leistenden Mitteln.

Die Erfahrung hat gezeigt, daß der Widerstand, den ein Körper erleidet, welcher sich in einer Flüssigkeit bewegt, dem Quadrate der Geschwindigkeit des Körpers proportional sei. Ist also der Widerstand m, wenn der Körper nur die Einheit der Geschwindigkeit hat, so wird dieser Widerstand, zu mv^2, wenn die Geschwindigkeit m wird. Diese Kraft mv^2 ist der Schwerkraft entgegengesetzt, welche man als konstant ansehn kann, daher:

$$\varphi = g - mv^2.$$

Setzt man für φ seinen Werth $\frac{dv}{dt}$ aus Gleichung VI (S. 2073) so ist:

$$\frac{dv}{dt} = g - mv^2$$

also:

$$\text{XXIX)} \quad dt = \frac{dv}{g - mv^2}$$

Um die Gleichung zu integriren muß man den Nenner umwandeln. Es ist (vergl. S. 446 Nr. 8) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$; nimmt man nun $g = \sqrt{g} \cdot \sqrt{g}$; $m = \sqrt{m} \cdot \sqrt{m}$, und $v^2 = v \cdot v$, so ist:

$$g - mv^2 = (\sqrt{g} + v\sqrt{m}) \cdot (\sqrt{g} - v\sqrt{m})$$

Löst man den Bruch in XXIX nach den Regeln auf S. 1083 auf, so hat man:

$$\text{XXX)} \quad \frac{dv}{g - mv^2} = dv \cdot \left(\frac{A}{\sqrt{g} + v\sqrt{m}} + \frac{B}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}\right)$$

Hieraus erhält man, wenn der zweite Theil auf den gleichen Nenner gebracht, beiderseitig mit den Nennern multiplizirt und mit dv dividirt wird:

$$1 = A \cdot \sqrt{g} - A \cdot v\sqrt{m} + B \cdot \sqrt{g} + B \cdot v\sqrt{m}$$

Sammelt man diejenigen Produkte, welche v^0, und diejenigen, welche v^1 enthalten, so ist (vergl. S. 1083 u. 1084), wenn man den ersten Theil auch zweigliedrig macht:

$$1 + 0 = \begin{pmatrix} + A \cdot \sqrt{g} \\ + B \cdot \sqrt{g} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} - A \cdot \sqrt{m} \\ + B \cdot \sqrt{m} \end{pmatrix} v'.$$

daher:

$$\text{für } v^0 \text{ ist } (A + B) \cdot \sqrt{g} = 1;$$
$$\text{für } v^1 \text{ ist } (- A + B) \cdot \sqrt{m} \cdot = 0.$$

Aus der letzten Gleichung folgt $A \cdot \sqrt{m} = B \cdot \sqrt{m}$; also $A = B$; setzt man diesen Werth in die Gleichung für v^0, so ist:

$$A \cdot 2\sqrt{g} = 1; \text{ also } A = B = \frac{1}{2\sqrt{g}}$$

Setzt man diesen Werth der unbestimmten Koeffizienten in die Gleichung bei XXX, so hat man:

$$\text{XXXI)} \quad \frac{dv}{g - mv^2} = \frac{1}{2\sqrt{g}} \cdot \left(\frac{dv}{\sqrt{g} + v\sqrt{m}} + \frac{dv}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}\right)$$

Multiplizirt und dividirt man den zweiten Theil mit $\sqrt{m}$, und setzt ihn in die Gleichung XXIX, so hat man:

$$\text{XXXII)} \quad dt = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{m} \cdot \sqrt{g}} \cdot \left(\frac{dv\sqrt{m}}{\sqrt{g} + v\sqrt{m}} + \frac{dv\sqrt{m}}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}\right)$$

Nach den Differentiationsregeln für Logarithmen hat man $d\,(ly) = \frac{dy}{y}$ (vergl. S. 1149 Nr. 6 u. 1165), also $\int \frac{dy}{y} = ly + C$; demnach hat man:

$$t = \frac{1}{2\sqrt{mg}} \cdot \left(\log\,(\sqrt{g} + v\sqrt{m}) - \log\,(\sqrt{g} - v\sqrt{m})\right)$$

Man darf nur die beiden Logarithmen differenziren (von denen der zweite zwar ein negatives Differential giebt, welches aber durch das Vorzeichen zu einem positiven Addendus wird), so erhält man den Werth von XXXII. Da ferner die Differenz zweier Logarithmen gleich dem Logarithmus des entsprechenden Quotienten ist (vergl. S. 562 Nr. 8), so erhält man:

$$\text{XXXIII)} \quad t = \frac{1}{2\sqrt{mg}} \cdot \log \frac{\sqrt{g} + v\sqrt{m}}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}$$

2 Man läßt die Konstante weg, weil $t = 0$, wenn $v = 0$ ist.

Wenn man die beiden Theile der letzten Gleichung mit $2\sqrt{mg}$, und den ersten allein mit dem natürlichen Logarithmus der Basis e des natürlichen Systems multiplizirt (vergl. S. 1147 Nr. 2), welcher Logarithmus selbst $= 1$ ist, so hat man:

$$2t\sqrt{mg} \cdot \log e = \log \frac{\sqrt{g} + v\sqrt{m}}{\sqrt{g} - v\sqrt{m}}$$

Multiplizirt man den Logarithmus der Basis oder Grundzahl eines loga-

rithmischen Systems mit einem Faktor, so ist das Produkt der Logarithmus für diejenige Zahl, welche dann entsteht, wenn die Basis zu derjenigen Potenz erhoben wird, deren Exponent jener Faktor ist; daher hat man:

$$2t\sqrt{mg}\cdot\log e = \log e^{2t\sqrt{mg}} = \log\frac{\sqrt{g}+v\sqrt{m}}{\sqrt{g}-v\sqrt{m}}$$

Geht man zu den Zahlen selbst, so hat man:

$$e^{2t\sqrt{mg}} = \frac{\sqrt{g}+v\sqrt{m}}{\sqrt{g}-v\sqrt{m}}$$

Kehrt man den Bruch um, so ist:

$$\text{XXXIV)}\quad \frac{1}{e^{2t\sqrt{mg}}} = \frac{\sqrt{g}-v\sqrt{m}}{\sqrt{g}+v\sqrt{m}}$$

Je mehr nun t zunimmt, um so mehr nähert sich $e^{2t\sqrt{mg}}$ dem Unendlichen; es strebt also die Gleichung XXXIV zu folgendem Werthe, indem $\frac{1}{\infty}$ der Null unendlich nahe kommt (vergl. S. 1122).

$$\text{XXXV)}\quad 0 = \sqrt{g} - v\sqrt{m}$$

Wenn nämlich t wirklich unendlich würde, so wäre der erste Theil Null, und man könnte den Divisor $\sqrt{g}+v\sqrt{m}$ fortlassen; die letzte Gleichung giebt:

$$v = \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{m}} = \text{Konstante.}$$

Dieser Werth von v bei $t = \infty$ zeigt, daß je mehr t zunimmt, desto mehr die Geschwindigkeit dahin strebt, konstant zu werden.

Soll der Raum als Funktion der Geschwindigkeit bestimmt werden, so multiplizirt man die beiden Gleichungen (S. 2073 u. S. 2079)

$$\frac{dv}{dt} = g - mv^2,\quad \text{und } v = \frac{ds}{dt}$$

und zwar das erste mit dem ersten, das zweite mit dem zweiten Gliede; man erhält, indem der gemeinschaftliche Nenner dt fortfällt:

$$vdv = (g - mv^2)\,ds;$$

hieraus ergiebt sich:

$$\text{XXXVI)}\quad ds = \frac{vdv}{g - mv^2}$$

Setzt man $g - mv^2 = z$, und differenzirt, so ist, indem man die Glieder vertauscht d. h. indem man $mv^2 - g = -z$ nimmt:

$$2mvdv = -dz;\quad \text{also } vdv = -\frac{dz}{2m}$$

Hiedurch erhält man aus XXXVI, indem man statt des Nenners z setzt:

$$ds = -\frac{dz}{2mz}$$

Das Integral dieser Gleichung ist (vergl. S. 1163, Integral 1):

$$s = -\frac{1}{2m} \cdot \log z + C.$$

Setzt man wieder statt z seinen Werth:

$$s = -\frac{1}{2m} \cdot \log (g - mv^2) + C$$

Um die Konstante zu bestimmen, setzt man s = 0, und v = 0; alsdann hat man (vergl. S. 1104):

$$0 = -\frac{1}{2m} \cdot \log g + C; \text{ daher } C = \frac{1}{2m} \cdot \log g$$

Dieser Werth von C giebt also:

$$s = -\frac{1}{2m} \cdot \left(\log (g - mv^2) - \log g\right)$$

da nun (vergl. S. 562 Nr. 8) die Differenz der Logarithmen zweier Zahlen gleich dem Logarithmus des Quotienten dieser Zahlen ist, so hat man:

$$\text{XXXVII)} \quad s = -\frac{1}{2m} \cdot \log \frac{g - mv^2}{g} = -\frac{1}{2m} \cdot \log \left(1 - \frac{mv^2}{g}\right)$$

3 Die Bewegungen eines Körpers auf einer schiefen Ebene sind S. 855 u. 856, u. S. 1983 behandelt. Die krummlinigen Bewegungen, so wie die von der Centrifugal- und Centripetal-Kraft abhängigen sind S. 1059—1068, S. 1328—1354 und S. 1707—1764 erklärt. Bei den Darstellungen der Keplerschen Gesetze (namentlich S. 1353 Nr. 28) sind noch einige dynamische Sätze über die Bewegungen in Kegelschnitten unbewiesen und unerörtert geblieben. Ihre Erläuterung verlangt eine Vervollständigung der Lehren von den Gleichungen (S. 599—618), und der Lehren von den Kegelschnitten (vergl. S. 1197—1199); so wie die Anführung einiger andern Kurven.

§. 303. Die Parabel.

1 Die Parabel ist (S. 1197 Nr. 3) eine krumme Linie, bei welcher für rechtwinklige Koordinaten $y^2 = px$ ist. Die beständige Linie p ist der Parameter; die Ordinate y ist also die mittlere Proportionallinie zwischen dem Parameter und der Abszisse.

2 Weil $y = \pm \sqrt{px}$ ist, so gehören zu jeder Abszisse zwei gleiche aber entgegengesetzte Ordinaten. Wird die Axe zur Abszissenlinie genommen, so ergiebt sich sogleich, daß diese Axe die Parabel in zwei ähnliche und gleiche Hälften theilt.

3 Weil für ein positives x die Größe px immer positiv bleibt, und mit dem x wächst, so wachsen die Ordinaten $= \sqrt{px}$ mit den Abszissen ins Unendliche; oder die Parabel geht auf jeder Seite der Axe mit einem unendlichen Schenkel

fort. Dieser letztere geht über alle Perpendikel hinaus, die man auf die Axe fällen, und über alle Parallelen, die man mit der Axe ziehen kann. Die Schenkel gehen daher immer weiter längs der Axe fort, doch so daß sie sich immer weiter von einander entfernen. Auf der einen, positiven, Seite des Scheitels, wo die unendlichen Schenkel liegen, ist also der Raum, den die Parabel durchstreift, unbegrenzt.

4 Für ein negatives x wäre px negativ; da aber $\sqrt{-px}$ eine unmögliche Größe ist: so giebt es keine Ordinaten für die negativen Abszissen, d. h. die ganze Parabel liegt auf der einen Seite des Scheitels.

5 Die Abszissen der Parabel verhalten sich wie die Quadrate der ihnen zugehörigen Ordinaten.

Beweis. Tafel XXX, Fig. 13, seien Df und DE zwei Abszissen, und fp′ und EG ihre zugehörigen Ordinaten. Man durchschneidet den Kegel durch fp′ parallel mit der Grundfläche; alsdann ist der Durchschnitt ebenso wie die Grundfläche ein Kreis (vergl. S. 1196 Nr. 2), und fp′ steht senkrecht auf dem Durchmesser mn dieses Kreises (vergl. S. 1815 Nr. 37 u. S. 1814 Nr. 26); man hat also (vergl. S. 684 Nr. 12; S. 707 Nr. 7, 8; S. 709 Nr. 11; S. 1194 Nr. 6):

$$p'f^2 = mf \cdot fn; \text{ und } EG^2 = AE \cdot EB.$$

Es ist ferner (S. 680, Nr. 3) DE : Df = EB : fn, auch ist AE = mf, als Parallellinien zwischen Parallellinien; daher (S. 538 Nr. 8):

$$DE : Df = (AE \cdot EB) : (mf \cdot fn) = EG^2 : p'f^2.$$

Da dieser Beweis von jedem andern Paare Abszissen und ihren Ordinaten gilt, so ist allgemein:

$$\text{I)} \quad x : x' = y^2 : y'^2; \text{ und } y : y' = \sqrt{x} : \sqrt{x'}.$$

6 Im Brennpunkte f ist die Ordinate fp dem halben Parameter gleich; daher, wenn p den Parameter bezeichnet, $px = p \cdot Df = \frac{1}{4}p^2$; also $Df = \frac{1}{4}p$.

7 Nimmt man die Abszisse Dh = x, und hi = y, so findet man den Radius Vektor fi durch folgende Gleichung:

$$fi^2 = fh^2 + hi^2; \text{ oder } fi^2 = (x - \tfrac{1}{4}p)^2 + y^2; \text{ oder da } y^2 = px; \; fi^2 = x^2 - \tfrac{1}{2}xp + \tfrac{1}{16}p^2 + xp = x^2 + \tfrac{1}{2}xp + \tfrac{1}{16}p^2;$$

daher:

$$\text{II)} \quad fi = \sqrt{(x^2 + \tfrac{1}{2}xp + \tfrac{1}{16}p^2)} = x + \tfrac{1}{4}p.$$

Aufgabe. 8

Eine Parabel zu konstruiren.

Erste Auflösung.

Man zieht, Tafel XXXV, D, Fig. 220, eine beliebige gerade Linie zur Axe, nimmt eine andere p zum Parameter, und theilt die Axe in beliebig viele Abszissen AP, AQ, AR, AS u. s. w.; darauf sucht man (vergl. S. 648

Nr. 15) zwischen jeder Abszisse und dem Parameter die mittlere Proportionallinie, und errichtet dieselbe zu beiden Seiten der Axe senkrecht auf AB; endlich zieht man aus A durch die Endpunkte aller Abszissen, d. h. durch p, q, r, s u. s. w. und durch p', q', r', s' u. s. w. die beiden Parabelzweige As und As'. Je näher die Punkte P, Q, R, S u. s. w. auf der Axe genommen werden, desto genauer kann die durch p, q u. s. w. und durch p', q' u. s. w. gezogene Parabel werden.

Zweite Auflösung.

Man halbirt, in derselben Figur 220, irgend eine Ordinate, z. B. Ss in D, und zieht vom Scheitel A aus die gerade Linie AD; darauf zieht man DB perpendikulär auf AD. Den Theil SB der Axe trägt man vom Scheitel an nach beiden Seiten auf die Axe, so daß AC = AP = SB; der Punkt P ist alsdann der **Fokus** oder Brennpunkt.

Darauf errichtet man beliebig viele Perpendikel auf beiden Seiten der Axe, wie pp', qq', rr'. Darauf macht man CP zum Radius, und beschreibt vom Fokus aus zwei kleine Bogen, welche bei p und p' das durch P gehende Perpendikel schneiden; alsdann ist pp' der Parameter; darauf beschreibt man mit Radius CQ wieder aus dem Centrum P die Bogen q und q', und erhält die Ordinaten Qq und Qq' für den Axenpunkt Q, oder die Abszisse AQ.

Beweis. Das Dreieck ADB ist bei D rechtwinklig; daher (S. 684 Nr. 12) $DS^2 = AS \cdot SB$, oder da $DS = \frac{1}{2}y$, und $AS = x$; $\frac{1}{4}y^2 = x \cdot SB$; weil aber $y^2 = px$, so ist:

$$\text{III)} \quad \tfrac{1}{4}y^2 = x \cdot \tfrac{1}{4}p;$$

daher ist $SB = \frac{1}{4}p$, da nun AP = SB, so ist, wie bei Nr. 6 gefunden, P der Brennpunkt, d. h. er ist um $\frac{1}{4}p$ vom Scheitel entfernt.

Da ferner AB = AS + SB = AS + AC = CS, so ist der Radius Ps = CS (mit welchem man den Bogen für die Ordinate Ss, vom Brennpunkte P als Mittelpunkt aus, beschreibt) auch gleich der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks ADB.

Da nun die Gleichung III ganz allgemein ist, so braucht man nur zu jeder Abszisse $\frac{1}{4}p$ hinzuzunehmen; um sowohl die Hypotenuse eines solchen rechtwinkligen Dreiecks zu bekommen, welches zu einem dem obigen gleichen Beweise dient, als auch den betreffenden Radius, um vom Brennpunkte aus den die Ordinaten schneidenden Bogen zu erhalten. Es giebt also die Spannung CR den Radius Pr und Pr', die Spannung CQ den Radius Pq und Pq' u. s. w.

Da ferner jeder dieser Radien ein **Radius Vektor** ist, so hat man auch wie die Gleichung II zeigt, einen jeden $= x + \frac{1}{4}p$; z. B. $CR = AR + AC = x + \frac{1}{4}p$, wenn $AR = x$.

9 Ist in einer gegebenen Parabel der Parameter zu finden, so nimmt man nur zu einer beliebigen Abszisse und ihrer Ordinate **die dritte Proportionallinie**. Dies geschieht folgendermaaßen am leichtesten.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 221, die beiden Linien AB un dAC ge-

geben, zu denen die dritte Proportionallinie gefunden werden soll. Man legt beide Linien in einem beliebigen Winkel zusammen, und verlängert sie nöthigenfalls; darauf zieht man BC und macht ferner Ac = AC, und zieht cD parallel mit BC; es ist alsdann (vergl. S. 680 Nr. 3) AB : AC = Ac : AD = AC : AD. Es ist also AD die dritte, wenn AC die mittlere Proportionallinie ist.

Zieht man, Tafel XXXV, D, Fig. 220, durch den Punkt C ein Perpendikel MN auf die Axe, und zieht man ferner pa parallel mit der Axe, so ist CP = pa. Zieht man ferner qb parallel mit der Axe so ist qb = CQ = Pq; ferner CR = rc = pr. Diese Gleichheit der Vektoren mit den Abständen ihrer Peripheriepunkte von der Linie MN giebt eine neue Art, die Parabel zu konstruiren. 10

Man zieht die Axe CB und den Perpendikel MN; ist alsdann der Brennpunkt P gegeben, so halbirt man CP in A, und hat den Scheitel der Parabel. Darauf zieht man beliebig viele Linien parallel mit MN, also senkrecht durch die Axe; darauf verfährt man wie in der zweiten Auflösung.

Vergleicht man die Parabel mit der Ellipse, so sei y die Ordinate der Ellipse, z die Ordinate der Parabel, welche beide zu derselben Abszisse x gehören; beide Kurven sollen denselben Scheitel, und denselben Parameter p haben. Alsdann werden die Ordinaten y und z desto weniger von einander verschieden sein, je größer die Axe der Ellipse ist, während alles Uebrige unverändert bleibt. 11

Beweis. Es ist $z^2 = px$, und $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$ (vergl. S. 1202 Nr. 10); daher:

$$\text{IV)}\quad z^2 - y^2 = \frac{px^2}{a};\ \text{oder}\ (z + y) \cdot (z - y) = \frac{px^2}{a};$$

$$\text{daher}\quad z - y = \frac{px^2}{a(z + y)}$$

Es wird also der Unterschied der Ordinaten desto kleiner, je größer a, d. h. die Axe wird. Völlig verschwinden kann freilich dieser Unterschied niemals; aber er kann, indem a wächst, kleiner als jede gegebene Größe werden. Der Bogen der Ellipse kann also durch die Vergrößerung von a dem parabolischen so nahe kommen als man will; oder: der parabolische Bogen ist einem elliptischen gleich, dessen Axe unendlich wäre.

Je kleiner die Abszissen sind, desto kleiner ist aber auch der Unterschied; was man ebenfalls aus der Gleichung für $z - y$ erkennt.

Die Subtangente PS, Tafel XXXV, D, Fig. 222, (vergl. S. 1197 Nr. 3) ist doppelt so groß als die Abszisse AP, vom Scheitel auf der Axe genommen. 12

Beweis. Es sei PS = s; AP = x; PD = y; es sei die Ordinate mq unendlich nahe an PD, und Dn parallel mit der Axe gezogen; alsdann läßt sich der unendlich kleine Bogen Dm der Parabel als gerade Linie ansehn, und das Dreieck SPD ist ähnlich dem Dreieck Dmn (vergl. S. 681).

Es ist Pq = Dn das Differential der Abszisse x, oder = dx; mn das Differential der Ordinate y, oder = dy; man hat also:

$$s : y = dx : dy.$$

Ferner ist Aq : AP = qm² : PD² (vergl. S. 2083 Gleichung 1); oder:

$$(x + dx) : x = (y + dy)^2 : y^2;$$

folglich (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(x + dx - x) : ((y + dy)^2 - y^2) = x : y^2$$
$$dx : 2ydy + dy^2 = x : y^2.$$

Läßt man dy^2 als unendlich Kleines von der zweiten Ordnung unberücksichtigt, so hat man:

$$dx : 2ydy = x : y^2$$

multiplizirt mit $dy : dx = y : s$ (das Umgekehrte obiger Proportion);

also $dxdy : 2ydxdy = xy : sy^2$ (vergl. S. 538 Nr. 11);

oder (S. 538 Nr. 9) $1 : 2y = x : sy$; also $sy = 2xy$; daher:

$$V)\quad s = 2x.$$

13 Hieraus ergiebt sich das Verfahren eine Tangente an einen Punkt D einer Parabel zu ziehen. Man fällt das Perpendikel DP auf die Axe AB, verlängert die Axe über den Scheitel und macht AS = AP; endlich zieht man SM, alsdann ist dieses die Tangente; der Beweis liegt im Vorigen.

14 Um die Parabel zu rektifiziren, oder einen Bogen derselben seiner Länge nach zu berechnen (vergl. 1208 Nr. 27), verwandelt man die Gleichung $px = y^2$ in folgende: $x = p^{-1}y^2$, und differenzirt sie; also:

$$dx = 2p^{-1}ydy.$$

Diese Gleichung quadrirt giebt:

$$dx^2 = 4p^{-2}y^2dy^2; \text{ oder } dx^2 + dy^2 = 4p^{-2}y^2dy^2 + dy^2 = (4p^{-2}y^2 + 1)\,dy^2.$$

Bezeichnet man das Element des parabolischen Bogens mit dz, so ist (vergl. S. 1208 Nr. 27):

$$dz = \sqrt{dx^2 + dy^2} = dy \cdot \sqrt{(4p^{-2}y^2 + 1)}.$$

Die Integration läßt sich nur näherungsweise, d. h. durch eine Entwickelung in eine Reihe erlangen; es ist:

$$\sqrt{(4p^{-2}y^2 + 1)} = (1 + 4p^{-2}y^2)^{\frac{1}{2}} = 1 + 2p^{-2} \cdot y^2 - 2p^{-4} \cdot y^4 + 4p^{-6} \cdot y^6 - 10 \cdot p^{-8} \cdot y^8 + \text{2c.}$$

Um diese Entwickelung nach dem binomischen Satze (vergl. S. 503), d. h. nach der Formel $(a + b)^m$ einzusehn, bemerke man zuerst, daß hier $a = 1$, also auch alle seine Potenzen $= 1$ sind; zweitens, daß $b = 4p^{-2}y^2$, also $b^2 = 16p^{-4}y^4$, $b^3 = 64p^{-6}y^6$ u. s. f. (S. 506 Nr. 1); drittens, daß $m = \frac{1}{2}$, woraus die Binomial-Koeffizienten entstehen, die man auch mit den entspre-

chenden Koeffizienten von b, b^2, b^3 u. s. w. zu multipliziren hat. Die ganze Entwickelung giebt die obige Reihe. Multiplizirt man dieselbe mit dy, so erhält man:

$$dy \cdot \sqrt{(1 + 4p^{-2}y^2)} = dy + 2p^{-2}y^2dy - 2p^{-4}y^4dy + 4p^{-6}y^6dy - \text{ꝛc.}$$

Integrirt man Glied für Glied, und setzt die Konstante C hinzu, so ist:

$$\text{VI)} \quad z = \int dy \cdot \sqrt{(1 + 4p^{-2}y^2)} = y + \frac{2y^3}{3p^2} - \frac{2y^5}{5p^4} + \frac{4y^7}{7p^6} - \frac{10y^9}{9p^8} + \text{ꝛc.} + C.$$

Die Divisoren entstehen theils aus den negativen Potenzexponenten von p (vergl. S. 497), theils aus den positiven Potenzexponenten von y (vergl. S. 1159 Nr. 5).

Soll der Bogen $z = 0$ werden, wenn $y = 0$ ist, so wird auch $C = 0$, und die unendliche Reihe drückt den Bogen in einer Funktion der Ordinate y aus.

Wenn eine Kurve, hier die Parabel, wie angenommen, auf einer Ebene 15 beschrieben wird, so ist auch der Flächenraum zwischen einem Bogen und den ihn bestimmenden Koordinaten eine Ebene. Kann man solchen Flächenraum berechnen, so läßt sich auch nöthigenfalls ein Quadrat machen, das ihm gleich ist; deshalb heißt die Berechnung der Ebene zwischen einer Kurve und ihren Koordinaten die Quadratur oder Quadrirung der Kurve.

Es sei, Tafel XXX, Fig. 23, der zu berechnende Flächenraum F eingeschlossen zwischen dem Bogen ah und den Koordinaten ab und bh; dieser Raum nehme zu um den Theil bcefhb $= \Delta F$.

Dieser Zuwachs ΔF besteht aus drei kleineren Theilen: dem Rektangel bcgh; dem Dreiecke geh; und dem Segmente efhe.

Das Rektangel bcgh hat $bc = \Delta x$ zur Basis, und $bh = y$ zur Höhe; also ist sein Flächeninhalt $= y\Delta x$. Das Dreieck geh hat $hg = bc = \Delta x$ zur Basis, und $ge = \Delta y$ zur Höhe; also ist sein Flächeninhalt $\frac{1}{2}\Delta x \cdot \Delta y$. Das Segment efhe hat auch eine Größe, die sich aber nicht so leicht angeben läßt; jedenfalls aber kleiner ist, als das Dreieck geh. Man hat also:

$$\Delta F = y\Delta x + \tfrac{1}{2}\Delta x\Delta y + \text{efhe}.$$

Nimmt man statt der Differenzen Δx und Δy die Differentiale dx und dy, so beträgt das Produkt dxdy schon ein unendlich Kleines der zweiten Ordnung; und da alsdann efhe noch kleiner ist, so kann es zur Vergrößerung des Rektangels ydx nichts Merkliches beitragen; so lange indessen ydx noch wirklichen Werth hat, werden dxdy und efhe nicht wirklich zu Null werden, sich ihr aber unendlich nähern. Man hat also als Grenze des Zuwachses:

$$\text{VII)} \quad dF = ydx.$$

Die Grenze der Raumdifferenz, oder das Differential derselben ist hier in einer Funktion von y und dx gegeben; da aber y eine Funktion von x, oder dx eine Funktion von y und dy ist, so ist dF ebensowohl in einer Funktion von x und dx, als in einer von y und dy bestimmt.

Vermittelst der Intregalrechnung läßt sich alsdann der Flächenraum F selbst ausdrücken, nachdem man anstatt y dessen Werth in einer Funktion von x, oder anstatt dx dessen Werth in einer Funktion von y und dy gesetzt hat.

16 Aufgabe.

Die gemeine Parabel zu quadriren.

Auflösung.

Man hat $y^2 = px$; also $y = \sqrt{px} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{x} = p^{1/2} \cdot x^{1/2}$; also $ydx = p^{1/2} \cdot x^{1/2} \cdot dx$; $\int ydx = \frac{p^{1/2}x^{3/2}}{3/2} + C = \frac{2p^{1/2}x^{3/2}}{3} + C = \frac{2}{3}x \cdot p^{1/2} \cdot x^{1/2} + C = \frac{2}{3} \cdot x\sqrt{px} + C.$

Setzt man statt $\sqrt{px}$ seinen Werth y, so hat man:

$$\text{VIII)}\quad F = \int ydx = \frac{2}{3}xy + C.$$

Rechnet man den Raum vom Ursprunge der Kurve an, so wird er gleich Null, wenn x und $y = 0$; folglich wird $C = 0$, und der parabolische Flächenraum ist daher nur $\frac{2}{3}xy$, d. h. $\frac{2}{3}$ des Rektangels aus beiden Koordinaten.

§. 304. Die Hyperbel.

1 Die Hyperbel (vergl. S. 1198 Nr. 5) ist eine krumme Linie, bei welcher für rechtwinklige Koordinaten $y^2 = px + \frac{px^2}{a}$, wo p den Parameter, und a die Hauptaxe, oder Queraxe oder Transversalaxe bezeichnet.

Wenn man also in der Gleichung für die Ellipse $-a$ statt $+a$ setzt, so erhält man aus ihr die Gleichung der Hyperbel; man kann daher die Hyperbel als eine Ellipse ansehen, deren Axe negativ ist.

2 Sieht man, Tafel XXX, Fig. 17, sb als positive Abszisse an, so wird die Axe $sS = -a$, und der andere Scheitel S fällt auf die entgegengesetzte Seite.

3 Da $y = \pm\sqrt{\left(px + \frac{px^2}{a}\right)}$, so gehören zu jeder Abszisse zwei entgegengesetzte sonst gleiche Ordinaten; also theilt die Axe die Hyperbel in zwei ähnliche Hälften.

4 Für jedes bejahte x, das größer als 0 ist, giebt es mögliche Ordinaten, die immer wachsen, wenn x wächst. Also geht die Hyperbel mit zwei unendlichen Schenkeln, die immer weiter auseinander gehen, längs der Axe hin, wie die Parabel.

Weil $y^2 = px\left(1 + \frac{x}{a}\right) = \frac{px}{a} \cdot (a + x)$, so ist für jedes negative x, welches zwischen 0 und — a fällt, das Quadrat der Ordinate negativ, weil der Faktor $\frac{px}{a}$ für ein negatives x negativ, der Faktor a + x positiv ist, so lange x zwischen s und S genommen wird, oder kleiner als a ist; es wird also die Ordinate zwischen s und S eine unmögliche Größe; oder es giebt keine Punkte der Hyperbel, deren Ordinaten zwischen s und S liegen. 5

Sobald aber ein negatives x größer als a ist, wird der Faktor (a + x) auch negativ, daher $\frac{px}{a} \cdot (a + x)$ als ein Produkt aus zwei negativen Faktoren positiv, und die Ordinate wird wieder möglich. Es giebt also für solche negative Abszissen mögliche Ordinaten, oder ihnen gehören wirkliche Punkte der Hyperbel an. 6

Diese Ordinaten wachsen beständig, wenn die negativen x wachsen; denn alsdann wird (a + x) ein immer größeres Negatives, und $\frac{px}{a}$ ebenfalls, daher das Produkt ein immer größeres Positives.

Es geht also die Hyperbel auch von dem Scheitel S aus mit zwei Schenkeln die sich immer weiter ausbreitend ins Unendliche streifen.

Die zweite oder konjugirte Axe (vergl. S. 1193 Nr. 5) b ist die mittlere Proportionallinie zwischen der Hauptaxe und dem Parameter, oder: 7

$$\text{I)}\quad b^2 = ap;\ b = \sqrt{ap};\ \text{oder}\ \frac{b^2}{a} = p.$$

Nimmt man diesen Werth vom Parameter in die Gleichung der Ordinate, so hat man: 8

$$\text{II)}\quad px + \frac{px^2}{a} = y^2 = \frac{b^2}{a} \cdot x + \frac{b^2x^2}{a^2}$$

Wenn $sM = \frac{1}{2}sS$, so ist M der Mittelpunkt der Hyperbel. Es kann bei der Hyperbel keine Ordinate durch den Mittelpunkt geben, wie bei der Ellipse; die Hyperbel hat nämlich, wie vorher gezeigt, im Vergleich mit der Ellipse eine negative Axe a; eine kleine Axe $= \sqrt{-ap}$ wäre aber unmöglich. 9

Nimmt man die Abszissen vom Mittelpunkte aus, so daß z. B. Mb = u, so ist $x = u - \frac{1}{2}a$, daher: 10

$$\text{III)}\quad y^2 = \frac{b^2u^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2.$$

Für den Brennpunkt b oder B ist die Ordinate $= \frac{1}{2}p$, also $y^2 = \frac{1}{4}p^2 = \frac{b^4}{4a^2} = \frac{b^2u^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2$; bezeichnet man mit u die Abszisse vom Mittelpunkt aus für den Brennpunkt, so hat man aus dieser letzten Gleichung: 11

$$\frac{b^4}{4a^2} + \frac{1}{4}b^2 = \frac{b^4 + a^2b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{a^2}\left(\frac{b^2 + a^2}{4}\right) = \frac{b^2u^2}{a^2}$$

$$\text{also IV)}\quad u^2 = \frac{b^2 + a^2}{4};\ \text{oder}\ u = \pm\frac{\sqrt{b^2 + a^2}}{2}$$

Dieser letzte Werth ist derjenige für die beiden Exzentrizitäten, oder Abstände der Brennpunkte vom Mittelpunkte (S. 1198 Nr. 5), Mb und MB. Zieht man von diesem Werthe die halbe Hauptaxe ab, so hat man für die Apside sb, d. h. für den Abstand des Brennpunkts b von dem Scheitel s den Werth:

$$\text{V)}\quad bs = \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} - a}{2};\ \text{und}\ bS = \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} + a}{2}$$

d. h. die Entfernung desselben Brennpunkts b von dem andern Scheitel S ist natürlich um die halbe Hauptaxe größer.

12 Nimmt man, Tafel XXXV, D, Fig. 223, MP als Abszisse = u, GP als Ordinate = y, so hat man $BP = u - \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}$, d. h. die Abszisse weniger der Exzentrizität (nach Gleichung IV), man hat daher für den Radius Vektor BG (vergl. S. 1198 Nr. 5) folgende Gleichung, indem man für y^2 seinen Werth aus III setzt:

$$BG^2 = \left(u - \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}\right)^2 + y^2 = u^2 - u\cdot\sqrt{(b^2 + a^2)} + \frac{b^2 + a^2}{4} + \frac{u^2\cdot b^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2;\ BG^2 = \frac{a^2 + b^2}{a^2}\cdot u^2 - u\cdot\sqrt{(b^2 + a^2)} + \frac{1}{4}a^2;\ \text{daher:}$$

$$\text{VI)}\quad AG = \frac{u\cdot\sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} - \frac{1}{2}a.$$

Um nun auch den andern Radius Vektor bG zu finden, hat man nur zu bemerken, daß die Linie $bP = u + \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}$ ist, daher:

$$\text{VII)}\quad bG^2 = \left(u + \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)}}{2}\right)^2 + y^2;\ \text{und daraus}\ bG = \frac{u\cdot\sqrt{(a^2 + b^2)}}{a} + \frac{1}{2}a.$$

Man hat daher $bG - BG = a$; d. h. der Unterschied der beiden Vektoren eines Punktes der Hyperbel ist gleich der großen Axe, wie bei der Ellipse die Summe (vergl. S. 1205 Nr. 19). Hieraus ergiebt sich eine Art, die Hyperbel zu konstruiren.

Aufgabe.

13 Eine Hyperbel zu konstruiren, wenn die Hauptaxe und die doppelte Exzentrizität gegeben ist.

Erste Auflösung.

Man beschreibt, Tafel XXX, Fig. 17, aus dem einen Brennpunkt B mit einem beliebigen Halbmesser, z. B. mit BH einen Bogen in H; darauf verlängert man die Zirkelspannung BH um die Länge der Hauptaxe sS, und be-

schreibt aus dem andern Brennpunkte b mit dem Halbmesser $bH = BH + sS$ einen zweiten Bogen, welcher den vorigen in H schneidet; alsdann gehört dieser Schnittpunkt H zur Hyperbel; man trägt dieselben beiden Radien unterhalb BS hin, und eben so nach h und unter bs; so hat man für jede der beiden entgegengesetzten Hyperbeln zwei Punkte. Auf ähnliche Weise verfährt man mit den Punkten P und p, G und g u. s. f. Je mehr solcher Punkte bestimmt sind, um desto genauer läßt sich durch dieselben die Hyperbel ziehen.

Zweite Auflösung.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 224, gegeben die Hauptaxe $Ss = a$, und der Parameter $RR' = p$; man sucht zwischen beiden die mittlere Proportionallinie; alsdann hat man die konjugirte Axe $NO = b$ (vergl. S. 648 Nr. 15 u. S. 2089 Nr. 7); darauf errichtet man in dem Scheitel S auf der Hauptaxe den Perpendikel $ST = \frac{1}{2}b$; oder da $\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}b : \frac{1}{2}p$, so ist $\frac{1}{2}b = \sqrt{\frac{1}{4}ap} = \frac{1}{2}\sqrt{ap}$.

Beschreibt man mit dem Radius MT aus dem Mittelpunkte M einen Kreis, so schneidet dieser die Axe in zwei Punkten B und b; diese sind die Brennpunkte der Hyperbel. Darauf nimmt man auf der beiderseits verlängerten Hauptaxe verschiedene Punkte, wie L, P, Q, W u. s. w., l, p, q, w u. s. w., und beschreibt mit den Radien SL und sL aus den Brennpunkten B und b Bogen, die sich schneiden; eben so mit den Radien SP, sP u. s. w., wie bei der ersten Konstruktion: die Schnittpunkte dieser Bogen geben die einzelnen Punkte der Hyperbel.

Beweis. Zieht man in dem Halbkreise bTB die beiden Sehnen bT und TB, so hat man (vergl. S. 709 Nr. 11):

$$BS : ST = ST : Sb; \text{ oder } BS : ST = ST : (bs + sS) = ST : (BS + Ss).$$

Da $ST = \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}\sqrt{ap}$; da ferner $BS + Ss = bS$, und $BS = bs$, so hat man:

$$\text{VIII)} \quad bs \cdot bS = \frac{1}{4}ap.$$

Da nun nach Gleichung V auch

$$bs \cdot bS = \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} - a}{2} \cdot \frac{\sqrt{(b^2 + a^2)} - a}{a} = \frac{b^2 + a^2 - a^2}{4} = \frac{b^2}{4};$$

da ferner $b^2 = ap$, also $\frac{b^2}{4} = \frac{1}{4}ap$, so zeigt sich die zweite Konstruktionsweise auch als richtig.

Unter einer Asymptote versteht man überhaupt eine gerade Linie, die 14 sich einer krummen beständig nähert, aber nicht eher als im Unendlichen, d. h. niemals wirklich mit ihr zusammenfällt (vergl. S. 1199 Nr. 5).

Errichtet man, Tafel XXXV, D, Fig. 225, in dem Scheitel S der Hyperbel ST senkrecht auf der Hauptaxe sS, und zwar so, daß $ST = \frac{1}{2}b$, d. h. gleich der halben konjugirten Axe, und zieht durch den Mittelpunkt M der Hyperbel, und den Endpunkt T des Perpendikels eine gerade Linie MA, so ist diese eine Asymptote der Hyperbel.

Beweis. Man fällt von irgend einem Punkte A der Asymptote ein Perpendikel AP auf die verlängerte Axe; alsdann ist in den ähnlichen Dreiecken MPA und MST (S. 680 Nr. 3) MS : ST = MP : PA; oder $\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}b = u : PA$, wo a und b die beiden Axen, u die Abszisse vom Mittelpunkt aus bezeichnet; folglich:

$$\text{IX)}\quad PA = \frac{bu}{a};\ \text{und}\ PA^2 = \frac{b^2u^2}{a^2} = \frac{pu^2}{a}$$

Es ist ferner Pm = y; daher $Pm^2 = y^2 = \frac{b^2u^2}{a^2} - \frac{1}{4}b^2 = \frac{pu^2}{a} - \frac{1}{4}ap$. Es ist also $PA^2 > Pm^2$, also auch $Pa > Pm$, es liegt also jeder Punkt der Asymptote außerhalb der Hyperbel.

Es ist ferner $PA^2 - Pm^2 = \frac{1}{4}ap$ oder $(PA + Pm) \cdot (PA - Pm) = \frac{1}{4}ap = \frac{1}{4}b^2$.

Bezeichnet man PA mit z, und Pm mit y, so hat man:

$$\text{X)}\quad z - y = Am = \frac{\frac{1}{4}ap}{z + y} = \frac{ap}{4(z + y)} = \frac{b^2}{4(z + y)}$$

Die Größe $\frac{1}{4}ap$ ist konstant; z und y wachsen aber immer je größer die Abszisse wird; folglich wird der Bruch, welcher den Werth von Am ausdrückt, immer kleiner, je größer die Abszisse wird, d. h. der Abstand der Asymptote von der Hyperbel wird desto kleiner, je länger die Hyperbel geworden; aber erst wenn u oder x unendlich geworden, und also auch z und y unendlich sind, wird Am = 0, oder fällt die Asymptote mit der Hyperbel zusammen.

Verlängert man MA nach a hin, so ist Ma die eine Asymptote der entgegengesetzten Hyperbel. Macht man SV = ST, und zieht durch M und V die gerade Linie Cc, so giebt diese die zweiten Asymptoten der beiden entgegengesetzten Hyperbeln.

Der Winkel TMV heißt der Asymptotenwinkel; er wird von der Hauptaxe halbirt.

Weil mp = y + z, so ist $mp \cdot Am = (z + y) \cdot (z - y) = \frac{1}{4}b^2$, also seine konstante Größe.

15 Zieht man mn parallel mit der Asymptote MC, so ist $\angle nmA = \angle MpA = \angle MAP$, weil PA = Pp, und bei P rechte Winkel sind; daher auch nA = nm.

Ferner ist $MT^2 = MS^2 + ST^2$; also $MT = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$, und TV = b; man hat ferner Mn : pm = nA : mA = MT : TV; oder $Mn = \frac{(z + y) \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{2b}$

Man hat ferner TV : VM = Am : mn; oder da VM = MT, so ist $mn = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2b} \cdot \frac{b^2}{4(z + y)}$ (vergl. Gleichung X); daher $Mn \cdot nm = \frac{a^2 + b^2}{16}$

Man kann Mn als Abszisse auf der Asymptote, vom Mittelpunkte aus gerechnet, und nm als die dazu gehörige Ordinate ansehen; bezeichnet man diese Abszisse mit ξ, die Ordinate mit v, so ist:

$$\text{XI)}\quad \xi v = \frac{a^2 + b^2}{16}$$

Dies ist die Gleichung der Hyperbel zwischen den Asymptoten.

16 Geht Sk vom Scheitel nach der Asymptote auch parallel mit der andern Asymptote MC, so hat man $\angle$ MSk = $\angle$ SMV = $\angle$ SMT. Es ist also Mk = Sk und ferner Mk · Sk = Sk^2. Da nun aber nach der Gleichung der Hyperbel zwischen den Asymptoten, jedes Produkt aus zwei Koordinaten (deren Abszissenlinie oder Direktrisse die eine Asymptote ist) eine konstante Größe ist, wie sie die Gleichung XI zeigt, so ist auch:

$$\text{XII)} \quad Sk^2 = \frac{a^2 + b^2}{16}$$

Dieses Quadrat der Linie Sk nennt man die Potenz der Hyperbel; diese Potenz ist jedem Produkte aus einem auf der Asymptote genommenen Koordinatenpaare gleich.

17 Durchschneidet man eine Hyperbel hSi, Tafel XXXV, D, Fig. 226, an beliebiger Stelle mit einer geraden Linie GK, welche die Hyperbel in h und i, die Asymptoten in G und K trifft: so sind die Theile dieser Linie zwischen den Hyperbelschenkeln und Asymptoten gleich, d. h. Gh = Ki.

Beweis. Man zieht bi und hn parallel mit MK, und dh und mi parallel mit MG; alsdann hat man bi = Mm, und dh = Mn. Da alle Produkte zusammengehöriger Koordinaten auf der Asymptote gleich sind, so hat man: bi · mi = dh · hn; also bi : hn = dh : mi; ferner bi : hn = Gi : Gh, daher: dh : mi = Gi : Gh

ferner: dh : mi = Kh : Ki daher (S. 539 Nr. 13)

Gi : Gh = Kh : Ki; also auch (Gi − Gh) : (Kh − Ki) = Gh : Ki; oder hi : hi = Gh : Ki; folglich

$$\text{XIII)} \quad Gh = Ki.$$

Denkt man sich die Linie GK um den Punkt h drehend, so rücken die beiden Punkte h und i immer näher aneinander; dabei bleibt aber immer Gh = Ki; fallen endlich i und h in einen Punkt zusammen, so wird GK eine Tangente, und alsdann ist Gh = Ki = ½GK. Hieraus ergiebt sich leicht, wie man eine Tangente an die Hyperbel zu ziehen hat.

Aufgabe. 18

An einen Punkt H einer Hyperbel eine Tangente zu ziehen.

Auflösung.

Man zieht, Tafel XXXV, D, Fig. 227, aus H nach einer der beiden Asymptoten eine Parallele mit der andern Asymtote, z. B. Hd parallel mit MG; ferner macht man de = Md; alsdann ist die gerade Linie durch e und H die gesuchte Tangente.

Beweis. Man verlängert die Tangente eH, bis sie die andere Asymptote in T schneidet; alsdann ist (S. 680 Nr. 3) Md : de = eH : HT. Da

nun Md = de, so ist eH = HT; also nach dem vorigen Satze Te eine Tangente an dem Punkte H.

19 Zieht man aus dem Mittelpunkte M durch den Berührungspunkt H eine gerade Linie MD, so halbirt diese alle mit der Tangente parallelen Sehnen der Hyperbel, wie z. B. hi eine ist.

Beweis. Verlängert man hi zu beiden Seiten bis an die Asymptoten so ist, MH : He = Mf : fK; ferner MH : HT = Mf : fG; daher He : HT = fK : fG; da nun He = HT, so ist auch fK = fG; da ferner nach dem vorigen Satze Gh = Ki, so ist auch fK — Ki = fG — Gh; oder fi = fh. Die Linie MD heißt wegen dieser Eigenschaft auch ein Diameter der Hyperbel.

20 Die gleichseitige Hyperbel heißt eine solche, deren Axen unter sich, also auch beide dem Parameter gleich sind.

Es ist also in ihr, wenn man Fig. 225 als eine solche ansieht, MS = ST, daher Winkel SMT ein halber Rechter, und daher der Asymptotenwinkel TMV ein Rechter; man nennt daher auch diese Hyperbel die rechtwinklige. Ihre Gleichung ist (vergl. S. 2089 Nr. 10), für Abszissen aus dem Mittelpunkte:

$$\text{XIV)}\quad y^2 = u^2 - \tfrac{1}{4}a^2.$$

21 Bezeichnet man die halbe große Axe mit a, die halbe kleine Axe mit b, und die Abszisse aus dem Mittelpunkt mit x, so hat man statt der Gleichung III (S. 2089):

$$\text{XV)}\quad y^2 = \frac{b^2}{a^2}(x^2 - a^2).$$

Diese hat die größte Aehnlichkeit mit der Gleichung für die Ellipse, wenn die Abszissen vom Mittelpunkte aus gerechnet werden (vergl. S. 1209), sie heißt nämlich $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$, und unterscheidet sich nur durch das Zeichen der Größen in der Klammer. Wegen dieser Aehnlichkeit geschieht auch die Rektifikation der Hyperbel in ganz ähnlicher Weise, wie diejenige der Ellipse.

22 Aufgabe.

Einen Bogen der Hyperbel zu rektifiziren.

Auflösung.

Aus der Gleichung XV erhält man $y = \frac{b}{a}\cdot\sqrt{(x^2 - a^2)}$. Differenzirt man ferner die Gleichung XV, so ist:

$$2\,y dy = \frac{2\,b^2 x dx}{a^2};\ \text{oder}\ dy = \frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x}{y}\cdot dx.$$

Setzt man hierin für y seinen Werth, so ist:

$$dy = \frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x\cdot dx}{\frac{b}{a}\cdot\sqrt{(x^2 - a^2)}} = \frac{b}{a}\cdot\frac{x}{\sqrt{(x^2 - a^2)}}\cdot dx.$$

$$\text{daher} \quad dy^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x^2}{(x^2 - a^2)} \cdot dx^2.$$

Setzt man das Differential des Bogens der Hyperbel = dz, so ist dieses nach den obigen Regeln (vergl. S. 1208 Nr. 27 und S. 2086 Nr. 14):

$$dz = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}; \text{ oder } dz^2 = dx^2 + dy^2.$$

Man hat also:

$$dz^2 = dx^2 + dy^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x^2 dx^2}{(x^2 - a^2)} + dx^2.$$

Bringt man diesen Werth auf eine Benennung, und sondert dann den gemeinschaftlichen Faktor x^2 ab, so wird:

$$dz^2 = \frac{(b^2x^2 + a^2x^2 - a^4) dx^2}{a^2 (x^2 - a^2)} = \frac{((b^2 + a^2) x^2 - a^4)}{a^2 (x^2 - a^2)} \cdot dx^2.$$

$$\text{also} \quad dz = \frac{dx \cdot \sqrt{(b^2 + a^2) x^2 - a^4}}{a \cdot \sqrt{(x^2 - a^2)}}$$

Bezeichnet man die Exzentrizität der Hyperbel mit e, so hat man, nach Gleichung IV (S. 2090), indem man wieder a die halbe große, b die halbe kleine Axe bedeuten läßt:

$$e^2 = a^2 + b^2.$$

Setzt man ferner die halbe Hauptaxe a = 1, so ist $e^2 = 1 + b^2$; dieser Werth in die Gleichung für dz gesetzt giebt:

$$\text{XVI)} \quad dz = \frac{dx \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}}{\sqrt{(x^2 - 1)}}$$

Daher hat man für den Bogen der Hyperbel:

$$z = \int \frac{dx \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}}{\sqrt{(x^2 - 1)}} + C.$$

Diese Gleichung hat wieder die größte Aehnlichkeit mit derjenigen für den elliptischen Bogen (vergl. S. 1210); sie kann auch eben so wenig durch einen geschlossenen Ausdruck dargestellt werden, sondern gehört zu derjenigen Art von transszendenten Funktionen, welche *elliptische* Funktionen heißen.

Ist eine Differentialfunktion Xdx gegeben, in welcher sich die Funktion X in solche zwei Faktoren P und Q zerlegen läßt, daß man das Differential Qdx integriren kann (vergl. S. 1211), und bezeichnet man $\int$ Qdx mit v, so ist:

$$\int Xdx = \int PQdx = Pv - \int vdP.$$

Setzt man nun in der Differentialfunktion XVI den Theil $\frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 1)}}$ = Qdx, so kann man diesen Ausdruck in eine Reihe entwickeln; diese giebt:

$$\text{XVII)} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{(x^2 - 1)}} = \log \cdot \text{nat} \cdot x - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot x^6} - \text{ꝛc.} + \text{Const.}$$

Diese Reihe, welche den natürlichen Logarithmus von x, also eine transszendente Größe enthält, ist desto konvergenter, d. h. die folgenden Glieder werden desto kleiner, und können um so eher unberücksichtigt bleiben, je größer x ist.

Man kann aber auch eine algebraische Reihe erhalten, welche desto konvergenter ist, je weniger sich x von der Einheit unterscheidet; man setzt nämlich $x = 1 + u$; also $u = x - 1$, und entwickelt den entsprechenden Ausdruck.

Nimmt man aber die Reihe XVII = v, so ist, indem l den natürlichen Logarithmus bezeichnet:

$$\text{XVIII)} \quad Pv = \sqrt{(e^2x^2 - 1)} \cdot \left(lx - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot x^4} - \text{ꝛc.}\right)$$

Um nun $-\int vdP$ zu erhalten, muß man erst $P = \sqrt{(e^2x^2 - 1)}$ differenziren, das Differential mit v multipliziren, und dann die einzelnen Glieder integriren; es ist aber (vergl. S. 1115 Nr. 10):

$$dP = \frac{e^2x}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)}} \cdot dx.$$

Demnach ist:

$$\text{XIX)} \quad -\int vdP = -\left(e^2 \int \frac{xdx}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)}}\, lx - \frac{1 \cdot e^2}{1 \cdot 2} \cdot \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}} - \text{ꝛc.}\right)$$

Hat man also die Integrationen dieser Reihe ausgeführt, und ihren Werth zusammengefaßt, so zieht man denselben von dem Werthe der Reihe XVIII ab, und erhält im Reste den Werth des hyperbolischen Bogens.

Um das erste Glied zu integriren, gebraucht man die S. 1174, oben, angeführte Integralformel:

$$\text{XX)} \quad \int lqpdx = lq \int pdx - \int \frac{dq}{q} \int pdx.$$

Nach Anwendung dieser Formel, und indem man den letztern Theil des durch die Anwendung hervorkommenden Ausdrucks oben und unten mit $\sqrt{(e^2x^2 - 1)}$ multiplizirt und ferner bemerkt, daß:

$$d \cdot \text{Arc} \cdot \sin \frac{1}{ex} = - \frac{edx}{e^2x^2 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{e^2x^2}\right)}}$$

ist, erhält man:

$$\text{XXI)} \quad \int \frac{x \cdot dx \cdot lx}{\sqrt{(e^2x^2 - 1)}} = \frac{1}{e^2} \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)} \cdot lx - \frac{1}{e^2} \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)} - \frac{1}{e^2} \cdot \text{Arc} \cdot \sin \frac{1}{ex}$$

Da aber das erste Glied der Reihe XIX mit e^2 multiplizirt werden soll, so fallen die Brüche $\frac{1}{e^2}$ fort.

Die Integration des zweiten Gliedes von XIX ergiebt $+ \frac{1 \cdot e^2}{1 \cdot 2} \text{Arc} \sin \frac{1}{ex}$

Für die Integration der übrigen Glieder von XIX dienen folgende beiden Formeln, welche dieselbe Herleitung, wie die auf S. 1212 und 1213 gegebenen haben; insofern unterscheiden sie sich jedoch von ihnen, als die Potenzen von x im Zähler des Differentials vorkommen; die obere gilt für unpaarige, die untere für paarige Exponenten von x:

$$\text{XXII)} \left\{ \begin{aligned} \int \frac{dx}{x^{2m+1}\sqrt{(a + bx^2)}} &= -\frac{\sqrt{(a + bx^2)}}{2max^{2m}} - \frac{b}{a}\frac{2m-1}{2m} \cdot \int \frac{dx}{x^{2m-1}\sqrt{(a + bx^2)}} \\ \int \frac{dx}{x^{2m}\sqrt{(a + bx^2)}} &= -\frac{\sqrt{(a + bx^2)}}{(2m-1)ax^{2m-1}} - \frac{b}{a}\frac{2m-2}{2m-1} \cdot \int \frac{dx}{x^{2m-2}\sqrt{(a + bx^2)}} \end{aligned} \right.$$

Setzt man $a = -1$ und $b = e^2$, so ist die obere Formel auf die sämmtlichen vom dritten an folgenden Glieder der Reihe XIX anwendbar, nur muß man dabei beachten, daß -1 die Vorzeichen auf der rechten Seite der Gleichung ändert (welche Aenderung freilich wieder durch das $-$ Zeichen vor der ganzen Reihe aufgehoben wird).

Faßt man sämmtliche Integrationen zusammen, so hat man für den hyperbolischen Bogen z folgenden Werth:

$$z = \int \frac{dx \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)}}{\sqrt{(x^2 - 1)}} + C.$$

$$= \sqrt{(e^2x^2 - 1)} \cdot \left(lx - \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot x^2} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot x^6} - \text{etc.} \right)$$

$$- \left\{ \begin{aligned} &\sqrt{(e^2x^2 - 1)} \cdot lx - \sqrt{(e^2x^2 - 1)} - \text{Arc} \cdot \sin \frac{1}{ex} \\ &+ \frac{1 \cdot e^2}{1 \cdot 2} \cdot \text{Arc} \cdot \sin \frac{1}{ex} \\ &- \frac{1 \cdot 3 \cdot e^2}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot x^2} \cdot \sqrt{(e^2x^2 - 1)} + \frac{1 \cdot 3 \cdot e^4}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} \cdot \text{Arc} . \sin \frac{1}{ex} \\ &\quad \text{etc.} \qquad\qquad\qquad \text{etc.} \end{aligned} \right\} + C.$$

Aufgabe. 23

Die Hyperbel zu quadriren.

Auflösung.

Die Quadrirung der Hyperbel (vergl. S. 1208 Nr. 26 u. S. 2087 Nr. 15) beruht ebenfalls auf der Gleichung

$$dF = ydx.$$

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 228, GC eine gleichseitige Hyper-

bel (vergl. S. 2094 Nr. 20), und zwar zwischen ihren Asymptoten MN und ME (vergl. S. 2092 Nr. 15); man setze Sk = Mk = β (vergl. S. 2093 Nr. 16).

Man nehme anfänglich als Abszisse auf der Asymptote vom Mittelpunkte M aus MF = x, und als die zugehörige Ordinate FB = y.

Es ist (vergl. S. 2093 Nr. 16) das Quadrat von Sk, oder die Potenz der Hyperbel gleich dem Produkte der Koordinaten, also:

$$\beta^2 = x \cdot y;\ \text{daher}\ \frac{\beta^2}{x} = y;\ \text{oder}\ \beta^2 \cdot x^{-1} = y.$$

Multiplizirt man beiderseits mit dx, so erhält man als Gleichung des Flächendifferentials:

$$dF = ydx = \beta^2 x^{-1} dx = \frac{\beta^2 dx}{x}$$

Integrirt man den dritten Ausdruck nach der gewöhnlichen Weise, so hat man (vergl. S. 1160 oben):

$$\frac{\beta^2 x^{-1+1}}{-1+1} = \frac{\beta^2 x^0}{0} = \frac{\beta^2}{0}\ \text{(vergl. S. 503 Nr. 5).}$$

Dies giebt (vergl. S. 1122) eine unendliche Größe, d. h. es giebt an, daß der Raum NMFBG sich nach N und G hin ins Unendliche erstreckt; was sich aus der Erklärung der Asymptoten von selbst ergiebt (vrgl. S. 2091 Nr. 14).

Um daher eine passendere Gleichung zu erhalten, setzt man den Ursprung der Koordinaten nicht in den Mittelpunkt M, sondern in irgend einen Punkt der Asymptote ME, z. B. in H; alsdann ist MH = c eine konstante Größe; HF = x, FB = y, Sk = Mk = β; man hat nun:

$$\beta^2 = (c + x)\,y = cy + xy;\ \text{oder}\ \frac{\beta^2}{c + x} = y.$$

Multiplizirt man beide Seiten des letzten Ausdrucks mit dx, um die Gleichung für das Flächendifferential zu erhalten, so ist:

$$\frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = ydx.$$

Wenn man den Bruch der linken Seite durch gewöhnliche Division (vergl. S. 468 Nr. 7), oder durch unbestimmte Koeffizienten (vergl. S. 1163 Nr. 9 und S. 1165 Formel 2) in eine unendliche Reihe entwickelt, so ist:

$$\frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = \frac{\beta^2}{c} \cdot dx - \frac{\beta^2}{c^2}\,xdx + \frac{\beta^2}{c^3}\,x^2dx - \frac{\beta^2}{c^4}\,x^3dx + \text{etc.}$$

$$\frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = \beta^2 \left(\frac{dx}{c} - \frac{xdx}{c^2} + \frac{x^2dx}{c^3} - \frac{x^3dx}{c^4} + \frac{x^4dx}{c^5} - \text{etc.}\right)$$

Integrirt man die einzelnen Glieder, so erhält man (vrgl. S. 1114 Nr. 7, 2):

$$\text{XXIII)}\quad \int \frac{\beta^2}{c + x} \cdot dx = \int ydx = F = \beta^2 \left(\frac{x}{c} - \frac{x^2}{2c^2} + \frac{x^3}{3\,c^3} - \frac{x^4}{4\,c^4} + \text{etc.}\right) + C.$$

Soll der gesuchte Flächenraum bei dem Punkte H mit der Ordinate HI anfangen, so ist er gleich Null, wenn x = 0; es ist also dann auch die Konstante C = 0; es drückt also die Reihe XXIII den Raum HFBIH aus. Es sei ferner Sk = β = 1, und statt c nehme man auch MH = Mk = Sk = β = 1, so erhält man für den Raum kFBSk folgende Reihe:

$$\text{XXIV)}\quad x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \text{ꝛc.}$$

Diese Reihe drückt aber auch den natürlichen Logarithmus von $1 + x$ aus (vergl. S. 1150 Nr. 7); aus diesem Grunde nennt man auch zuweilen den natürlichen oder Napierschen Logarithmus einer Zahl den hyperbolischen Logarithmus.

Außer den Axen, dem Parameter, den Koordinaten und den Asymptoten kommen bei den Kegelschnitten auch häufig die Tangenten, Subtangenten, Normalen und Subnormalen (vergl. S. 1723) zur Anwendung. Ferner hat man noch mannigfaltige Berechnungsweisen bei der Ellipse und der Hyperbel vermittelst der konjugirten Diameter. 24

Zieht man in der Ellipse einen Diameter von einem Peripheriepunkte durch den Mittelpunkt zum entgegengesetzten Peripheriepunkte, ferner eine Tangente an den einen Endpunkt des Diameters, und endlich einen zweiten Diameter parallel mit der Tangente, so heißt dieser zweite Diameter der konjugirte und der erste heißt der Hauptdiameter.

Tafel XXXV, D, Fig. 229, ist MM′ der Hauptdiameter, MT die Tangente, NN′ der konjugirte Diameter.

Nimmt man einen beliebigen Theil des Hauptdiameters vom Mittelpunkt C aus, wie CO, so ist dieser eine Abszisse des Diameters. Zieht man ferner Om und Om′ parallel mit der Tangente MT, so sind beide die zur Abszisse CO gehörigen gleichen aber entgegengesetzten Ordinaten. Die dritte Proportionallinie zum Hauptdiameter und zum konjugirten Diameter heißt der Parameter des Hauptdiameters.

Zieht man, Tafel XXXV, D, Fig. 230, durch den Mittelpunkt C einer Hyperbel eine gerade Linie MCM′, so daß sie sich beiderseits in der Peripherie der Hyperbel endigt, so ist dieses ein Diameter der Hyperbel.

Nimmt man zwischen den beiden Theilen der Hauptaxe BP und AP die mittlere Proportionallinie CR, errichtet in R senkrecht auf der Hauptaxe das Perpendikel RN′, und zieht durch den Mittelpunkt C parallel mit der Tangente die Linie NN′, so ist diese der konjugirte Diameter der Hyperbel.

Zieht man den Diameter CM durch den Hyperbelschenkel hindurch bis O, so ist CO eine Abszisse auf dem Diameter, vom Mittelpunkte aus; zieht man ferner mO und m′O parallel mit der Tangente MT, so sind sie die zur Abszisse CO gehörigen Ordinaten.

Man sieht, daß bei diesen konjugirten Diametern, wie schon oben bei den Asymptoten, der Koordinatenwinkel nur in den seltensten Fällen ein rechter sein wird. Uebrigens haben die Koordinaten auf den Diametern dieselben Eigenschaften, wie diejenigen auf den Axen; da ferner die Diameter manche geometrische Vortheile darbieten, so gebraucht man sie zu vielen Bestimmungen der Kegelschnitte.

Da die Parabel keinen Mittelpunkt hat, so muß sie als eine Hyperbel oder Ellipse angesehen werden, deren anderer Brennpunkt in einer unendlichen Entfernung liegt; daher ist auch der Mittelpunkt unendlich entfernt; der Dia-

meter wird also mit der Axe parallel, und ein konjugirter Diameter findet nicht statt.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 231, MX parallel mit der Axe; alsdann ist es ein Diameter; da ferner der Parameter für die Axe viermal so groß ist, als die Entfernung des Ursprungs A der Axe vom Brennpunkt F (vergl. S. 2083 Nr. 6), so muß auch hier 4MF der Parameter des Diameters genannt werden. Zieht man die Tangente MT, nimmt man auf dem Diameter MX den willkürlichen Theil MO, und zieht durch O die Linie mm' parallel mit der Tangente, so sind Om und Om' die zur Abszisse MO gehörigen Ordinaten, welche sich ebenfalls so, wie diejenigen auf der Axe verhalten.

Die Differentialgleichungen für die Tangente, Subtangente, Normale und Subnormale der Kegelschnitte finden sich auf S. 1723.

§. 305. Von den Linien der zweiten Ordnung.

1 Es werden folgende beiden Gleichungen des ersten Grades zwischen zwei unbekannten Größen mit einander multiplizirt (vergl. S. 605):

$$\alpha y + \beta x + \gamma = 0$$
$$\delta y + \varepsilon x + \zeta = 0$$

so erhält man:

$$\begin{array}{l} \alpha\delta y^2 + \beta\delta yx + \gamma\delta y \\ \quad + \alpha\varepsilon yx \quad + \beta\varepsilon x^2 + \gamma\varepsilon x \\ \quad\quad + \alpha\zeta y \quad + \beta\zeta x + \gamma\zeta \end{array}$$

$$(\alpha\delta)y^2 + (\beta\delta + \alpha\varepsilon)yx + (\gamma\delta + \alpha\zeta)y + (\beta\varepsilon)x^2 + (\gamma\varepsilon + \beta\zeta)x + \gamma\zeta = 0.$$

Drückt man die zusammengesetzten Koeffizienten durch einfache Buchstaben aus, und ordnet die Glieder nach den Dimensionen der unbekannten Größen, so hat man:

$$\text{I)} \quad ay^2 + bxy + cx^2 + dy + ex + f = 0.$$

Das ist die allgemeinste Form einer Gleichung zweiten Grades zwischen zwei unbekannten Größen. Die bekannten Größen, welche die Koeffizienten und das letzte Glied bilden, können eben so wohl positiv als negativ sein; obgleich in der allgemeinen Form überall das + Zeichen gesetzt ist, was in speziellen Fällen mit den passenden Zeichen vertauscht werden muß.

Läßt sich die Gleichung zwischen den Koordinaten einer Kurve auf diese allgemeine Gleichung zurückführen, sei es unmittelbar, oder mit Veränderung der Koeffizienten: so heißt die Kurve eine Linie zweiter Ordnung.

Es zeigt sich nun noch weiter, daß diese allgemeine Gleichung (mit zwei Ausnahmen) entweder zur Ellipse, oder zum Kreise, oder zur Hyperbel, oder zur Parabel gehört; daß also, wenn man den Kreis als eine Ellipse mit gleichen Axen ansieht, nur drei Arten von Linien zweiter Ordnung vorhanden sind: Ellipsen, Hyperbeln und Parabeln.

Vergleicht man aber ihre Gleichungen (S. 1199 u. S. 2085) mit dieser

allgemeinen Gleichung I: so zeigt sich sogleich, daß mehrere Glieder dieser letzteren völlig verändert werden müssen, um den Gleichungen der drei Kegelschnitte

der Ellipse $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$; der Hyberbel $y^2 = px + \frac{px^2}{a}$

der Parabel $y^2 = px$.

zu entsprechen.

Die erste Umwandlung der Reihe I ist die Division sämmtlicher Glieder 2 durch den Koeffizienten des ersten (vergl. S. 603 Nr. 10); zugleich sammelt man die Koeffizienten für y, und ordinirt die Gleichung nach den Potenzen von y; man erhält;

$$\text{II)} \quad y^2 + \left(\frac{d + bx}{a}\right) y + \left(\frac{cx^2 + ex + f}{a}\right) = 0.$$

Man sieht sogleich, daß das zweite Glied fortgeschafft werden muß, um einer der drei Gleichungen für die Kegelschnitte zu entsprechen.

Um das allgemeine Verfahren bei dieser Fortschaffung einzusehen, sei die 3 gegebene Gleichung

$$\text{A)} \quad y^m + py^{m-1} + qy^{m-2} + \ldots\ldots + \lambda y^{m-n} + \mu y^{m-n-1} + \ldots\ldots + \varrho y^2 + \sigma y + \tau = 0.$$

worin die Koeffizienten alle als bekannt angenommen werden. Man nimmt nun für y eine andere zweitheilige Größe in die Gleichung; z. B. man setzt $y = u + g$, entwickelt dieses Binomium für die m. Potenz, und setzt die entsprechenden Glieder in die Reihe A, also (vergl. S. 513):

$$\text{B)} \left\{ \begin{array}{l} y^m = (u+g)^m = u^m + m \cdot g \cdot u^{m-1} + \frac{m \cdot (m-1)}{1 \cdot 2} \cdot \\ \qquad g^2 u^{m-2} + \ldots\ldots\ldots \text{ꝛc.} \\ py^{m-1} = p(u+g)^{m-1} = + p \cdot u^{m-1} \ldots + p \cdot (m-1) \cdot \\ \qquad g \cdot u^{m-2} + \ldots\ldots \text{ꝛc.} \\ qy^{m-2} = q(u+g)^{m-2} = \ldots\ldots\ldots + \\ \qquad q \cdot u^{m-2} \ldots\ldots\ldots \text{ꝛc.} \\ \text{ꝛc.} \qquad \text{ꝛc.} \qquad \text{ꝛc.} \end{array} \right\}$$

Das zweite Glied dieser Reihe hat den Koeffizienten $(mg + p)$, soll also dieses Glied wegfallen, so muß $mg + p = 0$ sein; dies giebt $g = -\frac{p}{m}$. Man muß also zur Verwandlung von A in ein solches B, worin das zweite Glied fortfällt, setzen:

$$\text{C)} \quad y + \frac{1}{m} p = u; \text{ oder } y = u - \frac{1}{m} p.$$

Die allgemeine Regel zur Fortschaffung des zweiten Gliedes einer Gleichung ist also: man bringt in die Gleichung statt der Unbekannten eine andere Größe, welche kleiner ist um den gegebenen Koeffizienten des zweiten Gliedes, dividirt durch den Exponenten der Unbekannten.

Man habe im entgegengesetzten Falle statt ein Glied fortzuschaffen, ein in der Reihe A fehlendes, z. B. das dritte hineinbringen sollen, um die Gleichung vollständig zu machen. Das dritte Glied in der Reihe B würde Null sein, wenn seine Koeffizienten gleich Null wären, d. h. wenn

$$\frac{m \cdot (m-1)}{1 \cdot 2} \cdot g^2 + p \cdot (m-1) \cdot g + q = 0.$$

Diese Gleichung gehörig eingerichtet, hat nicht mehr als 2 Wurzeln (vergl. S. 606 Nr. 16); wenn man daher statt g eine Größe setzt, die keine dieser Wurzeln ist, so wird auch der ganze Koeffizient nicht Null, oder die Reihe B wird das Glied enthalten, welches in A fehlte.

Um also ein fehlendes Glied einer gegebenen Reihe zu ergänzen, bringt man in dieselbe eine andere unbekannte Größe, welche um ein solches g kleiner ist, das keine der Wurzeln darstellt, die den Binomial-Koeffizienten des entsprechenden Gliedes der neuen Entwickelung zu Null macht.

4 Um nun aus der Reihe II das Glied $\left(\frac{d + bx}{a}\right) y$ fortzuschaffen, setzt man:

$y = u - \frac{1}{2}\left(\frac{d + bx}{a}\right)$; es wird also aus den einzelnen Gliedern der Reihe II:

$$y^2 = u^2 - u\left(\frac{d + bx}{a}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2$$

$$\left(\frac{d + bx}{a}\right) \cdot y = \quad \cdot \cdot \cdot \cdot + u\left(\frac{d + bx}{a}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2$$

daher $y^2 + \left(\frac{d + bx}{a}\right) \cdot y = u^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2$; und die Reihe II wird zu folgender:

$$\text{III)}\quad u^2 - \frac{1}{4}\left(\frac{d + bx}{a}\right)^2 + \frac{cx^2}{a} + \frac{ex}{a} + \frac{f}{a} = 0; \text{ oder}$$

$$u^2 - \frac{1}{4}\frac{d^2}{a^2} - \frac{1}{2}\frac{dbx}{a} - \frac{b^2x^2}{4a^2} + \frac{cx^2}{a} + \frac{ex}{a} + \frac{f}{a} = 0.$$

Um die gebrochenen Exponenten wegzuschaffen (vergl. S. 607), multiplizirt man alle Glieder mit $4a^2$, daher:

$$4a^2u^2 - d^2 - 2adbx - b^2x^2 + 4acx^2 + 4aex + 4af = 0.$$

Sammelt man die Glieder nach den Potenzen von x, und setzt sie auf die rechte Seite, so ist:

$$4a^2u^2 = (d^2 - 4af) + (2adb - 4ae)x + (b^2 - 4ac)x^2.$$

Zur Abkürzung sei $(d^2 - 4af) = r$; $(2adb - 4ae) = q$; $(b^2 - 4ac) = m$; daher:

$$\text{IV)}\quad 4a^2u^2 = mx^2 + qx + r;$$

daher $u^2 = \frac{mx^2 + qx + r}{4a^2}$; und $u = \pm\sqrt{\frac{mx^2 + qx + r}{4a^2}}$

$$= \pm\frac{\sqrt{mx^2 + qx + r}}{2a}$$

Man sieht aus der Lehre vom Unendlichen (S. 1122 Nr. 14) leicht ein, daß, wenn man in dem letzten Ausdrucke x unendlich setzt, der Werth von u sich ganz allein nach dem Gliede mx^2 richtet, indem das Uebrige in Vergleich mit diesem Theile verschwinden wird.

Ist nun $m = (b^2 - 4ac)$ eine positive Größe, so hat die krumme Linie 5 mögliche Ordinaten, sowohl für die positiven als für die negativen unendlichen Abszissen, da sowohl $+x$ als $-x$ ein positives x^2 geben; die Kurve erstreckt sich also nach zwei Seiten hin ins Unendliche; sie ist also keine Ellipse. Ferner hat die Kurve für jedes x zwei Koordinaten, was durch $\pm$ vor dem Wurzelzeichen angezeigt ist; also hat sie vier unendliche Schenkel, zwei für die positiven, und zwei für die negativen Abszissen. Da nun die Parabel nur zwei unendliche Schenkel, auf der Seite der positiven Abszissen, hat, so muß diejenige Kurve, bei welcher $(b^2 - 4ac)$ eine positive Größe ist, eine Hyperbel sein.

Ist dagegen $(b^2 - 4ac)$ eine negative Größe, so wird $\sqrt{-mx}$ eine un- 6 mögliche Größe (vergl. S. 500 Nr. 7), d. h. die Kurve hat keine Ordinaten für unendliche Abszissen; sie hat also keine unendlichen Schenkel, oder sie ist eine Ellipse.

Aus den beiden vorigen Sätzen ergiebt sich schon von selbst, daß eine 7 Kurve, bei welcher $b^2 = 4ac$ ist, eine Parabel sein muß. Alsdann ist $u = \pm \frac{\sqrt{qx + r}}{2a}$. Ist nun q eine positive Größe, so sind für jedes positive unendliche x zwei Ordinaten möglich, wie das $\pm$ vor dem Wurzelzeichen angiebt; dagegen für unendliche negative Abszissen wird $\sqrt{-qx}$ eine unmögliche Größe (vergl. S. 500 Nr. 7). Ist dagegen q negativ, so wird nur für ein negatives x die Größe $\sqrt{qx}$ eine mögliche. Es mag also q positiv oder negativ sein, so hat die Kurve nur zwei unendliche Schenkel, und ist also eine Parabel.

Es zeigt sich demnach, daß diese Merkmale jeder Gattung der Linien zweiter 8 Ordnung auf den Koeffizienten derjenigen Glieder der Gleichung beruhen, in denen sich y^2, yx und x^2 befinden.

Fehlt xy, oder ist $b = 0$, so müssen a und c für die Hyperbel verschiedene Zeichen, für die Ellipse gleiche Zeichen haben; für die Parabel muß eines von beiden gleich Null sein; beides zugleich kann nicht fortfallen, wenn die Gleichung vom zweiten Grade bleiben soll.

Die allgemeine Gleichung I, $ay^2 + bxy + cx^2 + dy + ex + f = 0$, 9 gehört also:

1) Zur Ellipse, wenn $b^2 - 4ac$ eine negative Größe ist;
2) Zum Kreise, wenn $b^2 - 4ac$ eine negative Größe, und dabei $a = c$, und der Koordinatenwinkel ein rechter ist;
3) Zur Hyperbel, wenn $b^2 - 4ac$ eine positive Größe ist;
4) Zur Parabel, wenn $b^2 - 4ac = 0$ ist.

Hiedurch sind die oben (S. 1234) bei den orthographischen Projektionen der Kartenzeichnung gegebenen Formeln erklärt.

10 **Ein wichtiger Gegenstand bei der Lehre von den Kurven ist die Veränderung der Gleichungen für ein Paar Koordinaten, in diejenige für ein andres Paar, welche auf andern Abszissen- und Ordinatenlinien genommen sind.**

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 232, zuerst die Kurve GNMH durch die Abszissenlinie CS und die Ordinatenlinie NO bestimmt; und zwar sei $AP = x$, und $PM = y$, der Winkel $APM = \varphi$.

Es sei die zweite Abszissenlinie CQ, die neue Ordinate $MQ = u$, und die neue Abszisse $BQ = t$.

Es sei die dritte Abszissenlinie BK, also parallel mit der ersten; dagegen die neue Ordinate $KM = u'$, und die neue Abszisse $BK = t'$.

Erste Aufgabe.

Es soll die Gleichung für die Ordinate u, und die Abszisse t gefunden werden, wenn die Lage der neuen Abszissenlinie CQ und der neuen Ordinate MQ gegeben ist.

Mit der Lage von CQ ist auch der Punkt C bekannt, also auch die Linie $AC = f$; es sei ferner $BC = g$; ferner $\angle TCQ = \gamma$, der Winkel den die neue Abszissenlinie mit der alten macht; $\angle BQM = \varkappa$, der Winkel, den die beiden neuen Koordinaten mit einander machen; ferner sei Winkel $CTQ = \tau$ der Winkel, den die neue Ordinate mit der alten Abszissenlinie macht; endlich sei $\angle PMT = \mu$ der Winkel, den die neue Ordinate mit der alten macht, und zwar an demselben Punkte M der Kurve.

Man hat nun $\tau = 2R. - \gamma - \varkappa$; ferner $\mu = 2R. - MPT - MTP$; es ist aber $MPT = 2R. - \varphi$ und $MTP = 2R. - \tau$; daher $\mu = 2R. - (2R. - \varphi) - (2R. - \tau)$, oder $\mu = \varphi - \gamma - \varkappa$. Mit diesen Bestimmungen hat man nun folgende Resultate: In dem Dreiecke PTM hat man nach dem ersten Satze der ebenen schiefwinkligen Trigonometrie (vergl. S. 805 Nr. 2) $PT : PM = \sin\mu : \sin PTM$. Da aber $PM = y$; da ferner der Sinus eines Winkels dem Sinus seines Supplementswinkels gleich ist (vergl. S. 656 Nr. 8), und $180^\circ - PTM = CTQ = \tau$, so wird die Proportion:

$$\text{V)}\quad PT : y = \sin\mu : \sin\tau;\ \text{oder}\ PT = \frac{y \cdot \sin\mu}{\sin\tau}$$

Die neue Abszissenlinie $CQ = CB + BQ = g + t$; in dem Dreieck CTQ ist aber:

$$\text{VI)}\quad CT : CQ = \sin\varkappa : \sin\tau;\ \text{oder}\ CT = \frac{CQ \cdot \sin\varkappa}{\sin\tau} = \frac{(g+t)\cdot\sin\varkappa}{\sin\tau}$$

Da ferner $CT = AC + AP + PT = f + x + PT$, so hat man, wenn für PT sein Werth aus V gesetzt wird:

$$\text{VII)}\quad CT = f + x + \frac{y\cdot\sin\mu}{\sin\tau} = \frac{(g+t)\sin\varkappa}{\sin\tau}$$

In dem Dreieck PMT ist der Winkel MPT das Supplement des Winkels φ, und der Winkel PTM das Supplement des Winkels τ, daher:

$$MT : PM = \sin MPT : \sin PTM;\ \text{oder}\ MT : y = \sin\varphi : \sin\tau;$$

oder VIII) $MT = \frac{y \cdot \sin \varphi}{\sin \tau}$

In dem Dreieck CTQ hat man $TQ : CT = \sin \gamma : \sin \varkappa$; also:

$$\text{IX)} \quad TQ = \frac{CT \cdot \sin \gamma}{\sin \varkappa}$$

Es ist ferner $MT + TQ = MQ = u$; man hat also aus VIII und IX:

$$\text{X)} \quad u = \frac{y \cdot \sin \varphi}{\sin \tau} + \frac{(g + t) \cdot \sin \gamma}{\sin \tau}; \text{ daraus:}$$

$$\text{XI)} \quad y = \frac{u \cdot \sin \tau - (g + t) \cdot \sin \gamma}{\sin \varphi};$$

weil nun $AP = x = CT - CA - PT$, und $CA = f$, so ist aus den Gleichungen V, VII und XI:

$$\text{XII)} \quad x = \frac{(g + t) \cdot \sin \varkappa}{\sin \tau} - f - \frac{(u \cdot \sin \tau - (g + t) \cdot \sin \gamma) \cdot \sin \mu}{\sin \tau \cdot \sin \varphi}$$

Setzt man diese beiden Werthe von x und y aus XI und XII in die Gleichung I (S. 3000), so erhält man eine Gleichnng zwischen u und t, und die gesuchte Verwandlung ist gemacht.

Zweite Aufgabe.

Es soll die Gleichung zwischen der Abszisse t' und der Ordinate u' gefunden werden, wenn die neue Abszissenlinie BK mit der ersten CS parallel geht; der Koordinatenwinkel ist $BKM = \varkappa'$; $BK = t'$, die neue Abszisse; $KM = u'$, die neue Ordinate; das Uebrige wie vorher.

Man zieht BD parallel mit MQ, und setzt $DA = h$; $BD = TK = k$; da nun $PM = y$, so hat man in dem Dreiecke MTP erstlich $y : MT = \sin PTM : \sin MPT$. Nimmt man für beide Winkel ihre Supplemente, so hat man:

$$y : MT = \sin \tau : \sin \varphi; \text{ also } y = \frac{MT \cdot \sin \tau}{\sin \varphi}$$

$MT = MK - TK = u' - k$; daher:

$$\text{XIII)} \quad y = \frac{(u' - k) \cdot \sin \tau}{\sin \varphi}$$

Ferner ist $x = AT - PT = AD + BK - PT = h + t' - \frac{y \cdot \sin \mu}{\sin \tau}$

Setzt man in den letzten Ausdruck statt y den zuletzt gefundenen Werth, so ist:

$$\text{XIV)} \quad x = h + t' - \frac{(u' - k) \cdot \sin \mu}{\sin \varphi}$$

Wenn die Werthe von x und y aus XI, XII oder XIII, XIV in die allgemeine Gleichung I gesetzt werden, so entsteht wieder eine Gleichung des zweiten Grades von folgender Gestalt:

$$\text{XV)} \quad Au^2 + Btu + Ct^2 + Du + Et + F = 0.$$

Hier können einige Koeffizienten = 0 sein, oder es können Glieder fehlen; aber mehr Glieder, als hier angegeben, kann die Reihe nicht haben, woraus sich ergiebt, daß t und u ebenso in ihr vorhanden sind, wie x und y in der Reihe I. Diese Reihe I enthält also alle Gleichungen für jede Kurve der zweiten Ordnung, was auch der Koordinatenwinkel sein, und welche Lage auch die Abszissenlinie haben mag; sobald man nur für jeden Fall die Koeffizienten gehörig bestimmt.

12 Die beiden Ausnahmen (vergl. S. 2100 Nr. 1), wo eine Gleichung der zweiten Ordnung nicht durch einen Kegelschnitt dargestellt oder konstruirt werden können, sind:

1) Wenn die Gleichung eine unmögliche Größe darstellt.
2) Wenn die Gleichung aus der Multiplikation zweier solcher einfachen Gleichungen des ersten Grades entstanden ist, von denen jede eine gerade Linie darstellt.

§. 306. Von den Diametern der Kegelschnitte.

1 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 229, die ganze große Axe AB = a; auf diese fällt man senkrecht MP, mp und OQ, und parallel mit AB zieht man mS. Die Abszisse auf der Axe vom Mittelpunkt oder CP = z; die zugehörige Ordinate PM = y; Qp = g; CQ = k; demnach hat man: $AP = \frac{1}{2}a - z$; $PB = \frac{1}{2}a + z$; $Ap = CA - Cp = AC - CQ - Qp = \frac{1}{2}a - k - g$; $pB = CB + Cp = \frac{1}{2}a + k + g$.

Wegen des Parallelismus der Seiten sind die Dreiecke TPM und mSO ähnlich, daher:

$$\text{A)}\quad TP : PM = mS : SO = pQ : SO.$$

Weil TP die Subtangente ist, so kann man diese Proportion erfolgreich verändern.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 233, SMs eine halbe Ellipse; TM die Tangente für den Punkt M; PM = y die Ordinate desselben Punktes; NM die Normale, also senkrecht auf TM; PT die Subtangente; PN die Subnormale; F und f sind die Brennpunkte, also FM und fM die Vektoren des Punktes M. Man hat nun in dem Dreiecke MPF, wenn man mit e die Exzentrizität CF = Cf bezeichnet, und PC = x, die Abszisse vom Mittelpunkt ist:

$$\text{B)}\quad MF^2 = MP^2 + PF^2;\ \text{oder}\ MF^2 = y^2 + (e - x)^2 = y^2 + e^2 - 2ex + x^2.$$

Nach der Konstruktion der Tangente (vergl. S. 1206 Nr. 20) ist Mm = MF; auch ist ∠ mMF durch die Tangente halbirt, daher muß mF senkrecht auf TM, also auch parallel mit NM sein; folglich sind die Dreiecke fMN und fmF einander ähnlich, woraus:

$$\text{C)}\quad fm : fF = Mm : FN = MF : FN.$$

Da nun fm die Summe der beiden Vektoren, und diese gleich der großen Axe a ist (vergl. S. 1205 Nr. 19), und fF die Summe der beiden Exzentrizitäten ist, so hat man, wenn α die halbe große Axe bedeutet, also $a = 2\alpha$ ist:

$$D)\quad 2\alpha : 2e = MF : FN.$$

In dem Dreieck fMF hat man nach der ebenen schiefwinkligen Trigonometrie (vergl. S. 809 Nr. 8):

$$E)\quad fF : (fM + MF) = (fM - MF) : (fP - PF)$$

Es ist ferner $(fP - PF) = (fF - PF) - PF = fF - 2PF = 2CF - 2PF = 2(CF - PF) = 2CP = 2x$; man hat also aus E, da $fM + MF = 2\alpha$:

$$F)\quad 2e : 2\alpha = (fM - MF) : 2x$$

$$\text{da nun: } fM + MF = 2\alpha$$

$$\text{und aus F abgezogen: } fM - MF = \frac{2ex}{\alpha}$$

$$\text{so hat man: } + 2MF = 2\alpha - \frac{2ex}{\alpha}; \text{ daher:}$$

$$G)\quad MF = \alpha - \frac{ex}{\alpha}$$

Setzt man diesen Werth von MF in die Proportion bei D, so hat man:

$$H)\quad 2\alpha : 2e = \left(\alpha - \frac{ex}{\alpha}\right) : FN = \alpha : e; \text{ also } FN = e - \frac{e^2x}{\alpha^2}$$

Es ist nun die Subnormale $PN = FN - PF$; da $PF = CF - CP = e - x$; so ist $PN = FN - CF + CP = FN - e + x$; also:

$$PN = \left(e - \frac{e^2x}{\alpha^2}\right) - e + x = x - \frac{e^2x}{\alpha^2} = \frac{x(a^2 - e^2)}{\alpha^2}; \text{ oder}$$

$$J)\quad PN = \frac{(\alpha + e) \cdot (\alpha - e)}{\alpha^2} \cdot x.$$

In dem Dreieck MPF hat man $MF^2 = MP^2 + PF^2$; nimmt man für alle drei Linien ihre eben gefundenen Werthe, so hat man:

$$\alpha^2 - 2ex + \frac{e^2x^2}{\alpha^2} = y^2 + e^2 - 2ex + x^2;$$

$$\text{daher}\quad y^2 = (a^2 - e^2) + \left(\frac{e^2 - \alpha^2}{\alpha^2}\right) \cdot x^2 = (\alpha^2 - e^2) - \left(\frac{\alpha^2 - e^2}{\alpha^2}\right) \cdot x^2;$$

multiplizirt man beiderseits mit α^2, so ist;

$$\alpha^2y^2 = \alpha^2(\alpha^2 - e^2) - (\alpha^2 - e^2)x^2 = (\alpha^2 - x^2) \cdot (\alpha^2 - e^2);$$

$$\text{folglich K)}\quad y^2 = \frac{(\alpha^2 - x^2) \cdot (a^2 - e^2)}{\alpha^2} = \frac{(\alpha + x) . (\alpha - x) . (\alpha + e) . (\alpha - e)}{\alpha^2}$$

Man hat oben (S. 1200 Nr. 8) folgende Proportion: $fp^2 : Df \cdot Ef = CG^2 : DC^2$, wo fp eine Ordinate, Df und Ef die durch die Ordinate entstandenen Abschnitte der großen Axe, CG die halbe kleine, und DC die halbe große Axe bedeutet.

Bezeichnet man die halbe große Axe wie hier mit α, die halbe kleine mit β, fp mit y; und setzt ferner, da hier die Abszissen vom Mittelpunkte gerechnet werden, $Ef = (\alpha + x)$, $Df = (\alpha - x)$, so hat man aus jener Proportion:

$$L) \quad y^2 = \frac{(\alpha + x) \cdot (\alpha - x) \cdot \beta^2}{\alpha^2}$$

Vergleicht man die beiden Gleichungen K und L, so hat man:

$$M) \quad (\alpha + e) \cdot (\alpha - e) = \beta^2.$$

Es sind aber $(\alpha + e)$ und $(\alpha - e)$ die beiden Apsiden; daher hat man für die Ellipse den Satz: das Rektangel der beiden Apsiden ist gleich dem Quadrate der halben kleinen Axe. Es wird demnach die Gleichung J zu folgender:

$$N) \quad PN = \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot x.$$

Dies ist also die Gleichung für die Subnormale der Ellipse, wenn die Abszissen auf der großen Axe vom Mittelpunkte aus genommen werden. Will man sie vom Scheitel aus nehmen, so sei $SP = x'$; es ist alsdann $x' = \alpha - x$, und $x = \alpha - x'$, daher:

$$O) \quad PN = \frac{\beta^2}{\alpha^2}(\alpha - x') = \frac{\beta^2}{\alpha} - \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot x'. .$$

Will man statt der kleinen Axe den Parameter gebrauchen, so ist (vergl. S. 1202 Nr. 10), wenn p den Parameter bezeichnet: $2\alpha : 2\beta = 2\beta : p$; also $p = \frac{2\beta^2}{\alpha}$, oder $\frac{\alpha p}{2} = \beta^2$; daher wird aus dem zweiten Ausdruck bei O:

$$P) \quad PN = \frac{p}{2} - \frac{px'}{2\alpha}$$

Diese beiden letzten Gleichungen lassen sich mit der Differentialgleichung für die Subnormale auf S. 1723 vergleichen, welche sie $= \frac{ydy}{dx}$ giebt, wobei die Abszissen auch vom Scheitel aus auf der großen Axe genommen sind.

3 Für die Hyperbel findet man, wenn x die Abszissen vom Mittelpunkt, und x' die Abszissen vom Scheitel aus bezeichnet, für die Subnormale PN:

$$Q) \quad PN = \frac{(e + \alpha) \cdot (e - \alpha)}{\alpha^2} \cdot x; \quad PN = \frac{\beta^2}{\alpha^2} x = \frac{p}{2} + \frac{px'}{2\alpha} = \frac{\beta^2}{\alpha} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} \cdot x'.$$

Es unterscheiden sich die beiden letztern Gleichungen nur durch das + Zeichen von denen der Ellipse.

4 Für die Parabel ergiebt sich die Subnormale, weil in ihr $2\alpha = \infty$, also $\frac{px'}{\infty} = 0$ ist:

$$R) \quad PN = \frac{p}{2}$$

5 Um die Subtangente für jeden Punkt eines Kegelschnitts zu finden, kann man zuerst bemerken, daß, wie in Fig. 233, in jeder Kurve, deren Ko-

ordinaten rechtwinklig sind, die Tangente TM; die Normale MN, und das Stück TN der Axe ein rechtwinkliges Dreieck bilden; und da aus dem Scheitel des rechten Winkels das Perpendikel MP senkrecht auf die Hypotenuse fällt, so ist (vergl. S. 686 Nr. 15):

$$\text{S)}\quad PN : PM = PM : PT$$

d. h. die Subnormale verhält sich zur Ordinate, wie die Ordinate zur Subtangente.

In der Ellipse und Hyperbel ist aber nach den vorangehenden Sätzen:

$$PN = \frac{p}{2} \mp \frac{px'}{a}$$

wo p den Parameter, a die große Axe, x' die Abszisse vom Scheitel aus bedeutet; das — Zeichen für die Ellipse, das + für die Hyperbel gilt.

Faßt man ferner die Gleichungen für die Ordinate der Ellipse und Hyperbel (S. 1202 Gleichung II, u. S. 2089 Gleichung II) zusammen, und bezeichnet jetzt die Abszissen vom Scheitel durch ein einfaches x, so hat man, indem wieder — für die Ellipse, + für die Hyperbel gilt:

$$MP = y = \sqrt{\left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right)}$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung bei S, so hat man:

$$\left(\frac{p}{2} \mp \frac{px}{a}\right) : \sqrt{\left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right)} = \sqrt{\left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right)} : PT$$

$$\text{also}\quad \left(\frac{apx \mp px^2}{a}\right) = \left(\frac{p}{2} \mp \frac{px}{a}\right) \cdot PT.$$

Bringt man auf der rechten Seite den Ausdruck in der Klammer auf eine Benennung, und multiplizirt dann alle Glieder mit a, so erhält man:

$$apx \mp px^2 = \left(\frac{ap}{2} \mp px\right) \cdot PT.$$

Dividirt man ferner sämmtliche Glieder mit p und sondert im ersten den gemeinschaftlichen Faktor x ab, so ist:

$$ax \mp x^2 = \left(\frac{a}{2} \mp x\right) \cdot PT = (a \mp x) \cdot x;\ \text{daher}$$

$$\text{T)}\quad PT = \frac{(a \mp x)\,x}{\frac{1}{2}a \mp x};\ \text{oder}\ (\tfrac{1}{2}a \mp x) : (a \mp x) = x : PT.$$

Also in der Ellipse und Hyperbel verhält sich die Differenz oder Summe der halben großen Axe und der Abszisse zur Differenz oder Summe der ganzen großen Axe und der Abszisse, wie die Abszisse zur Subtangente.

In der Parabel ist (vergl. S. 3008 Gleichung R, und S. 2082 Nr. 1):

$$PN = \frac{p}{2},\ \text{und}\ MP = y = \sqrt{px}.$$

daher: $\frac{p}{2} : \sqrt{px} = \sqrt{px} : PT$; also $px = \frac{p}{2} PT$; oder $2\,px = p \cdot PT$, folglich:

$$U) \quad 2x = PT;$$

d. h. in der Parabel ist die **Subtangente** gleich der doppelten Abszisse.

6 Nimmt man jetzt, Tafel XXXV, D, Fig. 229, die Abszissen auf der großen Axe der Ellipse vom Mittelpunkte aus, so daß $CP = z$ ist, so hat man aus der Proportion bei T für die Ellipse:

$$(AC - AP) : (AB - AP) = AP : PT = CP : PB; \text{ daher:}$$

$$V) \quad z : (\tfrac{1}{2}a + z) = (\tfrac{1}{2}a - z) : PT; \text{ also } PT = \frac{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}{z}$$

Setzt man diesen Werth von PT in die Gleichung A (S. 3006) so erhält man:

$$W) \quad \frac{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}{z} : y = g : SO; \text{ also } SO = \frac{gzy}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}$$

Nimmt man die S. 2106 Nr. 1 gewählten Bezeichnungen, so ist in den ähnlichen Dreiecken CMP und COQ:

$$CP : PM = CQ : QO; \text{ oder } z : y = k : QO; \text{ daher } QO = \frac{yk}{z}$$

$$\text{Es ist ferner } pm = QS = QO - SO = \frac{yk}{z} - \frac{gzy}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}$$

Man hat, wenn man die Abschnitte der großen Axe nimmt (vergl. S. 1200 Nr. 8):

$$X) \quad pm^2 : PM^2 = (Ap \cdot pB) : (AP \cdot PB); \text{ oder nach obigen Werthen:}$$

$$y^2 \left(\frac{k}{z} - \frac{gz}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}\right)^2 : y^2 = (\tfrac{1}{4}a^2 - (k+g)^2) : (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2).$$

Dividirt man die beiden ersten Glieder durch y^2; bringt man ferner das erste Glied auf eine Benennung, und bezeichnet das Quadrat vom Zähler und Nenner allein (vergl. 502 Nr. 14), so erhält man:

$$\frac{(k \cdot (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) - gz^2)^2}{z^2 \cdot (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)^2} : 1 = (\tfrac{1}{4}a^2 - (k+g)^2) : (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2);$$

$$\text{daher: } \tfrac{1}{4}a^2 - (k+g)^2 = \frac{k^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)^2 - 2gkz^2 \cdot (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) + g^2z^4}{z^2 \cdot (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}$$

Reduzirt man, so ist:

$$\tfrac{1}{4}a^2 - k^2 - 2kg - g^2 = \frac{k^2 \cdot (\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{z^2} - 2gk + \frac{g^2z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}$$

$$\tfrac{1}{4}a^2 - k^2 - 2kg - g^2 = \frac{\tfrac{1}{4}a^2k^2}{z^2} - k^2 - 2gk + \frac{g^2z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}$$

$$Y) \quad \tfrac{1}{4}a^2 - g^2 = \frac{\tfrac{1}{4}a^2k^2}{z^2} + \frac{g^2z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}$$

7 Den Theil CO des Hauptdiameters MM′ kann man so groß oder so klein nehmen, wie man will; man nehme an, es werde $CO = 0$; alsdann wird

MO = MC, also auch mO = NC. Ferner ist bei dieser Annahme auch CQ = k = 0, und Qp = g = CR, weil dann das Perpendikel mp sich verwandelt hat in das Perpendikel NR. Setzt man nun in der letzten Gleichung k = 0, so ist:

$$\tfrac{1}{4}a^2 - g^2 = \frac{g^2z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2}\,;\ \text{oder}\ \tfrac{1}{4}a^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) - g^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2) = g^2z^2;$$

$$\text{oder}\ \tfrac{1}{16}a^4 - \tfrac{1}{4}a^2z^2 - \tfrac{1}{4}a^2g^2 + g^2z^2 = g^2z^2;\ \text{also}\ \tfrac{1}{16}a^4 - \tfrac{1}{4}a^2z^2 - \tfrac{1}{4}a^2g^2$$
$$= 0;\ \text{oder}\ \tfrac{1}{16}a^2 - \tfrac{1}{4}z^2 - \tfrac{1}{4}g^2 = 0 = \tfrac{1}{4}a^2 - z^2 - g^2;$$

daher Z) $\tfrac{1}{4}a^2 - z^2 = g^2 = (\tfrac{1}{2}a - z)\cdot(\tfrac{1}{2}a + z)$; oder $AP \cdot PB = CR^2$.

Wenn man also von beiden Enden M und N der konjugirten Diameter senkrechte Linien MP und NR auf die Hauptaxe fällt: so ist das Quadrat von CR gleich dem Rektangel aus AP und PB, d. h. aus den beiden durch PM entstandenen Abschnitten der Hauptaxe.

Setzt man die Hälfte des Hauptdiameters, d. h. $CM = \tfrac{1}{2}a'$; die Hälfte 8 des konjugirten Diameters $CN = \tfrac{1}{2}b'$, $mO = y'$, $CO = z'$, so hat man aus den ähnlichen Dreiecken CPM und CQO:

$$CM : CO = CP : CQ;\ \text{oder}\ \tfrac{1}{2}a' : z' = z : k;\ \text{also}\ k = \frac{z'z}{\tfrac{1}{2}a'}\,;\ \text{und}$$

$$\text{A}')\quad k^2 = \frac{z'^2z^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}$$

Die Dreiecke CNR und mSO sind wegen des Parallelismus ihrer Seiten ähnlich: daher:

$$mO : mS = CN : CR;\ \text{oder}\ y' : g = \tfrac{1}{2}b' : CR;\ \text{also}\ CR = \frac{\tfrac{1}{2}b'g}{y'};\ \text{und}$$

$$CR^2 = \frac{\tfrac{1}{4}b'^2g^2}{y'^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - z^2\ \text{(nach der Gleichung bei Z); daher:}$$

$$\text{B}')\quad g^2 = \frac{y'^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

Setzt man die in A' und B' gefundenen Werthe für k^2 und g^2 in die Gleichung Y, so hat man mit Vertauschung der Hauptglieder:

$$\frac{z^2\cdot z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}\cdot\frac{\tfrac{1}{4}a^2}{z^2} + \frac{y'^2\cdot(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\tfrac{1}{4}b'^2}\cdot\frac{z^2}{\tfrac{1}{4}a^2 - z^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - \frac{y'^2(\tfrac{1}{4}a^2 - z^2)}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

$$\text{oder}\ \frac{\tfrac{1}{4}a^2\cdot z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} + \frac{z^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - \frac{\tfrac{1}{4}a^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2} + \frac{z^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

$$\text{oder}\ \frac{\tfrac{1}{4}a^2z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} = \tfrac{1}{4}a^2 - \frac{\tfrac{1}{4}a^2y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2}$$

Dividirt man beiderseits mit $\tfrac{1}{4}a^2$, so hat man:

$$\frac{z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} = 1 - \frac{y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2};\ \text{oder}\ \frac{y'^2}{\tfrac{1}{4}b'^2} = 1 - \frac{z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2} = \frac{\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2};\ \text{daher:}$$

$$\text{C}')\quad y'^2 = \frac{\tfrac{1}{4}b'^2}{\tfrac{1}{4}a'^2}\cdot(\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2) = \frac{b'^2}{a'^2}\cdot(\tfrac{1}{2}a' + z')\cdot(\tfrac{1}{2}a' - z').$$

Diese Gleichung für die Ordinate y' des Hauptdiameters ist derjenigen für die Ordinaten der großen Axe (S. 1201 Gleichung I) ganz ähnlich, wenn man den Unterschied beachtet, daß dort die Abszissen vom Scheitel aus genommen sind. Es haben also die Ordinaten auf den Diametern dieselbe Eigenschaft, wie die Ordinaten auf der Axe.

9 Setzt man in der letzten Gleichung $y' = 0$, so ist:
$\frac{b'^2}{a'^2} \cdot (\frac{1}{4}a'^2 - z'^2) = 0$; oder $\frac{1}{4}a'^2 - z'^2 = 0$, also $z'^2 = \frac{1}{4}a'^2$, daher:

$$D') \quad z' = \pm \tfrac{1}{2} a'.$$

Wenn also z' diesen Werth bekommt, so ist die Abszisse gleich dem halben Diameter geworden; wo aber $y' = 0$, da schneidet die Kurve den Diameter MM', welcher zur Abszissenlinie oder Direktrisse gemacht worden. Da ferner z' einen positiven und einen negativen Werth hat, so schneidet die elliptische Kurve den Diameter an zwei Punkten, M und M', welche beide gleich weit vom Mittelpunkte abstehen. Es halbiren also auch alle Diameter der Ellipse einander im Mittelpunkte.

10 Aus der Gleichung C' hat man $y' = \pm \frac{b'}{a'} \cdot \sqrt{(\frac{1}{4}a'^2 - z'^2)}$

Zu jeder Abszisse CO gehören also zwei gleiche Ordinaten von entgegengesetztem Werthe, die eine positive mO, und die andere negative Om', welche eine Verlängerung der positiven ist. Es halbirt also ein Diameter jede gerade Linie, d. h. hier jede Sehne, welche parallel mit einer solchen Tangente MT ist, die durch den Peripheriepunkt M des Hauptdiameters geht. Von dieser Halbirung kommt auch der Name Diameter (vergl. S. 2099 Nr. 24).

Da nun der Hauptdiameter MM' von dem konjugirten NN' halbirt wird, so muß der erstere MM' parallel mit derjenigen Tangente NI gehen, welche durch den Peripheriepunkt N des Diameters NN' geht, und die Axe in I' schneidet.

11 Aus der Gleichung C' sieht man, daß die Ordinate mO auf einem Diameter MM' erhalten wird, wenn man die Ordinaten eines Kreises nimmt (vergl. S. 1195 Gleichung II), und dieselben nach dem Verhältnisse von a' zu b' verkleinert oder vergrößert, und dieselben in einer schiefen Lage aufstellt; diese Lage wird durch den Winkel bestimmt, den beide konjugirten Diameter mit einander bilden.

Ist $a' = b'$, d. h. sind beide konjugirten Diameter gleich, so sind die Ordinaten völlig den Ordinaten des angeführten Kreises gleich.

Die Gleichung C' giebt nämlich $y' = \pm \frac{b'}{a'} \cdot \sqrt{(\frac{1}{4}a'^2 - z'^2)}$; die angeführte Gleichung des Kreises giebt $y = \pm \sqrt{(r^2 - x^2)}$, wo r den Radius und x die Abszisse vom Mittelpunkte aus bezeichnet; es ist also $x = z'$, $r = \frac{1}{2}a'$, daher $r^2 = \frac{1}{4}a'^2$; man hat daher:

$$y : y' = \sqrt{(\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2)} : \frac{b'}{a'} \cdot \sqrt{(\tfrac{1}{4}a'^2 - z'^2)} = 1 : \frac{b'}{a'}$$

was die obigen Bestimmungen beweist.

Will man wissen, an welcher Stelle der Ellipse die konjugirten Diameter 12 gleich sein können, so sucht man, wo $CP = CR$, oder $CP^2 = CR^2$ ist; da nun, nach obiger Annahme, $CP = z$, also $CP^2 = z^2$, da ferner (vergl. S. 2111 Gleichung Z) $CR^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$, so setzt man nur $z^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$; also $2z^2 = \frac{1}{4}a^2$; oder $z^2 = \frac{1}{8}a^2$.

Diesen Werth von z kann man folgendermaaßen konstruiren. Ueber der großen Axe AB, Tafel XXXV, D, Fig. 234, beschreibt man den Halbkreis ANB; darauf nimmt man den Bogen $AN = 45^\circ$. Aus N fällt man NP senkrecht auf AB, und verlängert dieses Perpendikel, bis es die Ellipse zweimal in M und M' geschnitten hat; nach diesen beiden Punkten zieht man alsdann die beiden Diameter CM und CM', welche alsdann konjugirt und gleich sind.

Beweis. Es sei $CP = z$; das Dreieck CPN ist rechtwinklig und auch gleichschenklig, weil die Winkel bei C und $N = 45^\circ$ sind; man hat also:

$$CP^2 + PN^2 = 2CP^2 = CA^2, \text{ oder } 2z^2 = \tfrac{1}{4}a^2, \text{ oder } z^2 = \tfrac{1}{8}a^2,$$

wie vorher gefunden.

Die Parallelogramme, welche von den Tangenten an den Enden der kon- 13 jugirten Diameter gebildet werden, sind dem Rektangel aus beiden halben Axen gleich; daher sind solche Parallelogramme in derselben Ellipse alle einander gleich.

Beweis. Man verlängert, Tafel XXXV, D, Fig. 229, die Tangente TM über M hinaus, und fällt auf diese Verlängerung das Perpendikel CF. Alsdann ist Δ TPM ähnlich Δ TFC, weil beide rechtwinklig sind, und bei T einen gemeinschaftlichen Winkel haben, daher ist:

$$E') \quad TM : PM = TC : CF; \text{ also } CF = \frac{PM \cdot CT}{TM}$$

Ferner sind die Dreiecke TPM und CNR ähnlich, weil ihre Seiten parallel gehen, daher:

$$F') \quad PT : TM = CR : CN; \text{ also } CN = \frac{TM \cdot CR}{PT}$$

Multiplizirt man die beiden Gleichungen E' und F', so hat man:

$$CF \cdot CN = \frac{PM \cdot CT}{TM} \cdot \frac{TM \cdot CR}{PT} = \frac{PM \cdot CT \cdot CR}{PT}$$

$$G') \quad CF^2 \cdot CN^2 = \frac{PM^2 \cdot CT^2 \cdot CR^2}{PT^2}$$

$PM^2 = y^2 = \frac{b^2}{a^2}(\frac{1}{4}a^2 - z^2)$; $PT^2 = \frac{(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2}{z^2}$ (vgl. S. 2110 Gleichung V).

$$CT = PT + CP = \pm \frac{\frac{1}{4}a^2 - z^2}{z} + z = \frac{\frac{1}{4}a^2}{z}; \text{ also } CT^2 = \frac{\frac{1}{16}a^4}{z^2}$$

$CR^2 = \frac{1}{4}a^2 - z^2$ (vergl. Gleichung Z S. 2111); daher wird aus der Gleichung bei G':

$$CF^2 \cdot CN^2 = \frac{\frac{b^2}{a^2}(\frac{1}{4}a^2 - z^2) \cdot \frac{\frac{1}{16}a^4}{z^2} \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2)}{\frac{(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2}{z^2}}$$

$$CF^2 \cdot CN^2 = \frac{b^2}{a^2} \cdot (\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2 \cdot \frac{\frac{1}{16}a^4}{z^2} \cdot \frac{z^2}{(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2} = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{1}{16}a^4.$$

$$H') \quad CF^2 \cdot CN^2 = \frac{1}{16}a^2b^2; \text{ also } CF \cdot CN = \frac{1}{4}ab = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}b.$$

Zieht man nun die Tangente NI, welche die Tangente TM in I schneidet, so entsteht aus beiden Tangenten und beiden Diametern das Parallelogramm MCNI, dessen Basis CN, und dessen Höhe CF ist, daher ist der Flächeninhalt:

$$J') \quad CN \cdot CF = \square\, CNIM = \frac{1}{4}ab = \frac{1}{2}a \cdot \frac{1}{2}b,$$

d. h. gleich dem Produkte aus beiden halben Axen.

14 Die Summe der Quadrate zweier konjugirten halben Diameter in der Ellipse ist gleich der Summe der Quadrate beider halben Axen; oder die Summe der Quadrate der ganzen Diameter ist gleich der Summe der Quadrate der ganzen Axen. Daher ist die Summe solcher Quadrate immer gleich; oder sie ist in einer und derselben Ellipse eine konstante Größe.

Beweis. Es ist, Tafel XXXV, D, Fig. 229, wegen Aehnlichkeit der Dreiecke TPM und CRN, deren Seiten parallel sind:

$$PT : PM = CR : RN; \text{ also } RN = \frac{CR \cdot PM}{PT}; \text{ und } RN^2 = \frac{CR^2 \cdot PM^2}{PT^2}$$

Setzt man für CR^2 seinen Werth aus Z; für $PM^2 = y^2$ seinen Werth aus G'; für PT^2 seinen Werth aus V, S. 2110, so hat man:

$$K') \quad RN^2 = \frac{(\frac{1}{4}a^2 - z^2) \cdot \frac{b^2}{a^2}(\frac{1}{4}a^2 - z^2)}{\frac{(\frac{1}{4}a^2 - z^2)^2}{z^2}} = \frac{b^2}{a^2} \cdot z^2.$$

Aus den rechtwinkligen Dreiecken CRN und CPM erhält man:

$$CR^2 + RN^2 = CN^2; \text{ und } CP^2 + PM^2 = CM^2; \text{ daher:}$$

$$\frac{1}{4}a^2 - z^2 + \frac{b^2}{a^2} \cdot z^2 + z^2 + \frac{b^2}{a^2}(\frac{1}{4}a^2 - z^2) = CN^2 + CM^2$$

$$\frac{1}{4}a^2 + \frac{b^2}{a^2} \cdot z^2 + \frac{1}{4}b^2 - \frac{b^2z^2}{a^2} = \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2 = CN^2 + CM^2$$

$$L') \quad (\frac{1}{2}a)^2 + (\frac{1}{2}b)^2 = CN^2 + CM^2,$$

welche Gleichung den obigen Satz ausdrückt.

15 Wenn nach einem beliebigen Punkte P der Ellipse, Tafel XXXV, D, Fig. 235, ein Vektor PF, ferner an den Punkt P die Tangente PT, und mit dieser parallel der Diameter NN' gezogen wird: so ist das durch den Diameter NN' abgeschnittene Stück PD des Vektors gleich der halben Hauptaxe CA.

Beweis. Man beschreibt aus dem Mittelpunkte C der Ellipse mit der halben großen Axe CA als Radius den Kreis AZRA, und fällt aus dem andern Brennpunkte S auf die Tangente PT die senkrechte Linie ST. Der Schnittpunkt T muß alsdann jedesmal in die Peripherie des Kreises fallen. Ferner zieht man CT.

Es ist nämlich (vergl. S. 1206 Nr. 20 u. 21): ST = ½SK, und SC =

$\frac{1}{2}SF$; daher sind die Dreiecke STC und SKF ähnlich. Es ist aber TC parallel mit KF (vergl. S. 682 Nr. 4); ferner ist $TC = \frac{1}{2}FK$; da aber FK als Summe der beiden Vektoren (vergl. S. 1205 Nr. 19 u. 1206 Nr. 20) gleich der großen Axe ist, so hat man:

$$M') \quad TC = \tfrac{1}{2}FK = \tfrac{1}{2}(FP + PS) = AC.$$

Es ist aber TCPD ein Parallelogramm; also $PD = TC = AC$.

16 Ein ähnlicher Beweis läßt sich bei der Hyperbel führen, wenn man den Kreis auf der Hauptaxe, d. h. zwischen beiden Scheiteln beschreibt. Bei der Parabel ist die Axe unendlich lang. Statt des Kreisbogens RT bekommt man eine gerade Linie, die auf AR senkrecht steht, und durch den Scheitel R geht; PD wird mit NN' parallel, und schneidet sie nirgends. Wenn man aber die Parabel als Grenze aller Ellipsen ansieht, so kann man annehmen, daß die unendlich gewordene Linie PD die Hälfte der unendlichen Axe RA sei.

17 Die eben angeführten Sätze von den Diametern der Kegelschnitte reichen hin, um folgenden, bei Erläuterung des dritten Keplerschen Gesetzes der Planetenbewegung (S. 1353 Nr. 23) unbewiesen gebliebenen Satz, zu beweisen.

Wenn sich zwei Körper in zwei verschiedenen Kegelschnitten um denselben Brennpunkt bewegen; und wenn sich die Wirkungen der Centralkraft umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten: so verhalten sich die beschriebenen Sektoren wie die Quadratwurzeln der Parameter der beiden Hauptaxen.

Es seien, Tafel XXXV, D. Fig. 236, ABPA und A'B'P'A' zwei verschiedene Ellipsen in denen sich die beiden Körper bewegen. Die beiden Ellipsen sind der Deutlichkeit wegen neben einander gezeichnet; sie müssen aber so gedacht werden, als läge die kleinere in der größeren, und zwar in der Weise, daß S' auf S liegt, und die Axe S'A' einen Theil der Axe SA bedeckt.

PX ist auf Nn und pU auf SP senkrecht; ebenso P'X' auf n'N' und p'U' auf S'P'. Es seien ferner q und q' die Parameter der beiden großen Axen; CB die halbe kleine Axe.

Zieht man zu beiden Diametern Nn und Pv ihre Tangenten PFZ und nZ, und parallel mit PF die Linie pli: so ist Pp ein kleiner Bogen, den der Körper in einer unendlich kleinen Zeit t beschreibt; indem ihn die Centrifugalkraft während dieser Zeit mit einförmiger Bewegung längs der Tangente PF hintreiben, und die Centripetal- oder Anziehungskraft von S ihn in derselben Zeit mit einförmig beschleunigter Bewegung um das Stück Pl nach S hinbringen würde.

Man hat nun zuerst:

$$1) \quad (q \,.\, Pl) : (q \,.\, Pi) = Pl : Pi = PD : PC = AC : PC;$$

denn es ist (vergl. obige Gleichung M') $PD = AC$:

$$2) \quad (q \,.\, Pi) : (vi \,.\, Pi) = q : vi.$$

Da pi die Ordinate des Diameters vP ist, so hat man nach der Gleichung C' auf S. 2111:

$$pi^2 = \frac{Nn^2}{vP^2} \cdot (vi\ .\ Pi) = \frac{CN^2}{PC^2}\ (vi\ .\ Pi);\ \text{daher}$$

$$3)\quad (vi\ .\ Pi) : pi^2 = PC^2 : CN^2.$$

Die Dreiecke pIU und PDX sind ähnlich, weil sie beide rechte Winkel haben, und weil die Winkel DIp oder UIp und IDX oder PDX als Wechselwinkel gleich sind, daher ist:

$$4)\quad pI : pU = PD : PX.$$

Wenn aber die Punkte p und P unendlich nahe kommen, so ist $pI = pi$, so ist auch:

$$5)\quad pi : pU = PD : PX;\ \text{also auch}\ pi^2 : pU^2 = PD^2 : PX^2.$$

Da aber nach Gleichung M′ (S. 2115) $PD = AC$, so ist:

$$6)\quad pi^2 : pU^2 = AC^2 : PX^2.$$

Es ist ferner das Parallelogramm CPZn, welches von den beiden Tangenten der beiden konjugirten Diameter, nämlich von PZ und Zn gebildet wird, und $Cn = CN$ zur Basis, und PX zur Höhe hat, gleich dem Rektangel aus den beiden halben Axen CA und CB (vergl. S. 2114 Gleichung J′), also:

$$CN \cdot PX = AC \cdot CB;\ \text{also:}\ AC : PX = CN : CB;\ \text{also:}$$

$$7)\quad AC^2 : PX^2 = CN^2 : CB^2;\ \text{oder nach 6,}\ pi^2 : pU^2 = CN^2 : CB^2.$$

Multiplizirt man nun die Gleichungen bei 1, 2, 3 und 7, in ihren Sätzen nach der Ordnung mit einander, und läßt die gemeinschaftlichen Faktoren fort, so hat man:

$$\begin{aligned}
(q \cdot PI) : (q \cdot Pi) &= AC : PC\\
(q \cdot Pi) : (vi \cdot Pi) &= q : vi\\
(vi \cdot Pi) : (pi^2) &= PC^2 : CN^2\\
(pi^2) : (pU^2) &= CN^2 : CB^2\\
\hline
8)\quad (q \cdot PI) : (pU^2) &= (AC \cdot q \cdot PC^2) : (PC \cdot vi \cdot CB^2)
\end{aligned}$$

Da nun der ganze Parameter die dritte Proportionallinie zur ganzen großen und zur ganzen kleinen Axe ist (vergl. S. 1202 Nr. 10), so ist der halbe Parameter die dritte Proportionallinie zur halben großen Axe AC und zur halben kleinen Axe CB; daher $AC \cdot \frac{1}{2}q = CB^2$; dadurch wird die Proportion 8 zu folgender:

$$9)\quad (q \cdot PI) : (pU^2) = (2CB^2 \cdot PC^2) : (PC \cdot vi \cdot CB^2)$$

Dividirt man die beiden letzten Sätze mit CB^2 und PC, so hat man:

$$10)\quad (q \cdot PI) : (pU^2) = 2PC : vi;\ \text{oder}\ (q \cdot PI) : pU^2 = Pv : vi.$$

Da nun Pi unendlich klein angenommen wird, so ist $vi = Pv$; also auch

$$11)\quad q \cdot PI = pU^2;\ \text{oder}\ PI = \frac{pU^2}{q}$$

Auf ähnliche Art findet man in der kleineren Ellipse:

$$12)\quad P'I' = \frac{p'U'^2}{q'}$$

Bezeichnet man nun die Wirkung der Centralkraft in P mit f, und in P' mit f': so verhalten sich diese Wirkungen wie PI : P'I', oder:

$$13)\quad f : f' = PI : P'I'.$$

Es ist ferner angenommen, daß diese Wirkungen sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Entfernungen; diese Entfernungen sind aber SP und S'P'; daher:

$$14)\quad f : f' = S'P'^2 : SP^2$$

Aus 13 und 14 folgt: $15)\quad S'P'^2 : SP^2 = PI : P'I'.$

Aus 11 und 12 erhält man: $16)\quad S'P'^2 : SP^2 = \frac{pU^2}{q} : \frac{p'U'^2}{q'}$

folglich auch $S'P' : SP = \frac{pU}{\sqrt{q}} : \frac{p'U'}{\sqrt{q'}}$; oder $\frac{S'P' \cdot p'U'}{\sqrt{q'}} = \frac{SP \cdot pU}{\sqrt{q}}$

daher $17)\quad (SP \cdot pU) : (S'P' \cdot p'U') = \sqrt{q} : \sqrt{q'}$

oder $18)\quad (\tfrac{1}{2}SP \cdot pU) : (\tfrac{1}{2}S'P' \cdot p'U') = \sqrt{q} : \sqrt{q'}$

Nun sind SP und S'P' die Grundlinien, und pU und pU' die Höhen der unendlich kleinen Dreiecke SPp und S'P'p'; es sind daher die beiden Größen $\tfrac{1}{2}SP \cdot pU$ und $\tfrac{1}{2}S'P' \cdot p'U'$ die kleinen Dreiecke oder die in der Zeit beschriebenen Sektoren; und diese verhalten sich daher, nach 18, wie die Quadratwurzeln der Parameter.

Betrachtet man nun in beiden Bahnen oder Ellipsen solche Sektoren, die in gleichen Zeiten beschrieben werden, so bestehen sie aus lauter unendlich kleinen Dreiecken, von denen jedes in der einen Ellipse zu jedem entsprechenden in der andern das angegebene Verhältniß hat; es verhalten sich also auch die beiderseitigen entsprechenden Sektoren auf dieselbe Weise.

Der obige Beweis gilt zwar eigentlich nur für Ellipsen. Aber aus den obigen Betrachtungen der Kegelschnitte (vergl. S. 2082 bis S. 2100) ist es bekannt, daß die Hyperbel bei gehöriger Veränderung der Linien und Zeichen dieselben Größenverhältnisse ergiebt. Die Parabel ist aber eine Ellipse mit unendlicher Axe; daher läßt sich der obige Satz auch auf sie anwenden. 18

Nimmt man nun den eben bewiesenen Satz mit den oben (S. 1328 bis S. 1354) über die Planetenbahnen gegebenen, und mit denjenigen zusammen, welche zur Erläuterung der Refraktionstabellen (S. 1704 bis S. 1753) bewiesen worden; so ergeben sich die im folgenden Paragraphen zusammengestellten Gesetze als die wichtigsten für die Bewegungen in den Kegelschnitten. 19

§. 307. Allgemeine Gesetze für die Bewegungen in den Kegelschnitten.

Wenn ein Körper ein für allemal einen Stoß in einer beliebigen Richtung erhält (welche nur nicht durch den Kraftpunkt der Centralkraft geht); und wenn er zugleich durch eine Centralkraft beständig nach deren Kraftpunkt hingezogen 1

oder getrieben wird, so verhalten sich die vom Vektor beschriebenen Räume wie die dazu gebrauchten Zeiten.

2 Wenn man für zwei beliebige Punkte der Bahn die Tangenten zieht, und auf dieselben aus dem Kraftpunkte senkrechte Linien fällt: so verhalten sich diese umgekehrt wie die Geschwindigkeiten in den beiden genannten Punkten.

3 Die Winkelgeschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt, wie die Quadrate der Vektoren, oder der Entfernungen des Körpers vom Kraftpunkte; also ist die Geschwindigkeit in der größten Entfernung am kleinsten, und in der kleinsten Entfernung am größten.

4 Wenn die Bahn eine geschlossene Linie bildet, und wenn man aus dem Kraftpunkte einen Kreis beschreibt, dessen Flächeninhalt dem Flächeninhalte der Bahn gleich ist: so schneidet die Peripherie des Kreises die Bahnperipherie an solchen Stellen, wo die wahre Winkelgeschwindigkeit der mittleren gleich ist.

5 Ist die Bahn geschlossen und symmetrisch: so erfordert der Weg von einer Apside zur andern die halbe Zeit des ganzen Umlaufs; und die Zeit, die der Körper braucht, um von einem beliebigen Punkte der Bahn zum entgegengesetzten zu kommen, ist größer oder kleiner als die Zeit des halben Umlaufs, je nachdem der Weg durch die obere oder untere Apside geht.

6 Wenn die Bahn ein Kegelschnitt ist, dessen Brennpunkt zugleich der Kraftpunkt ist: so verhält sich die Centralkraft immer umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung oder des Vektors.

7 Die Wirkung der Centripetal- und der Centrifugalkraft in einem gegebenen Punkte der Bahn kann bestimmt werden, wenn man sich vorstellt: die Centripetalkraft oder Centralkraft nehme nicht näher an dem Kraftpunkte zu, sondern sie bleibe unverändert, so wie sie in der gegebenen Entfernung ist, und der Körper falle, vermöge derselben, bis zum Kraftpunkte, also mit einförmig-beschleunigter Bewegung. Auf diese Weise erhält der Körper eine gewisse letzte Geschwindigkeit, welche von der anfänglichen und fortgesetzten Beschleunigung abhängt. Diese letzte Geschwindigkeit läßt sich mit derjenigen vergleichen, welche die Centrifugalkraft dem Körper in dem gegebenen Punkte mittheilt. Diese Geschwindigkeit ist in der Ellipse immer kleiner als jene; in der Hyperbel größer; in der Parabel sind beide gleich.

8 Wenn zwei Körper sich in zwei Kegelschnitten um denselben Kraftpunkt bewegen, der zugleich ein Brennpunkt beider Kegelschnitte ist; und wenn sich die Wirkungen der Centralkraft umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen verhalten: so beschreiben die Vektoren in gleichen Zeiten solche Sektoren, die sich verhalten wie die Quadratwurzeln der Parameter der Hauptaxen bei den Kegelschnitten.

9 Es verhalten sich die absoluten Geschwindigkeiten beider Körper, zu allen Zeiten und in allen Stellen, gerade wie die Quadratwurzeln der Parameter der Hauptaxen; und umgekehrt, wie die senkrechten Linien, welche aus dem Kraftpunkte auf die Tangenten zu den gewählten Punkten gefällt werden.

10 Sind beide Bahnen Ellipsen, so stehen die Flächen der Bahnen im zusammengesetzten Verhältnisse der Quadratwurzeln der Parameter und der einfachen

Umlaufszeiten. Die Quadratzahlen der Umlaufszeiten verhalten sich aber wie die Kubikzahlen der Hauptaxen.

Die beiden letzten Sätze finden sich S. 1353 Nr. 28 bewiesen.

§. 308. Allgemeine Sätze von den algebraischen Kurven verschiedener Ordnungen.

1 Eine veränderliche Größe y, die auf irgend eine Art durch eine andere veränderliche Größe x, und durch **beständige** Größen bestimmt ist, heißt eine **algebraische Funktion**, wenn die Potenzen und Wurzeln von x, welche vorkommen, **beständige Exponenten** haben. Kommen dagegen bei den bestimmenden Größen **veränderliche Exponenten**, und damit zusammenhängende **Logarithmen** vor, so heißt y eine **transszendente Funktion**, d. h. eine solche, deren Bestimmung die sechs gewöhnlichen Operationen der Algebra, Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzerhebung und Wurzelausziehung ohne Logarithmen, **überschreitet**. Solche krumme **Linien** nun, deren Koordinatengleichungen algebraische Funktionen ergeben, heißen **algebraische Kurven**; solche, deren Koordinatengleichungen veränderliche Exponenten enthalten, werden dagegen **transszendente Kurven** genannt.

2 Wenn zwischen den Koordinaten x und y eine **algebraische Gleichung** stattfindet: so gehört **zu jedem x eine bestimmte Menge von y**; nämlich so viele, als y in der Gleichung Dimensionen oder Abmessungen hat, oder der höchste Exponent Einheiten enthält; steigt z. B. in einer Koordinatengleichung y auf die n. Potenz, so gehören zu jedem bestimmten Werthe, den x hat, n Werthe von y, von denen vielleicht mehrere unmöglich sind. Es kann aber auch zuweilen x als eine Funktion von y betrachtet werden, und dann gehören auch zu einem y mehrere x, wenn x auf eine höhere Potenz steigt. Wenn 2, oder 3, oder 4, u. s. w. Werthe von y zu jedem x gehören, so sagt man: y sei eine **zweiförmige**, **dreiförmige**, **vierförmige**, u. s. w. **Funktion**.

Kann man dagegen nachweisen, daß zu einem x eine größere Menge von y, als deren Zahl man angeben kann, oder **unzählig viele** y gehören, so ist y eine **transszendente Funktion**.

3 Eine **algebraische Linie** heißt von der **zweiten**, **dritten**, **vierten**, u. s. w. **Ordnung**, je nachdem die Gleichung auf den ersten zweiten, dritten, vierten, u. s. w. Grad steigt. Die Gleichung selbst heißt aber bekanntlich dann vom n. Grade, wenn die höchste Potenz von x, oder diejenige von y, oder von beiden zugleich den Exponenten n hat; oder wenn Produkte von x und y in der Gleichung vorkommen, in denen die Dimensionen oder Abmessungen von x und y zusammengerechnet n ausmachen, aber nicht überschreiten. Die gerade Linie gehört, wie schon oben gezeigt (vergl. S. 1729 Nr. 33), zur **ersten** Ordnung.

4 Wenn man senkrecht auf den Diameter AB eines Kreises, Tafel XXXV,

D, Fig. 237, in B die Tangente BC in beliebiger Länge errichtet; wenn man nach beliebigen Punkten H, D, u. s. w. dieser Tangente, vom andern Endpunkte A des Diameters gerade Linien, AH, AD, u. s. w. zieht, welche die Peripherie des Kreises in I, E, u. s. w. schneidet; wenn man ferner die Länge der Theile AI, AE, u. s. w, d. h. die Theile der Linien AH, AD, u. s. w., welche Sehnen des Kreises darstellen, rückwärts von H und von D nach A hin absetzt, so daß HF = AI, DG = AE; wenn endlich die Punkte A, F, G, u. s. w. durch eine krumme Linie verbindet: so heißt diese Kurve AFG die Cissoide.

5 Um die Gleichung der Cissoide zu finden, sei AM = x, MF = y, und AB = 2r; man zieht FM und IL senkrecht auf AB, und IK senkrecht auf BC. Weil durch die Konstruktion AI = HF, so ist AI — FI = HF — FI, d. h. AF = HI. Die Dreiecke AMF und IKH sind kongruent; wegen des Parallelismus von AM und IK, FM und HK, wegen der rechten Winkel bei M und K, der korrespondirenden Winkel bei A und I, und weil AF = HI. Man hat also:

IK = AM = LB = x. Die Differentialgleichung des Kreises giebt (vergl. S. 1194 Nr. 6) $y = \pm \sqrt{(2rx - x^2)}$.

Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AMF und ALI, und aus der Gleichung des Kreises hat man, da auch LI die mittlere Proportionallinie zwischen den Abschnitten des Diameters ist:

AM : MF = AL : LI = LI : LB; folglich AM : MF = LI : LB; oder

$$\text{I)}\quad x : y = \sqrt{(2rx - x^2)} : x;\ \text{also}\ x^2 = y \cdot \sqrt{(2rx - x^2)}$$

$$x^4 = y^2 \cdot x(2r - x);\ x^3 = y^2 \cdot (2r - x);\ y^2 = \frac{x^3}{(2r - x)}$$

oder wenn man 2r = a setzt:

$$\text{II)}\quad y^2 = \frac{x^3}{a - x};\ y = \pm \sqrt{\left(\frac{x^3}{a - x}\right)}$$

Die Cissoide ist also eine Linie von der dritten Ordnung, und der Durchmesser AB = a als die Abszissenlinie theilt sie in zwei ähnliche Hälften. Dies läßt sich nicht allein an dem doppelten Zeichen vor der Wurzelgröße, sondern auch daran erkennen, daß man ganz dieselbe Konstruktion mit dem Halbkreise auf der andern Seite des Durchmessers machen kann.

6 Eine verneinte Abszisse, oder eine bejahte, die größer als a wäre, gäbe das Quadrat der Ordinate als eine verneinte Größe, also einen unmöglichen Werth; daher befindet sich von der Cissoide weder Etwas unter A, noch Etwas über B.

7 Für x = 0 ist auch y = 0. Auch wächst y mit x, weil dann der Dividendus x^3 wächst, und der Divisor, da x stets kleiner als a bleibt, immer abnimmt. Die Kurve geht also mit dem Schenkel AFG ohne Ende weiter von AB weg, und näher nach BC, erreicht dieselbe aber nie; daher ist BC ihre Asymptote.

8 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 238, die gerade Linie AB ihrer Lage nach

gegeben, und außerhalb derselben der feste Punkt C. Aus C zieht man durch AB einige gerade Linien von unbestimmter Länge, unter ihnen CG senkrecht, und schneidet von denselben gleiche Theile über und unter AB ab, so daß HG = IE = KF, oder HG' = IE' = IF'. Durch die Punkte G, E, F, G', E', F' zieht man eine krumme Linie; diese Kurve heißt die Konchoide, oder Muschellinie.

Man kann sich auch vorstellen, die Linie CG bewege sich um den Punkt C, und in ihr bewege sich ein Punkt G oder G', so daß er von dem Orte, wo CG die AB schneidet, immer gleich weit entfernt bleibt. Man sieht sogleich ein, daß AB die Asymptote sowohl der obern als der untern Konchoide ist.

Es sei HG = a, CH = b, HL = x, LE = y; alsdann hat man in der 9 obern Konchoide

$$mE^2 = IE^2 - Im^2;\ mE^2 = HG^2 - HL^2;\ \text{oder}\ mE^2 = a^2 - x^2;\ \text{also}$$
$$mE = \sqrt{(a^2 = x^2)}.$$

Es ist ferner $Im : mE = CL : LE$; oder $x : \sqrt{(a^2 - x^2)} - b + x : y$; daher:

$$\text{III)}\quad y = \frac{(b + x) \cdot \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x};\ \text{oder}\ y^2 = \frac{(b + x)^2 \cdot (a^2 - x^2)}{x^2}$$

In der untern Konchoide sei ebenfalls HG' = a, CH = b, HL' = x, L'E' = y; alsdann ist:

$$m'I^2 = IE'^2 - m'E'^2;\ m'I^2 = G'H^2 - HL'^2;\ \text{oder}\ m'I^2 = a^2 - x^2$$

Es ist ferner $m'E' : m'I = CL' : L'E' = x : \sqrt{(a^2 - x^2)} = (b - x) : y$; daher:

$$\text{IV)}\quad y = \frac{(b - x) \cdot \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x};\ \text{oder}\ y^2 = \frac{(b - x)^2 \cdot (a^2 - x^2)}{x^2}$$

Diese Gleichung für die untere Konchoide weicht also von derjenigen für die obere bei III nur durch das — Zeichen zwischen b und x ab; man hat daher für beide Konchoiden zusammen:

$$\text{V)}\quad y^2 = \frac{(b \pm x)^2 \cdot (a^2 - x^2)}{x^2}$$

wo das + für die obere, — für die untere Konchoide gilt. Die Abszissen sind auf CG genommen, welche auf AB senkrecht steht, und der Ursprung der Koordinaten ist in G.

Wenn $x = 0$, so ist $y = \infty$; daher ist AB die Asymptote der Konchoide.

Da $y = \frac{(b \pm x)}{x} \cdot \pm \sqrt{(a^2 - x^2)}$, so gehören zu jedem x zwei gleiche 10 und entgegengesetzte y, so daß CG die Konchoide in zwei ähnliche Hälften theilt.

Aus der letzten Gleichung für y sieht man, daß x nicht größer werden darf 11 als a, weil sonst eine unmögliche Quadratwurzel entsteht. Man kann dieses auch in der Konstruktion erkennen; denn IE = HG = a ist entweder die Hypotenuse in dem Dreiecke mEI, also größer als Im = HL = x; oder es kommt bei der Drehung IE bis in die Lage GH, und da ist es = a.

12 Man kann jede Gleichung zwischen zwei veränderlichen Größen durch Linien ausdrücken oder konstruiren.

Man drückt nämlich die bekannten oder beständigen Größen durch Zahlen aus, giebt dem x nach und nach verschiedene Werthe, und sucht die dazu gehörigen Werthe in Zahlen. Man zieht darauf eine beliebige Direktrisse oder Abszissenlinie, und nehme in derselben einen beliebigen Punkt zum Ursprunge der Koordinaten. Die angenommenen Werthe von x trägt man als Abszissen auf diese Direktrisse vom angenommenen Punkte aus; am Ende jeder Abszisse errichtet man eine senkrechte Linie, als Ordinate, und macht sie dem zur Abszisse gehörigen Werthe von y gleich. Hat man auf solche Weise eine hinreichende Menge von Koordinaten erhalten, so zieht man durch die Enden der Ordinaten eine krumme Linie; diese Kurve drückt dann die gegebene Gleichung aus.

13 Beispiel.

Es sei $y^3 = ax^2$. Man setzt $a = 10$; alsdann ist $y^3 = 10x^2$, oder $y = \sqrt[3]{10x^2}$. Nimmt man nun für x folgende Werthe, so wird y zu folgenden Größen:

$$x = 0 \text{ giebt } y = \sqrt[3]{10 \cdot 0} = \sqrt[3]{0} = 0;$$
$$x = 1 \text{ giebt } y = \sqrt[3]{10 \cdot 1} = \sqrt[3]{10} = 2{,}1544;$$
$$x = 2 \text{ giebt } y = \sqrt[3]{10 \cdot 4} = \sqrt[3]{40} = 3{,}4200;$$
$$x = 3 \text{ giebt } y = \sqrt[3]{10 \cdot 9} = \sqrt[3]{90} = 4{,}4814;$$
$$\text{ꝛc.} \qquad \text{ꝛc.}$$

Man nimmt alsdann, Tafel XXXV, D, Fig. 239, AB zur Direktrisse, und macht nach irgend einem gleichtheiligen Maaßstabe:

$AC = 1$, $CD = 2{,}1544$; $AE = 2$, $EF = 3{,}4200$; $AG = 3$, $GH = 4{,}4814$ ꝛc.

Zieht man nun die Kurve AH durch die Punkte D, F, H u. s. w., so stellt dieselbe die Gleichung $y = \sqrt[3]{10x^2}$, oder $y^3 = 10x^2$ dar. Anstatt 10 kann der beständigen Größe auch jeder andere bestimmte Werth beigelegt werden.

14 Will man die algebraischen Linien verschiedener Ordnungen als ein vollständiges System darstellen: so gehört die gerade Linie zur ersten Ordnung, und sie ist die einzige ihrer Art (vergl. S. 1729 Nr. 33); jede Gleichung des ersten Grades kann also, wenn sie nur überhaupt einen möglichen Werth darstellt, vermittelst der geraden Linie konstruirt werden.

Die krummen Linien fangen also bei der zweiten Ordnung an; die n. Ordnung der algebraischen Linien überhaupt ist also die $(n - 1)$. Ordnung der krummen Linien überhaupt.

15 Außer den verschiedenen Ordnungen werden die algebraischen Linien noch in ihre verschiedenen Gattungen eingetheilt. Zu einer und derselben Gattung gehören alle die Linien, deren Gleichungen sich

durch nichts Anderes als durch die Exponenten der Potenzen von x und y unterscheiden. Man pflegt eine solche Gattung durch eine allgemeine Gleichung auszudrücken, in welcher die Exponenten unbestimmt gelassen werden, während die Form und Zahl der Glieder die Gattung anzeigt.

Beispiele.

1) $y^m = a^n . x^{m-n}$ ist die allgemeine Gleichung der Parabeln.

Im zweiten Gliede machen beide Exponenten $n + m - n = m$ aus. Welche Werthe also auch m und n haben mögen, so werden die Dimensionen oder Exponentensummen beiderseits gleich sein. Es sei $m = 2$, $n = 1$, so hat man $y^2 = ax$, welches die gemeine Parabel ist, wenn man unter a den Parameter versteht (vergl. S. 1199 Nr. 6). Es sei $m = 3$, $n = 2$, so ist $y^3 = a^2x$; es sei $m = 3$, $n = 1$, so ist $y^3 = ax^2$; beides sind kubische Parabeln, oder von der dritten Ordnung.

2) $y^m = a^n x^{m-n} - x^m$ ist die allgemeine Gleichung für die Gattung der Kreise.

Ist $m = 2$, $n = 1$, so hat man: $y^2 = ax - x^2$, der gemeine Kreis (vergl. S. 1194 Nr. 6). Ist $m = 3$, $n = 2$, so ist $y^3 = a^2x - x^3$; ist $m = 3$, $n = 1$, so ist $y^3 = ax^2 - x^3$; beides sind kubische Kreise, oder Kreise von der dritten Ordnung. Solche Kreise von höheren Ordnungen haben aber nicht die runde Figur, und auch nicht die andern Eigenschaften des gemeinen Kreises.

3) $y^m = p^n x^{m-n} - \left(\frac{p}{a}\right) x^m$ ist die allgemeine Gleichung für die Gattung der Ellipsen.

Es sei $m = 2$, $n = 1$, so ist $y^2 = px - \frac{px^2}{a}$, die gemeine Ellipse (vergl. S. 1199 Nr. 6). Der Bruch $\frac{p}{a}$ besteht aus beständigen Größen, bildet also keine Dimension im obigen Sinne, welche nur bei den Veränderlichen gezählt wird.

4) $y^m = p^n x^{m-n} + \left(\frac{p}{a}\right) x^m$ ist die allgemeine Gleichung für die Gattung der Hyperbeln.

Es sei $m = 2$, $n = 1$, so ist $y^2 = px + \frac{px^2}{a}$, die gemeine Hyperbel (vergl. S. 1199 Nr. 6).

5) $x^n . y^m = a^{m+n}$ ist die allgemeine Gleichung für die Gattung der Hyperbeln zwischen ihren Asymptoten. Wenn $m = 1$ und $n = 1$, so ist $xy = a^2$ für die gemeine Hyperbel zwischen den Asymptoten (vergl. S. 2092 Nr. 15 u. 16).

Wie man bei den Berechnungen des Kreises den Radius desselben gleich 1 zu setzen pflegt, so wird bei den Gleichungen der Kurven überhaupt sehr oft der Parameter, oder eine andere beständige Größe gleich 1 gesetzt. Die arithmetischen Operationen erhalten dadurch in vielen Fällen eine große Erleichterung.

16

17 Kommt bei der Gleichung einer krummen Linie eine beständige Größe vor, die sonst keinen besondern Namen hat, so kann sie Parameter genannt werden; welcher Name alsdann eine viel weitere Bedeutung als bei den Kegelschnitten hat. Ist z. B. $y^3 = axy + 4x^3$ die Gleichung einer Kurve, so ist a der Parameter derselben. Kommen in einer solchen Gleichung mehrere beständige Größen vor, wie a, b, c, so kann man setzen $b = ma$, $c = na$, wo dann m und n gewisse Zahlen bezeichnen. Es lassen sich also alle Parameter derselben Kurve auf eine einzige reduziren.

18 Wie sehr auch die Gleichung einer Kurve verändert, und wie auch die Lage der Koordinaten einer Kurve beschaffen sein mag, so bleibt dennoch jede krumme Linie so an ihre Ordnung gebunden, daß das Verhältniß der Koordinaten stets durch eine Gleichung vom selben Grade ausgedrückt wird.

19 Wie für die einzelnen Gattungen, so lassen sich auch für die einzelnen Ordnungen der Linien allgemeine Gleichungen aufstellen:

1) $a + by + cx = 0$ ist die allgemeine Gleichung der Linien der ersten Ordnung, oder der geraden Linien.

2) $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 = 0$ ist die allgemeine Gleichung der Linien der zweiten Ordnung.

3) $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 + gy^3 + hxy^2 + ix^2y + kx^3 = 0$ ist die allgemeine Gleichung der Linien der dritten Ordnung.

Diese allgemeinen Gleichungen kann man nun leicht nach dem binomischen Satze, namentlich nach der S. 515 Nr. 11 dargestellten Reihenfolge der Potenzen, weiter bilden. Zu dieser Bildung ist das sogenannte analytische oder algebraische Dreieck erfunden:

$$\begin{array}{ccccccccc} &&&& a &&&& \\ &&& by && cx &&& \\ && dy^2 && exy && fx^2 && \\ & gy^3 && hxy^2 && ix^2y && kx^3 & \\ ly^4 && mxy^3 && nx^2y^2 && px^3y && qx^4. \end{array}$$

Man sieht leicht, wie es beliebig fortgesetzt werden kann; jede horizontale Reihe giebt Potenzen von einerlei Grad, und wie der Exponent von y abnimmt, nimmt derjenige von x zu. Die schiefliegenden Seiten geben in der einen Richtung die Aufeinanderfolge der Potenzen einer Veränderlichen; in der andern Richtung die Glieder, in denen die gleichen Potenzen der Veränderlichen enthalten sind.

Eine Aufgabe heißt unbestimmt, wenn die Gleichung, durch welche sie aufgelöst wird, zwei oder mehr unbekannte Größen enthält. Sind nur zwei darin enthalten, so läßt sich die Gleichung dieser unbestimmten Aufgabe durch eine Linie konstruiren, und diese Linie heißt dann der geometrische Ort dieser Aufgabe.

§. 309. Allgemeine Sätze von den transszendenten Kurven.

Wenn eine veränderliche Größe y so durch eine andere veränderliche x be- 1 stimmt wird, daß sich zwischen beiden keine algebraische Gleichung (vrgl. S. 2119 Nr. 1 u. 2) geben läßt: so heißt y eine transszendente Funktion von x.

Es gehört alsdann auch zu einem x eine größere Menge von y, als deren Zahl angegeben werden könnte. Eine Linie heißt transszendent, wenn ihre Punkte durch transszendente Funktionen bestimmt werden. Es giebt in ihnen für jede Abszisse unzählig viele Ordinaten. Die transszendenten Funktionen enthalten nämlich veränderliche Exponenten der veränderlichen Größen (vergl. S. 2119 Nr. 2).

Eine transszendente Linie ist also eine Linie von einer unendlichen 2 Ordnung anzusehn; obgleich viele von den unzähligen Ordinaten unmögliche sein können.

Es sei die krumme Linie, Tafel XXXV, D, Fig. 232, von der n. Ordnung; 3 man will wissen, in wie viel Punkten aufs höchste sie von einer gegebenen geraden Linie PMN geschnitten werden kann.

Man stelle sich eine Reihe von Koordinaten vor, welche mit der geraden Linie PMN parallel gehen, und suche die Gleichung der krummen Linie für dieselben, und die Abszisse AP auf einer willkürlichen Abszissenlinie. In dieser Gleichung kann keine höhere Potenz von y als die n. enthalten sein (vergl. S. 2119 Nr. 2). Es kann also die Abszisse AP nicht mehr als n Ordinaten haben; folglich kann auch keine gerade Linie die Kurve in mehr als n Punkten schneiden.

Hieraus folgt, daß eine transszendente Linie, welche gleichsam von einer unendlichen Ordnung ist, auch in unzählig vielen Punkten von einer geraden Linie geschnitten werden kann.

Läßt sich umgekehrt von einer Kurve beweisen, daß sie von einer geraden 4 Linie in unzählig vielen Punkten geschnitten werden kann, so ist damit dargethan, daß die Kurve eine transszendente Linie ist. Weil die Berechnung der transszendenten Größen durch Logarithmen geschieht, so heißen die transszendenten Linien auch logarithmische Linien. Die beiden am häufigsten vorkommenden transszendenten Linien sind die Spirallinie oder Schneckenlinie, und die Radlinie oder Cykloide.

Die bisher betrachteten Kurven hatten ihre Ordinaten parallel; bei der 5 Spirallinie entspringen die Ordinaten sämmtlich aus einem Punkte, und bilden daher einen veränderlichen Winkel.

Stellt man sich vor, daß sich eine gerade Linie um einen unverrückten Punkt 6 in einer Ebene herumdreht, und daß ein beweglicher Punkt, welcher in derselben geraden Linie allmälig seine Lage ändert, eine krumme Linie beschreibt: so heißt der unverrückte Punkt der Pol der krummen Linie. Der Theil der geraden Linie vom Pole bis zum beweglichen Punkte ist ein Vektor; der Winkel den die gerade Linie seit dem Anfange ihrer Bewegung beschrieben hat,

heißt der Polarwinkel; und eine auf solche Art beschriebene Kurve kann man Polarlinie nennen.

7 Es giebt zwei Arten der Spiral- oder Schneckenlinie: die gemeine, oder nach dem berühmten Griechischen Mathematiker Archimedes, welcher sie zuerst behandelte, die Archimedische Spirallinie genannt, die andere Art heißt die logarithmische Spirallinie.

8 Die gemeine oder Archimedische Schneckenlinie entsteht folgendermaaßen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 240, A ein fester Punkt, um welchen sich die Linie AE mit gleichförmiger Bewegung dreht, und den Kreis EDGE beschreibt. In derselben Linie befinde sich der Punkt C, welcher vom Mittelpunkte A aus mit gleichförmiger Bewegung bis zur Peripherie des Kreises geht, so daß er dieselbe etwa in E erreicht.

Die Bewegung der Linie AE um den Punkt A heißt Winkelbewegung, und ist eine gleichförmige, wenn sie in gleichen Zeiten ihre Lage um gleiche Winkel ändert.

Es können nun zwischen der Winkelgeschwindigkeit der Linie AE und der Geschwindigkeit des Punktes C die verschiedensten Verhältnisse stattfinden.

Es kann z. B. ein solches sein, daß der Punkt C den Halbmesser AE in derselben Zeit durchläuft, in welcher sich dieser Radius selbst einmal um A bewegt, und den Kreis vollendet; alsdann bildet der krumme Weg des Punktes eine Spirallinie, wie die im ersten Kreise von Fig. 240.

Es kann aber auch das Verhältniß ein solches sein, daß der Punkt C schon dann in E die Peripherie erreicht, wenn der Radius AB sich erst bis zur Lage AE gedreht hat, wie im zweiten Kreise von Fig. 240.

Endlich kann das Verhältniß zwischen der Winkelgeschwindigkeit des Halbmessers AE und der Geschwindigkeit des Punktes C auf dem Radius ein solches sein, daß der Halbmesser AE zwei oder mehrmal die Peripherie beschreibt, ehe der Punkt C den Halbmesser einmal durchläuft. Dreht sich z. B. der Halbmesser zweimal von E durch D bis E, bevor der Punkt C einmal den Radius durchläuft, und die Peripherie bei E erreicht: so entsteht eine solche Spirallinie, wie im dritten Kreise von Fig. 240.

9 Aufgabe.

Eine Gleichung der Spirallinie zu finden.

Auflösung.

Da beide Bewegungen, durch welche die Spirallinie erzeugt wird, einförmig sind, so folgt, daß in der Zeit, da der Punkt D einen gewissen Theil, z. B. $\frac{2}{3}$ des Bogens BE (im mittleren Kreise der Fig. 240) durchläuft, der Punkt C zugleich einen ähnlichen Theil, z. B. $\frac{2}{3}$ des Halbmessers durchlaufen müsse, damit er in E eintrifft, wenn der Radius die Lage AE erreicht hat, es ist also:

$$BE : BD = AD : AC; \text{ oder } BE : AD = BD : AC.$$

Es sei nun der bekannte Radius AD $= r$; der bekannte Bogen BE $= c$ für den Radius 1, also für den Radius r ist BE $= rc$; der Bogen oder Polarwinkel BD $= \varphi$ für den Radius 1, also für den Radius r ist BD $= r\varphi$.

Bezeichnet man nun den Vektor AC mit v, so ist die obige Proportion:

$$\text{I)} \quad rc : r = r\varphi : v; \text{ oder } c : 1 = r\varphi : v; \text{ also } v = \frac{r}{c} \cdot \varphi.$$

Sieht man den Quotienten $\frac{r}{c} = n$ als bekannt an, so ist $v = n\varphi$.

Dies ist die Gleichung für die gemeine Spirallinie. Je nachdem der Bogen BE kleiner, oder eben so groß, oder größer ist, als die Peripherie, so ist das Verhältniß $n = \frac{r}{c}$ größer, oder eben so groß, oder kleiner als das Verhältniß der Peripherie zum Radius.

Verlängert man im ersten Kreise der Fig. 240 die Spirallinie über die Peripherie des Kreises hinaus, etwa bis M, und zieht den Vektor AM, und bezeichnet seinen Schnittpunkt mit der Peripherie durch P, seinen Schnittpunkt mit der Spirallinie innerhalb des Kreises ebenfalls wieder durch M, so hat man: 10

$$\text{II)} \quad 360^0 : \angle \text{EAP} = r : \text{AM} = r : v; \text{ also } v = \frac{r}{360^0} \cdot \varphi.$$

Da hier statt des c in der Gleichung I die ganze Peripherie in die Proportion kommt, so wird das Verhältniß $\frac{r}{c} = \frac{r}{360^0}$, wie oben gesagt.

Setzt man AM $= y$, und den Bogen EP $= x$, und die Peripherie $= p$, so hat man: 11

$$\text{III)} \quad p : x = r : y; \text{ also } py = rx; \text{ oder } y = \frac{rx}{p}$$

Dies ist ebenfalls eine Gleichung für die Schneckenlinie, bei welcher aber die Koordinatenbezeichnungen andre Werthe als bei den vorigen Linien haben, denn es ist $y = v$ der Vektor, und $x = \varphi$ der Polarwinkel für diesen Vektor.

Für $x = 0$ ist auch $y = 0$. So lange x kleiner als p, ist $y < r$; es fällt daher M innerhalb des Kreises; für $x = p$ ist $y = r$, d. h. der Endpunkt des Vektors fällt in die Peripherie: für $x > p$ fällt M außerhalb des Kreises (siehe tiefer unten bei 15). 12

Wenn zwei Zeiten T und t, die beiden in ihnen beschriebenen Winkel oder Bogen S, s sind, so hat man: $T : t = S : s$. 13

Bezeichnet man die Zeit des ganzen Umlaufs, oder des Weges durch den ganzen Radius mit T; die Zeit, in welcher der Winkel EAP $= x$ beschrieben wird, mit t, so hat man $T : t = p : x$; aber auch nach Gleichung III, $r : \text{AM} = p : x$; oder $r : y = p : x$; daher: 14

$$\text{IV)} \quad T : t = r : y; \text{ also } y = \frac{rt}{T}$$

Nachdem die Linie AE ihren Umlauf vollendet hat, kann sie sich noch weiter drehen; kommt sie nun zum zweiten Male in die Lage AP, so ist der Po- 15

larwinkel $360^\circ + EAP$, und der zugehörige Bogen $= p + x$. Der bewegliche Punkt C kann seine Bewegung über das Ende des Radius hinaus verlängern, und also nun in dem äußern M sein, das mit 2M bezeichnet werden mag; man hat also: $p : (p + x) = r : (A2M)$; oder $A2M = \frac{r \cdot (p + x)}{p} = r + \frac{rx}{p}$ $= r + AM = y$.

Nach Vollendung des zweiten Umlaufs kann der Umlauf zum dritten Male wiederholt werden; und wenn die Linie zum dritten Male in die Lage AP kommt, so hat sie den Polarwinkel $= 720^\circ + EAP = 2p + x$ beschrieben; der bewegliche Punkt muß sich dann in 3M befinden, und es wird seine Entfernung von A oder der Vektor $y = 2r + AM$.

Man sieht also im Allgemeinen, daß der bewegliche Punkt um die Länge $n \cdot r + AM$ von A entfernt sein muß, wenn die Linie nach n vollendeten Umläufen zum $n + 1$. Mal in die Lage AP kommt, da aber n so groß werden kann als man will, so giebt es in einer Linie AP unzählig viele Punkte M, 2M, 3M u. s. f.

Sieht man nun den Bogen $EP = x$ als Abszisse an, und die jedesmalige Entfernung M, 2M, 3M u. s. f. als y oder Ordinate an: so gehört eine unendliche Menge y zu *einem* x; es ist also (vergl. S. 2125 Nr. 1) die Spirallinie eine *transszendente* Kurve.

16 *Die Theile* der Kurve selbst, welche beim ersten, zweiten, dritten u. s. w. Umlaufe des Halbmessers beschrieben werden, heißen zuweilen die *erste*, *zweite*, *dritte* u. s. w. *Spirallinie*, genauer die *erste*, *zweite* u. s. w. *Windung* derselben.

17 Zwischen den beiden Geschwindigkeiten des Punktes P auf der Peripherie, und des Punktes M auf dem Radius und dessen Verlängerung, oder zwischen x und y kann man auch ein anderes Verhältniß annehmen, als das obige $p : r$; z. B. man kann setzen $y : x = \sqrt[m]{r^n} : \sqrt[m]{p^n} = y^m : x^m = r^n : p^n$; daher $r^n \cdot x^m = p^n \cdot y^m$, eine Gleichung, welche unzählig viele Spirallinien enthält.

18 Es beschreibe, Tafel XXXV, D, Fig. 241, der Halbmesser AB einen Kreis mit gleichförmiger Bewegung um den Punkt A. In diesem Halbmesser sei ein Punkt D, der sich dem Mittelpunkte A nähert, doch so, daß AD *nach einer geometrischen Progression abnimmt*; alsdann wird die vom Punkte D beschriebene Kurve BDE eine *logarithmische Spirallinie*.

Es kann auch die Entfernung AD *nach einer geometrischen Progression zunehmen*; alsdann fällt die logarithmische Spirallinie außerhalb des Kreises.

Soll der Vektor AD nach einer geometrischen Progression abnehmen, deren Sätze ohne Ende abnehmen, so fällt die logarithmische Spirallinie niemals in ihren Pol, sondern wendet sich ohne Ende um denselben herum. Wenn sie außerhalb des Kreises fortgesetzt wird, so windet sie sich ebenfalls ohne Ende um ihn herum, und breitet sich immer weiter und weiter aus.

19 Weil der Bogen BC nach einer arithmetischen Progression zunimmt, und

der Vektor nach einer geometrischen abnimmt, so ist (vergl. S. 534 Nr. 8, S. 539 Nr. 14 u. S. 541 Nr. 2):

V) BC = Log . AD.

Es sei der Halbmesser AB = r; der Bogen BC = φ für den Radius 1, also für den Radius r ist BC = rφ; es sei AD = v. Der natürliche Logarithmus von v sei lv, so ist der Logarithmus von v = Mlv in einem andern Systeme, welches M zum Modulus hat (vergl. S. 573 und S. 1149). Man hat also:

VI) rφ = Mlv; ist r = 1 und M = 1, so hat man lv = φ.

20 Es werde, Tafel XXXV, D, Fig. 242, ein Kreis α in einer Ebene längs einer geraden Linie AB so gerollt, daß er dieselbe beständig berührt. Während dieser Bewegung wird jeder bestimmte Punkt des Umkreises, wie E' oder C, auf der Ebene eine krumme Linie beschreiben, welche die einfache Cykloide, oder einfache Radlinie heißt. Um diese Linie ganz zu erhalten, muß man den Kreis so lange rollen, bis der beschreibende Punkt, welcher die gerade Linie im Anfange bei A berührte, sie wieder in B berührt. Eine solche Linie beschreibt z. B. jeder Nagel am Umfange eines Wagenrades, wenn der Wagen gerade fortfährt; daher der Name der Radlinie.

Die gerade Linie AB heißt die Basis der Cykloide; die senkrechte Linie CD, welche gerade über der Mitte von AB steht, heißt die Axe; der Kreis α heißt der beschreibende oder erzeugende Kreis. Er hat die Axe CD zum Diameter. Der Punkt E' heißt der beschreibende Punkt; der Punkt C ist der Scheitel der Cykloide.

21 Während der Kreis α, Tafel XXXV, D, Fig. 243, mit dem Ende C oder E seines Halbmessers αC oder KE die einfache Cykloide ACB beschreibt, möge der verlängerte Halbmesser αI oder KL ebenfalls eine krumme Linie GLIH beschreiben; diese wird dann die verkürzte Cykloide genannt, weil die Basis GH in Vergleich mit dem Umfange der krummen Linie kürzer ist, als bei der einfachen Cykloide. Es ist hierbei der erzeugende Kreis nicht mehr der Kreis α, sondern ein größerer, dessen Radius αI oder KL, und dessen Durchmesser die Axe IF ist.

22 Während der Kreis α, Tafel XXXV, D, Fig. 244, mit dem Ende C seines Halbmessers αC die einfache Cykloide ACB beschreibt, sei in diesem Halbmesser ein Punkt H, welcher näher am Mittelpunkt liegt, und ebenfalls eine krumme Linie FHG beschreibt; diese heißt die verlängerte Cykloide, weil die Basis FG im Vergleich mit dem Umfange der Kurve länger ist, als bei der einfachen Cykloide. Der erzeugende Kreis ist hier derjenige, welcher αH zum Halbmesser, oder die Axe HE zum Durchmesser hat.

23 Zur mechanischen Beschreibung der Cykloide dient eine runde Scheibe von Holz oder Metall, die man längs einem Lineale rollt, nachdem man einen Stift an der Scheibe befestigt hat; befindet sich der Stift am Umfange, so giebt er eine einfache; befindet er sich weiter vom Mittelpunkt, an einem verlängerten Arme, so giebt er die verkürzte; befindet er sich näher am Mittelpunkte, so

giebt er die verlängerte Cykloide. Bei der verkürzten muß entweder das Lineal wenig Breite haben, oder etwas erhöht sein, damit der verlängerte Arm mit dem Stifte unter demselben durchgehn kann, um die Kurve bis zur Basis zu verlängern. Damit die Scheibe nicht ausgleitet, oder zurückbleibt, kann man einen Faden mit dem einen Ende am Umfange der Scheibe, mit dem andern am Ende des Lineals befestigen, ihn dann auf die Scheibe aufwinden, und dann, straff gehalten, längs dem Lineal abwickeln, wodurch sowohl das Ausgleiten, als auch das Zurückbleiben der Scheibe verhindert ist.

24 In der einfachen Cykloide, Fig. 242, ist der Bogen EF des erzeugenden Kreises, welcher die Grundlinie AB schon berührt, und auch schon den Theil AE der Cykloide beschrieben hat, gleich dem Theil AF der Basis, auf welcher er gerollt ist.

Anfänglich war nämlich der Punkt E' der unterste, und traf mit dem Punkte A der Grundlinie AB zusammen, und der Punkt F hatte damals die Stellung welche jetzt G hat; nachdem der Kreis angefangen zu rollen, haben alle einzelnen Theile des Bogens EF nach und nach auf den einzelnen Theilen der Linie AF gelegen, oder dieselben gedeckt; daher sind diese Theile beiderseits gleich, also auch ihre Summen einander gleich, d. h. der Bogen EF = der Geraden AF.

In der einfachen Cykloide ist also auch die ganze Basis gleich der ganzen Peripherie des erzeugenden Kreises; und die halbe Basis gleich dem halben Umkreise, indem alle kleinsten Theile des ganzen oder des halben Umkreises nach und nach auf allen kleinsten Theilen der ganzen oder der halben Basis gelegen haben.

25 Aufgabe.

Wenn der Radius aF' = r des beschreibenden Kreises, und die Länge AF der Basis gegeben ist, den Winkel EaF zu finden, um welchen sich der beschreibende Kreis gedreht hat, damit sein Peripheriepunkt F den Punkt F der Basis deckt.

Auflösung.

Es sei $2\pi r$ die Peripherie des beschreibenden Kreises (vrgl. S 732 Nr. 15); ferner AF = EF = n, d. h. gleich dem Bogen, um welchen der Kreis gerollt ist; man hat alsdann (vergl. S. 734 Nr. 17):

$$n : 2r\pi = \angle EaF : 360^\circ; \text{ also } \angle EaF = \frac{360^\circ \cdot n}{2r\pi} = \frac{180^\circ \cdot n}{r\pi}$$

26 Für jede Stelle des Mittelpunktes α oder a ist also auch die Stelle von E gegeben, sobald man weiß, welch ein Winkel in einem gegebenen Kreise zu einem Bogen von gegebener Länge gehört (vergl. Bd. II, Tafel XLI, S. 303).

27 Für $n = r\pi$ ist $\angle EaF = 180^\circ$; d. h. hat sich der beschreibende Kreis gerade um die Hälfte seiner Peripherie gerollt: so ist die Stelle des beschreibenden Punktes C. Der Halbkreis CHD ist dann derselbe, welcher in der ersten Lage D'E'F' war, nämlich D' ist nach unten, und E' nach oben in C gekommen.

Durch einen beliebigen Punkt E der Cykloide ziehe man $E\alpha'$ parallel mit 28 der Basis AB; diese Linie $E\alpha'$ schneidet den Durchmesser des beschreibenden Kreises in α und α'.

Es ist (nach 24) $AD = AF'D'$, d. h. gleich dem halben Umfange, und $AF =$ dem Bogen $EF =$ Bogen DH. Daher: $AD - AF = FD = CHD - HD =$ Bogen CH. Es ist aber $FD = E\alpha' - E\alpha = E\alpha' - H\alpha' = EH$; man hat also:

$$\text{VII)} \quad FD = EH = \text{Bogen } CH.$$

Nimmt man die Ordinaten von der Axe aus bis zu den einzelnen Punkten der Cykloide, so ist $E\alpha'$ eine Ordinate; alsdann ist EH derjenige Theil derselben, welcher zwischen der Cykloide und dem auf der Axe beschriebenen erzeugenden Kreise liegt; CH ist aber derjenige Bogen, welcher vom Scheitel C an gerechnet, und durch die Ordinate abgeschnitten wird. Mit Worten ausgedrückt heißt also die Gleichung VII: in der einfachen Cykloide ist derjenige Theil einer Ordinate, welcher zwischen der Cykloide und dem auf der Axe beschriebenen erzeugenden Kreise liegt, gleich demjenigen Bogen dieses Kreises, welcher zwischen dem Scheitel der Cykloide und der Ordinate liegt. Bezeichnet man solchen Theil jeder beliebigen Ordinate mit u, und solchen Bogen mit β, so hat man im Allgemeinen:

$$\text{VIII)} \quad u = \beta,$$

welches eine von den Gleichungen der Cykloide ist.

Bezeichnet man die ganze Ordinate $E\alpha'$ mit y, und nimmt die Abszissen 29 vom Scheitel aus; also $C\alpha' = x$, so sieht man, daß x der Sinus versus des von der Ordinate abgeschnittenen Bogens β ist. Setzt man ferner die ganze Axe $CD = 2$, so hat man nach der Koordinatengleichung für den Kreis (vergl. S. 1194 Nr. 6) $H\alpha' = \sqrt{(2x - x^2)}$.

Die ganze Ordinate $E\alpha'$ besteht aus den beiden Stücken EH und $H\alpha'$; nun ist nach der Gleichung VII, $EH = CH = \text{Arc sin vers } x$, und nach der zuletzt erwähnten Kreisgleichung ist $H\alpha' = \sqrt{(2x - x^2)}$, man hat also:

$$\text{IX)} \quad y = \text{Arc sin vers } x + \sqrt{(2x - x^2)};$$

dies ist also die Gleichung für die einfache Cykloide, wenn die Abszissen vom Scheitel aus auf der Axe und die Ordinaten parallel mit der Grundlinie genommen werden.

Aus dem Vorigen ergiebt sich eine Art, die Cykloide zu beschreiben. Es 30 sei AD gleich dem halben Umfange des beschreibenden Kreises, und CD senkrecht auf AD gleich dem Durchmesser des Kreises. Man beschreibt um AD als Durchmesser den Kreis CHDC; man nimmt von C aus einen willkürlichen Bogen CH, zieht durch den Punkt H parallel mit der Basis AB die Linie $E\alpha'$, und macht $EH =$ Bogen CH; der Punkt E gehört dann zur Cykloide; auf diese Art kann man auf der andern Seite von CD einen entsprechenden Punkt, und durch mehrere Bogen auf beiden Seiten mehrere Punkte finden.

Bei dem Punkte B der Basis hat der beschreibende Kreis völlig die Lage 31 wieder, wie bei A, und kann eine neue rollende Bewegung beginnen, und diese

ohne Ende fortsetzen. Es besteht also die Radlinie aus unzählig vielen ähnlichgleichen Stücken; und wird von der Basis und von den mit der Grundlinie parallel laufenden Linien, deren Abstand von ihr kleiner als der Durchmesser des beschreibenden Kreises ist, in unzählig vielen Punkten geschnitten; daher ist die Cykloide eine transszendente Linie.

32 In der verlängerten oder verkürzten Cykloide verhält sich der Kreisbogen, welcher schon einen Theil der Cykloide beschrieben hat, zu dem dazu gehörigen Theile der Grundlinie, wie der ganze Umfang des erzeugenden Kreises zur ganzen Grundlinie, oder wie der halbe Umfang zur halben Grundlinie.

1) Es werde, Tafel XXXV, D, Fig. 243, eine einfache Cykloide ACB von einem Kreise beschrieben, welcher KE zum Halbmesser hat. Zugleich werde eine verkürzte Cykloide vom Halbmesser KL beschrieben.

Wenn der erzeugende Kreis der einfachen Cykloide deren Grundlinie in A oder B berührt, so muß der Halbmesser KE oder KL senkrecht auf AB stehen; es muß auch AG = BH = EL sein; hieraus folgt, daß AB und GH einander parallel und gleich sind. Zieht man MN senkrecht auf beide Grundlinien AB und GH, so ist auch AM = GN. Daher ist mit Berücksichtigung von 24:

AM = GN = Bogen ME.

Es ist ferner (vergl. S. 733) Bogen ME : Bogen NL = KM : KN; also auch GN : Bogen NL = KM : KN; es verhalten sich aber die Radien wie die Umkreise, also KM : KN = Kreis MEM : Kreis NLN.

Es ist aber nach 24 auch der Kreis MEM = AB = GH; daher KM : KN = GH : Kreis NLN. Da nun auch GN : Bogen NL = KM : KN, so hat man:

X) GN : Bogen NL = GH : Kreis NLN.

Es ist aber NLN der Umkreis des erzeugenden Kreises der verkürzten Cykloide von ihr bewiesen.

2) Es werde ferner, Tafel XXXV, D, Fig. 244, eine einfache Cykloide ACB von einem Kreise beschrieben, welcher αC zum Halbmesser hat. Zugleich werde eine verlängerte Cykloide vom Halbmesser αE beschrieben.

Wenn der erzeugende Kreis der einfachen Cykloide deren Grundlinie in A oder B berührt, so muß auch der Halbmesser αD oder αE senkrecht auf AB stehen; es muß auch FA = BG = ED sein; hieraus folgt, daß AB und FG gleich und parallel sind.

Zieht man ED senkrecht auf AB und FG, so ist auch AD = FE. Daher ist nach 24:

AD = FE = Bogen DC.

Es ist ferner (vergl. S. 733) Bogen DC : Bogen EH = αD : αE; also auch FE : Bogen EH = αD : αE; es verhalten sich aber die Radien wie die Umkreise, also αD : αE = Kreis DCD : Kreis EHE.

Es ist aber nach 24 auch Kreis DCD = AB = FG; daher αD : αE = FG : Kreis EHE. Da nun auch FE : Bogen EH = αD : αE, so hat man:

XI) FE : Bogen EH = FG : Kreis EHE.

Es ist aber EHE der Umkreis des erzeugenden Kreises der verlängerten Cykloide, demnach ist auch von ihr der obige Satz bewiesen.

Bezeichnet man den Bogen des beschreibenden Kreises, welcher schon einen Theil einer verkürzten oder verlängerten Cykloide beschrieben hat, mit β; den dazu gehörigen Theil der Grundlinie mit g; die ganze Grundlinie mit G, und den Umkreis des beschreibenden Kreises mit U, so hat man aus den beiden Gleichungen X und XI, wenn man die Glieder ein wenig versetzt:

$$\text{XII)} \quad \beta : g = U : G.$$

33 Wenn man in der verlängerten wie in der verkürzten Cykloide den erzeugenden Kreis auf der Axe beschreibt, so verhält sich der zwischen diesem Kreise und der Cykloide befindliche Theil der Ordinate zu dem zwischen ihr und dem Scheitel liegenden Kreisbogen, wie die Grundlinie zum Umkreise des erzeugenden Kreises.

Es ist, Tafel XXXV, D, Fig. 245, sowohl in der verkürzten wie in der verlängerten Cykloide, BD : Bogen DGE = BA : Bogen AC; oder BD : BA = Bogen DGE : Bogen AC; oder da Bogen AC = Bogen DG; BD : BA = Bogen DGE : Bogen DG; folglich hat man (vergl. S. 539 Nr. 13):

$$(BD - BA) : BD = (DGE - DG) : DGE,$$

oder AD : BD = Bogen GE : Bogen DGE; oder AD : Bogen GE = BD : Bogen DGE.

Es ist AD = HI, und HI + HG = CG + GH, da beide Kreise sich gleich sind, also HI = CG, oder AD = CG. Setzt man in die letzte Proportion CG statt AD, so hat man:

$$CG : \text{Bogen } GE = BD : \text{Bogen } DGE; \text{ oder } CG : \text{Bogen } GE = 2BD : 2\,\text{Bogen } DGE.$$

Da 2BD die ganze Grundlinie, und 2 Bogen DGE der ganze Umkreis des erzeugenden Kreises ist, so enthält die letzte Proportion den obigen Satz.

34 Es verhalte sich die Grundlinie der verkürzten oder verlängerten Cykloide zum Umfange des erzeugenden Kreises wie b : c, alsdann hat man nach dem letzten Satze:

$$\text{XIII)} \quad CG : \text{Bogen } GE = b : c; \text{ also } CG = \frac{b}{c} \cdot \text{Bogen } GE.$$

Nimmt man nun die Abszissen vom Scheitel E aus, so ist EI = x, und IC = y; es ist ferner y = CG + GI; es ist auch der Bogen GE derjenige, dessen Sinus versus x ist; ferner ist nach der Koordinatengleichung für den Kreis (vergl. S. 1194 Nr. 6), wenn man die ganze Axe, oder den ganzen Diameter ED = 2 setzt; $GI = \sqrt{(2x - x^2)}$; daher:

$$\text{XIV)} \quad y = \frac{b}{c} \cdot \text{Arc sin vers } x + \sqrt{(2x - x^2)}.$$

Diese Gleichung gilt für alle drei Arten der Cykloide; denn ist b = c, so ist es die einfache Cykloide; ist b < c, so ist es die verkürzte Cykloide; ist b > c, so ist es die verlängerte Cykloide.

35 Um die Cykloide zu rektifiziren hat man (vergl. S. 1208 Nr. 27), wenn dz das Differential ihres Bogens bezeichnet, die Gleichung $dz = \sqrt{(dx^2 + dy^2)}$ Es ist zuerst (vergl. S. 1158 Nr. 17) $d \cdot \text{Arc sin vers } x = \frac{dx}{\sqrt{(2x - x^2)}}$. Ferner ist $d\sqrt{(2x - x^2)} = d(2x - x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{2dx - 2xdx}{2\sqrt{(2x - x^2)}}$, oder wenn man die 2 oben und unten hebt, und den gemeinschaftlichen Faktor dx absondert: $d(2x - x^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{(1 - x)}{\sqrt{(2x - x^2)}} \cdot dx$; man hat also aus der Differentiation der Gleichung XIV:

$$dy = \frac{\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right) \cdot dx}{\sqrt{(2x - x^2)}}; \text{ also } dy^2 = \frac{\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 \cdot dx^2}{2x - x^2}$$

$$\text{also: } dz^2 = dx^2 + dy^2 = dx^2 + \frac{\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 \cdot dx^2}{2x - x^2}; \text{ oder}$$

$$dx^2 + dy^2 = \frac{(2x - x^2)\,dx^2 + \left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 \cdot dx^2}{2x - x^2}$$

Quadrirt man die dreitheilige Größe $\frac{b}{c} + 1 - x$ (vergl. S. 519 u. 520), so hat man:

$$\left(\frac{b}{c} + 1 - x\right)^2 = \frac{b^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{b}{c} + 1 - 2 \cdot \frac{b}{c} x - 2x + x^2;$$

$$\text{daher } dx^2 + dy^2 = dx^2 \cdot \frac{2x - x^2 + \frac{b^2}{c^2} + 2\frac{b}{c} + 1 - 2 \cdot \frac{b}{c} x - 2x + x^2}{2x - x^2}$$

$$\text{oder } dx^2 + dy^2 = dx^2 \cdot \frac{\frac{b^2}{c^2} + 2\frac{b}{c} + 1 - 2 \cdot \frac{b}{c} x}{2x - x^2}$$

Die drei ersten Glieder des Zählers machen das Quadrat eines Binomiums aus, daher:

$$dx^2 + dy^2 = dx^2 \cdot \frac{\left(\frac{b}{c} + 1\right)^2 - \frac{2b}{c} \cdot x}{2x - x^2}$$

Zieht man die Wurzel aus, so hat man:

$$dz = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \cdot \sqrt{\left(\frac{\left(\frac{b}{c} + 1\right)^2 - \frac{2b}{c} \cdot x}{2x - x^2}\right)}$$

Dieses Element könnte durch eine unendliche Reihe integrirt werden, wenn man vorher die irrationale Größe vermöge willkürlicher Koeffizienten in eine solche Reihe verwandelte.

36 Weil in der einfachen Cykloide $b = c$, so wird:

$$\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \cdot \sqrt{\frac{4 - 2x}{2x - x^2}} = dx \cdot \sqrt{\frac{2\,(2 - x)}{x\,(2 - x)}}$$

oder XV) $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = dx \cdot \sqrt{\frac{2}{x}} = x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \cdot \sqrt{2}$

Es ist ferner:

$$z = \int x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \cdot \sqrt{2} = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} \cdot \sqrt{2} + C = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2} + C.$$

$$\int x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx \cdot \sqrt{2} = 2x^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2} + C = 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{2} + C = 2\sqrt{2x} + C.$$

Soll der Bogen der einfachen Cykloide vom Scheitel an gerechnet werden, wo $x = 0$, so wird auch dort der Bogen $= 0$; daher $0 = 0 + C$, also $C = 0$, daher:

$$\text{XVI)} \quad z = 2\sqrt{2x}.$$

Dies ist also der durch x bestimmte Theil der Cykloide, vom Scheitel an gerechnet; wird nun $x = 2$, d. h. gleich der Axe, so hat man:

$$\text{XVII)} \quad z = 2\sqrt{4} = 4,$$

d. h. die halbe Cykloide ist der doppelten Axe gleich; also die ganze Cykloide viermal so groß als ihre Axe; eine merkwürdige Eigenschaft der einfachen Cykloide, indem es vielleicht keine andre Kurve giebt, die sich so leicht rektifiziren läßt.

Zur Quadratur oder Flächenberechnung hat man (vergl. S. 2087 Nr 15), wenn dF das Element der Fläche bezeichnet, die Gleichung $dF = ydx$, demnach für die Cykloide, nach Gleichung XIV, S. 2133: 37

$$\text{XVIII)} \quad dF = ydx = \frac{b}{c} \cdot \text{Arc sin vers } xdx + dx\sqrt{(2x - x^2)}.$$

Um dieses Element zu integriren, müßte man den Bogen, der x zum Sinus versus hat, durch eine unendliche Reihe ausdrücken (vergl. S. 1177 Gleichung VII), und $\sqrt{(2x - x^2)}$ in eine unendliche Reihe verwandeln.

Wenn, Tafel XXXV, D, Fig. 246, der Halbmesser AH einen Viertelkreis GHC beschreibt, und sich zu gleicher Zeit die gerade Linie FI = AH von DG nach CA bewegt, so daß sie das Quadrat DCAG beschreibt, und daß die beiderseitige Bewegung gleichförmig ist: so wird der Punkt E, wo sich der bewegliche Radius AH und die bewegliche Linie FI einander schneiden, eine krumme Linie GEB beschreiben, welche die Dinostratische Quadratrisse, (Quadratrix) heißt. Setzt man die Bewegung bis L, d. h. bis zur Bildung des Halbkreises fort, so ist die Linie noch deutlicher. 38

Wegen der Gleichförmigkeit der erzeugenden Bewegung hat man:

$$GH : GC = GF : GA$$

Es sei der Bogen GH für den Halbmesser $1 = \varphi$; folglich $r\varphi$ für den Halbmesser r. Es sei ferner der Viertelkreis $GC = \frac{1}{2}\pi$ für den Halbmesser 1, folglich $\frac{1}{2}r\pi$ für den Halbmesser r, so ist:

$r\varphi : \frac{r\pi}{2} = GF : r$; also $GF = \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}$; es ist auch $FA = GA - GF$, oder

$FA = r - \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}$; ferner FA : AE = GA : AK. Es ist AK die Sekante des Bogens GH, daher:

$$FA : AE = r : r \cdot \sec \varphi = 1 : \sec \varphi.$$

Es sei nun der Vektor $AE = v$, so ist, indem man für FA seinen obigen Werth setzt:

$$\left(r - \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right) : v = 1 : \sec \varphi;$$

$$\text{also } v = \left(r - \frac{r\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right) \cdot \sec \varphi = r \cdot \left(1 - \frac{\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right) \cdot \sec \varphi.$$

Da ferner nach der Trigonometrie $\text{cosin} : 1 = 1 : \sec$, also $\sec = \frac{1}{\text{cosin}}$ so ist:

$$\text{XIX)} \quad v = \frac{r\left(1 - \frac{\varphi}{\frac{1}{2}\pi}\right)}{\text{cosin } \varphi} = \frac{r\left(\frac{1}{2}\pi - \varphi\right)}{\frac{1}{2}\pi \cdot \text{cosin } \varphi} = \frac{r(\pi - 2\varphi)}{\pi \cdot \text{cosin } \varphi}$$

39 Es drehe sich, Tafel XXXV, D, Fig. 247, eine gerade Linie AB um den Mittelpunkt A, und beschreibe mit einförmiger Bewegung den Kreis GBE. In diesem Halbmesser sei ein Punkt B, um welchen sich ebenfalls mit einförmiger Bewegung eine andere gerade Linie BC herumdreht, während der Punkt B allmälig mit der Linie AB fortrückt. Alsdann beschreibt das Ende C der Linie BC die krumme Linie DCH, welche eine Epizykloide heißt.

Man nehme an, daß beide Halbmesser AB und BC anfänglich in einer geraden Linie AGD gelegen haben; daß sie aber hernach einen Winkel ξ machen, der beständig zunimmt. AC ist der Vektor der Epizykloide. Der Polarwinkel ist eigentlich DAC; man kann indessen den leichter zu bestimmenden Winkel $DAB = \varphi$ nehmen, und ihn vorläufig als Polarwinkel ansehen. Der Kreis GBE, den der größere Halbmesser AB beschreibt, heißt der unbewegliche Kreis, der andere kleinere Kreis, den der Halbmesser BC um den Punkt B beschreibt, heißt der bewegliche Kreis.

Es sei $AB = a$ der Halbmesser des unbewegten, $BC = b$ der Halbmesser des beweglichen Kreises; ferner sei der Vektor $AC = v$.

Man ziehe BC und CL senkrecht auf BF.

Weil die beiden Halbmesser einförmige Bewegung haben, so muß das Verhältniß zwischen φ und ξ immer dasselbe sein; nämlich so vielmal geschwinder oder langsamer sich BC dreht als AB, so vielmal größer oder kleiner ist der Winkel ξ als der Winkel φ. Verhalten sich die Geschwindigkeiten der Umwendungen wie $m : n$, so ist immer $\varphi : \xi = m : n$, also $\xi = \frac{n\varphi}{m}$.

Im rechtwinkligen Dreiecke BCL ist $BC : BL = 1 : \text{cosin } \xi$; oder $b : BL = 1 : \text{cosin } \frac{n\varphi}{m}$; also $BL = b \cdot \text{cosin } \frac{n\varphi}{m}$; es ist ferner $BC : LC = 1 : \sin \xi$; oder $b : LC = 1 : \sin \frac{n\varphi}{m}$; also $LC = b \cdot \sin \frac{n\varphi}{m}$.

In dem rechtwinkligen Dreiecke ALC ist $AC^2 = AL^2 + LC^2$, da nun AC $= \nu$, so hat man: $\nu^2 = (AB + BL)^2 + LC^2$; oder wenn man die obigen Werthe dieser Linien setzt:

$$\nu^2 = \left(a + b \cdot \cos \frac{n}{m}\varphi\right)^2 + \left(b \cdot \sin \frac{n}{m}\varphi\right)^2$$

$$\nu^2 = a^2 + 2ab \cos \frac{n}{m}\varphi + b^2 \cos^2 \frac{n}{m}\varphi + b^2 \sin^2 \frac{n}{m}\varphi$$

$$\nu^2 = a^2 + 2ab \cdot \cos \frac{n}{m}\varphi + b^2 \left(\cos^2 \frac{n}{m}\varphi + \sin^2 \frac{n}{m}\varphi\right).$$

Da nun $\cos^2 + \sin^2 = 1$, so hat man:

$$\text{XX)} \quad \nu^2 = a^2 + 2ab \cdot \cos \frac{n}{m}\varphi + b^2.$$

Dies ist die Gleichung für die Epizykloide, wo der Vektor $AC = \nu$ in einer Funktion des Winkels φ, oder des Bogens, der denselben mißt, und 1 zum Radius hat, ausgedrückt wird.

§. 310. Von den Polargleichungen der Kurven im Allgemeinen.

Außer der Spirallinie, der Quadratrisse und der Epizykloide 1 lassen sich auch viele von den Kurven, deren Eigenschaft sonst durch parallele Koordinaten bestimmt wird, durch Gleichungen zwischen einem Polarwinkel und einem Vektor, oder durch Polargleichungen erklären.

Um eine Polargleichung für die Konchoide zu erhalten, sei Ta- 2 fel XXXV, D, Fig. 238, der Winkel $GCF = \varphi$; ferner $KF = KF' = b$, $CH = a$; und der Vektor entweder CF oder CF'; daher $\nu = CK \pm b$, je nachdem man ihn für die obere oder untere Konchoide haben will. Man hat nun in dem rechtwinkligen Dreiecke CHK: $CH : CK = 1 : \sec\varphi$; oder $a : CK = 1 : \sec\varphi$; daher $CK = a \cdot \sec\varphi$; setzt man diesen Werth in die vorher gegebene Gleichung von ν, und auch statt $\sec\varphi$ den Bruch $\frac{1}{\cos\varphi}$, so ist:

$$\text{I)} \quad \nu = a \cdot \sec\varphi \pm b; \text{ oder } \nu = \frac{a}{\cos\varphi} \pm b.$$

Die Polargleichung für die Ellipse ist S. 1346—1348 ausführlich 3 erklärt worden; sie giebt zunächst:

$$\text{II)} \quad \nu = \frac{a^2 - \varepsilon^2}{a + \varepsilon \cdot \cos\varphi}$$

wo a die halbe große Axe, ε die Exzentrizität, φ den Polarwinkel, ν den Vektor bezeichnet.

Um die Polargleichung für die Hyperbel zu finden, sei Tafel 4 XXXV, D, Fig. 248, $GC = GA = a$, $GF = GE = e$, die Exzentrizität; $GR = x$; $FS = \nu$ der Vektor, und Winkel $SFG = \varphi$ und $SR = y$.

In den beiden rechtwinkligen Dreiecken SER und SFR hat man (vergl. S. 1198 Nr. 5) $SE^2 = SR^2 + RE^2$, und $SF^2 = SR^2 + RF^2$, oder $(2a + \nu)^2 = y^2 + (e + x)^2$, und $\nu^2 = y^2 + (e - x)^2$; weil nämlich $SE - SF = 2a$, und $SF = \nu$, so ist $SE = 2a + \nu$:

Die erste Gleichung giebt: $4a^2 + 4a\nu + \nu^2 = y^2 + (e + x)^2$
Davon die zweite abgezogen $\nu^2 = y^2 + (e - x)^2$

Rest: $4a^2 + 4a\nu = (e + x)^2 - (e - x)^2$

$4a^2 + 4a\nu = e^2 + 2ex + x^2 - e^2 + 2ex - x^2 = 4ex$; daraus

$$a^2 + a\nu = ex;\ a\nu = ex - a^2$$

$$\text{III)}\quad \nu = \frac{ex - a^2}{a}$$

In dem rechtwinkligen Dreiecke FRS hat man $FS : FR = 1 : \cos\varphi$; also da $FS = \nu$ hat man $FR = \nu \cdot \cos\varphi$; da ferner $GR = x = GF - FR = e - \nu \cdot \cos\varphi$, so ist:

$$\nu = \frac{e(e - \nu\cos\varphi) - a^2}{a}, \text{ oder}$$

$a\nu = e \cdot (e - \nu \cdot \cos\varphi) - a^2 = e^2 - e\nu\cos\varphi - a^2$; also $a\nu + e\nu\cos\varphi = e^2 - a^2$; daher:

$$\text{IV)}\quad \nu = \frac{e^2 - a^2}{a + e\cos\varphi}$$

5 Um die Polargleichung für die Parabel zu finden, sei Tafel XXXV, D, Fig. 249, $BD = \nu$, $BC = z$; der Parameter $= p$; und Winkel $CBD = \varphi$. Nach der Natur der Parabel (vergl. S. 2085 Nr. 10) ist $\nu = BD = DE = CF = FB - BC = \frac{1}{2}p - z$, wenn nämlich FB die Direktrisse der Parabel ist; da nun $BD : BC = 1 : \cos\varphi$; oder $\nu : z = 1 : \cos\varphi$; also $z = \nu\cos\varphi$.

Setzt man diesen Werth von z in die Gleichung für $\nu = \frac{1}{2}p - z$ so hat man:

$\nu = \frac{1}{2}p - \nu\cos\varphi$; oder $\nu + \nu\cos\varphi = \frac{1}{2}p = \nu(1 + \cos\varphi)$; daher

$$\text{V)}\quad \nu = \frac{\frac{1}{2}p}{1 + \cos\varphi}$$

Wenn der Winkel φ stumpf ist, so wird $\cos\varphi$ negativ, und dann hat man:

$$\text{VI)}\quad \nu = \frac{\frac{1}{2}p}{1 - \cos\varphi}$$

6 Um die Tangente für jeden Punkt einer Polarlinie zu ziehen, sei Tafel XXXV, D, Fig. 250, die krumme Linie um den Pol I beschrieben, vermittelst einer geraden Linie, deren Lage anfänglich IN war. Es sei die Tangente DO für irgend einen Punkt D zu ziehen.

Man zieht den Vektor ID, und noch einen zweiten CI in einiger Entfernung. Aus dem Mittelpunkte I beschreibt man den Kreisbogen DE. Durch C und D zieht man die gerade Linie CDL; errichtet IO senkrecht auf DI und IL senkrecht auf CI, so schneiden diese die beiden andern Linien DO in O, und CL in L. Aus E errichtet man EM senkrecht auf CI.

Es sei DI = ν, so ist CE = $\Delta\nu$, d. h. der meßbaren Differenz des Vektors. Es sei φ der Bogen, welcher den Winkel NID mißt, wenn der Halbmesser = 1; alsdann ist $\Delta\varphi$ der Bogen, welcher den Winkel DIC oder DIE für den Halbmesser 1 mißt. Es ist also für den Halbmesser ν der Bogen DE = $\nu\Delta\varphi$. Es ist DI der Vektor; der Winkel ODI ist derjenige, den die Tangente mit dem Vektor macht; er sei = ξ, also auch sein Bogen für den Halbmesser 1 ist = ξ. Die beiden Dreiecke CEM und CIL sind ähnlich, daher CE : EM = CI : IL. Nimmt man an, der Vektor CI nähere sich dem Vektor DI immer mehr, so nähert sich auch EM immer mehr dem Bogen DE oder dem Werthe $\nu\Delta\varphi$; ferner CI dem DI, und IL dem IO. Es ist aber DI : IO = 1 : tang ξ; oder ν : IO = 1 : tang ξ; also IO = ν tang ξ; folglich nähert sich IL dem Werthe ν tang ξ. Setzt man diese Werthe in die Proportion CE : EM = CI : IL, so hat man CE : DE = DI : IO = ν : ν tang ξ = 1 : tang ξ, oder $\Delta\nu : \nu\Delta\varphi = 1 : \text{tang}\,\xi$; wird nur $\Delta\nu$ und $\Delta\varphi$ sehr klein, so kann man die Grenze nehmen, d. h. statt der Differenzen die Differentialien; also:

$$\text{VII)}\quad d\nu : \nu d\varphi = 1 : \text{tang}\,\xi;\ \text{also}\ \text{tang}\,\xi = \frac{\nu d\varphi}{d\nu} = \nu \cdot \frac{d\varphi}{d\nu}$$

Diese Gleichung wird wahr, wenn $d\varphi$ und $d\nu$ verschwinden, und die Tangente von ξ für den Halbmesser 1 giebt, wenn man nach den gewöhnlichen Regeln der Differentialrechnung das Verhältniß $\frac{d\varphi}{d\nu}$ in einer Funktion von ν ausdrückt (vergl. S. 1738—1746). Nimmt man für jede beliebige Kurve die Werthe von ν und φ, so läßt sich die Tangente von ξ also auch ξ selbst leicht finden.

§. 311. Von den Bewegungen eines materiellen Punktes in einer gegebenen Kurve.

Es giebt viele Fälle, wo die auf einen materiellen Punkt wirkenden Kräfte ihn in keine andere Bahn bringen können, als in die durch eine bestimmte Kurve dargestellte. Wenn sich z. B. ein fester Körper um eine feste Axe dreht, so beschreibt ein jeder Punkt desselben eine Kreislinie.

Es sei ein materieller Punkt genöthigt, sich in der krummen Linie AB, Tafel XXXV, D, Fig. 251, zu bewegen. Seine Anfangsgeschwindigkeit in A sei = V, mit welcher er in der Tangente AC fortgehen würde, wenn er nicht durch die Krümmung der Bahn AB abgelenkt würde. Man ziehe an B die Tangente BD. Der Bogen zum Winkel BDC für den Radius = 1 sei = α. Man ziehe die Sehnen AE, EF, FG, ..., ZB, so daß eine gebrochene Linie, oder ein Theil eines Polygons AEF ... u. s. w. entsteht, und daß die Verlängerungen der Sehnen EH, FI, GL u. s. w. lauter gleiche Winkel CAH = HEI = IFL u. s. w. = δ bilden; daß man also, wenn ihre Zahl = n ist, und wenn man von D aus Parallellinien mit AH, EI u. s. w. zieht, der Winkel BDC in n gleiche Theile getheilt wird, so daß BDC = α = nδ.

Nimmt man nun an, der Punkt durchlaufe statt der Kurve AB die gebrochene Linie AEFG .... B, so läßt sich seine Geschwindigkeit in jedem Punkte dieser Linie durch den Winkel δ bestimmen.

Es werde die anfängliche Geschwindigkeit V, mit welcher der Punkt in der Tangente AC fortgehn würde, durch die Linie Au vorgestellt; diese läßt sich zerlegen in die beiden Seitengeschwindigkeiten AE und Eu, welche letztere normal auf die Richtung AE geht. Nimmt man Au = V zum Radius, so ist $AE = V \cdot \cos \delta$, und $Du = V \cdot \sin \delta$; diese letztere Geschwindigkeit Eu wird durch den Widerstand von AE aufgehoben; es bleibt also nur übrig die Geschwindigkeit $AE = V \cdot \cos \delta$; diese hat also der Punkt in der Linie AE. Bei E angelangt ist demnach $V \cdot \cos \delta$ als die Anfangsgeschwindigkeit für die neue Richtung EF; bei ihrer Zerlegung ergiebt sich für die neue Geschwindigkeit in der Linie EF die Größe $V \,.\, \cos \delta \,.\, \cos \delta = V \,.\, \cos^2 \delta$: ebenso ist in der Linie FG die Geschwindigkeit $= V \,.\, \cos^3 \delta$ u. s. f.; also langt der Punkt in B mit der Geschwindigkeit $= V \,.\, \cos^n \delta$ an. Zieht man diese endliche Geschwindigkeit von der anfänglichen V ab, so ergiebt sich der ganze Geschwindigkeitsverlust $= V - V \,.\, \cos^n \delta = V(1 - \cos^n \delta) = V(1 - \cos \delta) \,.\, (1 + \cos \delta + \cos^2 \delta + \cos^3 \delta + \ldots\ldots)$. Da nun $\cos \delta$ kleiner ist als 1, so ist auch der Geschwindigkeitsverlust kleiner als $V(1 - \cos \delta) \,.\, (1 + 1 + 1 + 1 \ldots)$. Es ist ferner (vergl. S. 746 Nr. 5 Gleichung 2) $V(1 - \cos \delta) = 2 \cdot V \sin^2 \frac{\delta}{2}$; und da die Anzahl der Glieder in der letzten Klammer = n, so ist der Geschwindigkeitsverlust kleiner als $V \cdot 2 \sin^2 \frac{\delta}{2} \cdot n$. Da ferner $\sin \frac{\delta}{2}$ kleiner als $\frac{\delta}{2}$, so ist der Geschwindigkeitsverlust kleiner als $\frac{1}{2} \cdot V \cdot \delta \cdot n \cdot \delta$, also auch kleiner als $\frac{1}{2} V \,.\, \delta\alpha$. Enthält nun die gebrochene Linie unendlich viele Seiten, so daß sie der krummen Linie AB gleich gesetzt werden kann, so ist δ unendlich klein, folglich auch $\frac{1}{2} V \,.\, \delta\alpha$ eine verschwindende Größe, oder der Geschwindigkeitsverlust nahe = 0.

Man erhält also den wichtigen Satz: der Geschwindigkeitsverlust, den ein Punkt während seiner Bewegung in einer krummen Linie erleidet, ist gleich Null; seine Bewegung ist demnach, wenn keine Kraft auf ihn wirkt, gleichförmig.

Durch die allmälige Aenderung in der Richtung eines Punkts, welche in unendlich kleinen Graden vor sich geht, wird also keine Aenderung in seiner Geschwindigkeit hervorgebracht.

2. Ist ein Punkt genöthigt, durch eine plötzliche Wendung, wie in B, Tafel XXXV, D, Fig. 252, aus einer krummen Linie AB in eine andere BC überzugehen, so erleidet er einen Geschwindigkeitsverlust, der gleich ist dem Produkte aus der Geschwindigkeit mit welcher er in B anlangt, in den Sinus versus des Winkels, den die Tangente BE an BC mit der Verlängerung BF der Tangente DB an die Bahn AB macht.

Es sei nämlich die Geschwindigkeit, mit welcher der Punkt in B anlangt = v, dargestellt durch die Linie Bn; zerlegt man sie in Bm und mn, letztere normal auf BE, so ist Bm = Bn . cos mBn; bezeichnet man nun Bn mit v, und den Winkel mBn mit ω, so ist Bm = v . cos ω die neue Geschwindigkeit; also der Geschwindigkeitsverlust = v — v . cos ω = v (1 — cos ω); es ist aber (vergl. S. 650 Nr. 5) 1 — cos ω = sin vers ω; daher, wie oben gesagt, der Geschwindigkeitsverlust = v . sin vers ω.

Es sei ein Punkt genöthigt in einer krummen Linie AB, Tafel XXXV, D, 3 Fig. 253, sich zu bewegen; dabei wirke eine kontinuirliche Kraft auf ihn, deren Richtung in jedem Punkte mit der Tangente an der Bahn zusammen fällt. Nimmt man wieder statt der Kurve ein Polygon, so wirkt die Kraft in jedem Augenblicke nach der Richtung der Polygonseite, in welcher sich der bewegte Punkt gerade befindet; und beim Uebergang aus einer Polygonseite in die andere findet kein Geschwindigkeitsverlust statt.

Der Punkt folgt also in jeder Polygonseite der Wirkung der Kraft so, als wenn er ganz frei wäre, und in einer geraden Linie, der Polygonseite, fortginge; seine Bewegung kann also nach den Gesetzen der freien geradlinigen Bewegung eines Punktes bestimmt werden.

Weil bei keinem Uebergange in eine andere Polygonseite ein Geschwindigkeitsverlust stattfindet, so fängt der Punkt an, sich in jeder Seite mit derselben Geschwindigkeit zu bewegen, als wenn keine Aenderung der Richtung stattgefunden hätte. Er tritt also in jede Polygonseite mit der am Ende der vorhergehenden erlangten Geschwindigkeit. Es ergiebt sich daher folgender Satz:

Die Bewegung eines Punktes in einer krummen Linie, auf welchen eine kontinuirliche Kraft in jedem Augenblicke nach der Tangente der Bahn wirkt, ist in Rücksicht der Zeit, der Geschwindigkeit und der Länge des nach der Krümmung der Kurve gemessenen zurückgelegten Weges dieselbe, als wenn sie in einer geraden Linie vor sich gienge, und die Richtung der Kraft unaufhörlich mit dieser zusammenfiele. Zwischen den genannten Größen finden auch dieselben Gleichungen statt, wie bei der geradlinigen Bewegung.

Ist die Kraft nicht gerade nach der Tangente gerichtet, so gilt der Satz für ihre nach der Tangente gerichtete Komposante.

Wenn die auf den Punkt wirkenden Kräfte in den einzelnen Stellen der 4 Bahn A, D, E u. s. f. der Länge des Weges bis zu C hin proportional sind, d. h. sich wie die Längen der krummen Linie ADEC, DEC, EC u. s. w. verhalten: so gelangt der Punkt in der gleichen Zeit nach C, man mag ihn auf der krummen Linie AC von der Ruhe aus gehen lassen, wo man will; nämlich von E nach C braucht er dieselbe Zeit, wie von A nach C u. s. w.

Beweis. Man nehme auf der Kurve von C aus zwei Bogen CE und CD, die sich verhalten wie 1 : N, und lasse von E und D aus zwei materielle Theile M und M′ von gleicher Masse sich von dem Zustande der Ruhe aus bewegen. Man theile jeden der beiden Bogen CE und CD in n gleiche Theile, die so klein sind, daß sie als gerade Linien angesehen werden können, und die Kraft während der Zeit, daß sich der materielle Theil in einem solchen Theile

befindet, für unveränderlich gelten kann. Die Länge eines Theils auf dem Bogen CE verhält sich zur Länge eines Theils auf dem Bogen CD wie 1 : N. Die Zeiten, in welchen die Theile von CE durchlaufen werden, seien der Ordnung nach t', t'', t''' u. s. w., und für die Theile von CD seien sie T', T'', T''' u. s. w.

Da die Kräfte sich wie die Entfernungen verhalten sollen, so ist ihr Verhältniß ebenfalls wie 1 : N.

Es ist nun nach den Gesetzen der konstant beschleunigenden Kräfte (vergl. S. 838 u. 839), wenn v die am Ende der Zeit t' erlangte Geschwindigkeit, a die anfängliche Geschwindigkeit, g die Zunahme der Geschwindigkeit in jeder Zeiteinheit, s den während der Zeit t' durchlaufenen Raum bezeichnet:

$$v = a + gt'; \text{ und } s = at' + \frac{gt'^2}{2}$$

Quadrirt man die erste Gleichung, so erhält man:

$$v^2 = a^2 + 2agt' + g^2t'^2 = a^2 + 2g \cdot \left(at' + \frac{gt'^2}{2}\right) = a^2 + 2gs.$$

Ebenso hat man für T':

$$V = A + GT'; \text{ und } S = AT' + \frac{GT'^2}{2}$$

$$V^2 = A^2 + 2GS$$

Verhält sich nun $s : S = a : A = g : G = 1 : N$, so hat man:

$$V^2 = N^2a^2 + 2Ng \cdot Ns = (a^2 + 2gs) \cdot N^2 = v^2N^2;$$

daher auch $V = v \cdot N$; woraus sich ergiebt $v : V = 1 : N$.

Man hat ferner $V = Na + NgT' = Nv$; also:

$$v = a + gT'; \text{ da aber auch } v = a + gt', \text{ so ergiebt sich:}$$

$$\frac{v - a}{g} = T' = t'.$$

Wenn also die Anfangsgeschwindigkeiten von zwei Punkten dasselbe Verhältniß haben, wie ihre Wege und ihre Kräfte, so haben die Endgeschwindigkeiten, oder erlangten Geschwindigkeiten dasselbe Verhältniß, und die Zeiten sind gleich.

In dem vorliegenden Falle der beiden bewegten Punkte M und M' in den beiden Bogen CE und CD sind zwar für t' und T die Anfangsgeschwindigkeiten gleich Null, aber es bleibt das Verhältniß $s : S = g : G = 1 : N$. Man erhält also:

$$v = gt'; \; s = \frac{gt'^2}{2}; \; V = GT'; \; S = \frac{GT'^2}{2}$$

$$v^2 = g^2t'^2 = 2gs; \; V = G^2T'^2 = 2GS = 2Ng \cdot Ns = N^2v^2; \text{ also auch } V = Nv = NgT'; \text{ also } v = gT' = gt', \text{ daher auch } t' = T'.$$

Es werden sich nach Verlauf dieser Zeiten die erlangten Geschwindigkeiten, also auch die Anfangsgeschwindigkeiten für die Zeiten t'' und T'' ebenfalls wie 1 : N verhalten.

Dasselbe Verhältniß haben nach der Annahme auch die folgenden Theile der Linien CE und CD, welche in den Zeiten t'' und T'' durchlaufen werden; ferner verhalten sich die Entfernungen dieser Theile vom Punkte C wie $\frac{n-1}{n} \cdot EC : \frac{n-1}{n} \cdot DC = EC : DC = 1 : N$. Da nun die Kräfte und auch die Anfangsgeschwindigkeiten dieses Verhältniß haben, so ist nach dem vorhergehenden Beweise $t'' = T''$.

Dieser Schluß fortgesetzt ergiebt $t' + t'' + t''' + \ldots = T' + T'' + T''' + \ldots$; es sind also die Zeiten zur Zurücklegung von EC und DC einander gleich.

Es sei F ein solcher Punkt in der Kurve AC, daß $FC = N' \cdot EC$; also $DC : FC = N : N'$, so folgt aus dem Vorigen, daß die Zeiten für FC und EC einander gleich sind, also auch diejenigen für FC und DC.

Eine solche Bewegung heißt nun synchronisch, oder isochronisch, oder tautochronisch, d. h. von gleicher Zeitdauer, und die Linien, welche die Eigenschaft haben, daß die auf in ihnen liegende Punkte wirkenden Kräfte dem angegebenen Bewegungsgesetze folgen, heißen synchronische, isochronische oder tautochronische Linien.

5 Ein in einer gegebenen Linie oder Fläche sich bewegender Punkt würde, wenn er den auf ihn wirkenden Kräften frei folgen könnte, im Allgemeinen einen andern Weg durchlaufen. Die Linie oder Fläche setzt ihm also einen bestimmten Widerstand entgegen, dessen Größe und Richtung sich jeden Augenblick zu ändern pflegt; nur in seltenen Fällen bleibt Größe und Richtung unveränderlich. Die Richtung fällt jeden Augenblick mit der Normallinie auf die Kurve oder Fläche zusammen. Der genannte Widerstand ist dem Drucke gleich und entgegengesetzt, den der bewegte Punkt gegen die Linie oder Fläche ausübt. Denkt man sich statt des Widerstandes eine demselben gleiche Kraft in der Richtung der Normale angebracht, so ist die Bewegung des Punktes als eine freie anzusehen, und der Widerstand läßt sich nach den Gleichungen der freien Bewegung berechnen.

6 Wenn ein schwerer Körper längs einer krummen Linie heruntergleitet, die in einer vertikalen Ebene liegt, so hat er an jeder Stelle die nämliche Geschwindigkeit, als wenn er von derselben Höhe frei herunter gefallen wäre.

Es gleite der Körper, Tafel XXXV, D, Fig. 254, längs dem Polygon ABCD herunter. Ist er bis zum Punkte B gekommen, so hat er dort dieselbe Geschwindigkeit erhalten, als wäre er von der senkrechten Höhe FB herabgefallen, denn (vergl. S. 849 u. 855) es verhält sich die gleitende Geschwindigkeit zur ganzen des freien Falles, wie der Sinus des Neigungswinkels zum Radius oder Sinus totus. Aendert sich die Geschwindigkeit bei B nicht (vergl. S. 2140 Nr. 1), so kann man sich vorstellen, er sei von G bis B geglitten, und gleite auf BC, als der Verlängerung von GB, fort. In C wird er die Geschwindigkeit erhalten, als wäre er senkrecht in der Linie EC herunter gefallen, oder längs HC herunter geglitten, welches die Verlängerung von DC ist. Man

kann sich also wieder vorstellen, als wäre er HD heruntergeglitten, oder MD senkrecht herabgefallen. Am Ende des Polygons wird also die erlangte Geschwindigkeit so groß sein, als wäre der Körper von der Höhe senkrecht heruntergefallen, bis zu welcher sich der Anfangspunkt seiner Bewegung in der Kurve erhebt.

Nimmt man nun statt des Polygons die krumme Linie AD, so gilt bei ihr (vergl. S. 2140 Nr. 1) noch genauer, daß sich die Geschwindigkeit nicht ändert; es wird also die erlangte Geschwindigkeit derjenigen des senkrechten Falles in der Linie MD gleich sein.

Wenn also verschiedene Körper längs verschiedenen krummen Linien von derselben Höhe heruntergeglitten sind, so haben sie zuletzt dieselbe Geschwindigkeit. Die Zeiten jedoch, während welcher sie bis dahin herabkommen, sind nicht gleich.

7 Wenn ein Körper mit einer gewissen anfänglichen Geschwindigkeit längs einer krummen Linie, die in einer vertikalen Ebene liegt, hinaufsteigt, so gelangt er bis zur nämlichen Höhe, wohin er gekommen wäre, wenn er mit derselben anfänglichen Geschwindigkeit senkrecht hinaufgestiegen wäre. Gesetzt es steige ein Körper aus D, Fig. 254, mit einer gewissen anfänglichen Geschwindigkeit längs der krummen Linie DA; zugleich steige ein anderer Körper mit derselben anfänglichen Geschwindigkeit senkrecht aufwärts in der Linie DM. Es seien DC, CB, BA die unendlich kleinen Polygonalseiten, welche den Bogen der Kurve entsprechen. Man ziehe die Parallellinien MF, KB, IC.

Die Geschwindigkeiten beider Körper sind natürlich abnehmende, und werden wie bei den aufwärts geworfenen Körpern berechnet (vergl. S. 846). Für die beiden Wege ID und DC, wenn v und v′ die übrig bleibenden Geschwindigkeiten in I und C bezeichnen, und a die anfängliche Geschwindigkeit bedeutet:

$$v^2 = a^2 - 2gDI;\ v'^2 = a^2 - 2g\ .\ DC\ .\ \sin ICD$$

Da nun $ID = DC\ .\ \sin ICD$, so ist $v^2 = v'^2$; also auch $v = v'$; es steigt also der eine Körper mit der gleichen Geschwindigkeit von I nach K, wie der andere von C nach B, weil durch die unendlich kleine Abweichung kein Geschwindigkeitsverlust hervorgebracht wird; in K und B haben sie nach dem vorigen Beweise wieder gleiche Geschwindigkeit. Ist also in M die Geschwindigkeit Null geworden, so ist sie auch in A gleich Null, und beide Körper sind gleich hoch gestiegen. Anstatt der zwei Körper kann man sich natürlich einen und denselben Körper zu verschiedenen Zeiten, einmal längs der krummen Linie, das andere Mal gerade aufwärts steigend denken.

Steigen verschiedene Körper in verschiedenen Linien mit einer gleichen anfänglichen Geschwindigkeit, so gelangen sie zur selben Höhe.

8 Wenn ein Körper längs einer krummen Linie heruntergleitet, die sich wieder aufwärts biegt, so steigt er im aufwärts gehenden Theile bis zur selben Höhe, von welcher er herunter gekommen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 255, A der niedrigste Punkt der krummen Linie CAD, so daß die Tangente bei A horizontal ist. Wenn ein Körper von

D bis A geglitten, so hat er dieselbe Geschwindigkeit, als wenn er von B bis A senkrecht gefallen wäre. Mit dieser Geschwindigkeit fängt er an sich in dem andern Zweige AC der Kurve zu bewegen; er steigt also auch nach dem vorigen Satze bis zur selben Höhe, bis zu welcher er senkrecht aufgestiegen wäre, d. h. bis zur Höhe der Linie CBD.

In beiden Zweigen hat der auf- und abgehende Körper in einerlei Höhe 9) auch einerlei Geschwindigkeit. Denn z. B. von D herabkommend hat er in F dieselbe Geschwindigkeit, wie ein fallender Körper in K haben würde; und bis E hinaufgestiegen hat er wieder dieselbe Geschwindigkeit, die ein bis K gestiegener Körper haben würde. Diese aber ist im Fallen und Steigen gleich. Denn es sei v die Geschwindigkeit bei K im Fallen, und V beim Steigen; alsdann hat man (vergl. S. 839) $v = gt$; $v^2 = g^2t^2$; da ferner $BK = s = \frac{gt^2}{2}$, so ist $2s = gt^2$; also $2gs = g^2t^2$, und $v^2 = 2gs = 2g \cdot BK$.

Dagegen (vergl. S. 846 Nr. 11) $V^2 = a^2 - 2g \cdot KA$. Es ist $BK = AB - KA$, also $2g \cdot BK = 2g \cdot AB - 2g \cdot KA$; also:

$$v^2 = 2g \cdot BA - 2gKA.$$

Es ist ferner hierbei a^2 die durch den Fall längs AB erhaltene Geschwindigkeit; also $a^2 = 2g \cdot AB$; daher $V^2 = 2g \cdot BA - 2gKA$; daher:

$$v^2 = V^2; \text{ also auch } v = V.$$

Wenn beide Theile BAD und BAC der Figur ähnlich gleich sind, so sind 10) auch die Zeiten des Gleitens längs DA und das Aufsteigen längs AC gleich.

Zieht man in beliebiger Höhe zwei horizontale Linien GH und FE unendlich nahe an einander, alsdann ist nach dem Vorigen die Geschwindigkeit in F und E, und in G und H einerlei. Sie sei $= \nu$ in F und E, ferner $= c$ in G und H. Es steigt also der Körper von H bis E auf einer kleinen schiefen Ebene deren Neigung $= \varphi$ sei, mit einer anfänglichen Geschwindigkeit $= c$, bis er die Geschwindigkeit ν erhalten hat. Dazu braucht er eine Zeit t; diese ist (vergl. S. 844 u. S. 855 Nr. 13):

$$t = \frac{c - \nu}{g \cdot \sin \varphi}$$

Beim Heruntergehen hatte der Körper in F schon die Geschwindigkeit ν; diese wurde durch die fortgesetzte Wirkung der Schwere größer, und in G war sie $= c$. Die Schwere hat also von F bis G eine Geschwindigkeitszunahme $= c - \nu$ veranlaßt. Wäre also die Geschwindigkeit ν in F nicht vorhanden gewesen, so hätte der Körper durch sein Gleiten auf der kleinen schiefen Ebene nur die Geschwindigkeit $c - \nu$ erhalten. Dazu braucht die Schwere ebenfalls die Zeit

$$t = \frac{c - \nu}{g \cdot \sin \varphi}$$

Da nun die beiden Hälften der Kurve ähnlich gleich sind, so sind auch die Zeiten t gleich; und der Körper bleibt eben so lange beim Steigen in HE, als beim Fallen in FG.

Dasselbe gilt von allen übrigen entsprechenden Theilen der Kurve; daher dauert die Bewegung in dem einen Zweige eben so lange als in dem andern.

11 Wenn der Körper bis C gestiegen ist, so geht er wieder bis A herunter, und bekommt dieselbe Geschwindigkeit, die dem Falle in BA entspricht. Vermittelst dieser Geschwindigkeit steigt er von A bis D, bis zur Höhe des Punktes B, d. h. eben so hoch, als er mit derselben Geschwindigkeit senkrecht hinaufgekommen wäre. Dann geht er wieder bis A hinab, und steigt von da bis C u. s. w. Jeder Hingang von einem höchsten Punkte C bis zum andern höchsten Punkte D oder umgekehrt heißt eine Schwingung, oder ein Pendelschlag, und die dazu erforderliche Zeit die Schwingungszeit oder Schwungzeit; und der Winkel, den die Linie vom höchsten Punkte bis zum Punkte B mit der Vertikallinie macht, wie DBA und CBA, heißt der Elongationswinkel.

Wenn der schwingende Körper weder einen Widerstand von der Luft noch eine Reibung erlitte, so würden die Schwingungen immer fort dauern. Da aber beide Gegenwirkungen immer mehr oder weniger vorhanden sind, so kommt der Körper schon bei der ersten Schwingung nicht ganz bis C, bei der zweiten nicht ganz bis D, und seine Schwingungen werden immer kürzer, die Elongationswinkel immer kleiner, bis die Bewegung endlich ganz aufhört, und der Körper in A ruht.

12 Mit dem Vorhergehenden sind die Berechnungen der Pendellängen S. 67 bis 71 und S. 820 u. 821, so wie die Sätze über die Centrifugalkraft S. 1057 bis S. 1069 in Zusammenhang zu bringen.

§. 312. Von dem Momente der Trägheit.

1 Man denke sich eine Masse M_1 mit einem Kreise AB, Tafel XXXV, D, Fig. 256, welcher sich nur um eine, durch seinen Mittelpunkt C gehende, normal auf seiner Fläche stehende Axe drehen kann, so verbunden, daß der Weg, den M_1 in der Kreistangente BM_1 bei einer eintretenden Bewegung beschreibt, gleich dem Wege ist, den jeder Punkt der Kreisperipherie durchläuft. Ein zweiter Kreis DE sei mit dem ersten konzentrisch und fest verbunden. An seiner Peripherie sei ein materieller Punkt D befestigt, dessen Masse $= M$ ist. Sämmtliche an dem Systeme wirkenden Kräfte seien auf die Masse M_1 reduzirt, so daß man annimmt, diese übrigen Kräfte seien nicht vorhanden, und es wirke statt ihrer an der Masse M_1 in der Verlängerung von BM_1 eine einzige Kraft P. Der Radius des Kreises AB sei gleich R_1, der von DE gleich ϱ. In dem Augenblicke, wo die Kraft P wirkt, sei die Geschwindigkeit der Masse $M_1 = V_1$, diejenige der Masse $M = v$; durch einmaliges Wirken der Kraft erlange die Masse M_1 eine Geschwindigkeit $= C_1$, die Masse M eine Geschwindigkeit $= c$.

Um die Geschwindigkeit C_1 zu bestimmen, kann statt der Masse M, die sich in dem Kreisumfange befindet, eine gleiche Masse M in der Tangente DH somit der Peripherie des Kreises DE so verbunden gedacht werden, daß sie dieselbe Geschwindigkeit anzunehmen genöthigt ist, wie jeder Punkt der genannten Pe-

ripherie. Zur Bewegung der Masse wird (vergl. S. 2141 Nr. 3) in beiden Fällen dieselbe Zeit erfordert; demnach wird auch in dem einen Falle wie in dem andern, d. h. bei der Tangente BM_1 am Kreise AB dieselbe Kraft nöthig sein; die Masse M hat also in beiden Fällen denselben Einfluß auf die Bewegung des Systems.

Um der Masse M die Geschwindigkeit c mitzutheilen, ist nach der Tangente der Peripherie des Kreises DE eine Kraft $= Mc$ nöthig (vergl. S. 1905 Gleichung I). Das statische Moment derselben ist $= \varrho Mc$ (vergl. S. 1931 Nr. 7). Dividirt man dieses Moment durch R_1, so erhält man den Werth dieser auf die Peripherie des Kreises AB reduzirten Kraft $= \frac{\varrho Mc}{R_1}$; dies ist derjenige Theil der Kraft P, welcher verwendet wird, um der Masse M ihre Geschwindigkeit mitzutheilen. Für die Masse M_1 bleibt also die Kraft $P - \frac{\varrho Mc}{R_1}$ übrig. Um aber die Geschwindigkeit C_1 hervorzubringen, ist eine Kraft $= M_1C_1$ nothwendig; also ist $M_1C_1 = P - \frac{\varrho Mc}{R_1}$; daher $C_1 = \frac{P}{M_1} - \frac{\varrho Mc}{RM_1}$.

Man denke sich nun die Masse M weggenommen, und statt ihrer eine Masse M' in der Peripherie eines andern mit AB ebenfalls konzentrischen und festverbundenen Kreises FG angebracht. Der Radius dieses Kreises sei ϱ'; die Geschwindigkeit der Masse M' sei v', wenn die der Masse $M_1 = V_1$ ist, und wenn der letzteren durch einmalige Wirkung der Kraft P eine Geschwindigkeit $= C_{II}$ mitgetheilt wird, so erhalte die Masse M' eine Geschwindigkeit $= c'$.

Man erhält auf ähnliche Art wie oben $C_{II} = \frac{P}{M_1} = \frac{\varrho' M' c'}{R_1 M_1}$.

Die beiden Massen M und M' werden auf die Bewegung der Masse M_1 denselben Einfluß haben, d. h. es wird einerlei sein, ob die Masse M am Radius ϱ, oder die Masse M' am Radius ϱ' mit der Masse M_1 verbunden ist, wenn $C_{II} = C_1$, also $\frac{P}{M_1} - \frac{\varrho' M' c'}{R_1 M_1} = \frac{P}{M_1} - \frac{\varrho Mc}{R_1 M_1}$; hieraus ergiebt sich $\varrho Mc = \varrho' M' c'$. Es verhält sich aber $c : c' = \varrho : \varrho'$; also $c' = \frac{c\varrho'}{\varrho}$; daher $\varrho Mc = \varrho' \cdot \frac{c}{\varrho} \cdot \varrho' M'$ oder:

$$\text{I)} \quad \varrho^2 M = \varrho'^2 M'.$$

Es verhält sich ferner $v : v' = \varrho : \varrho'$, also ist $\varrho' = \frac{\varrho v'}{v}$, folglich $\varrho^2 M = \frac{\varrho^2 v'^2}{v^2} M'$; also:

$$\text{II)} \quad v^2 M = v'^2 M'$$

Die beiden Massen üben also durch ihr Beharrungsvermögen gleichen Einfluß auf die Bewegung des mit ihnen verbundenen Körpers aus, wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Radien gleich sind, oder wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten gleich sind.

Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß man das Produkt aus einer Masse in das Quadrat einer Linie als ein statisches Moment ansehen kann.

Der eine Faktor des Quadrats stellt die Geschwindigkeitsänderung der Masse dar; also sein Produkt mit der Masse stellt die Kraft dar; der andere Faktor stellt den Hebelarm dar; weil aber das vorige Produkt mit ihm multiplizirt wird, so ergiebt sich das Produkt aus der Masse in das Quadrat des genannten Faktors.

2 Das Produkt aus der Masse in das Quadrat ihrer Entfernung von der Axe der Drehung nennt man das Moment der Trägheit, oder Moment der Masse. Zwei Massen üben also durch ihr Beharrungsvermögen gleichen Einfluß auf die Bewegung des Systems, zu dem sie gehören, wenn ihre Trägheitsmomente gleich sind.

3 Sie haben aber auch gleichen Einfluß, wenn die Produkte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten gleich sind. Diese Produkte heißen auch zuweilen Trägheitsmomente; viel häufiger heißt aber ein solches Produkt die lebendige Kraft.

4 Das vorhin Bewiesene gilt für das Trägheitsmoment nur bei der drehenden Bewegung eines festen Körpers; dagegen für die lebendige Kraft läßt es sich auf jede Art der Verbindung von Massen ausdehnen.

5 Ist die Winkelgeschwindigkeit $= u$, so ist $v = \varrho u$; also die lebendige Kraft $= u^2\varrho^2 \cdot M$. Die lebendige Kraft einer Masse erhält man also, wenn man das Trägheitsmoment mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit multiplizirt; und umgekehrt erhält man das Trägheitsmoment, wenn man die lebendige Kraft durch das Quadrat der Winkelgeschwindigkeit dividirt.

6 Es seien m, m', m'', m''' u. s. w. die Massen irgend einer Anzahl von Punkten, die unter sich mit einer Drehungsaxe verbunden sind. Ihre Entfernungen von der letzteren seien ϱ, ϱ', ϱ'', ϱ''' u. s. w.; es sei ferner $M = m + m' + m'' + m'''$ u. s. w. Es sei ferner die Masse M_1 um die Größe R_1 von der Drehungsaxe entfernt, so daß sie dadurch auf die Bewegung des mit ihr verbundenen Systems denselben Einfluß ausübt, wie die Massen m, m', m'', m''' u. s. w. zusammen; demnach ist es gleich, ob die Massen m, m', m'' u. s. w. an ihren Radien ϱ, ϱ', ϱ'', u. s. w., oder die Masse M_1 am Radius R_1 vorhanden ist.

Es sei ferner q die Masse, die man am Radius R_1 anstatt m am Radius ϱ anbringen kann. Es müssen also ihre Trägheitsmomente gleich sein, daher $R_1^2 q = \varrho^2 \cdot m$. Haben nun die Massen q', q'', q''' u. s. w. dieselbe Bedeutung für die Massen m', m'', m''' u. s. w., so findet man: $R_1^2 q' = \varrho'^2 m'$; $R_1^2 q'' = \varrho''^2 m''$; $R_1^2 q''' = \varrho'''^2 m'''$ u. s. w. Addirt man diese Gleichungen, so erhält man: $R_1^2 (q + q' + q'' + q''' + \ldots.) = \varrho^2 m + \varrho'^2 m' + \varrho''^2 m'' + \varrho'''^2 m''' \ldots..$ Da die Massen q, q', q'', q''' u. s. w. alle in einem Punkte vereinigt sind, so kann man für dieselben eine einzige Masse $M_1 = q + q' + q'' + q'''$ u. s. w. setzen; daraus erhält man die Gleichung: $R_1^2 M_1 = \varrho^2 m + \varrho'^2 m' + \varrho''^2 m'' + \varrho'''^2 m''' + \ldots..$

Das Trägheitsmoment einer Masse, welche in einem Punkte vereinigt, durch ihr Beharrungsvermögen denselben Einfluß auf die Bewegung eines Systems, mit dem sie verbunden ist, ausüben soll, wie irgend eine Anzahl von

Massen, welche in verschiedenen Punkten befindlich, fest mit einander verbunden sind, ist gleich der Summe der Trägheitsmomente aller dieser Massen.

Diese Summe heißt das Trägheitsmoment des festen Systems, welches diese Massen bilden; machen sie einen festen Körper aus, so heißt es das Trägheitsmoment des Körpers, oder das Moment seiner Masse. Bezeichnet man es mit $\mathfrak{M}$, so hat man:

$$\text{I)} \quad \mathfrak{M} = m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 + \ldots\ldots$$

Aus obiger Gleichung folgt dann:

$$\text{II)} \quad M_1 = \frac{m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 + \ldots\ldots}{R_1^2} = \frac{\mathfrak{M}}{R_1^2}$$

Will man also eine Masse finden, welche in einem gegebenen Punkte vereinigt, durch ihr Beharrungsvermögen auf die Bewegung einer mit ihr verbundenen Masse denselben Einfluß ausübt, wie mehrere in verschiedenen Entfernungen von der Drehungsaxe befindliche, fest verbundene Massen, oder wie ein fester Körper: so muß man die Summe der Trägheitsmomente dieser Massen, oder das Trägheitsmoment des Ganzen durch das Quadrat der Entfernung der Axe von demjenigen Punkte dividiren, in welchem man die vereinigte Masse anbringen will; oder man muß die Summe der lebendigen Kräfte aller Massen durch das Quadrat der Geschwindigkeit desjenigen Punktes dividiren: in welchem die vereinigte Masse angebracht werden soll. Dies heißt die Reduktion der Massen.

Wenn die in einem Punkte vereinigte Masse gleich sein soll der Masse M des Ganzen, so erhält man aus obiger Gleichung die Entfernung dieser Masse von der Axe, welche Entfernung mit l bezeichnet sein soll:

$$l = \sqrt{\frac{m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 \ldots\ldots}{M}}$$

$$\text{oder III)} \quad l = \sqrt{\frac{\mathfrak{M}}{M}}; \quad l^2 = \frac{\mathfrak{M}}{M}; \quad \mathfrak{M} = l^2 M.$$

Dieser Punkt wird auch zuweilen der Schwingungspunkt genannt; auch wohl der Mittelpunkt der Trägheit.

Zur Abkürzung kann man die Summe $m\varrho^2 + m'\varrho'^2 + m''\varrho''^2 + \ldots\ldots$ durch $\Sigma m\varrho^2$ bezeichnen, wo also Σ kein Faktor, sondern das bloße Summirungszeichen ist. Befindet sich hinter diesem Zeichen ein Faktor, so kann man denselben, wie bei dem Integralzeichen (vergl. S. 1159 Nr. 3), auch vor dasselbe stellen. Hat man z. B. den Ausdruck Σaz, wo a eine konstante, z eine variable Größe bezeichnet, deren verschiedene Werthe z, z', z'' u. s. w. sind, so ist $\Sigma az = az + az' + az'' + \ldots\ldots = a(z + z' + z'' + \ldots\ldots)$; daher $\Sigma az = a\Sigma z$.

Man hat demnach statt der Gleichung I folgende für das Trägheitsmoment:

$$\text{IV)} \quad \mathfrak{M} = \Sigma m\varrho^2.$$

Um das Trägheitsmoment eines Körpers zu finden, theilt man denselben

in unendlich kleine Elemente, so daß die Masse eines jeden als in einem Punkte vereinigt angesehen werden kann; diese Massen sucht man, multiplizirt jede mit dem Quadrate ihrer Entfernung von der Axe und summirt die Produkte. Besteht der Körper aus endlichen Theilen, deren Trägheitsmomente sich auf die angegebene Art bestimmen lassen, so addirt man dieselben, um das Trägheitsmoment des Ganzen zu erhalten.

8 Man ziehe drei rechtwinklige Koordinatenaxen der x, y und z, so daß die Axe der z mit der Drehungsaxe zusammenfällt. Die Koordinaten irgend eines unendlich kleinen Elements des Körpers, das man als Punkt ansehen kann, und dessen Masse $= m$ ist, seien x, y und z; seine Entfernung von der Axe $= \varrho$; alsdann ist $\varrho^2 = x^2 + y^2$, indem ϱ, x und y ein rechtwinkliges Dreieck bilden, dessen Hypotenuse ϱ ist. Man hat also nach Gleichung IV als Trägheitsmoment des Ganzen:

$$\text{V)} \quad \mathfrak{M} = \Sigma (x^2 + y^2) \cdot m.$$

Zur Bestimmung des Trägheitmoments durch die Integralrechnung nimmt man an, das Element m sei ein Parallelepipedon, dessen Kanten gleich dx, dy und dz und mit den Koordinatenaxen parallel seien. Hat nun der Körper in dem Punkte, dessen Koordinaten x, y und z sind, eine solche Dichtigkeit, daß seine Kubikeinheit von derselben Dichtigkeit eine Masse $= q$ enthält, so ist $m = q dx dy dz$. Diese drei Differentiale führen auf eine dreifache Integration.

Nimmt man z. B. in dem Würfel DM, Tafel XXXV, D, Fig. 257, die Kante $CA = x$, $CB = y$, $CD = z$, und in dem kleinen Würfel df die Kante $Ca = dx$, $Cb = dy$ und $Cd = dz$, so ist der kleine Würfel $df = dx dy dz$, und der große Würfel als die Summe der kleinen Elementarwürfel $DM = xyz$. Will man zuerst die Summe der Elementarwürfel haben, welche sich in dem Prisma DhfC befinden, so hat man die Grundfläche $Cf = dx dy$ mit $CD = z$, d. h. mit $\int dz$ zu multipliziren. Es ist also das Prisma:

$$\text{A)} \quad DhfC = dx dx \int dz = dx dy \cdot z.$$

Will man ferner die Summe der Elementarwürfel finden, welche in dem Prisma DnmC enthalten sind, so hat man die Quadratfläche $CDLA = xz$ mit $Cb = dy$ zu multipliziren; daher das Prisma:

$$\text{B)} \quad DnmC = dy \int dz \int dx = dy \ . \ xz.$$

Will man endlich die Summe der Elementarwürfel finden, welche in dem ganzen Würfel CDNM enthalten sind, so hat man die drei Kanten x, y, z mit einander zu multipliziren; daher der Würfel:

$$\text{C)} \quad CDNM = \int dx \int dy \int dz = xyz.$$

Man kann nun die in den Gleichungen A, B und C ausgedrückten drei Operationen durch das einzige dreifache Integral

$$\text{D)} \quad \int\int\int dx dy dz$$

ausdrücken, wenn jedes der drei Integralzeichen sich auf eine der drei Veränderlichen x, y, z bezieht.

Wendet man diese Bezeichnung auf die obige Gleichung V und die Gleichung $m = qdxdydz$ an, so erhält man:

$$\text{VI)} \quad \mathfrak{M} = \int\int\int (x^2 + y^2)\, qdxdydz.$$

Wenn der Körper homogen ist, so ist q unveränderlich, und man hat (vergl. S. 1159 Nr. 3):

$$\text{VII)} \quad \mathfrak{M} = q \int\int\int (x^2 + y^2)\, dxdydz.$$

Im Allgemeinen kann man beliebig wählen, welche von den drei Ordinaten zuerst als veränderlich angesehen werden soll. In besondern Fällen ist indessen die Wahl nicht ganz frei.

§. 313. D'Alembert's Prinzip.

Man kann zwei Hauptarten von Systemen unterscheiden: erstens 1 solche, deren Theile nicht in Berührung mit einander stehen, sondern nur aus der Entfernung durch anziehende oder abstoßende Kräfte auf einander wirken; zweitens solche Systeme, deren Theile sich berühren. Von der ersteren Art ist das Sonnensystem; von der zweiten Art jede zusammengesetzte Maschine.

Das Produkt aus einer Masse in das Quadrat ihrer Geschwindigkeit heißt 2 (vergl. S. 2148 Nr. 3) ihre lebendige Kraft. Die Summe der lebendigen Kräfte aller Massenelemente eines Systems heißt die lebendige Kraft dieses Systems.

Zwei Massen üben durch ihr Beharrungsvermögen gleichen Einfluß auf die Bewegung des Systems aus, wenn ihre lebendigen Kräfte gleich sind.

Man kann daher die Bewegung des Systems auf folgende Weise bestimmen. Man reduzirt sämmtliche Kräfte vermittelst des Prinzips der virtuellen Geschwindigkeit (vergl. S. 1987 bis S. 1993) auf einen Punkt, indem man jede Kraft mit ihrer virtuellen Geschwindigkeit multiplizirt, und die Summe der so erhaltenen Produkte durch die virtuelle Geschwindigkeit desjenigen Punktes dividirt, auf den die Kräfte reduzirt werden sollen. Man reduzirt alsdann sämmtliche Massen auf denselben Punkt, indem man die lebendige Kraft der Masse jedes einzelnen Theiles durch das Quadrat der Geschwindigkeit des Reduktionspunktes dividirt, und die Quotienten addirt; oder, was dasselbe ist, indem man die lebendige Kraft des Ganzen durch das Quadrat der genannten Geschwindigkeit dividirt.

Man bestimmt alsdann die Bewegung der so erhaltenen Masse nach der Lehre von der Bewegung eines Punktes, indem man annimmt, die oben gefundene reduzirte Kraft sei die einzige, welche an ihr thätig ist, und er beschreibe denjenigen Weg, den er nach der Natur des Systems durchlaufen muß. Ist die Bewegung dieses Punktes bekannt, so lassen sich die Bewegungen aller übrigen Punkte vermöge der bekannten Art ihrer Verbindung mit dem ersten leicht bestimmen.

Wenn ein System von materiellen Punkten oder Körpern, auf welches 3 Kräfte wirken, sich bewegt, so wird im Allgemeinen jeder Punkt desselben eine

andre Geschwindigkeit annehmen, als welche er haben würde, wenn er frei wäre. Diese letztere freie Geschwindigkeit läßt sich in zwei Komposanten oder Seitengeschwindigkeiten zerlegen, von denen die eine der Geschwindigkeit gleich ist, die der Punkt wirklich annimmt; die andere Seitengeschwindigkeit kommt wegen der Gegenwirkung der andern Punkte gar nicht zur Wirksamkeit, und kann als verloren angesehen werden. Die dieser Geschwindigkeit entsprechende Kraft muß dann ebenfalls als verloren betrachtet werden.

Die Anzahl der mit einander verbundenen Punkte, und die Art ihrer Verbindung mag sein welche sie will, so müssen in jedem Augenblicke die verloren gehenden Kräfte sich aufheben, also im Gleichgewichte sein.

Durch diesen Grundsatz lassen sich alle Aufgaben über die Bewegung eines Systems von Punkten oder Körpern auf die Gesetze des Gleichgewichts zurückführen. Weil er von dem berühmten französischen Mathematiker D'Alembert zuerst als allgemeines Gesetz erkannt und ausgesprochen wurde, während er vorher nur zur Auflösung einzelner Aufgaben angewendet worden war, so nennt man ihn D'Alembert's Prinzip.

4 Da die verlorene Geschwindigkeit eines Punktes die mittlere oder die entgegengesetzte mittlere von der zur Wirklichkeit kommenden Geschwindigkeit und derjenigen ist, welche den an ihm wirkenden Kräften entspricht, wenn eine von diesen Geschwindigkeiten als entgegengesetzt angenommen wird: so gilt für die den beiden letztern entsprechenden Kräften dasselbe, was vorher von den verlorenen Kräften gesagt worden. Es muß also das Gleichgewicht zwischen den Kräften bestehen, welche die Aenderung der Bewegung des Systems verursachen, und denjenigen, welche den zur Wirklichkeit kommenden Geschwindigkeitsänderungen entsprechen, wenn entweder die ersteren oder die letzteren Kräfte als nach entgegengesetzten Richtungen wirkend angesehn werden.

5 Bei der Anwendung dieses Gesetzes, macht es einen Unterschied, ob die Kräfte Momentankräfte, d. h. solche, die nur einen Augenblick hindurch wirken, oder beschleunigende, kontinuirlich fortwirkende sind.

1. Bei Momentankräften erhält man die verlorenen Kräfte, wenn man die wirkliche Geschwindigkeitsänderung jedes Punktes mit der Masse desselben multiplizirt, und zu der so gefundenen Kraft, als einer Seitenkraft, und der an dem Punkte wirkenden Kraft, als mittleren, die andere Seitenkraft bestimmt.

2. Bei beschleunigenden Kräften sucht man die in einer unendlich kleinen Zeit entstehenden willkürlichen Geschwindigkeitsänderungen, und dividirt sie durch diese Zeit, um die Beschleunigungen zu erhalten; diese multipizirt man mit den Massen der korrespondirenden Punkte und dividirt die Produkte durch die Beschleunigung g der Schwere, so erhält man die zur Wirklichkeit kommenden beschleunigenden Kräfte. Zu diesen als Seitenkräften, und den an den Punkten wirkenden beschleunigenden Mittelkräften sucht man die zweiten Seitenkräfte, und diese sind die verlorenen Kräfte.

6 Soll das Prinzip auf die Bewegung eines festen Körpers angewendet wer-

den, so zerlegt man die Kräfte, welche in einem gegebenen Augenblicke an ihm wirken, und seine Bewegung ändern, in Seitenkräfte parallel mit drei beliebigen rechtwinkligen Koordinatenaxen. Man bestimmt alsdann auf die vorherangegebene Weise die den wirklichen Geschwindigkeitsänderungen entsprechenden Kräfte, und zerlegt sie auch in Seitenkräfte, die den Koordinatenaxen parallel sind. Diese zieht man von den erstern ab, und erhält im Reste die verlorenen Kräfte. Für diese setzt man die Gleichungen des Gleichgewichts an: nämlich die Summe der verlorenen Kräfte parallel mit jeder Axe setzt man gleich Null, und die Summe der statischen Momente sämmtlicher verlorenen Kräfte in Bezug auf jede der drei Axen, wird ebenfalls gleich Null gesetzt. Auf diese Weise erhält man im Allgemeinen sechs Gleichungen.

Ist eine Aufgabe über ein System von Körpern aufzulösen, so kann man so verfahren, daß man die Körper von einander trennt, und den Zustand eines jeden von ihnen durch Kräfte darstellt, die denjenigen gleich sind, mit denen die andern Körper des Systems gegen ihn gewirkt haben. Für jeden einzelnen Körper werden die Gleichungen auf obige Weise hergeleitet. Aus den gefundenen Gleichungen werden sodann die Kräfte, welche den Gegenwirkungen korrespondiren, eliminirt: so erhält man die Gleichungen zur Lösung der Aufgabe.

Man kann aber auch die Gleichungen ohne Trennung der Körper ansetzen, indem man für jeden Punkt auf obige Weise die verlorenen Kräfte sucht; alsdann setzt man die Gleichung für das Gleichgewicht an, indem man diese Kräfte mit ihren virtuellen Geschwindigkeiten multiplizirt und die Summe der Produkte gleich Null setzt.

Man kann auch zuerst die an den Punkten wirkenden Kräfte suchen; alsdann die den wirklichen Geschwindigkeitsänderungen entsprechenden Kräfte; diese oder die ersteren bringt man entgegengesetzt an, und setzt dann für sämmtliche die Gleichung für das Gleichgewicht nach dem Prinzipe der virtuellen Geschwindigkeiten an.

Um die erforderliche Anzahl von Gleichungen zu erhalten, giebt man dem Systeme nach und nach so viele verschiedene Bewegungen, als es anzunehmen fähig ist, und bildet für jede die Gleichung nach obiger Art.

Die Verbindung des D'Alembertschen Prinzip mit demjenigen der virtuellen Geschwindigkeiten geschah zuerst von dem berühmten Turiner Mathematiker Lagrange.

7 Zuerst wurde das D'Alembertsche Prinzip nur auf beschleunigende und auf eigentliche Momentankräfte angewendet. Man kann es aber auch auf wirkliche Stoßkräfte, d. h. auf solche anwenden, welche ihre Wirkungen in sehr kurzer, aber doch endlicher Zeit vollbringen.

Es sei die Dauer des Stoßes $= t$; an einem System-Punkte, dessen Masse $= m$ ist, wirke eine Stoßkraft, welche ihm, wenn er frei wäre, die Geschwindigkeit $= V$ mittheilen würde; die wirklich mitgetheilte sei v; seine wirkliche Bewegung wird also eine Geschwindigkeit haben, welche zusammengesetzt ist aus seiner Anfangsgeschwindigkeit, aus der Geschwindigkeit v, und aus derje-

nigen, welche ihm durch irgend welche beschleunigenden Kräfte mitgetheilt wird, die noch neben den Stoßkräften wirken.

Die Geschwindigkeit V kann man in zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen, von denen eine $= v$, die andere $= W$ ist, und zwar die letztere die durch Gegenwirkung des Systems aufgehobene. Die verlorene Kraft ist also $= Wm$.

Es sei die Zeit t in unendlich viele und unendlich kleine Zeittheile jeder $= \tau$ getheilt; und $mw\tau$ der Theil von Wm, der auf das Zeittheilchen τ kommt; und $m\varphi\tau$ der von den beschleunigenden Kräften herrührende Kraftverlust. Nach dem Prinzip der virtuellen Geschwindigkeiten müssen die Kräfte mit ihren virtuellen Geschwindigkeiten multiplizirt, und die Summe der Produkte muß $= 0$ gesetzt werden. Es seien σ und s die von der Lage des Punktes m abhängigen Koeffizienten, mit denen die Kraftverluste multiplizirt werden müssen. Wenn man nun für die übrigen Massen m', m'', m''' u. s. w. die nämlichen Bezeichnungen wählt, und die zusammengehörenden Größen mit gleichen Akzenten bezeichnet, so hat man nach dem D'Alembertschen Prinzip und demjenigen der virtuellen Geschwindigkeiten:

$$0 = \sigma m w \tau + \sigma' m' w' \tau + \sigma'' m'' w'' \tau + \text{ꝛc.} + s m \varphi \tau + s' m' \varphi' \tau + s'' m'' \varphi'' \tau + \ldots\ldots$$

oder weil die Wirkungen der beschleunigenden Kräfte während der Dauer des Stoßes gegen die Stoßkräfte verschwinden, also die Größen $sm\varphi\tau$, $s'm'\varphi'\tau$ u. s. w. gegen die übrigen unberücksichtigt bleiben können:

$$0 = \sigma m w \tau + \sigma' m' w' \tau + \text{ꝛc.}$$

Diese Gleichung gilt für jeden Theil der Zeit t; man braucht also nur die für die einzelnen Zeittheile gefundenen Resultate zu addiren. Da sich nun auch die Werthe von σ, σ', σ'' u. s. w. für die Zeit t nicht ändern, weil die Lage der Punkte m, m', m'' u. s. w. während des Stoßes sich nicht merklich ändert; man erhält also für die ganze Zeit t die Summengleichung:

$$0 = \sigma m W + \sigma' m' W' + \sigma'' m'' W'' + \text{ꝛc.}$$

Diese Gleichung gilt auch noch in dem Falle, wenn die zugleich erfolgenden Stöße von verschiedener Dauer sind, wenn z. B. die Gegenwirkung zwischen einem Theile der Masse früher anfängt oder früher aufhört, als bei dem andern; nur muß die Zeit t von dem Augenblicke an gerechnet werden, wo die erste Gegenwirkung beginnt, bis zu demjenigen wo die letzte aufhört; die entsprechenden Kräfte sind dann für diejenigen Punkte, zwischen denen keine Gegenwirkung stattfindet $= 0$ zu setzen.

Kommt während des Stoßes ein Uebereinandergleiten der Systemtheile vor, so müssen die Werthe der Reibung besonders in Rechnung gebracht werden, weil sie gegen die Stoßkräfte nicht unberücksichtigt bleiben können.

8 An einem Systeme, dessen Theile sich nicht berühren, seien in einem bestimmten Augenblicke, für welchen die Geschwindigkeiten der Punkte bekannt sind, bloß Momentankräfte wirksam.

Die Massen der verschiedenen Punkte eines der Systemkörper seien m, m',

m'' ꝛc. ihre Koordinaten in Beziehung auf ein beliebiges im Raume unveränderliches System von Koordinatenaxen im genannten Augenblicke seien $x, y, z, x', y', z', x'', y'', z''$ u. s. w.; die Seitengeschwindigkeiten parallel mit den Koordinatenaxen $\mathfrak{x}, \mathfrak{y}, \mathfrak{z}, \mathfrak{x}', \mathfrak{y}', \mathfrak{z}', \mathfrak{x}'', \mathfrak{y}'', \mathfrak{z}''$ u. s. w.; die Momentankräfte, welche in demselben Augenblicke an dem Körper wirken, P, P', P'' u. s. w.; die Winkel, welche sie mit den Koordinatenaxen machen, $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma', \alpha'', \beta'', \gamma''$ u. s. w.; die Koordinaten ihrer Angriffspunkte $p, q, r, p', q', r', p'', q'', r''$ u. s. w. Es seien ferner $\xi, v, \zeta, \xi', v', \zeta', \xi'', v'', \xi''$ u. s. w. die Werthe, um welche sich die Seitengeschwindigkeiten der genannten Massen durch die Wirkung der Kräfte ändern. Die Masse des Körpers sei $= k = m + m' + m'' + m''' +$ ꝛc. Die Seitengeschwindigkeit seines Schwerpunktes parallel mit den Koordinatenaxen, ehe die Kräfte wirken, seien d, f, h und D, F, H.

Für die übrigen Körper, aus denen das System besteht, gilt die nämliche Bezeichnung, mit dem Unterschiede, daß man für den zweiten Körper einen Akzent links unten, für den dritten zwei Akzente links unten hinzufügt, also ${}_Ix, {}_Iy, {}_Iz, {}_Ik$ u. s. w., ${}_{II}x, {}_{II}y, {}_{II}z, {}_{II}k$ u. s. w.

Die Masse des ganzen Systems sei $= M = k + {}_Ik + {}_{II}k +$ ꝛc.; die Koordinaten seines Schwerpunkts, wenn man dieselben so bestimmt, als wären die Körper fest vereinigt, seien $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$; seine Seitengeschwindigkeiten parallel mit der Axe, ehe die Kräfte wirken, seien $\mathfrak{X}', \mathfrak{Y}', \mathfrak{Z}'$, und wenn sie ihre Wirkung gethan haben $\mathfrak{X}'', \mathfrak{Y}'', \mathfrak{Z}''$.

Nach den Formeln für die Seitenkräfte und die Seitengeschwindigkeiten, parallel mit den Koordinatenaxen (vergl. S. 1938 u. S. 1941), erhält man:

$$D = d + \frac{P \cos\alpha + P' \cos\alpha' + P'' \cos\alpha'' + \text{ꝛc.}}{k}$$

$$\text{oder } Dk = dk + P\cos\alpha + P'\cos\alpha' + P''\cos\alpha'' + \text{ꝛc.}$$

$$_ID_Ik = d_Ik_I + {}_IP\cos{}_I\alpha + {}_IP'\cos{}_I\alpha' + {}_IP''\cos\alpha'' + \text{ꝛc.}$$

und so fort für die übrigen Körper.

Wenn man diese Gleichungen addirt, so erhält man:

$$\Sigma kD = \Sigma kd + \Sigma P\cos\alpha$$

wo sich die durch Σ angedeutete Summirung über alle Theile des Systems erstreckt.

Ebenso erhält man $\Sigma kF = \Sigma kf + \Sigma P\cos\beta$; und $\Sigma kH = \Sigma kh + \Sigma\cos\gamma$. Die Seitengeschwindigkeiten des gemeinschaftlichen Schwerpunktes aller Massen (vergl. S. 1948) sind, ehe die Kräfte wirken:

$$\mathfrak{X}' = \frac{\Sigma kd}{M};\ \mathfrak{Y}' = \frac{\Sigma kf}{M};\ \mathfrak{Z}' = \frac{\Sigma kh}{M};\ \text{nachher aber}$$

$$\mathfrak{X}'' = \frac{\Sigma kD}{M};\ \mathfrak{Y}'' = \frac{\Sigma kF}{M};\ \mathfrak{Z}'' = \frac{\Sigma kH}{M};\ \text{daher hat man}$$

$$\Sigma kd = M\mathfrak{X}';\ \Sigma kf = M\mathfrak{Y}';\ \Sigma kh = M\mathfrak{Z}';$$

$$\Sigma kD = M\mathfrak{X}'';\ \Sigma kF = M\mathfrak{Y}'';\ \Sigma kH = M\mathfrak{Z}'';\ \text{daher}$$

$$\mathfrak{X}'' = \mathfrak{X}' + \frac{\Sigma P\cos\alpha}{M};\ \mathfrak{Y}'' = \mathfrak{Y}' + \frac{\Sigma P\cos\beta}{M};\ \mathfrak{Z}'' = \mathfrak{Z}' + \frac{\Sigma P\cos\gamma}{M}$$

Die Summe der statischen Momente in Bezug auf die Angriffspunkte sind für die Axe der z:

$$0 = P \cos \alpha q - P \cos \beta p + P' \cos \alpha' q' - P' \cos \beta' p' + \text{ꝛc.}$$
$$- \xi m y + v m x - \xi' m' y' + v' m' x' - \text{ꝛc.}$$
$$0 = {}_1P \cos {}_1\alpha_1 q - {}_1P \cos {}_1\beta_1 p + {}_1P' \cos {}_1\alpha'_1 q' - {}_1P' \cos {}_1\beta' p' + \text{ꝛc.}$$
$$- {}_1\xi_1 m_1 y + {}_1v_1 m_1 x - {}_1\xi'_1 m'_1 y' + {}_1v'_1 m'_1 x' - \text{ꝛc.}$$
$$\text{ꝛc.} \qquad \text{ꝛc.}$$

Summirt man diese Gleichungen, so erhält man:

$$0 = \Sigma P \cos \alpha q - \Sigma \cos \beta p - \Sigma \xi m y + \Sigma v m x.$$

Auf ähnliche Weise erhält man die Gleichungen für die andern Koordinatenaxen.

Für die Bewegung des Schwerpunktes des ganzen Systems und für die drehende Bewegung erhält man also, wie für die Bewegung eines festen Körpers:

$$\text{I)} \quad \mathfrak{X}'' = \mathfrak{X}' + \frac{\Sigma P \cos \alpha}{M}; \quad \mathfrak{Y}'' = \mathfrak{Y}' + \frac{\Sigma P \cos \beta}{M}; \quad \mathfrak{Z}'' = \mathfrak{Z}' + \frac{\Sigma P \cos \gamma}{M}$$

$$\text{II)} \quad \begin{cases} 0 = \Sigma P \cos \alpha q - \Sigma P \cos \beta p - \Sigma \xi y m + \Sigma v x m \\ 0 = \Sigma P \cos \gamma p - \Sigma P \cos \alpha r - \Sigma \zeta x m + \Sigma \xi z m \\ 0 = \Sigma P \cos \beta r - \Sigma P \cos \gamma q - \Sigma v z m + \Sigma \zeta y m. \end{cases}$$

Der Schwerpunkt eines freien Systems von Punkten oder Körpern bewegt sich demnach gerade so, wie er sich bewegen würde, wenn in ihm alle Massen des Systems vereinigt wären, und alle an demselben wirkenden Kräfte an ihm nach parallelen Richtungen angebracht wären.

Wenn keine Kräfte an dem Systeme wirken, oder wenn nur solche Kräfte vorhanden sind, welche von der Gegenwirkung der Theile des Systems selbst herrühren, oder gegen die verschiedenen Theile desselben gleich und entgegengesetzt wirken: so sind auch am Schwerpunkt keine Kräfte anzubringen, oder sie heben sich dort auf.

Die Bewegung des Schwerpunkts wird also in diesen Fällen geradlinig und gleichförmig sein.

Dieser Grundsatz heißt das **Prinzip von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunkts**.

Siebentes Kapitel.

H y d r o d y n a m i k.

§. 314. Von dem Widerstande und dem Stoße der Flüssigkeiten im Allgemeinen.

Wenn sich eine ebene Fläche in einer ruhenden Flüssigkeit bewegt, und 1 wenn die Richtung ihrer Bewegung gegen sie selbst senkrecht ist: so verhält sich der Widerstaud, den sie leidet, wie die Größe der Ebene, wie die Dichtigkeit des Flüssigen, und wie das Quadrat der Geschwindigkeit. Der Beweis dieses Satzes ist S. 860 Nr. 23 gegeben. Bezeichnet man den Widerstand mit W, die Größe der Ebene mit F, die Dichtigkeit des Flüssigen mit D, ihre Geschwindigkeit mit C, so hat man:

$$\text{I)} \quad W = FDC^2.$$

Bleiben Fläche und Dichtigkeit unverändert, so verhalten sich die Widerstände wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

Bei einer elastischen Flüssigkeit verhält sich der Widerstand eben so, als 2 wenn sie unelastisch wäre (vergl. S. 861 Nr. 24).

Bei unelastischen wie bei elastischen Flüssigkeiten werden aber die verdräng- 3 ten Theilchen nicht vernichtet, sondern nur zur Seite geschoben, und wirken auf die von der Fläche noch nicht berührten Theilchen, wodurch der Widerstand vergrößert wird. Diese Vergrößerung kann man durch einen Faktor a ausdrücken, der ebensowohl eine ganze Zahl, als ein Bruch sein kann; daher ist der wahre Widerstand:

$$\text{II)} \quad W = aFDC^2.$$

Ist a, wie es die Erfahrung zeigt, eine unveränderliche Größe, so bleibt das obige Verhältniß dasselbe.

Vollkommen elastische Flüssigkeiten leisten (vergl. S. 861) einen 4 **doppelten** Widerstand, den ihrer Trägheit, und den ihrer Elastizität; daher hat man bei ihnen:

$$\text{III)} \quad W = 2aFDC^2.$$

Unvollkommen elastische Flüssigkeiten, deren Elastizität durch einen 5 Bruch b ausgedrückt werden mag, leisten einen Widerstand von folgendem Werthe:

$$\text{IV)} \quad W = (1 + b) \cdot aFDC^2.$$

Wenn eine bewegte Flüssigkeit gegen einen unbeweglichen festen Körper 6 stößt, so ist **die Kraft des Stoßes ebenso groß als der Widerstand** sein würde, wenn die Flüssigkeit in Ruhe und der Körper mit gleicher Geschwindigkeit aber in entgegengesetzter Richtung in Bewegung wäre.

7 Wenn sich sowohl das Feste als das Flüssige, entweder in derselben Richtung oder in entgegengesetzter bewegen, so ist der Widerstand oder Stoß eben so groß, als wenn Eines von beiden in Ruhe wäre, und das andere sich mit der relativen Geschwindigkeit bewegte; denn nur die relative Geschwindigkeit, mit der sich Eines dem Andern nähert, bestimmt die Stärke des Stoßes und nicht die absolute.

8 Bei elastischen wie bei unelastischen Flüssigkeiten verhält sich der Widerstand oder Stoß, wie die senkrecht gestoßene Fläche, wie die Dichtigkeit des Flüssigen, und wie die Höhe, welche der Geschwindigkeit entspricht (vergl. S. 861 Nr. 26). Man hat also, wenn s die Höhe des fallenden Körpers bezeichnet:

$$\text{V)} \left\{ \begin{array}{ll} \text{für unelastische Flüssigkeiten:} & W = 2\,aDFgs; \\ \text{für vollkommen elastische:} & W = 4\,aDFgs; \\ \text{für unvollkommen elastische:} & W = 2(1+b)\,aDFgs; \end{array} \right.$$

das g hat die bekannte Bedeutung von 31,253 Fuß Rheinisch (vergl. S. 839).

9 Wenn die Richtung der Bewegung gegen die Fläche senkrecht ist, so beträgt in jedem Augenblicke der Widerstand oder der Stoß der Flüssigkeit ohngefähr so viel, als das Gewicht einer Säule des Flüssigen, deren Basis gleich der gestoßenen Fläche und deren Höhe gleich der Geschwindigkeit ist (vergl. S. 862 Nr. 27).

10 Da die Resistenz oder der Stoß in jedem Augenblicke dem Gewichte einer gewissen Säule des Flüssigen gleich ist, so darf man sich bei einer Bewegung von einer gewissen Dauer nur vorstellen, daß eine Kraft welche diesem Gewichte gleich ist, beständig gegen die Fläche wirkt, welche den Widerstand leidet, oder den Stoß erhält.

11 Der Stoß oder Widerstand einer Flüssigkeit ist eine Kraft, die nicht plötzlich, sondern durch einen fortgesetzten Druck wirkt. Ebenso wirkt auch das Gewicht des Körpers. Daher läßt sich der Stoß oder Widerstand des Wassers mit einem Gewichte vergleichen, was bei *festen Körpern* nicht geschehen kann. Bei diesen letztern geschieht die ganze Wirkung plötzlich; man kann sie also nur mit der schon angehäuften Fallkraft eines Körpers vergleichen, der schon eine gewisse Strecke heruntergefallen ist.

12 Wenn die Richtung entweder des festen Körpers oder der Flüssigkeit gegen die gestoßene Fläche nicht senkrecht ist, so verhält sich die Kraft des geraden Stoßes zur Kraft des schiefen Stoßes, gegen eine und dieselbe Fläche, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels (vrgl. S. 863 bis 866).

13 Wenn zwei Ebenen zugleich von einer Flüssigkeit gestoßen werden, die eine in schiefer Richtung, die andere senkrecht, und wenn beide Ebenen durch dieselben Parallellinien begrenzt werden: so verhält sich der senkrechte Stoß zum schiefen, wie der Radius zum Kosinus des *Einfallswinkels*. Unter Einfallswinkel (vergl. S. 59 u. S. 864) wird stets derjenige verstanden, welchen die Richtung der Bewegung oder des Stoßes mit dem *Perpendikel* auf die Fläche macht.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 258, GH, oder LM, oder NO die Richtung der Bewegung; AB die schiefe Ebene, CD die senkrechte, welche beide durch dieselben Parallellinien LM und NO begrenzt sind. Man versetze CD in AE, parallel mit sich selbst, und zieht IK senkrecht auf AB; alsdann ist $\varphi = \angle$ GFI $= \angle$ KFH $= \angle$ BAE, der Einfallswinkel. Es sei D die Dichtigkeit der Flüssigkeit, S der Stoß gegen die schiefe Ebene AB, und S′ der Stoß gegen die senkrechte Ebene AE oder CD, und v die absolute Geschwindigkeit. Man hat alsdann nach dem vorigen Satze, und nach dem bei 1 (S. 2157):

$$S = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^2 \varphi;$$
$$\text{und } S' = AE \cdot D \cdot v^2.$$

Es ist $AE = AB \cdot \cos \varphi$; daher $S' = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos \varphi$; daher

$$S : S' = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^2 \varphi : AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos \varphi = \cos \varphi : 1;$$

$$\text{also VI)} \quad S' : S = 1 : \cos \varphi;$$

welche Proportion den obigen Satz ausdrückt.

Die wegen der Elastizität und der Erfahrung noch hinzukommenden Faktoren 2 und a (vergl. S. 2157) ändern an diesem Verhältnisse Nichts.

14 Da $S : S' = \cos \varphi : 1 = AE : AB$, und diese Proportion von allen Durchschnitten, wie AB, AE und CD gilt, so gilt sie auch von den ganzen Ebenen. Obgleich also die schiefe Ebene größer ist, so empfängt sie doch den kleineren Stoß. Man hat also folgenden Satz: bei senkrechtem und schiefem Stoße verhalten sich die Stöße umgekehrt wie die Ebenen.

15 Wenn zwei oder mehrere Ebenen auf verschiedene Arten geneigt, aber alle durch dieselben Parallellinien begrenzt sind, so verhalten sich die Stöße wie die Kosinus der Winkel, welche die Ebenen mit einer solchen andern Ebene machen, gegen welche die Bewegung senkrecht ist; oder umgekehrt wie die Länge der Ebenen.

Es seien, Fig. 258, die Ebenen AP und AB zwischen den Parallellinien LM und NO enthalten, welche zugleich, so wie GF die Richtung der Bewegung vorstellen. Es sei $GFI = \varphi = BAE$ der Einfallswinkel für die Ebene BA, und $GQR = \varphi'' = PAE$ der Einfallswinkel für die Ebene AP. Es sei S′ der Stoß gegen die senkrechte Ebene, S der Stoß gegen AB, und S″ der Stoß gegen AP; alsdann ist:

$$S : S' = \cos \varphi : 1$$
$$S'' : S' = \cos \varphi'' : 1$$

also $S = S' \cdot \cos \varphi$; und $S'' = S' \cdot \cos \varphi''$; daher:

$$\text{VII)} \quad S : S'' = \cos \varphi : \cos \varphi'';$$

welches das gerade Verhältniß der Kosinus der Einfallswinkel bezeichnet.

Es ist ferner $AE = AB \cdot \cos \varphi = AP \cdot \cos \varphi''$; daher:

$$\text{VIII)} \quad \cos \varphi : \cos \varphi'' = AP : AB = S : S'';$$

welches das umgekehrte Verhältniß der Ebenen beweist. Je schiefer und länger also eine Ebene ist, desto schwächer wird der Stoß.

16 Was vom Stoße gilt, gilt natürlich auch vom Widerstande. Obgleich der Beweis nur für unelastische Flüssigkeiten gebildet ist, so gilt er doch auch für elastische, da bei ihnen nur noch der beständige Faktor 2 hinzukommt.

17 Da der Faktor a sich wahrscheinlich mit dem Winkel φ verändert, so kann man den eben angeführten Lehrsatz und seine Folgerungen nur bei solchen Bewegungen anwenden, welche von der senkrechten wenig abweichen.

Der Stoß gegen eine schiefe Ebene ist zwar (vergl. S. 865 Nr. 30) hinsichtlich der Richtung der Bewegung schief; aber *seine Wirkung* geschieht dennoch *senkrecht gegen die Ebene*, indem er dieselbe reizt, sich in der senkrechten Richtung zurückzubewegen. Will man diese Wirkung in der Richtung der Bewegung selbst haben, so hat man, wenn diese Wirkung mit $\varkappa$ bezeichnet ist:

$$\varkappa = F \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^3 \varphi.$$

Es verhalten sich also die schiefen Stöße, wenn man ihre Wirkungen in der Richtung der Bewegung betrachtet, wie die Kuben der Einfallswinkel.

Man hat also für die Ebene AB:

$$\varkappa = AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^3 \varphi,$$

während die senkrechte Wirkung S' gegen die Ebene AE oder CD

$$S' = AE \cdot D \cdot v^2;$$

folglich $S' : \varkappa = AE \cdot D \cdot v^2 : AB \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^3 \varphi = AE : AB \cdot \cos^3 \varphi$.

Da ferner $AE = AB \cdot \cos \varphi$, so ist:

$$S' : \varkappa = AB \cdot \cos \varphi : AB \cdot \cos^3 \varphi = 1 : \cos^2 \varphi;$$

$$\text{oder IX)} \quad \varkappa = S' \cdot \cos^2 \varphi.$$

Es verhält sich also die senkrechte Wirkung auf eine beliebige ebene Fläche zur Wirkung in der Richtung der Bewegung gegen eine schiefe Fläche die zwischen denselben Parallelen enthalten ist, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels, oder des Winkels, den beide Ebenen mit einander machen; d. h. wie die Kraft des geraden Stoßes zur Kraft des schiefen Stoßes (vergl. S. 865 Nr. 28).

18 Wenn man die Wirkung des Stoßes oder Widerstandes gegen eine ebene Fläche in einer beliebigen Richtung wissen will, so darf man sich nur eine andere Fläche vorstellen, die gegen diese Richtung senkrecht, und mit der gegebenen Fläche zwischen denselben Parallelen eingeschlossen ist. Wenn man den senkrechten Stoß gegen diese eingebildete Ebene mit dem quadrirten Kosinus des Einfallswinkels multiplizirt, so erhält man die verlangte Wirkung.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 259, IL die gegebene Fläche, und AB die Richtung der Bewegung. Es sei FG die Richtung, in welcher die Wirkung des Stoßes oder Widerstandes verlangt wird. Man legt die Ebene IK senkrecht gegen FG, und begrenzt sie durch solche gerade Linien, welche wie LK mit FG parallel sind, und zugleich IL einschließen. Man errichtet AE senkrecht auf IL und verlängert sie bis H, so ist $\varphi = \angle EAB$ der Einfallswinkel. Es beträgt die Wirkung in der Richtung EA:

$$S' = IL \cdot D \cdot v^2 \cdot \cos^2 \varphi.$$

Es sei der Winkel EAF = ξ. Man nimmt auf der Linie AE den beliebigen Punkt C und zieht CD senkrecht auf AF. Bezeichnet man die verlangte Wirkung mit x, so hat man:

$$S' : x = AC : AD = 1 : \cos \xi;$$

$$\text{also } x = S' . \cos \xi = IL . D . v^2 . \cos^2 \varphi . \cos \xi.$$

Die senkrechte Wirkung x' gegen IK würde betragen:

$$x' = IK . D . v^2;$$

$$\text{daher } x' : x = (IK . D . v^2) : (IL . D . v^2 . \cos^2 \varphi . \cos \xi).$$

Es ist aber $IK = IL . \cos LIK = IL . \cos GAH = IL . \cos CAD = IL . \cos \xi$,

$$\text{also } x' : x = (IL . \cos \xi . D . v^2) : (IL . D . v^2 . \cos^2 \varphi . \cos \xi)$$

$$x' : x = 1 : \cos^2 \varphi$$

$$\text{also X) } x = x' . \cos^2 \varphi.$$

Diese Gleichung drückt den obigen Satz aus.

§. 315. Vom Drucke der Flüssigkeiten gegen runde Körper, und vom Mittelpunkte des Drucks.

Wenn ein Körper sich in einer flüssigen Materie bewegt, oder von einer flüssigen Materie gestoßen wird, so leidet nur die Vorderfläche den Widerstand oder Druck; weil nur die Vorderfläche der Bewegung des Flüssigen entgegengesetzt ist; oder das Flüssige nur der Bewegung der Vorderfläche entgegenwirkt. 1

Ein Körper der sich in einer Flüssigkeit bewegt, oder der sich in einer bewegten Flüssigkeit befindet, leidet eigentlich einen doppelten Druck, nämlich einen hydrostatischen und einen hydrodynamischen. 2

Der hydrostatische Druck (vergl. S. 2032 bis 2037) hängt ab von der Größe der Oberfläche des Körpers, von der Dichtigkeit der Flüssigkeit und von der Tiefe der Lage des Körpers unterhalb der obersten Fläche des Flüssigen; hierbei wird vorausgesetzt, daß das Flüssige schwer sei. Dieser Druck hebt sich selbst auf, was die horizontale Richtung betrifft, und wirkt nur in vertikaler Richtung, wenigstens so lang, als der Körper ganz vom Flüssigen umgeben ist. Bewegt sich aber der Körper so schnell, daß ein leerer Raum hinter ihm entsteht, so wirkt der hydrostatische Druck nur gegen die eine Seite und wird durch keinen Gegendruck aufgehoben; in solchem Falle ist der hydrostatische Druck ein wirklicher Widerstand gegen die Bewegung.

Der hydrodynamische Druck hängt ab von der Größe der Vorderfläche, von der Dichtigkeit des Flüssigen, und vom Quadrate der Geschwindigkeit (vergl. S. 860). Dieser wird mehrentheils allein betrachtet. Man nimmt nämlich an, daß die Bewegung langsam genug sei, um dem Flüssigen Zeit zu lassen, sich hinter dem Körper wieder zu schließen, so daß der hydrostatische Druck wenigstens in horizontaler Richtung aufgehoben wird. Doch kann es Fälle geben, wo auch der hydrostatische Druck bemerkbar wird. Das eben Ge-

sagte gilt natürlich auch dann, wenn der Körper ruht, und die Flüssigkeit gegen ihn stößt.

3

Aufgabe.

Es soll die Kraft des Widerstandes oder Stoßes einer Flüssigkeit gegen einen runden oder gedrehten Körper bestimmt werden, wenn die Bewegung in der Richtung seiner Axe geschieht.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 260, NAO der Durchschnitt eines solchen Körpers durch seine Axe, dessen Oberfläche durch die Umdrehung der krummen Linie NAO um ihre Axe entstanden ist. Die Flüssigkeit wirke in der Richtung der Axe AB.

Man zieht eine willkürliche Ordinate EC, und verlängert sie bis M. Unendlich nahe bei ihr, weiter vom Scheitel entfernt, zieht man eine zweite Ordinate GD. Durch G und E zieht man die gerade Linie LK, so ist diese die Tangente am Punkte E. Ferner zieht man FEH parallel mit AB; alsdann ist EH die Richtung der Kraft, welche auf den Punkt E wirkt.

Bezeichnet man die Abszissen auf der Axe mit x, und die Ordinaten mit y, so ist EF = CD = dx, und FG = dy.

In E errichtet man IE senkrecht auf die Tangente LK; alsdann ist $\angle$ IEH = φ der Einfallswinkel. Man hat nun:

$$\angle IEH + \angle HEK = 90^\circ;\ \angle FGE + \angle FEG = 90^\circ;$$

$$\angle IEH + \angle HEK = \angle FGE + \angle FEG$$

$$\text{da } \angle HEK = \angle FEG$$

$$\text{so ist } \angle IEH = \varphi = \angle FGE$$

Setzt man ferner den Radius = 1, so hat man:

$$dy = FG = GE \cdot \cos FGE = GE \cdot \cos\varphi.$$

Es ist aber $GE = \sqrt{(EF^2 + FG^2)} = \sqrt{dx^2 + dy^2}$; daher

$$dy = \cos\varphi \cdot \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$\text{also } \cos\varphi = \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}};\ \text{und } \cos^2\varphi = \frac{dy^2}{dx^2 + dy^2}$$

Bei der Umdrehung der krummen Linie um ihre Axe erzeugt das Theilchen EG einen Gürtel, der überall dieselbe Neigung gegen die Axe hat; folglich ist auch beim Stoße der Einfallswinkel im ganzen Umfange des Gürtels $\angle$ IEH = φ.

Wenn man die Oberfläche des Körpers auf einer Ebene projizirt, auf welche die Axe AB senkrecht ist, so ist die Projektion des von EG erzeugten Gürtels der Ring PQ, welcher alsdann zwischen denselben Parallellinien wie der Gürtel selbst enthalten ist. Dieser hat zum kleinern Halbmesser C'E' = DF = CE = y, und zum kleinern Durchmesser E'M' = EM = 2y, und zur Breite E'G' = FG = dy. Der größere Halbmesser ist C'G' = DG = y + dy. Da aber dy im Vergleich mit y als verschwindend gedacht werden kann, so kann man y als den gemeinsamen Halbmesser, und 2y als den gemeinsamen

Durchmesser ansehen. Es verhält sich der Durchmesser zum Umfange wie $1 : \pi$; alsdann ist der innere Umkreis $= 2y\pi$, und da die Breite des Ringes $= dy$ ist, so ist seine Fläche $= 2\pi y dy$.

Der senkrechte Widerstand oder Stoß gegen solchen Ring würde betragen (vergl. S. 2157 Nr. 1) $(2\pi y dy) \cdot D \cdot v^2$.

Multiplizirt man diesen Werth mit dem Quadrate des Kosinus des Einfallswinkels, und erinnert man sich, daß, wie eben bewiesen, $\cos^2 \varphi = \frac{dy^2}{dx^2 + dy^2}$ so kommt für die Wirkung dW des Flüssigen auf den von EG erzeugten Gürtel, wenn man dieselbe in der Richtung der Axe schätzt:

$$\text{XI)} \quad dW = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2}$$

Nun bleibt zwar noch ein andrer Theil der Wirkung übrig, der auf die Axe senkrecht ist; dieser aber hebt sich selbst auf, weil er auf jeden Theil des Gürtels eben so stark ist, als auf den entgegengesetzten.

Es sei nun W die Wirkung des Flüssigen auf den Theil EAM des Körpers (nicht blos der Linie). Nimmt dieser Theil zu um den von EG erzeugten Gürtel, so nimmt die Wirkung zu um die eben jetzt berechnete Quantität dW in der Gleichung XI; integrirt man diese Gleichung so hat man:

$$\text{XII)} \quad W = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \int \frac{y dy^3}{dx^2 + dy^2} = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \int \frac{y dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2} + 1\right)}$$

Es sind nämlich 2π, D und v konstant, und der letzte Ausdruck entsteht durch Division mit dy^2.

Es sei die krumme Linie NAO ein Kreis, so ist der Körper eine Kugel. 4
In diesem Falle ist, wenn der Kreisdurchmesser $= a$ (vergl. S. 1194 Nr. 6):

$$y^2 = ax - x^2$$

$$2y dy = a dx - 2x dx = (a - 2x)\, dx$$

$$y dy = \frac{1}{2} \cdot (a - 2x)\, dx$$

$$\frac{dx}{dy} = \frac{2y}{a - 2x}$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} = \frac{4y^2}{(a - 2x)^2} = \frac{4(ax - x^2)}{(a - 2x)^2}$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + 1 = \frac{4(ax - x^2)}{(a - 2x)^2} + 1$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + 1 = \frac{4(ax - x^2) + (a - 2x)^2}{(a - 2x)^2}$$

$$\frac{dx^2}{dy^2} + 1 = \frac{4ax - 4x^2 + a^2 - 4ax + 4x^2}{(a - 2x)^2} = \frac{a^2}{(a - 2x)^2}$$

$$\frac{y dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2} + 1\right)} = \frac{\frac{1}{2}(a - 2x)^3 dx}{a^2} = \frac{(a - 2x)^3 \cdot dx}{2a^2}$$

Wenn man die Funktion $\frac{(a - 2x)}{-4a^2}$ differenzirt, so erhält man (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2) $\frac{-2\,dx}{-4a^2} = \frac{dx}{2a^2}$; man kann also die letzte Gleichung folgendermaaßen ausdrücken:

$$\frac{y\,dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2} + 1\right)} = \frac{(a - 2x)^3 \cdot d\,(a - 2x)}{-4a^2}$$

Hievon ist das Integrale $-\frac{(a - 2x)^4}{16a^2}$

Man hat also:

$$W = 2\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot \int \frac{y\,dy}{\left(\frac{dx^2}{dy^2} + 1\right)} = -\frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot (a - 2x)^4}{8a^2} + C$$

Die konstante Größe C läßt sich dadurch bestimmen, daß $W = 0$, wenn $x = 0$, also:

$$0 = -\frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot (2x)^4}{8a^2} + C = -\frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot 16x^4}{8a^2} + C$$

$$\text{also} \quad C = \pi \cdot D \cdot v^2 \, \frac{16x^4}{8a^2}$$

$$\text{folglich} \quad W = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2}{8a^2} \left(16x^4 - (a - 2x)^4\right)$$

Da nun die vordere Hälfte der Kugel allein den Stoß oder Widerstand erleidet, so muß man $x = \frac{1}{2}a$ setzen; alsdann hat man:

$$W = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2}{8a^2} \left(16\left(\frac{1}{2}a\right)^4 - (a - a)^4\right)$$

$$\text{XIII)} \quad W = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot 2\left(\frac{1}{2}a\right)^4}{a^2} = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot \frac{2}{16}a^4}{a^2} = \frac{\pi \cdot D \cdot v^2 \cdot a^2}{8}$$

Vergleicht man diesen Widerstand mit demjenigen, den der große Durchschnitt der Kugel bei einer senkrechten Bewegung leiden würde, so hat man zuerst als Fläche dieses Durchschnitts $\frac{1}{4}a^2\pi$ (vergl. S. 733 Nr. 15); daher ist der Widerstand oder Stoß gegen dieselbe $\frac{1}{4} \cdot a^2\pi \cdot D \cdot v^2$; also doppelt so viel wie der Widerstand W gegen die halbe Oberfläche. Die Kugel erleidet also nur halb so viel, als die Fläche des größten Kreises derselben erleiden würde.

Wenn eine flüssige Materie gegen eine Fläche stößt: so giebt es stets einen Punkt in dieser Fläche, welcher unterstützt werden muß, wenn die Fläche im Gleichgewicht bleiben soll. Der ganze Stoß entsteht aus den Stößen aller Theilchen der Flüssigkeit. Diese wirken als parallele Kräfte gegen die Fläche. Es muß daher einen Punkt in der Fläche geben, durch welchen die aus den einzelnen Kräften zusammengesetzte Kraft ihre Richtung hat. Wird nun dieser

Punkt unterstützt, so bleibt die ganze Fläche im Gleichgewicht. Dieser Punkt ist der **Mittelpunkt des Drucks**. Auch bei der ruhenden Flüssigkeit giebt es einen solchen (vergl. S. 2034).

6 Wenn eine ebene Fläche von einer bewegten homogenen Flüssigkeit gestoßen wird, deren Theilchen alle mit gleicher Geschwindigkeit gehen: so ist der **Schwerpunkt zugleich der Mittelpunkt des Drucks oder Stoßes**.

Denn in diesem Falle sind die unendlich kleinen Stöße der Flüssigkeit ebenso vertheilt wie die Schwere, folglich ist auch die daraus entstehende Kraft ebenso beschaffen, wie das Gewicht eines Körpers, und derselbe Punkt ist für beide der gemeinsame Ruhepunkt. Dies gilt ebensowohl für den senkrechten als für den schiefen Stoß; denn bei dem letztern sind die unendlich kleinen Stöße sämmtlich nach demselben Verhältnisse vermindert, und bleiben also gleich.

7 Wenn eine Ebene parallel mit sich selbst in einer ruhenden Flüssigkeit sich bewegt: so fällt der Mittelpunkt des Widerstandes aus ganz ähnlichen Gründen ebenfalls in den Schwerpunkt der Ebene.

8 Dasselbe ist der Fall, wenn sich eine Ebene parallel mit sich selbst in einer bewegten Flüssigkeit bewegt; denn alsdann kann Eines als ruhend, und das Andere als mit der relativen Geschwindigkeit bewegt angesehn werden.

9 Ist die Ebene durch den Stoß gezwungen, sich um eine Axe zu drehen, so ist der Mittelpunkt des Stoßes nicht im Schwerpunkte, sondern näher an der Axe; weil die Punkte an der Axe weniger schnell weichen, also einen stärkern Stoß erleiden. Ist aber die Axe etwas von der Fläche entfernt, so ist Schwerpunkt und Mittelpunkt wenig verschieden.

§. 316. Allgemeine Bemerkungen über die Wirkung des Wassers auf das Vordertheil eines Schiffes.

1 Denkt man sich den vertikalen Breitendurchschnitt eines Schiffes in der Gegend seiner Mitte, wo das Mittel- oder Hauptspant steht, so dehnt sich von dieser Ebene des Hauptspants das Vordertheil des Schiffskörpers in abgerundeter Form nach vornhin aus, und empfängt auf seiner gekrümmten Oberfläche bei vorwärtsgerichteter Bewegung den Widerstand oder Stoß des aus der Stelle zu drängenden Wassers. Da nun vorher (S. 2164 Nr. 4) gefunden, daß eine **Kugel** mit ihrer runden Oberfläche **nur halb so viel Widerstand** erleidet, als die **Fläche ihres größten Kreises** erleiden würde: so läßt sich schon zum Voraus einsehen, daß auch die gekrümmte Oberfläche des Vorderschiffs weniger Widerstand erleiden wird, als die Ebene des Hauptspants. Das Verhältniß zwischen dem Widerstande des Vordertheils und dem Widerstande des Hauptspants entscheidet nun darüber, ob ein Schiff ein guter oder ein schlechter Segler ist. Bei einigen als vortreffliche Segler bekannten Fregatten verhielt sich der Widerstand des Vordertheils zu demjenigen des Hauptspants wie 1 : 10, d. h. der Widerstand des Vordertheils betrug nur ein Zehntel von dem Widerstande den die Fläche des Hauptspants erlitten hätte, wenn sie dem Wasser unmittelbar ausgesetzt gewesen wäre. Bei einigen wegen ihres

guten Segelns bekannten Linienschiffen war das Verhältniß wie 1 : 9. Bei einigen schlecht segelnden Schiffen war es wie 1 : 3½. Soll also entschieden werden, ob ein Schiff hinsichtlich des Segelns gut gebaut sei, so muß jenes Verhältniß durch Rechnung gefunden werden. Den Flächeninhalt des Hauptspants, und darnach seinen Widerstand zu berechnen, macht keine große Schwierigkeit. Dagegen ist es mühsamer, den Inhalt und die Krümmung des Vordertheils, und darnach seinen Widerstand zu finden. Das Genauere folgt in der Schiffsgebäudekunde; für jetzt werden nur einige allgemeine Bemerkungen darüber gemacht.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 261, AB die größte Weite des Hauptspants eines Fahrzeugs, dessen Vordertheil nach den Winkeln ACB, oder AFB, oder ALB gestaltet ist. Nimmt man nun an, ein solches Fahrzeug bewege sich gerade aus, d. h. in einer mit der Richtung des Kiels parallelen Richtung, und zieht man das Perpendikel LE durch die Scheitel der drei AB gegenüberliegenden Winkel, welche die Spitze der drei verschieden gebildeten Vordertheile bezeichnen; und nimmt man ferner an, daß AFB ein gleichseitiges Dreieck sei: so kann man die Wirkung des Wassers auf diese drei verschieden gestalteten Vordertheile bei übrigens gleicher Stärke und Richtung der Bewegung in folgender Weise finden. Man ziehe mit dem Radius AB = AF = BF die beiden Kreisbogen AF und BF, und verlängere AC bis M; darauf fälle man die Perpendikel MD und PK, also parallel mit FE auf AB. Man sieht sogleich, daß von der Linie AB der Theil AK der Kosinus des Winkels PAK, ferner AE der Kosinus des Winkels FAE, und AD der Kosinus des Winkels MAD ist. Die drei Winkel PAK, FAE und MAD sind aber die Einfallswinkel der Wasserkraft auf die schiefen Ebenen LA, FA und CA. Verlängert man z. B. AF nach h, und errichtet nF senkrecht auf Ah, so ist, weil LF die Richtung des Wasserstoßes bezeichnet, LFn der Einfallswinkel und zugleich der Komplementswinkel des Winkels LFh, den die Stoßrichtung mit der schiefen Ebene Ah macht. Da nun LFh = AFE, als Scheitelwinkel, und AFE in dem rechtwinkligen Dreiecke AFE das Komplement des Winkels FAE ist, so hat man LFn = FAD; also ist FAE der Einfallswinkel des Stoßes für die Ebene AF; eben so leicht findet man, daß PAE der Einfallswinkel für die Ebene LA, und MAD der Einfallswinkel für die Ebene AC ist (vergl. S. 2160 Nr. 17).

3 Man sieht ferner, daß die vier Ebenen AE, AC, AF, AL zwischen denselben Parallellinien AQ und AL eingeschlossen sind. Um also den Widerstand einer jeden der drei letztern Ebenen zu finden, muß man zuerst den senkrechten Stoß auf AE berechnen (vergl. S. 2157 Nr. 1), er heiße S'; darauf bildet man nach der Regel auf S. 2160 Nr. 17 folgende Proportionen, in denen für die Ebene AC der Einfallswinkel a, und der Stoß S''; für die Ebene AF der Einfallswinkel b, und der Stoß S'''; für die Ebene AL der Einfallswinkel c und der Stoß S'''' heißt.

$$S' : S'' = r^2 : \cos^2 a;\ S' : S''' = r^2 : \cos^2 b;\ S' : S'''' = r^2 : \cos^2 c.$$

Da nun AE = EB; AC = CB; AF = FB; AL = LB; so braucht man

den aus obigen Proportionen gefundenen Werth nur zu verdoppeln, um den Stoß für die ganzen Oberflächen ACB, AFB und ALB zu erhalten.

4 Diese Berechnungsweise giebt freilich nur bei ebenen Flächen eine völlige Genauigkeit. Zerlegt man aber krumme Flächen in so kleine Stücke, daß sich jedes davon ohne merklichen Irrthum als eben ansehn läßt, so wird man sich durch das obige Verfahren dem wahren Werthe des gesuchten Verhältnisses hinreichend nähern können. Der auf solche Art gefundene Widerstand ist (vergl. S. 2160 Nr. 17) derjenige, den das Vordertheil in der Richtung des Kiels erleidet, und bedingt die größere oder geringere Schnelligkeit des Schiffs.

5 Will man aber die auf das Vordertheil senkrecht ausgeübte Wirkung des Wassers haben, um darnach die Stärke der Spanten zu bestimmen, welche dieser Wirkung widerstehen sollen: so verfährt man nach S. 2158 Nr. 12; es verhält sich die Kraft des senkrechten Stoßes zur Kraft des schiefen gegen eine und dieselbe Ebene, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels.

6 Das Verfahren zur Theilung der krummen Oberfläche ist im Allgemeinen folgendes. Auf dem Spantenrisse, Tafel XL, Fig. 2, welcher aber zu diesem Zwecke in viel größerem Maaßstabe gezeichnet werden muß, zieht man in gleichen Entfernungen von einander die gehörige Anzahl Wasserlinien, wie LWL1, WL2 u. s. w. Da diese die Spanten schneiden, so wird dadurch die ganze Oberfläche in eine gewisse Anzahl von schiefen Vierecken getheilt, welche auf dem Seitenrisse, Fig. 1, mehrentheils als Parallelogramme, zum Theil auch am Vordersteven als Trapeze erscheinen. In allen diesen Vierecken auf dem Spantenriß zieht man die Diagonalen. Diese letzteren sind alsdann die auf der Ebene des Hauptspants entworfenen Projektionen derjenigen Diagonalen, welche in den auf der äußeren Fläche des Vordertheils gezeichneten Parallelogrammen gezogen werden könnten. Durch diese Diagonalen wird das Vorschiff in Dreiecke eingetheilt, welche den Stoß des Wassers in verschiedenen Richtungen erleiden.

Auf dem Spantenriß sieht man die ganze Fläche dieser Dreiecke nicht, sondern wegen der Krümmung des Vorschiffes nur ihre Projektionen auf das Hauptspant. Zu der erforderlichen Rechnung genügen aber diese Projektionen, weil die Summe der Wassersäulen, welche auf jedes Dreieck wirken, der Projektion des Dreiecks auf das Hauptspant proportional ist; so daß die auf jedes Dreieck der äußern Fläche wirkende Wassermasse als ein dreieckiges Prisma angesehn werden kann, dessen Grundfläche nicht dem äußern Dreiecke, sondern nur seiner Projektion auf das Hauptspant gleich ist. Dies folgt unmittelbar aus dem S. 2160 Nr. 17 angegebenen Satze.

7 Hat man ein als guter Segler anerkanntes Schiff, und kennt das Verhältniß zwischen dem Widerstande seines Vorschiffes und demjenigen seines Hauptspants: so kann es oft vortheilhaft sein zu untersuchen, ob das Vordertheil eines erst im Risse entworfenen Schiffes eben so wenig, oder noch weniger Widerstand leidet, als dasjenige des guten Seglers.

Es sei der Flächeninhalt der Ebene von dem Hauptspante eines Schiffes

= 606 Fuß, 8 Zoll, und der Widerstand, den diese Ebene leidet, verhalte sich zum Widerstande, den sein Vordertheil erleidet, wie 9,7 : 1. Ein anderes Schiff habe das gleiche Verhältniß zwischen dem Widerstande des Hauptspants und dem des Vordertheils; aber das Hauptspant selbst habe einen Flächeninhalt von 800 Fuß. Führen nun beide Schiffe gleich große Bemastung und Segel, so muß das letztere schlechter segeln, weil sein Hauptspant wegen seines größern Flächeninhalts einen größern Widerstand des Wassers ergiebt.

Man muß also bei der berechnenden Prüfung, welches von zwei Schiffen der bessere Segler sei, nicht allein das Verhältniß zwischen den Widerständen der Hauptspanten und Vordertheile ins Auge fassen, sondern auch die Größe der Hauptspanten unter einander vergleichen; alsdann erst ergiebt sich, welches von beiden Schiffen eine größere oder geringere Wassermasse aus der Stelle zu treiben hat.

Haben aber zwei Schiffe gleich große Hauptspanten, alsdann ist es natürlich hinreichend, nur die beiden Verhältnisse zwischen den Hauptspants- und Vordertheils-Widerständen zu vergleichen. Findet sich also bei gleichen Hauptspanten und Segeln, daß der Widerstand auf das Vordertheil des einen Schiffes 249 Fuß, 10 Zoll, 11 Linien, 7 Punkte, bei dem andern 300 Fuß beträgt: so ist natürlich das letztere ein schlechterer Segler.

Zur genauen Bestimmung des bessern und schlechtern Segelns gehört freilich auch die Kenntniß von der Größe der Segel, von der Fähigkeit sie auch bei stärkerem Winde zu tragen, von der Größe der Abtrifft, und der Leichtigkeit sich steuern zu lassen. Diese letztern Bestimmungen gehören aber schon ganz in die Konstruktionslehre der Schiffsgebäudekunde.

Zweites Buch.

Schiffsgebäudekunde

Erstes Kapitel.

Die Lehre von der Konstruktion der Schiffsgebäude, oder allgemeine statische und dynamische Theorie derselben.

§. 317. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

1 Die Schiffsgebäudekunde lehrt die statischen und dynamischen Eigenschaften eines Schiffskörpers nach den Dimensionen und der Proportion seiner Bestandtheile und seiner Bauart erkennen (vergl. S. 3 Nr. 1); sei derselbe in der Wirklichkeit, oder nur im Modell, oder nur in der Zeichnung seines Seiten-, Spanten- und Sentenrisses gegeben. Die Schiffbaukunst besteht aus zwei Theilen: der eigentlichen Schiffbaukunst und der Schiffszimmerkunst; die erstere bestimmt mit Anwendung der mechanischen Wissenschaften den Schiffsgebäuden die zum Kriege, zum Handel, zur Fischerei u. s. w. angemessene Form und Einrichtung, und legt diese Bestimmungen in den genannten drei Baurissen dar; die Schiffszimmerkunst fertigt nach solchen Baurissen die einzelnen Theile an, setzt sie zusammen, und verbindet sie zur gehörigen Festigkeit. Diesen beiden Theilen der Schiffbaukunst ensprechend enthält auch die Schiffsgebäudekunde zwei Haupttheile: den mechanischen, von der eigentlichen Schiffbaukunst, und den technischen, von der Schiffszimmerkunst hergeleiteten.

2 Der mechanische enthält selbst wieder zwei Theile: die Konstruktionslehre, welche die allgemeinen statischen und dynamischen Gesetze angiebt, nach denen die erforderlichen Eigenschaften der Schiffskörper erlangt, also auch geprüft werden können; die Zeichnungslehre, welche die Regeln enthält,

nach denen der Seiten-, Spanten- und Sentenriß eines Schiffes gemacht, also auch geprüft werden kann. Außer diesen drei, zwar hauptsächlichen aber rein geometrischen, Zeichnungen können auch noch einige perspektivische Darstellungen gezeigt werden.

3 Der technische enthält ebenfalls wieder zwei Theile: die Bestecklehre, welche die Dimensionen und Proportionen der einzelnen Theile des Schiffsgebäudes angiebt; die eigentliche Baulehre, welche die Reihenfolge und die Art zeigt, in der die einzelnen Theile zum Ganzen zusammengefügt und verbunden werden.

4 Zu diesen beiden Haupttheilen der Schiffsgebäudekunde kommen dann noch zwei Nebentheile: die Lehre von der Ayche, d. h. von der Ausmessung des körperlichen Raumes, oder der Lastigkeit, oder dem Tonnengehalte eines Schiffes; die Lehre von der Stauung, d. h. von der zweckmäßigen Vertheilung und Anordnung der Ladung, so daß die statischen und dynamischen Bedingungen einer guten Lage und Fahrt des Schiffes unverletzt erhalten werden.

5 Die Vorzüglichkeit eines Schiffes, mag es zum Kriege oder Handel bestimmt sein, beruht auf folgenden vier Eigenschaften: Stärke, Stabilität, Geräumigkeit und Schnelligkeit. Zu seiner Stabilität gehört zugleich, daß sein Stampfen, oder seine Bewegung in hohler See nach der Richtung seiner Länge, so daß bald das Vordertheil, bald das Hintertheil tiefer einsinkt, und daß sein Schlingern, oder seine Bewegung in hohler See nach der Richtung seiner Breite, so daß bald seine Steuerbords-Seite (die rechte), bald seine Backbords-Seite (die linke) tiefer einsinkt, möglichst sanft, und ohne Nachtheil für seine Verbindung und Bemastung vor sich gehe. Zu seiner Schnelligkeit gehört zugleich, daß es sich gut steuern lasse, und die Segel leicht trage.

6 Die Stärke eines Schiffs hängt davon ab, daß denjenigen seiner Theile, welche dem heftigen und plötzlichen Andrange der See am meisten ausgesetzt sind, eine hinreichende Solidität, und ihrer Verbindung eine solche Festigkeit und Beschaffenheit gegeben wird, daß jedes Gewicht eine hinreichende Unterstützung, selbst bei unregelmäßiger Bewegung besitzt.

7 Die Stabilität, Steife oder Steifheit, eines Schiffes bedeutet die Eigenschaft desselben, daß es viele Segel führen kann, ohne dem Drucke des Windes nachzugeben, und sich zu weit auf die Seite zu neigen. Ein Schiff, dem die erforderliche Stabilität fehlt, heißt rank. Die Steife hängt hauptsächlich von der Gestalt des Gebäudes, namentlich seines Bodens ab; außerdem auch von der Stauung seiner Ladung. Für die Konstruktion eines Kriegsschiffs ist es ein Hauptpunkt, daß es seine unterste Kanonenlage bei jedem Wetter in hinreichender Höhe über dem Wasser führen kann, sonst wird sie nutzlos. Ein Dreidecker, welcher seine Stückpforten nur bei ganz ruhiger See öffnen kann, wird bei etwas hoher See leicht von einem Zweidecker überwältigt, welcher steif genug ist, um seine untere Lage zu gebrauchen; und eine Fregatte von achtundvierzig Kanonen wird leicht einen Zweidecker von vierundsiebenzig überwinden,

welcher seine untere Pfortenreihe schließen muß. Es muß also bei der Konstruktion eines Kriegsschiffs zuerst darauf gesehn werden, daß seine niedrigste Pforte (die sich in der untersten Lage in der Gegend des Mittelschiffs, gewöhnlich bei dem Mittelspant befindet) bei jeder häufig vorkommenden Lage des Schiffs die gehörige Höhe über Wasser behalten kann. Diese beträgt bei Linienschiffen zwischen fünf und sechs Fuß; bei Fregatten zwischen sechs und sieben Fuß; bei Sloopen, Kuttern und kleinen Fahrzeugen zwischen vier und fünf Fuß.

Durch diese Bestimmung erhält man die *Wassertrachts-Linie*, oder *Ladewasser-Linie*, bis zu welcher das geladene Schiff in das Wasser sinkt (vergl. Tafel XL, Fig. 1, die Linie LWL). Man muß alsdann noch bestimmen, ob das Schiff *gleichlastig* oder *achterlastig* sein soll. *Gleichlastig* ist es; wenn es vorn und hinten gleich tief geht, so daß der Kiel horizontal liegt; *achterlastig* ist es, wenn es hinten etwas tiefer geht, was bei vielen Schiffen sehr zur Wirksamkeit des Steuers beiträgt, daher man ein solches Schiff auch *steuerlastig* nennt. Zu große Achterlastigkeit kann die Geschwindigkeit des Schiffs bedeutend veringern, weil der Widerstand des Wassers dadurch vermehrt wird. Denn ein Schiff ohne Steuerlastigkeit, oder auf einem *ebenen* (wasserpassen oder horizontalen) Kiele hat nur eine Wassermasse aus der Stelle zu treiben, welche dem Flächeninhalte seines Mittelspants, oder dem vertikalen Breitendurchschnitte in der Gegend seiner größten Breite entspricht; dagegen muß ein bedeutend steuerlastiges Schiff auch noch diejenige Wassermasse aus der Stelle treiben, welche auf die untere Fläche des Bodens vom Mittelspant bis zum Steuer trifft. Man nennt die Steuerlastigkeit auch zuweilen den *Unterschied der Wassertracht*. Die Steuerlastigkeit kann indessen nur nachtheilig sein, wenn sie zu groß ist. Dagegen ist die *Vorlastigkeit*, d. h. wenn das Schiff vorne tiefer einsinkt als hinten, oder *in die Nase liegt*, stets nachtheilig, weil dann einestheils die Fläche, welche das Steuerruder dem Wasser darbietet, also auch seine Wirksamkeit verringert, und anderntheils die Hintersegel eine unverhältnißmäßig größere Gewalt über die Vordersegel erhalten, wenn das Schiff bei dem Winde segelt.

Sobald nun dem Schiffe eine Steuerlastigkeit gegeben wird, müssen natürlich die von der Mitte nach hinten zu liegenden Kanonenporten im Verhältnisse des Wassertrachtsunterschiedes höher über dem Kiele angeordnet werden, als es bei einem gleichlastigen Schiffe der Fall ist.

Bei einem *Kauffahrteischiffe*, dessen Hauptzweck die Führung einer Ladung ist, kann die *Wassertrachtslinie natürlich nicht so genau* bestimmt werden, da es bald eine größere, bald eine geringere Ladung zu führen hat.

Hinsichtlich der genügenden Stabilität, der gehörigen Steuerfähigkeit, der möglichst geringen Abtrift, und der angemessenen Stärke, um eine möglichst große Masse von Segeln führen zu können, ohne zu sehr abzutreiben, oder in seiner Verbindung zu stark angestrengt zu werden: hinsichtlich dieser Eigenschaften bleibt die Konstruktion der Kriegsschiffe und der Kauffahrer dieselbe. Da-

gegen wiegt bei den Kriegsschiffen neben der genügenden Höhe der untersten Kanonenlage über dem Wasser die Schnelligkeit, bei den Kauffahrteischiffen die Geräumigkeit für die möglich größte Ladung vor.

9 Die erste Bestimmung für die Konstruktion und die Zeichnung des Schiffes ist diejenige seiner Länge. Sie richtet sich bei Kriegsschiffen nach der Anzahl von Kanonen, welche auf einer Seite in einer Lage angebracht werden sollen. Zwischen allen muß der zur bequemen Bedienung erforderliche Zwischenraum vorhanden sein, und aus demselben Grunde müssen die vordersten und hintersten Kanonen genügenden Abstand vom Vorder- und Hintersteven haben, um so mehr, als sich dort das Schiffsgebäude wölbt und verengert. Im Allgemeinen werden in neuerer Zeit die Schiffe bedeutend länger gebaut als es früherhin üblich war; z. B. um 1745 war das unterste Kanonendeck eines Dreideckers von 100 Kanonen 178 Fuß lang, jetzt beträgt es 204 Fuß; das Kanonendeck einer Fregatte von 36 Kanonen hatte 1745 eine Länge von 130 Fuß, jetzt eine Länge von 160 Fuß.

10 Die zweite Bestimmung ist diejenige der Breite des Schiffes; diese richtet sich nach dem Segelbalken, d. h. nach dem längsten Deckbalken, welcher im Mittelspant, und zwar unter den Deckplanken des unteren Decks zu liegen kommt. Die Deckbalken sind nämlich die quer im Schiff von Steuer- nach Backbord-Seite hinüberreichenden Balken, auf denen die Planken der Decke ruhen. Die Spanten sind (siehe Tafel XXXVII, Fig. 5) die halbkreisförmig zusammengesetzten Balken, welche gleichsam die Rippen des Schiffskörpers bilden, und deren Kreisflächen senkrecht auf der horizontalen, nach seiner Länge genommenen Ebene des Kiels stehen. Die untere Krümmung der Spanten bildet die bauchige Wölbung des Schiffskörpers; und jedes Spant bestimmt an seiner Stelle den Flächeninhalt eines vertikalen Breitendurchschnitts; die Mittelspanten sind die geräumigsten; nach vorne und hinten zu werden sie kleiner und enger gewölbt.

Die Länge des Segelbalkens oder die größte Breite des Schiffs hat noch kein allgemein anerkanntes Verhältniß zur Länge des Schiffs, sondern wird von verschiedenen Schiffsbaumeistern theils nach ihrer Erfahrung, theils nach der besondern Bestimmung der zu bauenden Schiffe auf verschiedene Weise bestimmt.

Für eine verhältnißmäßig geringere Breite sprechen folgende Gründe:

1. Der Flächeninhalt der Spanten wird kleiner, also ist auch der Widerstand des aus der Stelle zu treibenden Wassers geringer.

2. Ist das Schiff verhältnißmäßig länger, so hat seine Seite mehr Fläche, findet also mehr Widerstand in dem zur Seite befindlichen Wasser, und kann folglich nicht so leicht leewärts (nach der Seite, wo der Wind hingeht) abgetrieben werden, oder hat geringere Abtrift.

3. Die Wasserlinie, d. h. die Kurven, welche die horizontalen Durchschnitte des Schiffes in seinen verschiedenen Höhen begrenzen, bekommen eine längere Gestalt, und sind also vortheilhafter zur Zertheilung des Wassers.

4. Ein langes und schmales Schiff erfordert weniger Segel zur Fahrt; seine Bemastung kann also kürzer, und seine Tackelage leichter sein, was den Dienst der Mannschaft erleichtert.

Für eine verhältnißmäßig größere Breite sprechen folgende Gründe:

1. Die schweren und langen Kanonen haben mehr Raum zum Rücklauf und zur Bedienung.

2. Die Segel können größer sein, und das Schiff kann ihrer mehr führen; dadurch erhält es einen Vortheil über die schmäler gebauten.

3. Wenn ein solches Schiff auch in der Wassertrachtslinie breiter ist, so kann es dafür in der Flur, d. h. im untern Theile des Bodenraums, namentlich am vordern und hintern Ende sehr scharf gehalten werden.

4. Ein breites Schiff hebt sich leichter auf den Wellen als ein scharf gebautes.

Diese Gründe sind zwar richtig; doch führt jeder, einzeln betrachtet, auch seine Nachtheile mit sich. Verengert sich z. B. der Bug oder das Vorderschiff sehr stark, so muß das Schiff viel stärker stampfen, als wenn es vorne im Verhältniß zur Mitte weniger schmal ist. Das Stampfen ist aber, namentlich für die Bemastung, viel gefährlicher als das Schlingern. Die Masten brechen am häufigsten, wenn das Vordertheil sich wieder hebt, nachdem es vorher tiefer eingesunken war. Diesem Uebelstande kann nur dadurch abgeholfen werden, daß der Bug einen solchen Belauf, oder eine solche Gestalt erhält, welche sich nach oben hin bedeutend erweitert; diese Erweiterung hält dann das tiefe und schnelle Einsinken des Vorderschiffes auf. Es muß aber auch das Achterschiff mit seiner Gestalt dem Vorschiffe entsprechen; denn hat das erstere nicht die gehörige Unterstützung durch seinen Belauf, so sinkt es mit dem Spiegel zu tief ein, und erhält Sturzseen über den Heckbord.

11 Von der Gestalt des Spiegels, d. h. des untern Theil des Achterschiffs von der untern Spitze der Randsomhölzer, oder des hintersten Spants, bis zum Heckbalken, oder dem untern Rande der hintern Gillung, d. h. der Wölbung, durch welche das Steuer ins Schiff geht, von der Gestalt dieses Theils hängt es hauptsächlich ab, wie das Schiff sich steuern läßt. Es muß ein richtiges Mittel zwischen der zu großen Schärfe und der zu großen Breite getroffen werden. Ist der Spiegel zu schmal, so stampft das Schiff und nimmt Sturzseen auf, wie eben gesagt worden. Ist der Spiegel zu breit, so ist die auf ihm nach dem Durchgange des Schiffes zusammenfließende Wassermasse ausgedehnter als die Fläche des Ruders, und diesem ist daher seine Hauptkraft genommen. Es muß daher unterhalb der Wassertrachtslinie jede Breite, oder jede vollgehaltene Wasserlinie vermieden werden. Dagegen muß aber unmittelbar über der Wassertrachtslinie das Achterschiff eine hinlängliche Ausdehnung erhalten, um gegen das tiefe Einsinken und die dem Heck so gefährlichen Sturzseen gehörig geschützt zu sein, indem die breiteren Flächen den erforderlichen Widerstand im Wasser finden.

12 Ob ein Schiff genügende Stabilität habe, um sich nach einer kleinen durch horizontalen Andrang erlittenen Seitenneigung von selbst wieder empor-

richten zu können; ob es rank sei, d. h. eine fehlerhafte Hinneigung zum Schlingern habe, das hängt hauptsächlich von der Gestalt der mittleren Spanten ab. Je näher die Gestalt des Mittelschiffs einem Cylinder gleich kommt, desto mehr muß es schlingern; je schärfer es aber nach unten zuläuft, desto eher kann es kentern oder umstürzen, und hat außerdem tiefere Wassertracht und geringeren Ladungsraum. Ein Schiff mit flachem Boden und perpendikulären Seiten oberhalb der Wassertrachtslinie hat die größte Steife; aber weil es dann zu wenig nachgiebig gegen den Seitenandrang hoher Wellen ist, so stürzen diese zu häufig und mit einer ähnlichen Gewalt über seine Seiten hin, wie über einen entgegenstehenden Felsen. Man muß daher ein angemessenes Mittel zwischen den genannten Formen zu erhalten suchen, um ihren eigenthümlichen Nachtheilen zu entgehen. Das bewährteste Gegenmittel ist: im Mittelschiff die Flur flach zu halten, die Auflanger, d. h. die nach oben hin gekrümmten Theile der Spanten gerade zu machen, und die größte Breite oder das Weit über die Wassertrachtslinie hinaufgehn zu lassen. Uebrigens ist die Stabilität für Kriegs- wie für Handelsschiffe eine der ersten Eigenschaften, ja man kann sagen die erste, weil alle sonstigen guten Eigenschaften ohne dieselbe nutzlos bleiben.

13 Was die Steuerlastigkeit anbetrifft, so hat man sie in neuern Zeiten im Allgemeinen verringert, und sie nur bei kleinen Schiffen, welche, wie Kutter und Packetboote, bei allen Winden die beste Steuerfähigkeit und schnellste Fahrt haben sollen, als nothwendig beibehalten. Die größte Breite muß nach hinten zu allmälig höher genommen werden; alsdann wird das Achterschiff natürlich schärfer, und sinkt tiefer ein. Soll dagegen ein Schiff ohne Steuerlastigkeit, oder auf ebenem Kiele segeln, so darf sich das Achterschiff nur sehr allmälig verengern, und die größte Breite muß ziemlich weit nach vorne hin ausgedehnt werden; außerdem dürfen die Wasserlinien nach vorne zu keine hohle Bucht, oder nach Innen zu gehende Einbiegung haben; denn in diese Höhlung drängt sich das entgegenkommende Wasser und vergrößert seinen Widerstand, und verringert also die Geschwindigkeit.

14 Die allgemeinen Erfordernisse zur Vollkommenheit eines Schiffes sind also nach dem Vorigen: daß es ohne heftige Erschütterungen auf den Wellen liege; daß es sanft und gleichmäßig durch das Wasser gehe; daß es sich hebt, wenn die See hoch geht, und es nur noch seine Marssegel, oder nur sein Großsegel führt; sonst wird es in großer Gefahr sein, die Masten zu verlieren; daß es steif unter Segel sei, um weder zu stampfen noch zu schlingern, und im Stande sei genügende Segel zu tragen, um ein Kap zu umsegeln, oder sich leicht vom Legerwall (vergl. S. 76 Nr. 4) frei zu manövriren; daß es gut steuere, und bei allen seinen Lagen der geringsten Bewegung des Ruders entspreche.

Ferner muß ein Schiff nicht allein vor oder mit raumem Winde gut segeln, sondern auch dann, wann es scharf an den Wind gebraßt ist, so daß es gut anluvt, und nicht leewärts abfällt.

Es ist leicht einzusehen, daß es unmöglich bleibt, die genannten Eigenschaften an einem und demselben Schiffe in einem hohen Grade zugleich zu ver-

einigen, da mehrere von ihnen einander gerade entgegengesetzt sind. Man muß sich daher begnügen, diejenigen dieser Eigenschaften in einem ausgezeichneten Grade zu erhalten, welche dem jedesmaligen besondern Zwecke des zu erbauenden Fahrzeuges am mehrsten entsprechen, und von den übrigen so viel zu Stande zu bringen, als mit jenen Haupteigenschaften vereinbar ist.

§. 318. Von den drei Hauptdurchschnitten eines Schiffes.

Wie verschieden auch die Gestalt der Schiffe sein mag, so haben sie doch sämmtlich die Eigenschaft gemein, daß ein vertikaler Längendurchschnitt durch ihre Mitte das Gebäude in zwei ähnlich-gleiche Theile oder symmetrische Hälften scheidet; mit dem Gesichte nach dem Vordertheile gekehrt, nennt man die rechte Hälfte die Steuerbordsseite, die linke die Backbordsseite. 1

Die Last der eigenen Bestandtheile wie die Last der Ladung wird ferner in allen Schiffen so vertheilt, daß der gemeinschaftliche Schwerpunkt des ganzen Schiffes und seiner Ladung in die Ebene des vertikalen Längendurchschnitts fällt. Seine Stelle zu kennen ist für die ganze Konstruktionslehre, wie für die Regierung des Schiffs, von der höchsten Wichtigkeit. Er wird fernerhin stets durch den Namen „Schwerpunkt des Schiffs" bezeichnet werden. 2

Befindet sich das Schiff in vollkommener Ruhe und im gehörigen Gleichgewichte, so steht der vertikale Längendurchschnitt auch wirklich senkrecht auf der Horizontalebene des Wassers. Zieht man in dieser Lage drei senkrecht auf einander stehende gerade Linien durch den Schwerpunkt, so daß zwei davon parallel mit der Horizontalebene laufen, die dritte senkrecht auf ihr steht: so hat man die drei Axen des Schiffsgebäudes. 3

1. Die erste, oder Hauptaxe, oder Längenaxe, liegt in dem vertikalen Längendurchschnitte, und geht parallel mit der Horizontalebene vom Achterschiffe durch den Schwerpunkt nach dem Vorderschiffe.

2. Die zweite, oder Vertikalaxe, liegt ebenfalls in dem vertikalen Längendurchschnitte, steht senkrecht auf der Horizontalebene, und geht von dem obersten Verdecke durch den Schwerpunkt nach dem Kiel.

3. Die dritte, oder Breitenaxe, steht senkrecht auf dem vertikalen Längendurchschnitte, und geht parallel mit der Horizontalebene von Steuerbord durch den Schwerpunkt nach Backbord.

Nach diesen drei Axen lassen sich alle Bewegungen bestimmen, welche das Schiff annehmen kann. Durch den Schwerpunkt geht die Resultante aller Schwerkräfte des Schiffs, und zwar in der Richtung der Vertikalaxe; sie wirkt daselbst mit einer dem Totalgewichte des Schiffes und seiner Ladung entsprechenden Stärke.

Legt man durch je zwei der eben genannten Axen eine Ebene, so erhält man die drei Hauptdurchschnitte des Schiffes. 4

1. Der vorhergenannte vertikale Längendurchschnitt geht durch die Längen- und durch die Vertikalaxe.

2. Der vertikale Breitendurchschnitt geht durch die Vertikal- und durch die Breitenaxe.

3. Der horizontale Durchschnitt geht durch die Längen- und durch die Breitenaxe, und ist bei völligem Gleichgewichte des Schiffes parallel mit der Wasserfläche.

Nach diesen drei Hauptdurchschnitten lassen sich die Gestalten der verschiedenen Schiffsgebäude leicht bestimmen. Hat man namentlich die Umrisse dieser drei Durchschnitte: so kann die Gestalt des ganzen Schiffes schon ziemlich sicher angegeben werden. Will man indessen die Genauigkeit weiter treiben, so muß man sowohl nach vorne als nach hinten zu noch mehrere vertikale Breitendurchschnitte machen, welche mit dem vertikalen Hauptbreitendurchschnitte parallel gehend die Gestalt desto bestimmter angeben, je mehrere ihrer sind. Diese vertikalen Breitendurchschnitte sind die Malle im engern Sinne. Im weiteren Sinne versteht man unter Mall das aus dünnen Brettern bestehende Modell eines Spants, und auch eines jeden andern Bauholzstückes, das eine bestimmte, namentlich gekrümmte Form haben soll.

§. 319. Von der Wassertracht und dem Gleichgewichte des Schiffes.

1 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 262, der vertikale Längendurchschnitt eines im Gleichgewichte schwimmenden Schiffes; G sei der Schwerpunkt des Schiffes, also AGB die Längenaxe; MHN sei die Wassertrachtsebene, welche, parallel mit dem horizontalen Durchschnitte, den vertikalen Längendurchschnitt gerade an der Oberfläche der Wasserfläche durchschneidet. Diese Wassertrachtsebene theilt das Schiff in zwei Theile, von denen der eine in das Wasser eingetaucht ist, und das lebendige Werk, oder lebendige Schiff, oder der Wasserraum, oder das Hohl heißt; der andere außer dem Wasser befindliche Theil heißt das todte Werk, oder das todte Schiff.

2 Um das Gleichgewicht zu finden, hat man zwei Hauptkräfte zu betrachten, die eine ist das ganze Gewicht des Schiffes mit seinem Inhalte; diese Kraft wirkt senkrecht in der Vertikalaxe GC; die andere Hauptkraft ist der Auftrieb des Wassers (vergl. S. 2036 Nr. 8). Diese letztere Kraft ist gleich dem Gewichte des ganzen Schiffes, da sie ihm das Gleichgewicht hält; ferner ist diese selbe Kraft diejenige des Gewichts des durch den Wasserraum oder eingetauchten Theil des Schiffes aus der Stelle vertriebenen Wassers; oder mit andern Worten: das durch den Wasserraum aus der Stelle getriebene Wasser wiegt eben so viel als das ganze Schiff mit seinem Inhalte (vergl. S. 2037). Berechnet man also das Volumen oder den körperlichen Inhalt des Wasserraums, und multiplizirt die gefundene Anzahl von Kubikfußen mit 70 Pariser Pfund (vergl. S. 867), wenn das Schiff im Flußwasser, und mit 72,8 Pariser Pfund, wenn es im Seewasser liegt, so erhält man das Gewicht des ganzen Schiffes und seiner Ladung.

Es sei, Fig. 262, der Punkt O der Schwerpunkt des Wasserraums MCN; dieser Schwerpunkt findet sich mit dem Schwerpunkt G des Schiffes in derselben Vertikale GC (vergl. S. 2037 u. 2039). Je nach der Gestalt, welche das lebendige Schiff hat, wird der Schwerpunkt des Wasserraums höher oder niedriger zu liegen kommen (vergl. die Lagen des Schwerpunkts S. 1947 bis S. 1961). Was den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes anbetrifft, so kann er bald über, bald unter die Wassertrachtsebene fallen. Bei Kriegsschiffen, deren Kanonen einen großen Theil des ganzen Gewichts ausmachen, und sich sämmtlich über der Wasserebene befinden, wird auch der Schwerpunkt G über derselben liegen. 3

§. 320. Von der Kielgebrechlichkeit oder dem Rückenaufstechen.

Weil ein Schiff vorne und hinten schärfer gebaut ist, als in der Mitte, so hat der Auftrieb des Wassers auch vorne und hinten nicht so viel Kraft als in der Mitte; daher drückt das Gewicht des Schiffes auch an beiden Enden mehr als in der Mitte, welche letztere mehr von dem Wasser gestützt wird. Vorder- und Achterende des Schiffs behalten also, wie lange dasselbe sich im Wasser befindet, das Bestreben, sich tiefer zu senken, als das Mittelschiff. Da nun der Kiel großer Schiffe niemals ans einem Balken bestehen kann, sondern aus mehreren durch Laschungen verbundenen Stücken bestehen muß: so geschieht es sehr häufig, daß jener fortdauernde Druck des Vorder- und Achterendes die Verbindungen der Kielstücke überwältigt, und der Kiel sich an beiden Enden herabbiegt. Dies heißt die Kielgebrechlichkeit eines Schiffes, die entstehende Aufbucht wird ein Rücken, oder Katzenrücken genannt; und das Biegen selbst einen Rücken aufstechen. 1

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 262, das Schiff durch den vertikalen Breitendurchschnitt abC in das Vor- und Achterschiff getheilt; in der Vertikalaxe DC befinde sich der Schwerpunkt G des Schiffs, und der Schwerpunkt O des Wasserraums. Es sei ferner g der Schwerpunkt des Vorschiffs und o der Schwerpunkt des vordern Wasserraums; ebenso sei γ der Schwerpunkt des Achterschiffs, und ω der Schwerpunkt des hintern Wasserraums. Das Vorschiff wird durch zwei Kräfte getrieben; die eine gm, durch den Schwerpunkt des ganzen Vorschiffs gehende, zieht es nach unten; die andere no, durch den Schwerpunkt des vorderen Wasserraums gehende, treibt es nach oben (vergl. S. 2036). Ebenso wird das Achterschiff von der Kraft $\gamma\mu$ abwärts, von der Kraft $\nu\omega$ aufwärts getrieben. Diese vier Kräfte werden sich nun ebensowohl das Gleichgewicht halten, wie die beiden totalen Kräfte, von denen die eine durch den Schwerpunkt G des ganzen Schiffs abwärts, und die andere durch O, den Schwerpunkt des ganzen Wasserraums aufwärts geht. Wie lange aber die beiden entgegengesetzten Kräfte des Vorschiffes, oder diejenigen des Achterschiffes nicht in eine gerade Linie zusammenfallen, wird auch das Schiff das Streben behalten, den Kiel zu krümmen; und zwar aufwärts, wenn die Schwerpunkte der Wasserräume o und ω näher an der Mitte liegen, als die Schwer- 2

punkte g und γ der ganzen Schiffstheile; abwärts dagegen, wenn die Punkte o und ω entfernter von der Mitte liegen, als die Punkte g und γ.

3 Es ist nun der bei weitem gewöhnlichere Fall, daß die Punkte o und ω näher an der Mitte liegen. Bei allen Schiffen nämlich hat der mittlere Theil eine größere Ausdehnung als die beiden Enden; die Ladung dagegen ist nach den Enden zu weit bedeutender als in der Mitte. Je größer nun dieser Unterschied ist, desto weiter rücken die Linien $\gamma\mu$ und $\nu\omega$, und die Linien gm und no auseinander, und zwar $\nu\omega$ und no nach Innen zu; desto größer muß also auch die Neigung der Schiffe sein, einen Rücken aufzustechen. Aus der Größe der beiden Kräfte $\nu\omega$ und no läßt sich jedoch finden, welche Stärke der Kiel und der ganze Verband erhalten muß, um diesem Schaden vorzubeugen. Uebrigens sieht man leicht ein, daß wenn erst der Kiel gekrümmt ist, auch die Decke einen Rücken aufstechen oder sich nach oben hin krümmen müssen.

Da sich weder die Ladung nach der Mitte anhäufen, noch auch Vorder- und Hintertheil in ihren Wasserräumen bedeutend flach bilden lassen: so muß man durch möglichste Verstärkung des Kiels und andre Mittel diesem Uebel vorzubeugen suchen.

4 Um die Kielgebrechlichkeit eines Schiffes zu bestimmen, theilt man, wie Tafel XXXV, D, Fig. 263, dasselbe durch gleichweit abstehende Vertikalebenen FF, EE, DD u. s. w., in eine beliebige Zahl von parallelen und vertikalen Breitendurchschnitten, und zwar so, daß einer der mittleren die Vertikalaxe VV durch seine Mitte hindurchgehen läßt, in welcher sich der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs befindet.

Man berechnet darauf den körperlichen Inhalt des mittleren Theils AABB, um zu finden, wie tief er ins Wasser sinkt. Da nun der zunächst liegende Theil AACC unten schon etwas schärfer gebaut ist, so würde er, wenn er für sich allein bestände, tiefer als der mittlere Theil einsinken, also nicht blos bis AC, sondern bis ac. Diese zweite Wasserlinie kann man aus dem Inhalte des Theiles AACC leicht berechnen; ebenso findet man die Vertikallinie, in welcher der Schwerpunkt dieses Theils liegt. Diese Vertikallinie sei von dem Schwerpunkte G des Schiffs um die Linie αG entfernt. Dieser ganze zweite Theil wird um die Größe aACc nicht von dem Wasser unterstützt. Berechnet man nun das Gewicht der Wassermasse, welche in diesem nicht unterstützten Raume Platz hätte, und multiplizirt man dieses Gewicht mit der Entfernung αG, so erhält man das Moment der Kraft, mit welcher dieser Theil niederdrückt, oder zur Kielgebrechlichkeit des Schiffes, soweit dieselbe von der äußern Gestalt des Gebäudes abhängt, beiträgt, d. h. $aACc \cdot \alpha G$.

Der nächste Theil CCDD ist noch schärfer gebaut; der Raum cCDd, um welchen er nicht unterstützt wird, ist also schon größer, als bei dem vorigen, indem seine Wasserlinie cd noch höher liegt; das Moment seiner niederdrückenden Kraft ist also $cCDd \cdot \beta G$; indem βG die Entfernung seiner Schwerpunktsvertikale vom Schwerpunkte G des Schiffs bezeichnet.

Sucht man auf gleiche Weise die Momente aller übrigen Theile, von denen jeder von der Mitte weiter abliegende einen größeren nicht unterstützten

Raum, also auch eine größere niederdrückende Kraft besitzt: so erhält man als Werth der ganzen Kielgebrechlichkeit *die Summe sämmtlicher Momente*, oder, wenn die Kielgebrechlichkeit durch R bezeichnet wird:

$$R = aACc \,.\, \alpha G + cCDd \,.\, \beta G + dDEe \,.\, \gamma G + eEFf \,.\, \delta G + bBHh \,.\, \varepsilon G + hHIi \,.\, \zeta G + iIKk \,.\, \eta G.$$

Theilt man ein zweites Schiff auf gleiche Weise in gleich viele Theile, und sucht die Summe der Momente der nicht unterstützten Räume: so kann man aus der Vergleichung beider Summen bald finden, welches von beiden Schiffen die größere oder geringere Kielgebrechlichkeit oder Hinneigung zum Rückenaufstechen hat.

5 Das bisher von der Kielgebrechlichkeit Gesagte betrifft dieselbe nur insoferne, als sie von der äußern Gestalt der Schiffe abhängt. Sie kann aber auch durch übertriebene Belastung des Vor- und Achterschiffes vergrößert werden. Es muß also bei der Konstruktion dafür gesorgt werden, daß die gewöhnlichen Zierrathen des Vor- und Achterschiffes, wie Galjon, Spiegel, Gallerie und Seitengallerien, u. s. w., so leicht als möglich gemacht werden. Es darf ferner der Vorsteven nicht weiter *vorschießen*, oder sich von der senkrechten Stellung nach vorne hin neigen, als gerade nöthig ist, um dem Anker, wenn er gelichtet (aufgewunden) wird, genügend freien Raum zu schaffen, damit er nicht *unklar* werde, d. h. mit einer seiner Hände in den Schiffsboden ein greife. Der Achtersteven braucht gar keinen *Fall*, oder keine Neigung nach hinten zu haben, da sie ohne wesentlichen Nutzen nur die Kielgebrechlichkeit vermehrt.

Die Heckstützen, d. h. die hinten am Spiegel aufrecht stehenden Pfosten, zwischen denen die Kajütsfenster liegen, müssen ebenfalls geringe Neigung nach hinten zu haben, weil sie, am weitesten von der Mitte abstehend, und so hoch oben befindlich, einen verhältnißmäßig großen Druck ausüben.

Die Berghölzer, oder dickeren Außenplanken in der Höhe der größten Breite, *die Raaleisten*, oder hervorspringenden Leisten zunächst am Bord, und *die Regelingen* oder *Reilings*, d. h. die obersten Geländer oder Brustwehren, dürfen nicht viel *Spring* oder Erhebung nach hinten und vorn haben, weil sie sonst, als die höher liegenden Theile, die Kielgebrechlichkeit vermehren.

6 Da in neueren Zeiten die Schiffe viel länger gebaut werden als früher, so haben sie natürlich auch eine viel größere Neigung zur Kielgebrechlichkeit, wenn sie nicht im Verhältniß ihrer Länge auch eine stärkere Verbindung erhalten.

Eine Hauptsache ist, dem *Kiel*, und dem darüber liegenden *Kolschwinn* die möglich stärksten Dimensionen, und die möglichst dauerhafte Verbindung zu geben; namentlich ist darauf zu sehen, daß die *Laschingen* oder *Langscherben* von beiden gehörig gegen einander *verschießen*, d. h. daß unter jeden Laschingen des Kolschwinns ein ganzer, nicht gelaschter Theil des Kiels, und über jeden Laschingen des Kiels ein ganzer nicht gelaschter Theil des Kolschwinns zu liegen kommt.

Es kann ferner ein Schiff keinen Rücken aufstechen, ohne daß zugleich die Seiten etwas einfallen. Diesem Einfallen kann auf doppelte Art entgegengewirkt werden: erstens müssen die einzelnen Theile eines Spants, d. h. die Lieger, Sitzer und Auflanger nicht allein gehörige Länge zu ihren gegenseitig verschießenden Laschingen erhalten, sondern jede dieser Laschingen oder Langscherben muß auch noch genügend, d. h. mit drei Bolzen verbolzt werden; weil ohne diese Verbolzung die vertikale Verbindung zu schwach bleibt, und die von den Wanten, Pardunen und Halsen ausgeübte Kraft, oder die Anstrengung beim Kielholen (auf die Seite legen zur Ausbesserung des Bodens) die Spanten einwärts biegt, wodurch das Schiff eine Schlagseite bekommt, d. h. eine Neigung, auch ohne Seitenwind auf der einen Seite tiefer einzusinken, als auf der andern.

Zweitens kann dem Einfallen der Seiten dadurch entgegengewirkt werden, daß die Deckbalken, welche wie Chorden in der Bogenkrümmung der Spanten liegen, möglichst stark, und dadurch geschickt gemacht werden, der Einbucht der Spanten zu widerstehen. Sie müssen außerdem noch durch Kniee unterstützt werden.

7 Zur Messung eines wirklich vorhandenen Rückens, oder einer wirklich entstandenen Aufbucht des Kiels hat man folgendes Werkzeug in Vorschlag gebracht. Ein Balken, dessen Länge der größten Breite des Schiffes gleich ist, trägt an jedem seiner beiden Enden einen perpendikulären Maaßstab dem andern gleich, und so lang, daß er über dem Wasser hervorragt. Dieser Balken wird beim Achtersteven unter den Kiel gebracht, so daß er mit demselben rechte Winkel bildet, und dann in dieser gleichbleibenden Lage längs dem Kiele nach vorne hin gezogen. Zeigen die Maaßstäbe zu beiden Seiten überall während des Fortschiebens dieselbe Wassertiefe, so hat der Kiel keine Krümmung erlitten. Hat er aber schon einen Rücken aufgestochen: so werden die beiden Maaßstäbe an den beiden Enden des Kiels eine größere, gegen die Mitte hin eine geringere Tiefe zeigen; der größte Unterschied zwischen diesen Tiefen wird die Größe der Aufbucht zeigen. Um sich zu überzeugen, daß der Balken während des ganzen Weges eine horizontale Lage behalte, muß man darauf sehen, daß beide Maaßstäbe an jeder Stelle dieselbe Tiefe zeigen. Damit der Balken nicht durch den Auftrieb des Wassers gegen den Kiel gepreßt, und am Fortschieben gehindert werde, kann er mit Eisen oder Blei beschwert werden.

§. 321. Von der Stabilitätsbestimmung der Schiffe.

1 Sobald ein Schiff in einem noch so geringen Grade aus seinem Gleichgewichte gebracht ist, so können drei Fälle eintreten:

1. Entweder beharrt das Schiff in diesem geneigten Zustande; alsdann heißt das Gleichgewicht indifferent, oder unbestimmt.

2. Oder es begiebt sich von selbst in seine frühere Lage zurück; alsdann heißt das Gleichgewicht permanent oder bleibend; oder das Schiff besitzt eine nach Umständen größere oder geringere Stabilität.

3. Oder es stürzt in Folge der Neigung völlig um; alsdann heißt das Gleichgewicht schwankend.

Es leuchtet von selbst ein, daß weder der dritte noch der erste Fall bei Schiffen zulässig ist, sondern daß die Stabilität derselben dem zweiten Falle entsprechen müsse.

Die ganze Betrachtung der Stabilität beruht auf den oben, S. 2037 bis S. 2054, gegebenen hydrostatischen Lehren. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 264, NDM ein Schiff im Gleichgewicht; der Schwerpunkt des ganzen Schiffs sei G; der Schwerpunkt des Wasserraums sei O. Die Linie GO ist senkrecht auf der Wasserniveaulinie NM. Hat nun das Schiff eine solche Lage angenommen, daß die Linie nm die horizontale Wasserlinie geworden, d. h. hat sich das Vorschiff um den Theil mM eingesenkt, und das Achterschiff um den Theil nN emporgehoben: so ist jetzt der Wasserraum mDn, welcher dem vorherigen NDM gleich ist. 2

Der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs hat noch dieselbe Stelle, wie in der ersten Lage. Weil aber der Wasserraum hinten, nach N hin, verringert, vorne, nach M hin, vermehrt ist: so muß auch der Schwerpunkt des Wasserraums nach M hin gerückt sein; er befinde sich in o. Auf die jetzt horizontale Linie nm zieht man die Perpendikel $G\gamma$ und $o\omega$. Geschieht es nun, daß die beiden Punkte ω und γ zusammenfallen, oder die beiden Schwerpunkte G und o ebenso in einer Vertikallinie liegen, wie vorher G und O: so findet auch jetzt noch das Gleichgewicht statt; dies ist der vorher angegebene erste Fall des indifferenten Gleichgewichts. Man sieht sogleich, daß bei einer bedeutenden Erhebung von o über O dieser Fall nicht stattfinden kann.

Befindet sich, wie in Fig. 264, der Punkt γ näher an der Vertikallinie GO als der Punkt ω, so wird das Schiff in der Richtung $G\gamma$ nach unten, und in der Richtung $o\omega$ nach oben getrieben. Da nun das Moment der letztern Kraft größer ist, so steigt das Vorschiff wieder in die Höhe, und das Schiff begiebt sich von selbst in seine vorige Lage des Gleichgewichts. Dies ist der vorher angegebene zweite Fall des permanenten Gleichgewichts. Die Stabilität wird offenbar um so größer sein, je weiter die beiden Punkte γ und ω von einander entfernt sind; ebenso sieht man sogleich an der Figur, daß die Stabilität desto größer werden muß, je tiefer der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs liegt; denn alsdann rückt der Punkt γ näher an die Vertikale GO, also weiter von dem Punkte ω fort. 3

Befindet sich aber der Punkt γ näher an dem Ende m als der Punkt ω, so muß der dritte Fall des schwankenden Gleichgewichts eintreten; denn alsdann vereinigen sich die beiden Kräfte $G\gamma$ und $o\omega$, um das Vordertheil niederzudrücken, so daß das Schiff vorne überstürzen oder kentern muß. Dieser Fall ist um so viel mehr zu fürchten, als der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs höher über dem Boden oder Kiele liegt (vergl. S. 2041). Außer den beiden Schwerpunkten G und O ist auch noch die Gestalt und Ausdehnung desjenigen horizontalen Durchschnittes des Schiffes entscheidend, welcher an der Oberfläche des Wassers, oder in der Wassertrachtsebene gemacht wird. 4

5 Die bisherige Betrachtung der drei Fälle des Gleichgewichts nahm die Neigung des Schiffs der Länge nach, wie sie beim Stampfen vorkommt, d. h. wenn sich das Schiff um die Breitenaxe dreht. Ganz dieselbe Beweisführung gilt aber auch, wenn das Schiff sich nach der Breite oder den Seiten neigt, oder schlingert, d. h. wenn sich das Schiff um die Längenaxe dreht (vergl. S. 2041 und Fig. 203). Um die Stabilität eines Schiffs vollständig zu bestimmen, muß man natürlich die Drehung um beide Axen berücksichtigen, weil es wohl vorkommen kann, daß die Stabilität der einen genügend, hinsichtlich der andern unzureichend ist. Sobald aber ein Schiff in Beziehung auf beide Axen genügende Stabilität hat: so besitzt es dieselbe auch für alle zwischen liegenden Axen, um welche es eine Neigung oder Drehung erleiden könnte.

6 Die Neigungs- oder Drehungsaxe eines Schiffs ist stets eine horizontale Linie, welche durch den Schwerpunkt des ganzen Schiffs geht. Sobald aber eine Kraft durch den Schwerpunkt eines Körpers geht, so bringt sie an ihm keinerlei drehende sondern nur eine fortschreitende Bewegung hervor. Sobald daher ein Schiff eine Neigung oder drehende Bewegung um eine durch seinen Schwerpunkt gehende Axe erleiden soll, so kann sie nur durch eine Kraft hervorgebracht werden, welche ein Moment in Bezug auf diese Axe hat. Ein solches Moment ist aber (vergl. S. 1931 Nr. 7) das Produkt aus der Kraft in den perpendikulären Abstand von der Axe. Je größer also dieser Abstand ist, desto kleiner kann die Kraft sein, und dennoch dieselbe Wirkung hervorbringen.

7 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 265, G der Schwerpunkt des ganzen Schiffs, und AB die Wassertrachtsebene bei völligem Gleichgewichte. Bei eingetretener Neigung sei ab die Wassertrachtsebene. Die Neigung selbst betrage also den kleinen Winkel Ala = Blb, welcher = i gesetzt wird. Der Wasserraum während der Neigung ist also aLb. Das Perpendikel HGL stellt einen auf dem Schiffsboden befestigten Mast dar. An diesem Maste sei oberhalb G, in dem Punkte H eine mit K bezeichnete Kraft angebracht, welche das Schiff in dem Zustande der Neigung erhalten kann. Das Moment dieser Kraft ist = K · GH; dieses Moment muß dem Streben des Schiffes sich wieder aufzurichten gleich sein.

8 Dieses Moment hängt offenbar, außer den sonstigen Umständen und der Drehungsaxe, hauptsächlich von der Größe der Neigung ab, welche durch den Winkel Ala = i angegeben ist. Wenn dieser Winkel sehr klein ist, so kann man statt des Bogens, welcher eigentlich von der Drehung beschrieben wird, den Sinus desselben setzen. Das Moment jener Kraft wird also dem Sinus des Winkels i, oder dem Sinus des Neigungswinkels proportional sein. Je größer also dieser Winkel wird, desto größer muß auch die Kraft des Schiffs werden, sich wieder aufzurichten, oder zu seinem Gleichgewichte zurückzukehren. Das Moment also, welches erforderlich ist, um ein Schiff in dem Zustande der Neigung festzuhalten, wird immer folgenden Werth haben: $S \cdot l \cdot \sin i$, worin S irgend eine absolute Kraft, l eine bestimmte Linie und sin i den Si-

nus des Neigungswinkels bezeichnet, wobei der Radius oder Sinus totus = 1 gesetzt ist.

Will man aber die Stabilität so bestimmen, daß sie ebensowohl für den Zustand des Gleichgewichts, als für alle möglichen Neigungen paßt: so hat man aus der obigen Formel nur den sin i fortzulassen, und erhält dann als den allgemeinen Ausdruck für die Stabilität: $S \cdot t$, d. h. ein Produkt aus einem gewissen Gewicht, oder einer gewissen Kraft S, und einer gewissen Linie t. Vermöge dieses Ausdrucks kann man die Stabilitäten verschiedener Schiffe in Bezug auf irgend eine horizontale Axe, mit einander vergleichen, ohne irgend eine Neigung dabei annehmen zu müssen. 9

Sobald man also den Werth von $S \cdot t$ kennt, wird es leicht sein, diejenige Neigung zu bestimmen, für welche eine, auf dieselbe Axe bezogene Kraft im Stande sein wird, das Schiff in der geneigten Lage festzuhalten. Es sei diese Kraft, Fig. 264, $HK = K$; ihr Abstand von der Neigungsaxe $GH = k$, also ihr Moment $= K \cdot k$; es ist also nach dem Vorigen $K \cdot k = S \cdot t \cdot \sin i$. Man hat demnach:

$$1)\quad \sin i = \frac{K \cdot k}{S \cdot t}$$

Durch diese Formel findet man also die Neigung i selbst. Damit nun die Neigungen, denen ein Schiff ausgesetzt sein kann, immer sehr klein bleiben, muß die Stabilität $S \cdot t$ stets mehreremal größer sein, als die größten Momente $K \cdot k$, denen das Schiff unterworfen werden kann. Dies ist also eine wichtige Regel für die Konstruktion der Schiffe. Verlangt man nun, daß die Neigung niemals größer als 10° sei, wovon der Sinus = 0,17365 oder ungefähr $1/6$ ist: so muß die Stabilität wenigstens 6 mal größer sein, als die Momente, denen das Schiff ausgesetzt sein kann. Es kommt nun zunächst darauf an, für alle Schiffe den Werth des Ausdrucks $S \cdot t$ zu finden.

Alle Kräfte, mit denen ein geneigtes Schiff sich wieder emporzurichten strebt, kommen allein von allen den Pressungen der Wasserelemente her, welche der Wasserraum von dem umgebenden Wasser erleidet. Die Schwere des Schiffes trägt zu diesem Streben Nichts bei, weil ihre Resultante durch den Schwerpunkt geht, also zum Wiederaufrichten kein Moment abgeben kann. Alle Elementar-Pressungen halten dem Gewichte einer solchen Wassermasse das Gleichgewicht, welche den Wasserraum ausfüllen würde. Man muß also diesen eingetauchten Theil wie eine Wassermasse ansehn, deren sämmtliche Theile in senkrechter Richtung aufwärts getrieben werden, und zwar mit derselben Kraft, mit welcher ihre Schwere sie niederzieht. 10

Es sei das Schiff, Fig. 265, dessen Wasserraum bei völligem Gleichgewichte ALB ist, so geneigt, daß sein jetziger Wasserraum aLb ist. Nimmt man diesen mit Wasser gefüllt an, so hat man nur zu suchen, mit welcher Kraft jeder Theil desselben zur Wiederaufrichtung des Schiffes beiträgt, indem er mit einer seinem Gewichte gleichen Kraft in die Höhe getrieben wird. Hiezu hat man das Moment jeder dieser Kräfte in Beziehung auf diejenige Axe zu suchen, 11

um welche die Drehung oder Neigung vor sich geht. Diese Axe sei hier durch G senkrecht gegen die Ebene der Figur, welche einen vertikalen Längendurchschnitt darstellt, der durch den Schwerpunkt G des Schiffs geht.

12 Man kann den zweiten Wasserraum aLb so darstellen, als bestände er aus dem ersten Wasserraum ALB, zu welchem das Segment aIA zu addiren, und von welchem das Segment bIB zu subtrahiren ist. Für jeden dieser drei Theile sucht man das Moment seiner Kraft, womit er das Schiff um seine Axe zu drehen strebt, und bildet die algebraische Summe dieser Momente.

13 Den ganzen Wasserraum ALB kann man so betrachten, als sei die Schwere der ihn ausfüllenden Wassermasse in dem Schwerpunkte O konzentrirt, und als werde diese Masse mit einer ihrem Gewichte gleichen Kraft nach oben getrieben. Dieses Gewicht ist gleich dem Gewichte des ganzen Schiffs. Bezeichnet man dieses Gewicht mit M, so hat man eine in O angebrachte Kraft = M, welche das Schiff in die Höhe treibt.

Weil gegenwärtig die Linie ab horizontal ist, so hat man nur senkrecht darauf die Linie Om zu ziehen, um die Direktion der Kraft M zu erhalten. Um ferner das Moment derselben zu finden, verlängert man Om, bis man senkrecht auf dieselbe die Linie Gv ziehen kann; es ist alsdann der Werth dieses Moments $= M \cdot Gv$. Da nun in dem Zustande des Gleichgewichts die Linie OG perpendikulär auf der Linie AB gewesen, und ferner die Linie Ov perpendikulär auf der Linie ab ist, so muß der Winkel $GOv = AIa$, d. h. gleich dem vorher mit i bezeichneten Neigungswinkel sein. Man hat demnach $OG : Gv = 1 : \sin i$; also $Gv = GO \cdot \sin i$; daher ist das Moment dieser Kraft $= M \cdot GO \cdot \sin i$. Dieses Moment ist also dasjenige des Wasserraums ALB.

Es bedeutet aber nach dem Vorigen M das Gewicht des ganzen Schiffs, und die Linie GO die Erhebung des Schwerpunkts des Schiffs G über dem Schwerpunkt des Wasserraums O im Zustande des Gleichgewichts. Weil aber diese Kraft nach oben treibt, und zwar in der Richtung Ov, so strebt sie dahin, den Theil BL höher zu heben, also den Theil AL noch tiefer zu tauchen, oder die Neigung zu vergrößern; demnach ist diese Kraft der Wiederaufrichtung entgegen.

Wenn nun die beiden andern Theile AIa und BIb, welche jetzt noch betrachtet werden müssen, kein Moment einer entgegengesetzten Kraft, und zwar ein größeres darbieten würden: so hätte das Schiff gar keine Stabilität, und müßte bei der geringsten Neigung ganz umstürzen.

14 Bei der Betrachtung des Wasserraums in dem Theile aIA denke man sich ein unendlich kleines Theilchen PP in dem Gleichgewichtsdurchschnitte AB, und darüber eine kleine Säule PPpp, oben begrenzt durch die zweite Wassertrachtsebene ab, und auf dieser senkrecht. Ist die Neigung unendlich klein, so steht diese Säule zugleich senkrecht auf AB. Die Höhe dieser Säule ist $Pp = IP \cdot \sin i$; und ihr körperlicher Inhalt $= PP \cdot IP \cdot \sin i$. Die diesem Volumen entsprechende Wassermasse soll nun ihrem Gewichte nach bestimmt werden.

Es sei das zum Gleichgewichte erforderliche Volumen des Wasserraums $ALB = V$; weil aber das Gewicht einer diesem Wasserraume entsprechenden

Wassermasse dem Gewichte des ganzen Schiffs M gleich ist, so ergiebt sich folgende Proportion, worin T das Gewicht der kleinen Säule bezeichnet:

$$V : M = PPpp : T; \text{ also } T = \frac{M}{V} \cdot PP \cdot IP \cdot \sin i.$$

Die aus diesem Gewicht der kleinen Säule hervorgehende Kraft wirkt nach oben hin, und zwar senkrecht auf die Linie Ia. Um ihr Moment zu finden, fällt man aus G auf ab das Perpendikel Gg; dies giebt für die Kraft T die Entfernung pg; also ist ihr Moment $= T \cdot pg$, oder auch, weil $pg = Ip + Ig$; und, wegen der Kleinheit des Winkels i, beinahe $Ip = IP$, läßt sich das Moment $= T \cdot IP + T \cdot Ig$ setzen. Diese Kraft strebt das Schiff wieder aufzurichten.

Nimmt man auf diese Art alle in dem Theile zwischen I und A enthaltenen Momente zusammen: so hat man das Moment der aus dem Theile AIa hervorgehenden wieder aufrichtenden Kraft. Man sieht, daß T eigentlich ein Differential bezeichnet. Man kann also die Summe dieser Momente, oder Σ durch ein Integralzeichen ausdrücken, demnach:

$$\Sigma = \int T \cdot IP + \int T \cdot Ig.$$

Dies ist die Totalkraft mit welcher die Wassermasse des Wasserraums AIa zur Wiederaufrichtung des Schiffes beiträgt.

Betrachtet man in gleicher Weise den Theil BIb, indem man auf dem Durchschnitt IB ein Element QQ wählt, und die Säule QQqq bildet, welche man wegen der Kleinheit des Neigungswinkels i, ebensowohl auf AIB als auf aIb perpendikulär ansehn kann, so findet man wie vorher $QQqq = QQ \cdot IQ \cdot \sin i$; daher: 15

$$V : M = QQqq : U; \text{ also } U = \frac{M}{V} \cdot QQ \cdot IQ \cdot \sin i,$$

worin U das Gewicht der kleinen Säule QQqq bezeichnet.

Mit diesem Gewichte oder einer ihm gleichen Kraft wirkt diese Säule nach oben. Das Moment derselben ist in Bezug auf die Neigungsaxe $= U \cdot qg$; und da $qg = Iq - Ig$, und $Iq = IQ$, so ergiebt sich das Moment $= U \cdot IQ - U \cdot Ig$. Es ergiebt alsdann, da U wieder ein Differential ist, und indem man ihre Summe wieder mit Σ' bezeichnet:

$$\Sigma' = \int U \cdot IQ - \int U \cdot Ig.$$

Da aber diese Kraft an der andern Seite des Schwerpunkts G wirkt, so trägt sie zur Vergrößerung der Neigung bei. Weil aber dieser Theil BIb von den beiden andern Theilen ALB und AIB abgezogen werden soll, so muß seine Wirkung negativ genommen werden. Da aber diese Wirkung, wie eben gefunden, selbst negativ ist, so trägt sie, auf negative Art genommen, also positiv angesehen, dazu bei, das Schiff wieder aufzurichten, oder ins Gleichgewicht zurückzubringen.

Verbindet man die Momente der beiden Segmente AIa und BIb, oder die beiden Werthe von Σ und Σ', so hat man: 16

$$\Sigma + \Sigma' = \int T \cdot IP + \int T \cdot Ig + \int U \cdot IQ - \int U \cdot Ig.$$

Dieser Ausdruck ist aus vier Gliedern zusammengesetzt. Das zweite und vierte Glied enthalten beide dieselbe Entfernung Ig, welche immer dieselbe bleibt, während die Punkte P und Q die Räume AI und IB durchlaufen. Man kann daher diese beiden Glieder so ausdrücken: $Ig \cdot \int T - Ig \cdot \int U$ (vergl. S. 1159 Nr. 3). Weil aber T das Gewicht der kleinen Elementarsäule PPpp ausdrückt, so bezeichnet $\int T$ das Gewicht der in dem Raume AIa enthaltenen Wassermasse. Ebenso wird $\int U$ das Gewicht der in dem Raume BIb enthaltenen Wassermasse bezeichnen. Da nun der im Zustande der Neigung eingetauchte Theil aLb dem Gleichgewichtswasserraume ALB gleich ist: so müssen auch die beiden Theile $\int T$ und $\int U$ einander gleich sein. Es heben sich also das zweite und vierte Glied in der obigen Formel für $\Sigma + \Sigma'$ auf. Es reduzirt sich demnach der Werth der Momente der beiden Segmente AIa und BIb auf den Ausdruck

$$\Sigma + \Sigma' = \int T \cdot IP + \int U \cdot IQ.$$

Hievon muß man den Werth abziehen, den der erste Theil gegeben hat, nämlich (vergl. S. 2184 Nr. 13): $M \cdot OG \cdot \sin i$; alsdann erhält man das totale Moment der Kraft, welche das Gleichgewicht herzustellen strebt.

17 Da nun $T = \frac{M}{V} \cdot PP \cdot IP \cdot \sin i$, und $U = \frac{M}{V} \cdot QQ \cdot IQ \cdot \sin i$; da ferner die beiden Größen $\frac{M}{V}$ und $\sin i$ dieselben bleiben, während die Punkte P und Q die Räume IA und IB durchlaufen: so kann man den beiden Ausdrücken folgende Gestalt geben:

$$\int T \cdot IP = \frac{M}{V} \cdot \sin i \cdot \int PP \cdot IP^2; \text{ und } \int U \cdot IQ = \frac{M}{V} \cdot \sin i \cdot \int QQ \cdot IQ^2;$$

daher hat man als ganzes Moment zur Wiederaufrichtung des Schiffes, wenn man es mit F bezeichnet:

$$F = \frac{M}{V} \cdot \sin i \cdot (\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2) - M \cdot OG \cdot \sin i.$$

Dies ist nun der Werth der obigen Formel (S. 2182 Nr. 8) $S \cdot t \cdot \sin i$. Um daher die Stabilität des Schiffes in Bezug auf die in Rede stehende Axe zu erhalten, braucht man nur diesen letzten Ausdruck durch $\sin i$ zu dividiren, und man erhält:

$$\frac{M}{V} \cdot (\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2) - M \cdot OG.$$

Das erste Glied hängt hauptsächlich von dem Durchschnitt AB in der Wassertrachtsebene, und von seiner Gestalt ab. Man kann daher den Ausdruck

$$\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2$$

das Moment des Durchschnitts in der Wassertrachtsebene benennen.

§. 322. Von dem Momente des Durchschnitts eines Schiffes in der Wassertrachtsebene.

1 In dem vorigen Paragraphen und in der Fig. 265, Tafel XXXV, D, sind die beiden Durchschnitte AB und ab in der Wassertrachtsebene beim Gleichge-

wicht und bei der Neigung wie einfache Linien betrachtet worden, und ihr gegenseitiger Durchschnitt wie ein Punkt. In der Wirklichkeit sind natürlich beide Durchschnitte Ebenen, und ihr gegenseitiger Durchschnitt eine gerade Linie, welche horizontal und parallel mit der Neigungsaxe ist. Man muß sich indessen diese Ebenen perpendikulär auf der Ebene der Figur und durch den Punkt I gehend denken. Die beiden Ausdrücke $\int PP \cdot IP^2$ und $\int QQ \cdot IQ^2$ bezeichnen also die Summe aller Elemente, welche den Durchschnitt AB in der Wassertrachtsebene anfüllen, und zwar jedes multiplizirt mit dem Quadrat seiner Entfernung von dem besagten Durchschnitte.

2 Nimmt man wie vorher an, daß die beiden Segmente AIa und BIb gleich sind, so sieht man unmittelbar ein, daß ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt durch den Schwerpunkt des Durchschnitts in der Wassertrachtsebene gehen muß. Stellt man diesen Durchschnitt, Fig. 266, so dar, daß AB der Diameter desselben ist, vom Achterschiffe bis zum Vorderschiffe gehend: so muß sich in dieser Linie der Schwerpunkt I der Ebene befinden. Zieht man durch diesen Punkt die Linie MN parallel mit der Neigungsaxe: so hat man, um das Moment des Durchschnitts in der Wassertrachtsebene zu finden, nur irgend ein Theilchen oder Element Z mit dem Quadrat seiner Entfernung von der Axe MN, d. h. mit ZX^2 zu multipliziren; die Summe aller dieser Produkte durch die ganze Figur ACBD von beiden Seiten der Axe MN zusammen genommen ergiebt das gesuchte Moment, welches vorher durch die Formel $\int PP \cdot IP^2 + \int QQ \cdot IQ^2$ ausgedrückt worden.

Man kann es jetzt durch die Formel $\int Z \,.\, ZX^2$ einfacher bezeichnen. Es wird also die Stabilität des Schiffes in Bezug auf die in Rede stehende Axe $= \frac{M}{V} \cdot \int Z \cdot ZX^2 - MO \cdot G$ sein; worin M das Gewicht des ganzen Schiffs, V das Volumen seines Wasserraums, OG die Erhebung des Schwerpunkts G des Schiffs über dem Schwerpunkte O des Wasserraums bezeichnet.

3 Man sieht leicht ein, daß das Schiff auf die Art geneigt sein kann, daß die Linie MN unbeweglich bleibt, während der Theil MAN sich in das Wasser einsenkt, der Theil NBM sich daraus erhebt. Weil nun die Linie MN stets durch den Schwerpunkt I des Durchschnitts der Wassertrachtsebene geht, so ist dieser Punkt der Hauptstützpunkt für die Stabilität.

4 Um nicht die angegebene Operation der Produktensammlung für jede Axe wiederholen zu müssen, hat man nur zu beachten, daß es genügt, zwei Momente des Durchschnitts in der Wassertrachtsebene zu suchen: das eine in Bezug auf seine große Axe AB, das andere in Bezug auf seine kleine Axe CD. Hat man diese beiden Hauptmomente, so ist es leicht, das Moment in Bezug auf jede zwischen liegende Axe MN zu finden.

5 Die Axe AB geht stets vom Achterschiffe nach dem Vorschiffe; die kleine Axe CD geht vom Steuerbord nach Backbord, und steht auf der vorigen senkrecht. Da nämlich alle Schiffe eine größere Länge als Breite haben, so hat die kleine Axe des Wassertrachtsdurchschnitts stets die angegebene Lage.

Bezeichnet man das Moment in Bezug auf die Axe AB durch [AB], und

das Moment in Bezug auf die Axe CD durch [CD]; und nimmt man für jetzt an, daß beide Momente schon gefunden seien: so hat man zur Bestimmung des Moments in Bezug auf eine zwischenliegende Axe MN, bezeichnet durch [MN], die Neigung dieser Axe gegen AB, d. h. den Winkel MIA $= \vartheta$ zu suchen, alsdann erhält man folgende Gleichung:

$$[MN] = [AB] \cdot \cos^2 \vartheta + [CD] \sin^2 \vartheta.$$

Die Richtigkeit dieser Gleichung läßt sich leicht erkennen: ist der Winkel $\vartheta = o$, so fällt MN mit AB zusammen; dann ist $\cos \vartheta = 1$, und $\sin \vartheta = o$, es wird also auch $[MN] = [AB]$; ist $\vartheta = 90°$, so fällt MN mit CD zusammen; es ist daher $\cos \vartheta = 0$, und $\sin \vartheta = 1$; daher hat man $[MN] = [CD]$. Der Beweis der Gleichung läßt sich aus den vorigen beiden Formeln, und den Lehren über das Moment der Trägheit (vrgl. unten Nr. 23 Gleich. L) herleiten, indem man statt $\cosin^2 \alpha$ und $\cosin^2 \beta$ hier $\cos^2 \vartheta$ und $\sin^2 \vartheta$ setzt. Man hat demnach für die Stabilität des Schiffs in Bezug auf die Axe MN folgenden Ausdruck:

$$\frac{M}{V} \cdot [MN] - M \cdot OG.$$

6 Man hat also zunächst die Momente eines Wasserebenendurchschnitts in Bezug auf diese beiden Hauptaxen AB und CD, d. h. die Werthe der beiden Größen [AB] und [CD] zu finden.

Im Allgemeinen kann man sämmtliche Wasserebenendurchschnitte der verschiedenartig gebauten Schiffe ansehen, als wären sie zwischen den beiden Grenzfiguren, Tafel XXXV, D, Fig. 267 u. 268, d. h. zwischen dem Parallelogramm abba, und dem Rhombus ACBD eingeschlossen, welche beide dieselben Hauptaxen AB und CD, wie ein bestimmter Wasserebenendurchschnitt haben. Es ist demnach einleuchtend, daß der wirkliche Wasserebenendurchschnitt stets kleiner als das Parallelogramm und größer als der Rhombus sein wird. Hat man also für diese beiden Figuren die Momente bestimmt, so wird das Moment des wirklichen Durchschnitts ein gewisses Mittel zwischen diesen beiden Grenzen sein, dem einen oder dem andern nach der Gestalt des gegebenen Schiffs ähnlich. In jedem besondern Falle wird es daher keine Schwierigkeit haben, das passende Mittel zu finden, und dieses reicht ohne Zweifel zur Praxis hin.

7 Es sei zuerst das Parallelogramm, Fig. 267, abba der gegebene Wasserebenendurchschnitt, dessen große Axe AB und dessen kleinere Axe CD sich rechtwinklig in dem Schwerpunkt I der ganzen Ebene durchschneiden.

Um das Moment dieser Fläche zu finden hat man die oben (S. 2150 und S. 2151) gegebenen Lehren von den Trägheitsmomenten fortzusetzen. Es sei das Trägheitsmoment eines senkrechten Parallelepipeds zu finden, welches sich um eine seiner Kanten dreht. Die drei Kanten des Parallelepipeds, Taf. XXXV, D, Fig. 269, seien $BX = a$, $BY = b$ und $BA = c$; die letztere sei die Drehungsaxe, oder die auf S. 2150 als Axe der z genommene; BX sei die Axe der x, AY die Axe der y. Man lege die Ebenen EFGH, und ILMN parallel mit der Ebene AY so, daß $BE = x$, und EI unendlich klein $= d$ wird. Ferner sei $ER = y$, und RV ebenfalls unendlich klein $= h$, und lege durch R und V,

parallel mit der Fläche AX die Ebene RQ und VU. Dadurch entsteht ein unendlich kleines Parallelepiped oder ein Körperelement RPUW, dessen Volumen $= dhc$ ist, und dessen Masse $= qdhc$ ist, wenn q die Masse von jeder Kubikeinheit des ganzen Körpers bedeutet. Wenn man diese Masse mit $BR^2 = x^2 + y^2$ multiplizirt, so erhält man das Trägheitsmoment des Elements RPUW $= (x^2 + y^2)\, qdhc$.

Man denke sich nun EH in gleiche Theile zerlegt, von denen jeder $= h$ ist, und durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit AX, so wird dadurch das Parallelepiped EIGM in Elemente getheilt. Wenn man nun der Ordnung nach 0h, 1h, 2h, 3h u. s. w. für y in den obigen Ausdruck substituirt, so erhält man die Trägheitsmomente der genannten Elemente, und wenn man sie summirt, so findet man das Trägheitsmoment des Parallelepipeds FLHN, nämlich:

$$FLHN = (x^2 + 0^2h^2)\, qdhc + (x^2 + 1^2h^2)\, qdhc + (x^2 + 2^2h^2)\, qdhc + \ldots$$

$$\text{oder } FLHN = (x^2 \,.\, nh + h^3\,(0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots.))\, qdc$$

$$\text{oder } FLHN = \left(x^2 \,.\, nh + \frac{1}{3}\, h^3n^3 \ldots\ldots\right) qdc = \left(x^2b + \frac{1}{3}\, b^3\right) qdc$$

$$\text{oder } FLHN = \frac{1}{3}\,(3x^2 + b^2)\, qbdc.$$

Man theile ferner BX in n gleiche Theile, von den jeder $= d$ ist, und lege durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit der Fläche AY, so wird das ganze Parallelepiped AC in Elemente getheilt, deren Trägheitsmomente man findet, wenn man in dem eben erhaltenen Ausdrucke der Ordnung nach 0d, 1d, 2d, 3d u. s. w. setzt. Die Summe der so gefundenen Werthe giebt das Trägheitsmoment des ganzen Parallelepipeds AC; nämlich:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,(3d^2\,(0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots.) + nb^2)\, qbdc;$$

$$\text{oder } \mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,(d^3n^3 \ldots. + nd \,.\, b^2)\, qbc = \frac{1}{3}\,(a^3 + ab^2)\, qbc; \text{ daher}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\, abcq\,(a^2 + b^2) = \frac{1}{3}\, M\,(a^2 + b^2),$$

wo M die Masse des ganzen Körpers bedeutet.

Die Verwandlungen, welche vorher bei den Werthausdrücken von FLHN vorgenommen sind, verlangen noch einige Erläuterungen. Die erste Umwandlung ist leicht einzusehn; das in der ersten Gleichung außerhalb den Klammern stehende h kommt n mal, d. h. so viel mal als Faktor vor, als in wie viele Theile $RV = h$ die ganze Kante $BY = EH$ eingetheilt wird. Nimmt man daher h in die Klammer, so erhält x^2 den Faktor $n \,.\, h$, und h^2 wird zu h^3.

Die jetzt bei h^3 in der Klammer stehende Reihe $0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^3 + \ldots$ ist die Reihe der Quadratzahlen. Um nun das Aggregat, oder die Reihensumme derselben zu finden, hat man die von S. 1100 bis S. 1107 gegebenen Lehren von der Auffindung der Funktionen aus ihren Veränderungen, und von den Reihen anzuwenden; namentlich S. 1103 Nr. 6, u. S. 1107.

Zuerst sieht man, daß das letzte Glied der Reihe n^2 sein muß. Die Dif-

ferenz, um welche die Wurzeln der einzelnen Glieder zunehmen, ist = 1; daher hat man nach S. 1103 Nr. 6, folgenden Werth, indem man das Zeichen Σ für die Summe gebraucht:

$$\Sigma n^2 = \frac{n^3}{3} - \frac{n^2}{2} + \frac{n}{6}$$

Ferner ist nh = EH = BY = b; daher die Formel zu $\left(x^2 b + \frac{1}{3} b^3\right)$ qdc wird. Um endlich den Bruch $\frac{1}{3}$ als Koeffizient außerhalb der Klammer zu haben, multiplizirt man x^2 mit 3, und nimmt ein b außerhalb; daher wird die letzte Formel $\frac{1}{3}(3x^2 + b^2)$ qbdc. Um nachher die allmälig wachsenden Entfernungen von der Drehungsaxe zu haben, so setzt man, (wie vorhin statt y die Reihe h) 0d, 1d, 2d u. s. w. statt x in die Formel; man erhält dann nicht blos statt x^2 die Reihe $d^2 (0^2 + 1^2 + 2^2)$, sondern auch den Faktor n für b^2. Nimmt man darauf den Faktor d in die Klammer, und statt der Reihe ihre Summe: so erhält man $\frac{1}{3}(d^3 n^3 \ldots + n \cdot d \cdot b^2)$ qbc. Da aber $n \cdot d = a$, so wird die Formel zu $\frac{1}{3}(a^3 + ab^2)$ qbc; da endlich die Kubikeinheit q des Parallelepipeds mit den drei Kanten a, b, c multiplizirt die Masse M des ganzen Parallelepipeds ergiebt: so wird der letzte Ausdruck für $\mathfrak{M}$ daraus.

8 Es soll ferner das Trägheitsmoment des Parallelepipeds AZXC gesucht werden, wenn die Drehungsaxe durch die Mittelpunkte der Kanten AZ und BY geht.

Man lege durch die Drehungsaxe eine Ebene parallel mit der Fläche AX. Alsdann wird das ganze Parallelepiped in zwei andere getheilt, deren Trägheitsmomente man findet, wenn man in der letzten Formel der vorigen Nummer $\frac{1}{2}$ b statt b setzt. Man erhält alsdann das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ des ganzen Parallelepipeds, wenn man dieses Resultat doppelt nimmt; also:

$$\mathfrak{M} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot abcq \left(a^2 + \frac{1}{4} b^2\right)$$

Nimmt man den Bruch $\frac{1}{4}$ vor die Klammer, indem man a^2 mit 4 multiplizirt, und hebt man die 2 und $\frac{1}{2}$ gegeneinander auf, so erhält man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{12} \cdot abcq\,(4a^2 + b^2) = \frac{1}{12} \cdot M\,(4a^2 + b^2).$$

9 Es soll ferner das Trägheitsmoment des Parallelepipeds der beiden vorhergehenden Nummern für eine Drehungsaxe bestimmt werden, welche durch den Schwerpunkt des ganzen Körpers geht, und mit der Kante BA = c parallel ist, oder was dasselbe ist, durch die Mittelpunkte der Ebenen AD und BC geht.

Man legt durch die Drehungsaxe zwei Ebenen, die eine parallel mit der

Fläche AX, die andere parallel mit der Fläche AY. Hiedurch wird das ganze Parallelepiped in vier kleinere getheilt. Man erhält also das Moment eines jeden, wenn man in dem Resultat von Nr. 7 jetzt $\frac{1}{2}$ a für a, und $\frac{1}{2}$ b für b setzt. Das Moment M des Ganzen ist das Vierfache davon; daher erhält man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,abcq\,\left(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2\right) = \frac{1}{12}\,abcq\,(a^2 + b^2) = \frac{1}{12}\,M\,(a^2 + b^2).$$

10 Wenn das Parallelepiped nicht senkrecht ist, so erhält man durch ein dem vorherangegebenen ganz ähnliches Verfahren die nämlichen Resultate, wie für das senkrechte; nur bedeutet alsdann a und b nicht die Kanten BX und BY, sondern die Höhe Ba und Bb der Parallelogramme AX und AY, Fig. 270. Der Buchstabe c bedeutet immer die Kante, mit welcher die Drehungsaxe zusammenfällt, oder parallel ist.

11 Kehrt man mit diesen erweiterten Lehren über die Trägheitsmomente zu Parallelogramm, Fig. 267, (vergl. S. 2188 Nr. 6) zurück, welches einen horizontalen Durchschnitt eines Schiffes in der Wassertrachtsebene, oder vielmehr eine äußerste Grenze desselben darstellen soll: so sieht man zuerst, daß die Axe AB, als Drehungsaxe durch den Schwerpunkt, das Parallelogramm in zwei gleiche Hälften theilt. Berechnet man nun das Moment für jede Hälfte, und verdoppelt das Resultat: so hat man das Moment der ganzen Fläche.

Jede Hälfte kann nun als ein Parallelepiped angesehn werden, dessen eine Dimension = 0 ist, und das sich um eine seiner Kanten, nämlich um AB dreht, es wird also die Formel bei Nr. 9 anwendbar, jedoch mit folgenden Aenderungen.

Weil in jener Formel c die Kante bezeichnet, welche die Drehungsaxe ist, so muß man statt c die Axe AB setzen; nimmt man ferner an, es sei b die fehlende Dimension, so fällt dieser Faktor aus der Formel. Ebenso verschwindet, da hier nur eine Fläche stattfindet, der Faktor q, welcher die Kubikeinheit bezeichnet. Daher bleibt, außer AB = c, nur noch der Faktor a übrig, welcher hier der kleineren Axe CD, d. h. der kleinern Seite aa gleich ist. Man erhält demnach für das Moment der ganzen Fläche in Bezug auf die Axe AB, wenn man CD mit CD^2 multiplizirt:

$$\text{I)}\quad [AB] = \frac{1}{12}\cdot AB\cdot CD^3.$$

Um das Moment der Fläche für die kleinere Axe CD zu erhalten, hat man die Gleichung bei Nr. 9 folgendermaaßen umzuwandeln. Es ist alsdann CD = c d. h. gleich der Drehungsaxe. Ferner tritt hier statt a die längere Seite ab = AB ein; die Faktoren b und q fallen wieder fort; daher:

$$\text{II)}\quad [CD] = \frac{1}{12}\cdot CD\cdot AB^3.$$

Vergleicht man beide Momente, so erhält man die Proportion:

$$[AB] : [CD] = (CD^3\,.\,AB) : (CD\,.\,AB^3).$$

Dividirt man die beiden letzten Glieder mit CD · AB, so wird die Proportion zu folgender:

$$[AB] : [CD] = CD^2 : AB^2.$$

Man sieht, daß das letztere Moment viel größer ist, als das erstere, und zwar um desto mehr, je mehr die große Are die kleine an Länge übertrifft.

12 Es soll das Trägheitsmoment eines senkrechten Prismas, Tafel XXXV, D, Fig. 271, gefunden werden, welches ein rechtwinkliges Dreieck FDE, dessen rechter Winkel in D liegt, zur Grundfläche hat. Es sei die Kante FA die Drehungsare; ferner FD = AB = a, DE = BC = b, und AF = c. Man nehme FG = x, GI unendlich klein = d, und lege durch G und I die Ebenen GN und IQ parallel mit DC und betrachte das so entstandene Element GIQN als ein Parallelepiped. Es ist die Linie $HG = \frac{bx}{b}$. Weil nämlich GH parallel mit DE, so hat man in den beiden Dreiecken DEF und GHF die Proportion FD : DE = FG : GH, also $GH = \frac{DE \cdot FG}{FD}$; da nun DE = b, FG = x und FD = a, so hat man obige Gleichung für GH.

Man erhält nun das Moment dieses Elements, wenn man in die Formel bei Nr. 7, nämlich $\frac{1}{3}(3x^2 + b^2)\,qbdc$ statt der ganzen Seite DE = b (was nur beim ganzen Parallelepiped geschehen darf) den Werth von $HG = \frac{bx}{a}$ setzt. Man erhält dann das Moment des Parallelepipeds.

$$\frac{1}{3}\left(3x^2 + \frac{b^2x^2}{a^2}\right) \cdot qdc \cdot \frac{bx}{a} = \frac{1}{3}\left(\frac{3a^2x^2 + b^2x^2}{a^2}\right) \cdot qdc \cdot \frac{bx}{a}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{3a^2 + b^2}{a^3}\right) x^3 \,.\, qbdc = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3} \cdot x^3 \cdot qbdc.$$

Theilt man FD in n gleiche Theile, und legt durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit der Fläche DC, so ist das ganze Prisma in n Elemente getheilt. Setzt man also in die zuletzt gefundene Formel statt x der Reihe nach 0d, 1d, 2d, 3d u. s. w., so braucht man nur die Momente dieser Elemente zu summiren, um das Moment des ganzen Prismas zu haben.

Man erhält zuerst $\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3} \,.\, qbcd^4\ (0^3 + 1^3 + 2^3 + 3^3 \ldots.)$

Das letzte Glied der eingeklammerten Reihe ist (vergl. S. 2190 Nr. 7) wieder n^3; es ist daher die Summe der kubischen Zahlenreihe (vergl. S. 1103 Nr. 6) $= \frac{n^4}{4} - \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$; daher:

$$\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3}\ qbc\ \left(\frac{d^4n^4}{4} \ldots\ldots.\right)$$

Es ist nun n . d = FD = a; daher $\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3a^3}\ qbc \cdot \frac{a^4}{4}$

Dividirt man mit a^3, so hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{3a^2 + b^2}{3} \cdot \frac{qbca}{4} = \frac{1}{12} \cdot abcq\,(3a^2 + b^2).$$

Da q die Kubikeinheit der Masse, und a, b, c die drei Dimensionen bezeichnen, nach denen sich der Körper ausdehnt: so ist qabc eigentlich der kubische Inhalt, oder die Masse eines senkrechten Parallelepipeds, dessen Kanten a, b, c sind. Da ferner das hier berechnete dreiseitige Prisma die Hälfte eines solchen senkrechten Parallelepipeds ist: so hat man, wenn M die Masse des ganzen Prismas bezeichnet:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{6}\, M\, (3a^2 + b^2).$$

13 Es soll das Moment eines senkrechten Prismas gefunden werden, dessen Grundfläche, Tafel XXXV, D, Fig. 272, ein gleichschenkliges Dreieck ABC ist; und das sich um diejenige Kante dreht, welche die Spitzen der Dreiecke, d. h. die zwischen den gleichen Schenkeln liegenden Winkel verbindet.

Die Grundlinie BC des Dreiecks ABC sei = a; die Höhe desselben AG = b, und die Höhe des Prismas AD = c. Legt man durch die Drehungsaxe die Ebene AGHD, welche auf den beiden Grundflächen des Prismas senkrecht steht, so zerlegt sie das ganze in zwei gleiche dreiseitige Prismen, von denen jedes ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche, und die Kante AD zur Drehungsaxe hat. Um also das Moment eines jeden dieser beiden Prismen zu erhalten, hat man nur die Formel der vorigen Nummer ein wenig zu ändern.

Weil hier BC = a ist, aber der Drehungsaxe gegenüberliegt (während in der vorigen Nummer die der Drehungsaxe gegenüberliegende Seite DE mit b bezeichnet war), und weil in jedem der kleinern Prismen nur die halbe Seite BC zur Rechnung kommt: so muß man in der obigen Gleichung $\frac{1}{2}$ a statt b setzen. Weil ferner hier die Höhe AG = b ist, und in jedem der beiden Prismen an der Drehungsaxe liegt, (während in der vorigen Nummer die an der Drehungsaxe liegende Seite FD mit a bezeichnet war): so muß man in der Gleichung der vorigen Nummer b statt a setzen. Man erhält also für das Moment eines jeden einzelnen der beiden kleinern Prismen $\frac{1}{12}\, b \cdot \frac{1}{2}\, acq \left(3b^2 + \frac{1}{4}\, a^2\right)$; wenn man dieses Resultat verdoppelt, so erhält man das Moment des ganzen Prismas:

$$\mathfrak{M} = 2 \cdot \frac{1}{12}\, b \cdot \frac{1}{2}\, acq \left(3b^2 + \frac{1}{4}\, a^2\right)$$

Nimmt man $\frac{1}{4}$ vor die Klammer, so hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{48}\, abcq\, (12b^2 + a^2).$$

Weil abcq wieder der Werth eines ganzen Parallelepipeds ist, so hat das

Prisma nur den halben Inhalt; daher, wenn M die Masse des ganzen Prismas bezeichnet:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{24} M (12 b^2 + a^2).$$

14 Es soll das Moment eines senkrechten Prismas bestimmt werden, dessen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, und dessen Drehungsaxe eine der Katheten einer Grundfläche ist.

Es sei Fig. 271 dieses Prisma, und drehe sich um die Grundflächenseite oder Kathete BC. Es erleidet nun die Formel bei Nr. 12 einige Aenderungen. Setzt man jetzt die Drehungsaxe $BC = c$, $BD = b$ und $AB = a$; so muß jetzt der Punkt B zum Ursprunge der Koordinaten genommen werden. Nimmt man ferner $BP = x$, und $PR = y$, so wird die Entfernung für das bei R zu bildende Körperelement $= BR^2 = x^2 + y^2$. Das an der Stelle R zu bildende Elementarparallelepiped (vergl. S. 2192 Nr. 12) wird $MP = d$ zu einer Dimension, h oder einen unendlich kleinen Theil der Axe der y zur zweiten Dimension, und endlich PQ zur dritten Dimension haben.

Man hat nun $AB : BC = AP : PQ$; da $AP = AB - x = a - x$, so ist $a : c = a - x : PQ$; daher $PQ = \frac{c \cdot (a - x)}{a}$. Das Volumen des Elementarparallelepipeds ist also $d \cdot h \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a}$; nimmt man wieder q als die Kubikeinheit der Masse, so ist die Masse des Elementarepipeds $qdh \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a}$ und daher sein Moment $= (x^2 + y^2) \cdot qdh \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a}$. Zerlegt man PI in n gleiche Theile, deren jeder = h ist, und legt man durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit dem Dreieck ABC, so erhält man lauter Parallelepipeden von dem obigen Werthe.

Setzt man in die obige Formel der Ordnung nach 0h, 1h, 2h, 3h u. s. w. statt y, so erhält man die Trägheitsmomente der genannten Elemente, indem dadurch die Entfernung von der Drehungsaxe bestimmt wird; summirt man diese Momente, so erhält man endlich das Trägheitsmoment des ganzen Parallelepipeds $NQGI = (x^2 + 0^2 h^2)\, qdh \cdot \frac{c\,(a - x)}{a} + (x^2 + 1^2 h^2)\, qdh \cdot \frac{c\,(a - x)}{a}$

$$+ \ldots = (x^2 \cdot nh + h^3 (0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots)\; qd\; \frac{c \cdot (a - x)}{a}$$

Die Summirung der Reihe giebt (vrgl. S. 1103 Nr. 6 u. S. 2190 Nr. 7):

$$\left(x^2 \cdot nh + \frac{1}{3} h^3 n^3 \ldots\right) qd \cdot \frac{c \cdot (a - x)}{a} = \left(x^2 b + \frac{1}{3} b^3\right) qdc \cdot \frac{(a - x)}{a}$$

$$= \frac{1}{3} (3 x^2 + b^2)\, qbdc \cdot \frac{(a - x)}{a}$$

Theilt man jetzt AB in n gleiche Theile, deren jeder = d ist, und legt durch die Theilungspunkte Ebenen parallel mit der Fläche BE, so wird das ganze Prisma in Elemente zerlegt, deren Trägheitsmomente man findet, wenn

man in dem zuletzt erhaltenen Ausdrucke der Ordnung nach 0d, 1d, 2d, 3d u. s. w. statt y setzt. Die Summe der so gefundenen Werthe giebt dann das Trägheitsmoment des ganzen Prismas.

Zur Erleichterung der Summirung verwandelt man den letzten Faktor in $1 - \frac{x}{a}$. Alsdann erhält man eine Differenz:

$$\frac{1}{3}(3x^2 + b^2)\,qbdc - \frac{1}{3}\left(\frac{3x^3}{a} + \frac{xb^2}{a}\right) qbdc.$$

Der erste Theil erhält durch die Summirung von 0d, 1d, 2d u. s. w. dieselbe Form, wie Seite 2189, nämlich: $A = \frac{1}{3}\,abcq\,(a^2 + b^2)$.

Zur Umwandlung des zweiten, subtraktiven Theiles obiger Formel kann man ihn selbst wieder in seine beiden Theile zerlegen, d. h. in

$$-\frac{1}{3}\,qbdc\left(\frac{3}{a}\,.\,x^3\right) \text{ und } -\frac{1}{3}\,qbdc\left(\frac{b^2x}{a}\right)$$

Der erste dieser beiden Theile ist eigentlich $- qbd\frac{c}{a}\,.\,x^3$.

Setzt man für x nach und nach 0d, 1d, 2d, 3d u. s. w., so erhält man:

$$- qbd\,\frac{c}{a}\,.\,(0^3d^3 + 1^3d^3 + 2^3d^3 + \dots\dots)$$

Multiplizirt man den gemeinschaftlichen Faktor d^3 mit dem vor der Klammer stehenden d, so hat man:

$$- qb\,\frac{c}{a}\,d^4\,.\,(0^3 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots\dots\dots)$$

Die eingeklammerte Reihe der Kubikzahlen ergiebt (nach S. 1103 Nr. 6) $\frac{n^4}{4} - \frac{n^3}{2} + \frac{n^2}{4}$; daher erhält man:

$$- qb\,\frac{c}{a}\,.\,\frac{1}{4}\,.\,d^4n^4.$$

Da aber $n\,.\,d = a$, so wird dieser Theil zu

$$B = - qbc\,\frac{a^3}{4}$$

Nimmt man jetzt den zweiten der abzuziehenden Theile nämlich:

$$-\frac{1}{3}\,qbdc\left(\frac{b^2x}{a}\right) = -\frac{1}{3}\,qdc\,\frac{b^3}{a}\cdot x$$

und setzt statt x nach und nach 0d, 1d, 2d, 3d u. s. w., so erhält man:

$$-\frac{1}{3}\,qdc\,\frac{b^3}{a}\,.\,(0d + 1d + 2d + 3d + \dots\dots)$$

Nimmt man den gemeinschaftlichen Faktor d vor die Klammer, so hat man:

$$-\frac{1}{3}\,qc\,\frac{b^3}{a}\,.\,d^2\,(0 + 1 + 2 + 3 + \dots)$$

Die eingeklammerte Reihe giebt nach S. 1103 Nr. 6: $\frac{n^2}{2} - \frac{n}{2}$; daher:

$$-\frac{1}{3}\,qc\,\frac{b^3}{a}\,.\,d^2\,\frac{n^2}{2}$$

Da nun $nd = a$, so wird dieser Theil zu

$$C = -\frac{1}{3}\,qcb^3\,\frac{a}{2} = -\frac{1}{6}\,qcb^3a.$$

Verbindet man jetzt die drei umgewandelten Theile A, B, C, so hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{3}\,abcq\,(a^2 + b^2) - \frac{1}{4}\,a^3bcq - \frac{1}{6}\,ab^3cq.$$

Sondert man den gemeinschaftlichen Faktor abcq ab, so hat man:

$$\mathfrak{M} = abcq\left(\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{3} - \frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{6}\right) = abcq\left(\frac{a^2}{12} + \frac{b^2}{6}\right)$$

$$\mathfrak{M} = abcq\left(\frac{a^2 + 2b^2}{12}\right) = \frac{1}{12}\,abcq\,.\,(a^2 + 2b^2).$$

Dies ist also das Moment eines senkrechten dreiseitigen Prismas, dessen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, und dessen Drehungsaxe eine Kathete eines solchen Dreiecks ist, und zwar ist c die Drehungsaxe, a die andere Kathete, b die Höhe des Prismas.

15 Es soll nun ein Parallelepiped, welches zwei Rhomben zu Grundflächen hat, auf denen die übrigen vier Seiten senkrecht stehen, sich um eine Axe drehen, welche parallel mit der Grundfläche durch den Schwerpunkt, und durch zwei gegenüberstehende Kanten geht.

Legt man durch die Drehungsaxe eine auf den Grundflächen senkrecht stehende Ebene, so theilt sie das ganze Parallelepiped in zwei gleiche dreiseitige Prismen, welche ein gleichschenkliges Dreieck zur Grundfläche haben. Legt man eine zweite Ebene durch den Schwerpunkt und durch die beiden andern Kanten, so daß sie die vorige senkrechte Ebene senkrecht durchschneidet, senkrecht auf der Grundfläche steht, und die Drehungsaxe halbirt: so wird jedes der beiden Prismen in zwei dreiseitige Prismen getheilt, welche ein rechtwinkliges Dreieck zur Grundfläche haben, so daß das ganze Parallelepiped jetzt in vier solcher Prismen getheilt ist.

Legt man endlich eine dritte horizontale Ebene durch die Drehungsaxe, parallel mit den Grundflächen, so theilt sie jedes der vier Prismen wieder in zwei gleiche dreiseitige und senkrechte Prismen, deren Grundfläche das vorher schon angegebene rechtwinklige Dreieck ist.

Man kann, Tafel XXXV, D, Fig. 268, den Rhombus ACBD als diese letzte durch die Drehungsaxe, also auch durch den Schwerpunkt I gehende horizontale Ebene ansehen, unterhalb welcher vier dreiseitige Prismen, und oberhalb welcher ebenfalls vier solcher Prismen liegen, die sämmtlich rechtwinklige Dreiecke zu Grundflächen haben.

Sieht man nun zuerst AIB als die Drehungsaxe an, so ist CD der Durch-

schnitt der zweiten vertikalen Ebene. Die vier links von CD, über und unter ACD liegenden Prismen haben sämmtlich $AI = \frac{1}{2} AB$ zur gemeinschaftlichen Kathete ihrer rechtwinkligen Grundflächen, um welche sie sich drehen. Die vier rechts von CD, über und unter CBD liegenden Prismen haben sämmtlich $IB = \frac{1}{2} AB$ zur gemeinschaftlichen Kathete, um welche sie sich drehen.

Jedes der Prismen hat also $c = \frac{1}{2} AB$, $a = \frac{1}{2} CD$, und wenn man die Höhe des ganzen Parallelepipeds $= b$ setzt, so ist die Höhe jedes einzelnen Prismas $= \frac{1}{2} b$.

Um also das Trägheitsmoment eines jeden dieser Prismen zu erhalten, hat man in die Formel der letzten Nummer $\frac{1}{2} AB$ statt c, $\frac{1}{2} CD$ statt a, und $\frac{1}{2} b$ statt b zu setzen. Es wird also diese Formel zu folgender:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} CD \cdot \frac{1}{2} b \cdot \frac{1}{2} AB \cdot q \left(\frac{1}{4} CD^2 + \frac{2}{4} b^2\right)$$

Faßt man die Brüche in drei zusammen, und nimmt man CD und b in die Klammer, so hat man:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} \cdot AB \cdot q\ (CD^3 + 2b^3).$$

Da nun das ganze Parallelepiped 8 solcher Prismen hat, so erhält man sein Moment, wenn man das Achtfache des eben gefundenen Werthes nimmt; daher:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{48} \cdot AB \cdot q \cdot (CD^3 + 2b^3).$$

16 Nimmt man jetzt blos den Durchschnitt in der Wasserebene, als die Rhombusfläche Fig 268 (vergl. S. 2188 Nr. 6), so erhält man, da die dritte Dimension b, und auch die Kubikeinheit q wegfällt, für das Moment dieses Durchschnitts in Beziehung auf die Axe AB:

$$\text{III)}\quad [AB] = \frac{1}{48} \cdot AB \cdot CD^3.$$

17 Für die Drehungsaxe CD ergiebt sich $c = \frac{1}{2} CD$; $a = \frac{1}{2} AB$; $b = \frac{1}{2} b$; daher wird die Formel bei 14 zu folgender:

$$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} CD \cdot \frac{1}{2} b \cdot \frac{1}{2} AB \cdot q \left(\frac{1}{4} AB^2 + \frac{2}{4} b^2\right)$$

$$\text{daher } \mathfrak{M} = \frac{1}{48} \cdot CD \cdot q \cdot (AB^3 + b^3).$$

Nimmt man wieder den bloßen Durchschnitt in der Wasserebene, so fällt b und q fort, und man hat für die Drehungsaxe CD:

$$\text{IV)}\quad [CD] = \frac{1}{48} \cdot CD \cdot AB^3.$$

18 Vergleicht man die beiden Momente, so hat man:

$$[AB] : [CD] = \frac{1}{48} AB \,.\, CD^3 : \frac{1}{48} CD \,.\, AB^3.$$

Dividirt man durch $\frac{1}{48} \,.\, AB \,.\, CD$, so ist:

$$[AB] : [CD] = CD^2 \,.\, AB^2$$

wie schon oben (S. 2192 Nr. 11) gefunden; es verhalten sich also die Momente umgekehrt wie die Quadrate der Axen.

19 Wegen der Wichtigkeit, welche die Momentenberechnung der Körper hat, sind die Momente des Wasserebenendurchschnitts aus den Momenten der Parallelepipeden und Prismen hergeleitet. Man kann sie aber auch aus den Ebenen allein berechnen. Es sei z. B. in Fig. 267 zuerst das Moment des kleineren rechtwinkligen Parallelogramms CIBb zu finden, wenn es sich um seine Seite CI dreht. Es ist also $CI = c$, und $IB = a$; nimmt man $I\alpha = x$, und $\alpha\beta = d$, so giebt das Elementarparallelogramm $\alpha\beta\delta\gamma = cd$ das Moment $x^2 \,.\, cd$.

Setzt man statt x nacheinander 0d, 1d, 2d u. s. w., so hat man:

$$cd \,.\, (0^2d^2 + 1^2d^2 + 2^2d^2 + \ldots\ldots) = cd^3\,(0^2 + 1^2 + 2^2 + \ldots\ldots)$$
$$= cd^3 \,.\, \frac{n^3}{3} = c \,.\, \frac{a^3}{3}$$

Es enthält aber das große Parallelogramm vier solcher kleineren Parallelogramme, deren längere Seite $= \frac{1}{2} AB$, und deren kleinere $= \frac{1}{2} CD$ ist. Setzt man diese Werthe in die letzte Formel, so hat man für die Drehungsaxe CD, indem man das Resultat mit 4 multiplizirt, als Moment des ganzen Durchschnitts:

$$[CD] = \frac{4}{3} \,.\, \frac{CD}{2} \,.\, \frac{AB^3}{8} = \frac{1}{12} \,.\, CD \,.\, AB^3$$

wie oben S. 2191 Nr. 11 gefunden worden.

Es sei ferner in Fig. 268 das Moment des rechtwinkligen Dreiecks CIB zu finden, wenn es sich um seine Kathete CI dreht. Es ist also $CI = c$, $IB = a$; nimmt man $I\alpha = x$ und $\alpha\beta = d$, so giebt das Elementarparallelogramm $\alpha\beta\delta\gamma$ mit x^2 multiplizirt sein Moment. Um den Flächeninhalt des Elementarparallelogramms zu finden, hat man: $a : c = B\alpha : \alpha\gamma$; da aber $B\alpha = a - x$, so hat man die Linie $\alpha\gamma = \frac{c\,.\,(a - x)}{a}$; es ist also der Flächeninhalt des Elementarparallelogramms $= dc \,.\, \frac{(a - x)}{a}$; daher ist sein Moment $= dc \,.\, \frac{(a - x)}{a} \,.\, x^2 = dc \,.\, \left(\frac{ax^2 - x^3}{a}\right) = dc \,.\, \left(x^2 - \frac{x^3}{a}\right) = dcx^2 - \frac{dc}{a} \,.\, x^3$.

Setzt man statt x der Reihe nach 0d, 1d, 2d u. s. w., so erhält man für den ersten Theil wie vorher $c \,.\, \frac{a^3}{3}$.

Für den zweiten Theil $- \frac{dc}{a} \,.\, x^3$ ergiebt sich $- \frac{dc}{a} \,.\, (0^3d^3 + 1^3d^3 +$

$2^3d^3 + \ldots\ldots) = -\frac{c}{a} \cdot d^4 \cdot (0^3 + 1^3 + 2^3 + \ldots\ldots) = -\frac{c}{a} \cdot d^4 \cdot \frac{n^4}{4}$

$= -\frac{c}{a} \cdot \frac{a^4}{4} = \frac{1}{4} \cdot ca^3.$

Faßt man beide Theile zusammen, so hat man:

$$c \cdot \frac{a^3}{3} - c\,\frac{a^3}{4} = c\left(\frac{a^3}{3} - \frac{a^3}{4}\right) = \frac{1}{12}\,c \cdot a^3.$$

Jedes der vier Dreiecke, aus denen der Rhombus, Fig. 268, besteht, hat, wenn CD die Drehungsaxe ist, $c = \frac{1}{2}$ CD, und $a = \frac{1}{2}$ AB; es wird also die letzte Formel zu $\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot CD \cdot \frac{AB^3}{8} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{16} \cdot CD \cdot AB^3$. Multiplizirt man diesen Werth mit 4, so erhält man als Moment des ganzen Rhombus für die Axe CD:

$$[CD] = 4 \cdot \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{16} \cdot CD \cdot AB^3 = \frac{1}{48} \cdot CD \cdot AB^3$$

wie vorher (S. 2197 Nr. 17) gefunden worden.

20 Es sei ein Körper in Beziehung auf drei rechtwinklige Koordinatenaxen gegeben; die Momente der Trägheit, so wie die Resultate andrer Summirungen in Bezug auf diese Axen seien bekannt. Man soll das Trägheitsmoment des Körpers für irgend eine Axe finden, welche durch den Anfangspunkt der Koordinaten geht.

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 273, Ax, Ay, Az die drei Koordinatenaxen, und AB die gegebene Drehungsaxe, welche mit den Koordinatenaxen die Winkel $BAx = \alpha$, $BAy = \beta$ und $BAz = \gamma$ bildet. Es sei D ein unendlich kleiner Theil des Körpers, m seine Masse und x, y, z seine Koordinaten; seine Entfernung DA vom Anfangspunkte der Koordinaten $= r$, und der Winkel $DAB = \delta$. Zieht man Db senkrecht auf AB, so hat man die Proportion $DA : Db = 1 : \sin\delta$, oder $r : Db = 1 : \sin\delta$; also $Db = r \cdot \sin\delta$. Es ist demnach das Trägheitsmoment des ganzen Körpers $\mathfrak{M} = \Sigma r^2 m\,(1 - \cos^2\delta)$. Es ist nun:

$$\cos\delta = \cos DAx \cdot \cos\alpha + \cos DAy \cdot \cos\beta + \cos DAz \cdot \cos\gamma.$$

Diese letzte Formel ist für die Mechanik von großer Wichtigkeit, daher muß sie hier gleich bewiesen werden.

Man bezeichnet der Kürze wegen die Winkel, welche DA mit den drei Axen macht, durch einzelne akzentuirte Buchstaben, d. h. es sei $DAx = \alpha'$, $DAy = \beta'$, $DAz = \gamma'$; alsdann heißt die letzte Formel:

$$\cos\delta = \cos\alpha' \cdot \cos\alpha + \cos\beta' \cdot \cos\beta + \cos\gamma' \cdot \cos\gamma.$$

Nimmt man auf der gegebenen Drehungsaxe AB das beliebige Stück Am, und auf der Entfernungslinie AD das beliebige Stück An, und zieht mn; bezeichnet man ferner AM durch g, An durch h und mn durch k, so hat man in dem Dreiecke Amn (vergl. S. 1914 Nr. 14):

$$\text{A)}\quad k^2 = g^2 + h^2 - 2gh \cdot \cos\delta.$$

Die mit den Koordinatenaxen Ax, Ay, Az parallelen Koordinaten des Punktes m sind (vergl. S. 1714): $g \cdot \cos\alpha$, $g \cdot \cos\beta$, $g \cdot \cos\gamma$; diejenigen des Punktes n, ebenfalls parallel mit denselben Axen: $h \cdot \cos\alpha'$, $h \cdot \cos\beta'$, $h \cdot \cos\gamma'$. Zieht man nun z. B. auf die Axe Ay senkrecht mp und nq, so hat man $Ap = g \cdot \cos\beta$ und $Aq = h \cdot \cos\beta'$; es wird also die Projektion von mn auf der Axe der y oder $pq = h \cdot \cos\beta' - g \cdot \cos\beta$. Bildet man auf ähnliche Art die Projektionen von mn oder k auf den andern beiden Koordinatenaxen, so erhält man $h \cdot \cos\alpha' - g \cdot \cos\alpha$, und $h \cdot \cos\gamma' - g \cdot \cos\gamma$. Aus diesen drei Projektionen läßt sich ein Parallelepiped bilden, dessen Diagonale k ist. Man hat demnach (vergl. S. 1714):

$$B)\quad k^2 = (h \cdot \cos\alpha' - g \cdot \cos\alpha)^2 + (h \cdot \cos\beta' - g \cdot \cos\beta)^2 + (h \cdot \cos\gamma' - g \cdot \cos\gamma)^2.$$

Die beiden Werthe bei A und B für k^2 müssen identisch sein. Entwickelt man den zweiten, so erhält man:

$$k^2 = h^2 \cdot \cos^2\alpha' - 2gh \cdot \cos\alpha' \cdot \cos\alpha + g^2 \cdot \cos^2\alpha + h^2 \cdot \cos^2\beta' - 2gh \cos\beta' \cdot \cos\beta + g^2 \cdot \cos^2\beta + h^2 \cdot \cos^2\gamma' - 2gh \cdot \cos\gamma' \cdot \cos\gamma + g^2 \cdot \cos^2\gamma;$$

$$k^2 = h^2 \cdot (\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma') + g^2 \cdot (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) - 2gh\,(\cos\alpha' \cdot \cos\alpha + \cos\beta' \cdot \cos\beta + \cos\gamma' \cdot \cos\gamma).$$

Da nun auch nach A, $k^2 = h^2 + g^2 - 2gh \cdot \cos\delta$, so ergeben sich folgende drei Gleichungen:

$$\cos^2\alpha' + \cos^2\beta' + \cos^2\gamma' = 1;\quad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1;$$

welche beiden Werthe sich schon S. 1714 gezeigt haben; und drittens

$$C)\quad \cos\delta = \cos\alpha' \cdot \cos\alpha + \cos\beta' \cdot \cos\beta + \cos\gamma' \cdot \cos\gamma;$$

welches die vorher angegebene jetzt bewiesene Gleichung ist.

21 Multiplizirt man die letzte Gleichung mit r, und setzt x statt $r \cdot \cos\alpha'$, y statt $r \cdot \cos\beta'$, und z statt $r \cdot \cos\gamma'$, so erhält man:

$$r \cdot \cos\delta = x \cdot \cos\alpha + y \cdot \cos\beta + z \cdot \cos\gamma.$$

Quadrirt man diese Gleichung, so erhält man (vergl. S. 519 Nr. 11):

$$D)\quad r^2 \cdot \cos^2\delta = x^2 \cdot \cos^2\alpha + y^2 \cdot \cos^2\beta + z^2 \cdot \cos^2\gamma + 2xy \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta + 2xz \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma + 2yz \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma.$$

Da nun (nach S. 1714) $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, so erhält man, wenn man von dieser Gleichung die vorhergehende bei D abzieht:

$$r^2\,(1 - \cos^2\delta) = x^2 \cdot \sin^2\alpha + y^2 \cdot \sin^2\beta + z^2 \cdot \sin^2\gamma - 2xy \cdot \cos\alpha \cdot \cos\beta - 2xz \cdot \cos\alpha \cdot \cos\gamma - 2yz \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma.$$

Die drei ersten Glieder entstehen nämlich, weil $1 - \cos^2 = \sin^2$; daher z. B. $x^2\,(1 - \cos^2\alpha) = x^2 \cdot \sin^2\alpha$ u. s. w. Setzt man diesen Werth in die obige Gleichung $\mathfrak{M} = \Sigma \cdot m \cdot r^2\,(1 - \cos^2\delta)$, so erhält man:

$$E)\quad \mathfrak{M} = \sin^2\alpha \cdot \Sigma \cdot x^2 m + \sin^2\beta \cdot \Sigma \cdot y^2 m + \sin^2\gamma \cdot \Sigma \cdot z^2 m. - 2\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \Sigma xym - 2\cos\alpha \cdot \cos\gamma \cdot \Sigma xzm - 2\cos\beta \cdot \cos\gamma \cdot \Sigma yzm.$$

Es kann der Fall eintreten, daß $\Sigma xym = 0$, $\Sigma xzm = 0$, $\Sigma yzm = 0$ 22 wird; alsdann ist:

$$F)\quad \mathfrak{M} = \sin^2\alpha \,.\, \Sigma x^2 m + \sin^2\beta \,.\, \Sigma y^2 m + \sin^2\gamma \,.\, \Sigma z^2 m.$$

Es seien A', B', C' die bekannten Trägheitsmomente des Körpers in Bezug auf die Axen der x, y, z; alsdann ist $A' = \Sigma(y^2 + z^2)\,m = \Sigma y^2 m + \Sigma z^2 m$; $B' = \Sigma(x^2 + z^2)\,m = \Sigma x^2 m + \Sigma z^2 m$; $C' = \Sigma(x^2 + y^2)\,m = \Sigma x^2 m + \Sigma y^2 m$.

Hieraus folgt $2\Sigma x^2 m + 2\Sigma y^2 m + 2\Sigma z^2 m = A' + B' + C'$;

$$2\Sigma x^2 m = A' + B' + C' - 2(\Sigma y^2 m + \Sigma z^2 m).$$

Da aber $2(\Sigma y^2 m + \Sigma z^2 m) = 2A'$, so hat man:

$$2\Sigma x^2 m = B' + C' - A';\ \text{also}\ \Sigma x^2 m = \frac{1}{2}(B' + C' - A').$$

Ebenso erhält man $\Sigma y^2 m = \frac{1}{2}(A' + C' - B')$; $\Sigma z^2 m = \frac{1}{2}(A' + B' - C')$

Man erhält hieraus für die Gleichung bei F:

$$G)\quad \mathfrak{M} = \frac{1}{2}\sin^2\alpha\,(B' + C' - A') + \frac{1}{2}\sin^2\beta\,(A' + C' - B') + \frac{1}{2}\sin^2\gamma\,(A' + B' - C').$$

oder
$$H)\quad \mathfrak{M} = A' \,.\, \frac{1}{2}(\sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha) + B' \,.\, \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\gamma - \sin^2\beta) + C'\,\frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\gamma).$$

Aus der obigen Gleichung $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ erhält man $\cos^2\alpha = 1 - \cos^2\beta - \cos^2\gamma$; da ferner $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta$, und $\cos^2\gamma = 1 - \sin^2\gamma$, so ist $\cos^2\alpha = 1 - 1 + \sin^2\beta - 1 + \sin^2\gamma = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - 1$; da ferner $1 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha$, so hat man $\cos^2\alpha = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$; daher $2\cos^2\alpha = \sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha$; oder endlich:

$$K)\quad \cos^2\alpha = \frac{1}{2}(\sin^2\beta + \sin^2\gamma - \sin^2\alpha).$$

Ebenso erhält man:

$$\cos^2\beta = \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\gamma - \sin^2\beta);\ \text{und}\ \cos^2\gamma = \frac{1}{2}(\sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\gamma)$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichung bei H, so erhält man:

$$L)\quad \mathfrak{M} = A' \,.\, \cos^2\alpha + B' \,.\, \cos^2\beta + C' \,.\, \cos^2\gamma;$$

wenn $\Sigma xym = 0$; $\Sigma xzm = 0$; $\Sigma yzm = 0$.

Diese letzteren drei Summen werden zuweilen **die geometrischen Momente** genannt.

Liegt die Drehungsaxe ganz in der Ebene der x, y, so macht sie mit der 23 Axe der z einen rechten Winkel, oder $\gamma = 90^0$, daher $\cos\gamma = 0$; in diesem Falle ist:

$$M)\quad \mathfrak{M} = A' \,.\, \cos^2\alpha + B' \,.\, \cos^2\beta.$$

Nimmt man jetzt den Schwerpunkt I, Fig. 266, (vergl. S. 2188 Nr. 5) zum Ursprung der Koordinaten, die Axe AB zur Axe der x, die Axe CD als Axe der y, und die in der Ebene der x, y liegende neue Drehungsaxe MN, welche ebenfalls durch den Schwerpunkt oder Koordinatenanfang geht, als diejenige, deren Moment [MN] aus den Momenten der beiden andern Koordinatenaxen, d. h. aus [AB] und [CD] bestimmt werden soll; und bezeichnet man den Winkel α durch ϑ, so wird der Winkel β das Komplement von ϑ. Man erhält alsdann wie S. 2188 Nr. 5:

$$[MN] = [AB] \, . \cos^2 \vartheta + [CD] \sin^2 \vartheta.$$

24 Wenn man die beiden Momente für das Parallelogramm, Fig. 267, mit den beiden Momenten für den Rhombus, Fig. 268, mit einander vergleicht, (vergl. S. 2191 und S. 2197):

$$[AB] = \frac{1}{12} \, . \, AB \, . \, CD^3; \; [CD] = \frac{1}{12} \, CD \, . \, AB^3; \; [AB] = \frac{1}{48} \, AB \, . \, CD^3;$$

$$[CD] = \frac{1}{48} \, CD \, . \, AB^3;$$

so sieht man, daß sich die beiden Momente der einen Figur von denen der andern nur durch den Koeffizienten $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{48}$ unterscheiden. Da nun der Rhombus gerade nur die Hälfte des Parallelogramms ist, die Momente des Rhombus aber nur das Viertel des Moments des Parallelogramms ausmachen, so läßt sich schon im Allgemeinen schließen: daß die Koeffizienten für irgend welche andre Figuren dem Quadrate des Verhältnisses ihrer Flächen entsprechen werden, während die Ausdrücke AB . CD^3 und CD . AB^3 immer als dieselben in die Momente aller Figuren hineinkommen werden.

25 Hat man also den Wasserebenendurchschnitt irgend eines Schiffes, so sucht man, von welcher Form derselbe auch sein mag, seinen Flächeninhalt, und vergleicht denselben mit dem Flächeninhalte des Parallelogramms, Fig. 267, d. h. mit dem Flächeninhalte eines solchen Parallelogramms, dessen beide Dimensionen den beiden Hauptaxen des gegebenen Durchschnitts gleich sind. Setzt man ferner:

$$\frac{\text{Gegebene Fläche}}{\text{Parallelogramm}} = \alpha;$$

so kann man in jedem besondern Falle diesen Bruch α als bekannt ansehen. Quadrirt man alsdann diesen Bruch, und dividirt ihn durch 12, so erhält man den Koeffizienten, mit welchem man die beständigen Ausdrücke AB . CD^3 und CD . AB^3 zu multipliziren hat, um das gesuchte Moment zu erhalten.

Demnach hat man für einen solchen Durchschnitt in Bezug auf seine große Axe AB:

$$\text{V)} \quad [AB] = \frac{\alpha^2}{12} \, . \, AB \, . \, CD^3;$$

und in Beziehung auf seine kleine Axe CD;

$$\text{VI)} \quad [CD] = \frac{\alpha^2}{12} \, . \, CD \, . \, AB^3.$$

Für eine jede andere Axe, welche, wie in Fig. 266, durch den Schwerpunkt oder Anfangspunkt der Koordinaten geht, und mit der Axe AB den Winkel AIM $= \vartheta$ macht, hat man (vergl. am Ende von Nr. 23):

$$[MN] = \frac{\alpha^2}{12} \cdot AB \cdot CD^3 \cdot \cos^2 \vartheta + \frac{\alpha^2}{12} \cdot CD \cdot AB^3 \cdot \sin^2 \vartheta.$$

Sondert man die gemeinschaftlichen Faktoren $\frac{\alpha^2}{12}$ und AB . CD ab, so hat man:

$$\text{VII)} \quad [MN] = \frac{\alpha^2}{12} \cdot AB \cdot CD \cdot (CD^2 \cdot \cos^2 \vartheta + AB^2 \cdot \sin^2 \vartheta).$$

Hiermit sind die wichtigsten Bestimmungen der Stabilität, soweit sie von dem Momente des Wasserebenendurchschnitts abhängen, dargestellt.

§. 323. Von den übrigen Elementen der Stabilitätsbestimmung.

Neben dem Momente des Wasserebenendurchschnitts, als dem Hauptelemente der Stabilität, müssen auch noch die übrigen Elemente in Betracht gezogen werden, welche zur erforderlichen Stabilität der Schiffe beitragen. Erst nach ihrer gemeinschaftlichen Berücksichtigung läßt sich bestimmen, wie viel die verschiedenen Umstände Vermehrung und Verminderung der Stabilität bewirken. 1

Wenn man die oben (S. 2188 Nr. 5) angeführte Formel für die Stabilität eines Schiffes in Beziehung auf die Axe MN betrachtet, nämlich:

$$\text{Stabilität für } MN = \frac{M}{V} \cdot [MN] - M \cdot OG;$$

so sieht man zuerst, daß der Faktor M, welcher das Gewicht des ganzen Schiffs bezeichnet, bei unveränderter Größe der übrigen Elemente die Stabilität in geradem Verhältnisse bestimmt. Sind also die Dimensionen eines Schiffes doppelt so groß als diejenigen eines andern, bei übriger Gleichheit: so wird das größere Schiff, unter Voraussetzung vollständiger Ladung, ein achtmal größeres Gewicht haben, als das kleinere Schiff, weil sein Volumen achtmal größer ist; deshalb wird aber auch seine Stabilität achtmal größer sein. Es wirken nämlich alle Kräfte auf das Schiff im Verhältniß seiner Oberfläche, d. h. im Verhältniß des Quadrats seiner einfachen Dimensionen; nach denselben Dimensionen richten sich aber auch die Entfernungen von der Drehungsaxe; daher sind die Momente der Kräfte dem Kubus dieser Dimensionen proportional, oder dem Gewichte M des ganzen Schiffes, indem man die Unähnlichkeit ihrer Gestalten und die Ungleichheit der Stauung außer Acht läßt. 2

Das V in der obigen Formel bezeichnet das Volumen des Wasserraums. Eine Wassermasse, deren Volumen = V ist, hat dasselbe Gewicht M, wie das ganze Schiff; insofern könnte V und M als gleichbedeutend genommen werden. Jedoch wird das V hier nur als eine geometrische Ausdehnung der drei Dimensionen angesehn. 3

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 274, ACBD der Wasserebenendurchschnitt eines Schiffes, dessen beide Axen, wie bisher, AB und CD sind, welche sich im Schwerpunkt I dieses Durchschnitts senkrecht schneiden. Ferner sei AEB der vertikale Längendurchschnitt des Schiffs vom Kiel bis zur Wassertrachtsebene; CED sei der vertikale Breitendurchschnitt, ebenfalls vom Kiele bis zur Wassertrachtsebene (vergl. S. 2176, oben). Der Schwerpunkt des ganzen Schiffes liege in G, derjenige des Wasserraums oder Volumens V dagegen in O. Es trifft sehr oft, daß die Linie GO, welche die beiden genannten Schwerpunkte verbindet, nicht durch den Schwerpunkt I des Wasserebenendurchschnitts geht. Die senkrechte Linie IE stellt die senkrechte Tiefe des Wasserraums oder die Wassertracht dar (vergl. S. 2038, oben). Das Volumen V wird stets ein Produkt aus der Fläche des Wasserebenendurchschnitts und einem Theile der Linie IE sein.

4 Von der Fläche des Wasserebenendurchschnitts ist schon vorher (S. 2188 Nr. 6) bemerkt, daß sie stets kleiner ist als das Parallelogramm aus ihrer großen und kleinen Axe AB und CD, und stets größer als der Rhombus, dessen Diagonalen AB und CD sind. Es sei diese Fläche, wie im vorigen Paragraphen $= \alpha \cdot AB \cdot CD$, wo α ein Bruch ist, stets kleiner als 1 und stets größer als $\frac{1}{2}$. Behielte nun der Wasserraum überall dieselbe Weite, oder wären seine vertikalen Breitendurchschnitte Parallelogramme: so wäre sein kubischer Inhalt:

$$A) \quad V = \alpha \cdot AB \cdot CD \cdot IE;$$

wären aber seine vertikalen Breitendurchschnitte Dreiecke, deren Spitzen auf dem Kiele lägen: so dürfte die Fläche nur mit der halben Höhe multiplizirt werden (vergl. S. 689 Nr. 4); daher wäre alsdann der kubische Inhalt des Wasserraums:

$$B) \quad V = \frac{1}{2}\alpha \cdot AB \cdot CD \cdot IE.$$

Wäre endlich der ganze Wasserraum eine Pyramide, deren Grundfläche oben in der Wassertrachtsebene, und deren Spitze auf dem Kiele in dem Punkt E läge: so dürfte die Fläche $\alpha \cdot AB \cdot CD$ nur mit dem Drittel der Tiefe multiplizirt werden (vergl. S. 1847 Nr. 7). Da aber die pyramidalische Figur des Wasserraums bei Schiffen niemals vorkommt: so müssen alle Wasserräume als zwischen den beiden Werthen bei A und B eingeschlossen angesehn werden. Demnach muß die Fläche des Wasserebenendurchschnittes stets mit einem Theile der Tiefe, oder mit $\beta \cdot IE$ multiplizirt werden, wo β einen Bruch bezeichnet, welcher auch zwischen den Grenzen 1 und ½ eingeschlossen ist, und dessen Werth in jedem besondern Falle ohne große Schwierigkeit gefunden werden kann. Man hat daher für das Volumen des Wasserraums folgenden allgemeinen Ausdruck:

$$C) \quad V = \alpha \cdot \beta \cdot AB \cdot CD \cdot IE.$$

Dieser Werth beträgt also immer einen Theil des kubischen Raumes

AB . CD . IE; und der Koeffizient $\alpha\beta$ ist stets kleiner als 1, und stets größer als $\frac{1}{4}$, weil jeder von seinen beiden Faktoren kleiner als 1 und größer als $\frac{1}{2}$ ist.

5 Es bleibt nun noch die Entfernung GO zwischen beiden Schwerpunkten G und O zu betrachten, welche die beiden Theile OF und FG enthält. Der erste Theil OF wird ganz allein von der Gestalt des Wasserraums bestimmt; der zweite Theil hängt von der Ladung des ganzen Schiffes ab; und es kann sich vermöge derselben der Schwerpunkt G des ganzen Schiffes mehr oder weniger über der Wassertrachtsebene befinden; oder sogar unter der Wassertrachtsebene liegen, in welchem Falle alsdann FG negativ wird.

Um die Entfernung OF zu bestimmen, d. h. wie weit sich der Schwerpunkt O des Wasserraums unter der Wassertrachtsebene befindet, hat man die vorher angegebenen drei Fälle anzuwenden: wo der vertikale Breitendurchschnitt des Wasserraums ein Parallelogramm; wo er ein Dreieck wäre; und wo der ganze Wasserraum eine Pyramide bildete.

Im ersten dieser drei Fälle müßte der Schwerpunkt in dem Mittelpunkte des Parallelogramms liegen (vergl. S. 1949 Nr. 6); daher wäre seine Entfernung von der Wasserebene $OF = \frac{1}{2}\, IE$.

Im zweiten Falle müßte der Schwerpunkt auf ein Drittel der Höhe IE, von I aus gerechnet, liegen (vergl. S. 1950 Nr. 7); daher wäre $OF = \frac{1}{3}\, IE$.

Im dritten Falle müßte der Schwerpunkt auf ein Viertel der Höhe IE, von I aus gerechnet, liegen (vergl. S. 1954 Nr. 14); daher wäre $OF = \frac{1}{4}\, IE$.

Erinnert man sich aber, daß im ersten dieser Fälle $\beta = 1$; im zweiten $\beta = \frac{1}{2}$; im dritten $\beta = \frac{1}{3}$ ist (vergl. die vorige Nummer); so findet man folgende Regel; ist $\beta = \frac{1}{n}$, so ist $OF = \frac{1}{n+1}\, .\, IE$.

Da $\beta = \frac{1}{n}$, so ist $n = \frac{1}{\beta}$; und $n + 1 = \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{1+\beta}{\beta}$; daraus hat man $\frac{1}{n+1} = \frac{\beta}{\beta+1}$; hat man also den wahren Werth von β schon gefunden, so kann man immer annehmen: $OF = \frac{\beta}{\beta+1}$; demnach ergiebt sich für die ganze Entfernung der beiden Schwerpunkte von einander:

$$OG = \frac{\beta}{\beta+1}\, .\, IE + GF.$$

6 Die Größe [MN], d. h. das Moment des Wasserebenendurchschnitts in Beziehung auf die Axe MN, enthält vier Dimensionen, oder ist das Produkt von vier mit einander multiplizirten Linien; ferner ist auch das Volumen V ein Produkt und zwar von drei Dimensionen. Nimmt man daher diese beiden Theile aus der Stabilitätsformel $\frac{M}{V}\, .\, [MN] - M\, .\, OG$ zu einem Bruche zu-

sammen: so sieht man sogleich ein, daß $\frac{[MN]}{V}$ eine gewisse gerade Linie ausdrückt; setzt man diese = l, und sondert den gemeinschaftlichen Faktor M ab, so hat man:

$$\text{VIII)}\quad \text{Stabilität für die Axe } MN = M\,.\,(l - OG).$$

Die Länge der Linie l muß natürlich immer größer sein, als die Entfernung OG zwischen den beiden Schwerpunkten. Da aber l von der Axe MN abhängt, um welche die Neigung geschieht, so wird es am kleinsten sein, wenn MN mit der großen Axe zusammenfällt (vergl. S. 2192 Nr. 11). Es ist also auch unumgänglich nothwendig, daß der kleinste Werth der Größe l immer noch größer sei, als die Entfernung OG. Es genügt daher, daß die Stabilität der Schiffe in Beziehung auf die große Axe AB des Wasserebenendurchschnitts hinreichend groß sei; alsdann wird sie auch zum Widerstande gegen alle möglichen Einwirkungen in Beziehung auf andere Axen hinreichen.

7 Wären die Schiffe einander in jeder Hinsicht ähnlich, so daß ihre Gewichte im kubischen Verhältnisse ihrer einfachen Dimensionen ständen, und daß die Differenz l — OG dem Verhältnisse dieser Dimensionen selbst entspräche: so würde ihre Stabilität das Verhältniß des Biquadrats, oder der vierten Potenz ihrer einfachen Dimensionen behalten. Weil aber die Einwirkungen, denen die Schiffe ausgesetzt sind, dem kubischen Verhältnisse ihrer Dimensionen entsprechen: so würden die großen Schiffe eine verhältnißmäßig größere Stabilität als die kleinen haben; und weil sie dabei von ähnlichen Einwirkungen getroffen werden, so würden sie eine geringere Neigung erleiden, als die kleinen. Es scheint demgemäß, als dürfte man die Stabilität der großen Schiffe merklich vermindern, und sie dem Kubus ihrer Dimensionen proportional machen. Man muß jedoch bedenken, daß ganz dieselben Neigungen den großen Schiffen sehr verderblich werden, während sie den kleinen keinerlei Gefahr bringen; deshalb ist es viel gerathener, den großen Schiffen eine verhältnißmäßig größere Stabilität als den kleinen zu geben.

§. 324. Wie den Schiffen eine hinreichende Stabilität zu geben sei.

1 Wie oben nachgewiesen, ist das Moment des Wasserebenendurchschnitts in Beziehung auf seine große Axe AB das kleinste, und dasjenige in Beziehung auf die kleine Axe CD das größte; und zwar verhält sich (vergl. S. 2192 Nr. 11) $[AB] : [CD] = CD^2 : AB^2$. Hieraus leuchtet sogleich ein, daß die Stabiltät in Beziehung auf die große Axe AB auch die kleinste, und in Beziehung auf die kleine Axe CD auch die größte sein wird; und zwar wird beides in einem noch größeren Verhältnisse als demjenigen der Quadrate CD^2 und AB^2 der Fall sein.

Weil nämlich die Stabilität für die große Axe $AB = M\,.\,\left(\frac{[AB]}{V} - OG\right)$

und die Stabilität in Beziehung auf die kleine Axe CD $= M \cdot \left(\frac{[CD]}{V} - OG\right)$ so ist es klar, daß diese beiden Werthe ein größeres Verhältniß zu einander haben müssen, als ihre beiden Theile $\frac{[AB]}{V}$ und $\frac{[CD]}{V}$, weil von jedem derselben eine und dieselbe Größe OG abgezogen wird. Es muß aber auch die letztere Stabilität größer sein als die erstere, weil dieselben Stöße oder Einwirkungen auf Vorschiff und Achterschiff ein weit größeres Moment hervorbringen, als wenn sie auf die Seiten des Schiffes treffen. Aber ihr Verhältniß ist höchstens dasjenige von AB : CD; weil aber die Stabilitäten selbst einem bei weitem größeren Verhältnisse entsprechen: so ist es klar, daß, wenn ein Schiff genügende Stabilität in Beziehung auf seine große Axe AB hat, es dieselbe auch in noch weit größerem Maaße in Beziehung auf die kleinere Axe haben wird. Es genügt daher, die Stabilität in Bezug auf die große Axe zu bestimmen, und hier zunächst zu untersuchen: wie die Stabilität eines Schiffes bis zu dem seiner Sicherheit genügenden Grade vermehrt werden kann.

Das Moment des Wasserebenendurchschnitts in Beziehung auf seine große Axe ist den vorangegangenen Betrachtungen zufolge: 2

$$[AB] = \frac{\alpha^2}{12} \cdot AB \cdot CD^3,$$

wo α den Bruch bezeichnet, den man erhält, wenn man den Flächeninhalt eines gegebenen Wasserebenendurchschnitts ACBD durch das Rektangel AB · CD dividirt; wobei man sich zu erinnern hat, daß α stets zwischen 1 und ½ enthalten ist (vergl. S. 2205 Nr. 4). Das Volumen V des Wasserraums ist daher stets ein Produkt aus dem Flächeninhalte des Wasserebenendurchschnitts $\alpha \cdot AB \cdot CD$ multiplizirt durch irgend einen Theil seiner Tiefe IE, welcher Theil (vrgl. S. 2204 Nr. 4) $= \beta \cdot IE$ ist; wobei β stets zwischen 1 und ½ eingeschlossen bleibt; $\beta = 1$ fände statt, wenn alle vertikalen Durchschnitte Rektangel wären; und $\beta = \frac{1}{2}$, wenn dieselben alle Dreiecke wären, deren Spitzen auf dem Kiele lägen. Zwar vermindert sich der Werth von V auch dadurch, daß der Wasserraum, oder das lebendige Schiff sich vorne und hinten schief erhebt. Indessen verringert sich auch der Werth von β nicht über ½ hinaus. Läßt man nun das β unbestimmt, so hat man, wie oben (S. 2204 Nr. 4) immer:

$$V = \alpha \cdot \beta \cdot AB \cdot CD \cdot IE.$$

Setzt man diesen Werth von V in die Stabilitätsformel für die Axe AB, so wird deren erstes Glied $\frac{[AB]}{V} = \frac{\alpha^2 \cdot AB \cdot CD^3}{12 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot AB \cdot CD \cdot IE} = \frac{\alpha}{12\beta} \cdot \frac{CD^2}{IE}$.

In diesem Ausdrucke fehlt die Länge AB gänzlich; aber sie bleibt von Einfluß bei der Bestimmung von M, d. h. von dem Gewichte des ganzen Schiffs.

Die Entfernung zwischen den beiden Schwerpunkten ist $OG = OF + FG$; davon ist der Theil $OF = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot IE$ (vergl. S. 2205 Nr. 5). 3

Nach allen diesen Bestimmungen wird also die Stabilität in Beziehung auf die große Axe AB folgenden Werth haben:

$$M\left(\frac{\alpha}{12\beta}\cdot\frac{CD^2}{IE}-\frac{\beta}{1+\beta}\cdot IE - FG\right)$$

Hieraus ergiebt sich die nothwendige Bedingung, daß $\frac{\alpha}{12\beta}\cdot\frac{CD^2}{IE}$ stets größer sei, als die Größe $\frac{\beta}{1+\beta}\cdot IE + FG$; denn bei völliger Gleichheit dieser Größen wäre das Gleichgewicht indifferent (vergl. S. 2181 Nr. 2); wäre aber die erste Größe kleiner als die zweite, so wäre das Gleichgewicht schwankend, und das Schiff würde bei dem geringsten Stoße umstürzen.

Um die angeführte Bedingung in einem leichtübersichtlichen Ausdrucke zu erhalten, kann man beiderseits mit der Größe $\frac{12\beta}{\alpha}\cdot IE$ multipliziren, demnach:

$$CD^2 > \frac{12\beta^2}{\alpha\,(1+\beta)}\cdot IE^2 + \frac{12\beta}{\alpha}\cdot IE\cdot FG,$$

woraus man sieht, daß das Quadrat der Breite CD größer sein muß, als die rechts vom Zeichen stehende Größe. Um diese letztere bequemer schreiben zu können, sei $\frac{12\beta^2}{\alpha\,(\beta+1)} = m$, und $\frac{12\beta}{\alpha} = n$; daher ist jene Bedingung:

$$CD^2 > mIE^2 + n\cdot IE\cdot FG.$$

4 Dem Vorigen gemäß kann α zwischen den Werthen 1 und ½ variiren, und β ebenfalls, oder noch kleiner als ½ werden. Giebt man nun dem α nacheinander die Werthe 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; und setzt sie in einer horizontalen Reihe nebeneinander; giebt man ferner dem β nacheinander die Werthe 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4, setzt sie einer perpendikulären Reihe untereinander, und berechnet die Werthe von m und n für jede Kombination der Größe von α und β, so erhält man eine Tafel folgender Gestalt:

Werthe			Werthe des α.				
des β.	1,0.	0,9.	0,8.	0,7.	0,6.	0,5.	
1,0.	6,00.	6,67.	7,50.	8,57.	10,00.	12,00	= m
	12,00.	13,33.	15,00.	17,14.	20,00.	24,00	= n
0,9.		u. s. w.			u. s. w.		
u. s. w.							

Solche Tafel würde ohne Zweifel alle möglichen Fälle umfassen; weil jedoch die äußersten Werthe von α und β in der Wirklichkeit nicht vorkommen: so finden sich die bei wirklichen Schiffen vorkommenden Fälle mehrentheils in der Mitte der in obiger Weise vollständig berechneten Tafel; z. B. da, wo $\alpha = 0,8$ und $\beta = 0,8$ ist, findet sich alsdann $m = 5,34$ und $n = 12,00$; und dies wird der bei den meisten wirklichen Schiffen anwendbare Werth sein.

Man hat demgemäß:

$$CD^2 = > 5,34\cdot IE^2 + 12,00\cdot IE\cdot FG.$$

Nimmt man $\alpha = 0{,}7$ und $\beta = 0{,}7$, so erhält man folgende Grenze:

$$CD^2 > 4{,}94 \,.\, IE^2 + 12{,}00\, IE \,.\, FG.$$

Es kommt nun Alles darauf an, welches Verhältniß die Höhe FG zur 5 Tiefe des Wasserraums, oder zur Wassertracht IE hat. Diese Höhe FG, d. h. die Erhebung des Schwerpunktes G über der Wassertrachtsebene übersteigt niemals die Hälfte der Wassertracht IE; und in den Fällen, wo der Schwerpunkt G des ganzen Schiffs unter die Wassertrachtsebene fällt, wird diese Tiefe, oder negativ gewordene Höhe FG stets kleiner als $\frac{1}{3}$. IE sein.

Nimmt man nun nacheinander für FG die Werthe 0,5 IE; 0,4 IE; 0,3 IE; u. s. w. bis — 0,3 IE an, indem man dabei $\alpha = 0{,}8$ und $\beta = 0{,}8$ und ferner $\alpha = 0{,}7$ und $\beta = 0{,}7$ setzt: so kann man leicht die Grenzwerthe für CD^2 und CD berechnen; z. B. für $\alpha = 0{,}8$; $\beta = 0{,}8$; $FG = 0{,}3 \,.\, IE$ hat man:

$$CD^2 > 8{,}94 \,.\, IE^2; \text{ und deshalb } CD > 2{,}99 \,.\, IE;$$

für $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}7$; $FG = -\,0{,}2 \cdot IE$ hat man:

$$CD^2 > 2{,}54 \,.\, IE^2; \text{ und deshalb } CD > 1{,}60 \,.\, IE.$$

Aus dem eben Angeführten ergiebt sich eine der wichtigsten Regeln für die 6 Konstruktion der Schiffe, um die Breite des Wasserraums in das richtige Verhältniß zu seiner Tiefe zu bringen, sobald die Höhe des Schwerpunktes G bekannt ist. Man sieht, daß in allen Fällen, wo sich der Schwerpunkt G über der Wasserebene befindet, die Breite des Schiffs CD stets die Tiefe IE um das Doppelte übertreffen muß; und zwar um so mehr, je höher der Schwerpunkt liegt.

In dem Vorigen ist aber nur die Grenze angegeben, welche die Breite CD jedenfalls übertreffen muß; nicht aber um wie viel sie dieselbe übertreffen soll. Dies hängt offenbar von den Stößen ab, denen ein Schiff ausgesetzt sein wird, und deren Stärke läßt sich nur durch die Erfahrung bestimmen. Nimmt man z. B. an, daß ein durch Erfahrung geprüftes Schiff mit der völligsten Sicherheit segelt, dessen Breite CD des Wasserraums sich zu seiner Tiefe IE wie 5 : 2 verhält, oder bei welchem $CD = 2{,}5 \,.\, IE$ ist, und dessen Schwerpunkt G sich genau in der Wassertrachtsebene befindet, oder bei welchem $FG = 0$ ist. Berechnet man nun in voriger Weise für $\alpha = 8$; $\beta = 8$ und $FG = 0$ das CD, so findet man $CD > 2{,}32 \,.\, IE$; diese durch Rechnung gefundene Grenze ist um 0,18 kleiner als die vorher durch Erfahrung gefundene Breite. Es ist aber 0,18 beinahe der dreizehnte Theil von 2,32. Nimmt man nun an, daß alle übrigen für $\alpha = 0{,}8$ und $\beta = 0{,}8$ durch Rechnung zu findenden Grenzen um ein Dreizehntel zu klein seien: so braucht man jede derselben nur um ihr Dreizehntel zu vermehren, um eine durch Erfahrung als gut gefundene Breite zu erhalten. Berechnet man die Breite CD für $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}7$ und $FG = 0$: so erhält man $CD > 2{,}23$ IE; diese Grenze ist um 0,27 kleiner als die durch Erfahrung gefundene Breite $CD = 2{,}5 \,.\, IE$; da nun 0,27 beinahe der achte Theil von 2,23 ist, so müssen alle für $\alpha = 0{,}7$; $\beta = 0{,}7$ berechneten Grenzen um ihr Achtel vermehrt werden, um eine gute Breite zu ergeben.

7 Die Schiffbauer geben gewöhnlich den Achterschiffen eine etwas größere Tiefe als den Vorschiffen; in solchem Falle muß man natürlich der Linie IE für die Rechnung einen mittleren Werth zwischen beiden Tiefen geben. Der Unterschied der hinteren und vorderen Tiefe hat nicht allein den Zweck, dem Steuer eine größere Kraft zu geben, sondern wird auch deshalb für nothwendig angesehen, weil die Kraft des Windes ein segelndes Schiff gewöhnlich mit dem Vorderschiff etwas tiefer in das Wasser niederdrückt, so daß der Kiel alsdann eine horizontale Lage bekommt, wenn er bei ruhigem Stande des Schiffs hinten etwas tiefer lag. Aus allem Gesagten geht indessen hervor, daß es außer der Breite des Wasserebenendurchschnittes das wirksamste Mittel zur Erlangung einer hinreichenden Stabilität sei: den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes so tief herabzubringen, als es die Umstände erlauben.

§. 325. Von den Bewegungen des Schlingerns und Stampfens.

1 Nachdem ein Schiff durch irgend welche Ursache aus der Lage seines Gleichgewichts gebracht worden, und eine Neigung erhalten hat, wird es durch seine Stabilität angetrieben, in die Gleichgewichtslage zurückzukehren, und zwar mit einer *beschleunigten* Bewegung. Diese bringt es anfänglich über die Gleichgewichtslage hinaus in eine entgegengesetzte Neigung, aus der es wieder hinausstrebt; und so entstehen, bis es endlich zur Ruhe kommt, pendelähnliche Schwingungen um die Axe der Neigung. Läßt man daher vorläufig den Widerstand des Wassers gegen diese Schwingungen außer Acht, so kann man die ganze Bewegung dadurch am leichtesten bestimmen, daß man die Länge eines Pendels sucht, das seine Schwingungen in gleichen Zeiten vollendet; ein solches Pendel heißt dann *isochronisch* (gleichzeitig) mit den Schwingungen des Schiffes.

2 Hat man die Länge eines solchen einfachen Pendels gefunden, welche mit l bezeichnet werden mag: so kann man den Lehren der Mechanik gemäß, die Dauer einer Schwingung auf folgende Weise bestimmen.

Zuerst muß man die Höhe kennen, die ein frei fallender Körper in einer Zeitsekunde durchmacht, oder die sogenannte *Fallhöhe*. Diese ist (vergl. S. 839) = 15,098 Pariser Fuß = 15,627 Rheinländische Fuß = 16,08596 Englische Fuß. Bezeichnet man diese Fallhöhe hier mit g, und die Peripherie eines Kreises, dessen Diameter = 1 ist, mit π = 3,1415927 (vergl. S. 732): so ist die Zeit t einer Schwingung in Sekunden ausgedrückt (vergl. S. 67, S. 820, S. 2145):

$$1) \quad t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

3 Diese für alle Pendelberechnungen so wichtige Formel läßt sich folgendermaaßen beweisen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 275, AD = 2r der vertikale Diameter eines Kreises, DM eine unter dem Winkel MDE = φ gegen den Horizont ED geneigte,

vom tiefsten Punkte D ausgehende Sehne; alsdann ist $DCM = 2\varphi$; denn (vrgl. S. 714 Nr. 20) eine Tangente macht mit einer Sehne im Berührungspunkte einen Winkel, welcher dem Peripheriewinkel im entgegenstehenden Kreisabschnitte über derselben Sehne gleich ist; da nun hier DCM der Centrumwinkel für die Sehne DM ist, so ist er doppelt so groß, als der von Tangente und Sehne gebildete Winkel. Ferner ist die Sehne $DM = 2r \cdot \sin\varphi$ (vrgl. S. 652 Nr. 7).

Es ist aber der von einer gleitenden Bewegung auf einer schiefen Ebene durchlaufene Raum s (vergl. S. 855, wo jedoch $g = 31{,}253$, also den doppelten Werth von dem hier angenommenen g hat, weshalb der Werth von s etwas verändert ist):

$$\text{B)}\quad s = gt^2 \cdot \sin\varphi;\ \text{also}\ t = \sqrt{\frac{s}{g \cdot \sin\varphi}}$$

Nimmt man nun an, ein Körper durchlaufe die schiefe Sehne DM, so ist $s = 2 \cdot r \cdot \sin\varphi$. Setzt man diesen Werth an die Stelle von s unter das Wurzelzeichen, so hebt sich $\sin\varphi$ oben und unten, und man erhält für die dazu angewandte Zeit:

$$\text{C)}\quad t = \sqrt{\frac{2r}{g}}$$

Dieser Ausdruck zeigt die Unabhängigkeit der Zeit von der Länge und Neigung der Sehne, und Körper, welche auf AD, BD, MD herablaufend ihre Bewegung gleichzeitig in A, B, M anfangen, erreichen den Punkt D im selben Augenblicke (vergl. S. 856 Nr. 15, wo aber g auch den doppelten Werth des hier gebrauchten g hat).

Durchläuft nun ein Körper nicht eine Sehne, sondern einen Kreisbogen, 4 so trifft die Betrachtung mit den auf S. 2145 gegebenen Lehren zusammen. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 276, C der Mittelpunkt, r der Radius des Kreises, und der Bogen AX, von A aus gerechnet, $= s$. Zieht man ferner die Tangente AB, als die Horizontallinie, so macht sie mit der Sehne AX einen Winkel $XAZ = \frac{1}{2}\,ACX$; ebenso macht die an X gezogene Tangente ZX einen Winkel $ZXA = \frac{1}{2}\,ACX$. Der Winkel XZB, den die zweite Tangente ZX mit der Horizontallinie oder andern Tangente AB macht, ist der äußere Winkel des gleichschenkligen Dreiecks AZX, daher $\angle XZB = \angle ZAX + \angle ZXA = \angle ACX$.

Der Körper soll sich nun nicht in der Sehne XA, sondern in dem Bogen AX, und zwar von X aus bewegen. In der unmittelbaren Nähe von X hat aber die Bewegung offenbar mehr die Richtung der Tangente XZ, als diejenige der Sehne; daher kann man dort den Neigungswinkel, den die Tangente mit der Horizontalebene macht, zur Bestimmung der Zeit und Geschwindigkeit gebrauchen, d. h. ihn als φ ansehen; daher hat man $\angle ACX = \angle XZB = \varphi$. Es ist ferner der Bogen $AX = s = r\varphi$.

Nach den Gesetzen der Bewegung auf einer schiefen Ebene ist die Geschwindigkeit $v = 2 \cdot g \cdot \sin\varphi \cdot t$ (vergl. S. 855, wo aber g den doppelten Werth

wie hier hat). Daher hat man, weil g und bei einer schiefen Ebene auch $\sin\varphi$ konstant sind:

$$D)\quad dv = 2g \cdot dt \cdot \sin\varphi.$$

Weil aber jetzt der Körper sich von X nach A bewegt, während der Bogen AX von A ausgerechnet wird, so ist (vergl. S. 1708):

$$vdt = -ds = -r \cdot d\varphi,$$

$$\text{daher:}\quad 2vdv = 4g \cdot v \cdot dt \cdot \sin\varphi = -4g \cdot r \cdot d\varphi \cdot \sin\varphi.$$

Da ferner (vergl. S. 1154 Nr. 2) $-d\varphi \,.\, \sin\varphi = d \,.\, \cos\varphi$, so hat man, da $\int 2vdv = v^2$; und $\int -d\varphi \,.\, \sin\varphi = +\cos\varphi$:

$$E)\quad v^2 = \text{Const} + 4gr \,.\, \cos\varphi.$$

War nun $v = 0$, als sich der Körper in D (Fig. 276) befand, und war dort $ACD = \gamma$, so ist:

$$F)\quad v^2 = 4gr \,.\, (\cos\varphi - \cos\gamma).$$

Die Bestimmung der Konstante geschieht hier nach den Regeln auf S. 1104 Nr. 8; es wird $v = 0$, wenn $\varphi = \gamma$; daher $0 = \text{Const.} + 4gr \cdot \cos\gamma$, oder $\text{Const.} = -4gr \,.\, \cos\gamma$; dadurch wird die Gleichung E zu derjenigen bei F. Zieht man ferner in Fig. 276 die beiden Linien DE und FX horizontal, oder parallel mit der Tangente AB, so ist CE der Kosinus von γ, und CF der Kosinus von φ; daher ist $EF = r \,.\, \cos\varphi - r \,.\, \cos\gamma$, und man hat:

$$G)\quad v^2 = 4g \,.\, EF.$$

Weil im Allgemeinen (vergl. S. 838 und S. 1708) $ds = vdt$, oder $dt = \frac{ds}{v}$, so ist $t = \int \frac{ds}{v}$. Es ist aber hier $vdt = -d\varphi \cdot r$. Setzt man diesen Werth für ds unter das Integralzeichen, und zieht die Wurzel aus dem obigen Werthe für v^2 bei F, so erhält man:

$$t = \int \frac{-d\varphi \cdot r}{\sqrt{(4gr \cdot (\cos\varphi - \cos\gamma))}} = \int \frac{-d\varphi \cdot r}{\sqrt{r} \cdot \sqrt{(4g\,(\cos\varphi - \cos\gamma))}}$$

Da ferner $r = \sqrt{r} \cdot \sqrt{r}$, so hat man:

$$H)\quad t = \int \frac{-d\varphi \cdot \sqrt{r} \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{r} \cdot \sqrt{(4g\,(\cos\varphi - \cos\gamma))}} = \int \frac{-d\varphi \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{(4g \cdot (\cos\varphi - \cos\gamma))}}$$

Durch Entwickelung dieses Ausdrucks in eine Reihe wäre die Integration leicht auszuführen.

Sind nun aber φ und γ beide so klein, daß man $\cos\varphi = 1 - \frac{1}{2}\varphi^2$ und $\cos\gamma = 1 - \frac{1}{2}\gamma^2$ setzen darf, so erhält man aus der Gleichung bei H:

$$K)\quad dt = -d\varphi \,.\, \sqrt{\frac{r}{2g \,.\, (\gamma^2 - \varphi^2)}}$$

Es ist nämlich $\left(1 - \frac{1}{2}\varphi^2\right) - \left(1 - \frac{1}{2}\gamma^2\right) = \frac{1}{2}\gamma^2 - \frac{1}{2}\varphi^2 = \frac{1}{2}(\gamma^2 - \varphi^2)$; durch den Multiplikator $\frac{1}{2}$ wird aber 4g zu 2g.

Löst man die Wurzelgröße bei K in folgende beiden auf:

$$\sqrt{\frac{1}{(\gamma^2 - \varphi^2)}} \cdot \sqrt{\frac{r}{2g}},$$

so lassen sich mit der ersten folgende Veränderungen vornehmen, welche zu einer leichten Integration führen. Es ist:

$$(\gamma^2 - \varphi^2) = \gamma^2 \cdot \left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right); \text{ daher } \sqrt{(\gamma^2 - \varphi^2)} = \gamma \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right)}$$

Es wird daher die Gleichung bei K zu folgender:

$$\text{L)} \quad dt = \frac{- d\varphi}{\gamma \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right)}} \cdot \sqrt{\frac{r}{2g}}$$

Hat man einen Bogen, dessen Sinus $= \frac{\varphi}{\gamma}$ ist, zu differenziren, so ist, wenn man $\frac{\varphi}{\gamma} = u$ setzt (vergl. S. 1156 Nr. 11) $d \cdot \text{Arc} \cdot \sin u = \frac{du}{\sqrt{(1 - u^2)}}$ es ist nun hier $du = \frac{d\varphi}{\gamma}$ (vergl. S. 1114 Nr. 7, 2); und $u^2 = \frac{\varphi^2}{\gamma^2}$; demnach ist

$$d \cdot \text{Arc } \sin \frac{\varphi}{\gamma} = \frac{d\varphi}{\gamma \sqrt{\left(1 - \frac{\varphi^2}{\gamma^2}\right)}}$$

Man erhält demnach durch Integration der Gleichung bei L:

$$\text{M)} \quad t = \frac{-\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \text{Arc } \sin \frac{\varphi}{\gamma} + \text{Const.}$$

Es sind zwar φ und γ selbst zwei Bogen; aber die Zahl $\frac{\varphi}{\gamma}$ kann in den Sinustafeln aufgesucht werden, und ergiebt einen Bogen, der hier im Verhältniß zum Radius steht.

Um die Konstante zu bestimmen, muß man sich erinnern, daß $t = 0$ wird, wenn $\varphi = \gamma$ ist; man hat also:

$$0 = \frac{-\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \text{Arc } \sin 1 + \text{Const.}; \text{ also Const.} = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \text{Arc } \sin 1.$$

Es ist der Bogen, dessen Sinus 1 ist, $= 90^\circ$; nimmt man nun π als das Verhältniß des Halbkreises zum Radius, welcher $= 1$ ist (während S. 731 das π als Verhältniß der ganzen Peripherie zum Durchmesser $= 1$ genommen worden): so ist $\text{Arc } \sin 1 = \frac{1}{2}\pi$; daher wird die Gleichung M zu folgender:

$$\text{N)} \quad t = \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2g}} \cdot \left(- \text{Arc } \sin \frac{\varphi}{\gamma} + \frac{1}{2}\pi\right)$$

Will man die Zeit haben, bis zu welcher der bewegte Körper in A an-

kommt: so wird bei A der Bogen $\varphi = 0$; es bleibt also nur der zweite Theil der eingeklammerten Größe übrig, und man erhält:

$$O) \quad t = \frac{1}{2} \pi \sqrt{\frac{r}{2g}}$$

oder wenn man $2r = l$ setzt;

$$P) \quad t = \frac{1}{2} \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{4g}} = \frac{1}{4} \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Diese Gleichung zeigt, daß bei kleinen Bewegungen auf dem Kreisbogen die Zeiten nicht von der Größe des Bogens abhängen, daß sie aber der Quadratwurzel des Durchmessers gerade, und der Quadratwurzel von g umgekehrt proportional sind. Für größere Bogen läßt sich das Integral nicht anders als durch Reihen bestimmen. Der fallende Körper durchläuft jeden Bogen, der kleiner als der Quadrant, und selbst diesem gleich ist, in kürzerer Zeit, als er die Sehne desselben durchlaufen würde.

Nimmt man nun an, daß bei dem einfachen Pendel die Masse des ganzen auf- und niedersteigenden Körpers in einem Punkte vereinigt sei (vrgl. S. 67): so wird die Länge des Pendels gleich dem Radius, oder $l = r$, und man hat nach der eben erhaltenen Gleichung bei O für die Zeit einer halben Schwingung (vergl. S. 67 und S. 2146 Nr. 11), d. h. für die Zeit der Bewegung vom höchsten zum niedrigsten Punkte oder umgekehrt:

$$Q) \quad t = \frac{1}{2} \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{2g}};$$ also für die Zeit einer ganzen Schwingung

$$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{2g}}$$

welches die oben (S. 2210 N. 2) angegebene Gleichung ist, wobei g den Werth von nahe 16 Englischen Fußen hat. Man muß also, um die Zeit einer ganzen Schwingung zu erhalten, die Länge l des Pendels durch das Doppelte der Fallhöhe g dividiren, und die Quadratwurzel dieses Quotienten mit der Zahl π multiplziren; das Produkt ist die Sekundenzahl der genannten Zeit. Bedarf es keiner großen Genauigkeit, so kann man (vergl. S. 732), wie schon Archimedes gefunden hatte, $\pi = {}^{22}/_{7}$ setzen.

5 Um nun die Theorie des einfachen Pendels auf die schwingenden Bewegungen eines Schiffes um eine gegebene Neigungsaxe anzuwenden, muß man zuerst die Stabilität desselben in Bezug auf diese Axe kennen. Sie ist stets ein Produkt aus dem Gewichte M des ganzen Schiffs multiplizirt mit einer gewissen Länge = s; oder die Stabilität = Ms.

Darauf muß man das Trägheitsmoment des Schiffes in Beziehung auf die Neigungsaxe kennen. Dies erhält man durch Multiplikation aller Massenbestandtheile des Schiffes mit dem Quadrat ihrer Entfernung von derselben Neigungsaxe, und Summirung dieser Produkte (vergl. S. 2148 Nr. 2). Es

werde diese Summe durch $M \cdot r^2$ bezeichnet, wo r die Länge einer gewissen Linie bedeutet.

Kennt man die Stabilität und das Trägheitsmoment, so ergiebt sich die Länge l des gesuchten isochronischen Pendels durch folgende Formel:

$$R) \quad l = \frac{Mr^2}{Ms} = \frac{r^2}{s}$$

6 Jeder angehängte und schwingende Körper, oder jedes angehängte und schwingende System von Körpern, bildet ein zusammengesetztes Pendel, insofern dabei nicht blos ein schwerer Punkt schwingt. Da es in der Natur so häufig vorkommt, heißt es auch physisches Pendel. Jeder einzelne Körper kann indessen auch als ein System von unendlich vielen kleinen Massen, seinen Elementarmassen (vergl. S. 2148) angesehen werden. Es läßt sich nun immer ein einfaches Pendel finden, dessen Schwingungen mit denen des zusammengesetzten gleichzeitig sind. Der Punkt, wo anstatt des zusammengesetzten das einfache angebracht werden müßte, um dieselben Schwingungen zu machen, heißt das Centrum der Oszillation, oder Mittelpunkt des Schwunges. Er ist also derjenige Punkt, in welchem man sich sowohl die Masse als auch das Gewicht des Körpers vereinigt denken kann, um daraus die Beschleunigung desselben, und seine Winkelgeschwindigkeit zu finden; er liegt also in der durch den Schwerpunkt normal auf die Drehaxe gezogenen geraden Linie. Der Mittelpunkt des Schwungs wird auch zuweilen Schwingungspunkt genannt, darf aber dann nicht mit dem S. 2149, Gleichung III so benannten Punkte verwechselt werden; dieser letztere ist derjenige in welchem nur die Masse des Körpers vereinigt vorgestellt wird, das Gewicht aber erst von dem Schwerpunkte statisch dahin verlegt werden muß. Weil aber der Mittelpunkt des Schwunges auch den Schwerpunkt enthält, so kann er zuweilen ganz außerhalb des zusammengesetzten Pendels liegen. Er soll hier nur unter der Benennung „Mittelpunkt des Schwunges" vorkommen.

7 Um den Mittelpunkt des Schwunges leicht finden zu können, sind noch einige Zusätze zu den schon mitgetheilten Lehren über die Trägheitsmomente zu machen. Zuerst sei das Moment der Trägheit $\mathfrak{M}'$ eines Körpers in Bezug auf eine Axe gegeben; man soll das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ desselben für eine andere Axe finden, welche mit der ersteren parallel ist.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 277, Az die Axe in Beziehung auf welche das Moment $\mathfrak{M}'$ gegeben ist, und zugleich die Axe der z. Die Axe der x und y seien rechtwinklig auf ihr, übrigens willkürlich. Es sei CF die mit Az parallele Drehungsaxe, in Bezug auf welche das Moment $\mathfrak{M}$ gefunden werden soll. Die Koordinaten des Punktes F, wo die Axe CF die Ebene der x, y schneidet, seien f und k; die Enfernung der beiden Axen Az und CF sei $AF = a$; also $a^2 = f^2 + k^2$. Es sei ferner D irgend ein Punkt des gegebenen Körpers, m seine Masse, und $AH = x$, $HE = y$, $ED = z$ seine Koordinaten; alsdann ist (vergl. 2150 Nr. 8):

$$S) \quad \mathfrak{M}' = \Sigma (x^2 + y^2) \cdot m.$$

Die Masse des ganzen Körpers sei $= M$, und die Koordinaten seines Schwerpunkts in Beziehung auf die Axen der x und der $y = A$ und $= B$. Es ist nun das Quadrat der Entfernung des Punktes D von der Axe $CF = (x-f)^2 + (y-k)^2$; folglich das Trägheitsmoment seiner Masse $m = ((x-f)^2 + (y-k)^2) \cdot m$; daher das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}$ des ganzen Körpers in Bezug auf die Axe CF:

$$\mathfrak{M} = \Sigma ((x-f)^2 + (y-k)^2) \cdot m + \Sigma (x^2 - 2fx + f^2 + y^2 - 2ky + k^2) \cdot m$$

$$\mathfrak{M} = \Sigma (x^2 + y^2) m - 2f\Sigma xm - 2k\Sigma ym + (f^2 + k^2)\Sigma m.$$

Es ist $\Sigma m = M$; und nach der Lehre vom Schwerpunkt (vergl. S. 1949) ist $\Sigma xm = AM$, und $\Sigma ym = BM$, daher nach der Gleichung bei S:

$$\text{T)} \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}' - 2fAM - 2kBM + a^2M.$$

Wenn die Axe, in Bezug auf welche das Trägheitsmoment $\mathfrak{M}'$ gegeben ist, durch den Schwerpunkt des Körpers geht, so ist $A = 0$ und $B = 0$, und man erhält:

$$\text{U)} \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}' + a^2M.$$

8 Wenn also das Trägheitsmoment eines Körpers für eine durch den Schwerpunkt gehende Axe bekannt ist, so findet man es für eine andere Axe, welche mit jener parallel ist, wenn man zu dem gegebenen Trägheitsmomente das Produkt aus der Masse des ganzen Körpers in das Quadrat der Entfernung beider Axen addirt.

Für alle parallelen Axen, welche gleiche Entfernung vom Mittelpunkte haben, und die also in einer Kreiscylinderfläche liegen, deren geometrische Axe den Schwerpunkt des Körpers enthält, haben die Trägheitsmomente den gleichen Werth.

Unter den Momenten für alle parallelen Axen ist das Moment in Bezug auf eine Axe desto größer, je weiter sie vom Schwerpunkt entfernt ist; und für die durch den Schwerpunkt gehende Axe ist es das kleinste unter denselben.

Man denke sich die Masse des ganzen Körpers in einem Punkte vereinigt, welcher von der durch den Schwerpunkt gehenden Axe eine solche Entfernung $= \lambda$ hat, daß ihr Trägheitsmoment in Bezug auf diese Axe dasselbe ist, wie das des Körpers selbst, so hat man $\mathfrak{M}' = \lambda^2 M$; also $\mathfrak{M} = \lambda^2 M + a^2 M$; oder

$$\text{W)} \quad \mathfrak{M} = (a^2 + \lambda^2) \cdot M.$$

Vergleicht man diese Formel mit der Gleichung III auf S. 2149, so sieht man, daß die dortige $\mathfrak{M} = l^2 \cdot M$ ergiebt: $l^2 = (a^2 + \lambda^2)$; es ist also der (vom Mittelpunkt des Schwunges verschiedene) Schwingungspunkt derjenige, dessen Entfernung von der Drehungsaxe oder $l = \sqrt{(a^2 + \lambda^2)}$ ist.

9 Sind die Dimensionen eines Körpers im Verhältniß zur Entfernung des Schwerpunktes von der Axe sehr klein, so wird λ^2 sehr klein gegen a^2, und man kann es daher unberücksichtigt lassen, man hat alsdann:

$$\text{X)} \quad \mathfrak{M} = a^2 M;$$

demnach ist in solchen Fällen das Trägheitsmoment gleich dem Produkte aus der Masse des Körpers ins Quadrat der Entfernung seines Schwerpunktes von

der Drehaxe. In der Praxis läßt man überhaupt, wo nicht die größte Genauigkeit erforderlich ist, die Trägheitsmomente außer Acht, welche im Verhältnisse zu den Momenten der übrigen Theile sehr klein sind; also erstlich die Massen solcher Theile, welche im Verhältnisse zu den Massen andrer Theile, die sich in beinahe gleicher Entfernung von der Axe befinden, sehr klein sind; zweitens die Massen derjenigen Theile, welche sich sehr nahe bei der Axe befinden, in Vergleichung mit andern Massen von ungefähr gleicher Größe, die weiter von der Axe entfernt sind.

Die drehende Bewegung eines Körpers kann gleichförmig oder ungleichförmig sein. Im ersten Falle bleibt die Winkelgeschwindigkeit immer dieselbe; im letztern Falle ändert sie sich, und die drehende Bewegung ist alsdann beschleunigt oder verzögert. Die ungleichförmige Drehbewegung ist gleichförmig beschleunigt oder verzögert, wenn sich die Winkelgeschwindigkeit in beliebig angenommenen gleichen Zeiten um gleich viel ändert; ungleichförmig beschleunigt oder verzögert, wenn die Aenderungen der Winkelgeschwindigkeit in gleichen Zeiten ungleich sind. 10

Winkelbeschleunigung heißt die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit in einer Zeiteinheit, wenn die Bewegung gleichförmig beschleunigt ist. Bei einer ungleichförmigen Beschleunigung muß sie auf einen bestimmten Augenblick bezogen werden, und sie ist dann die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit, welche in dem nächsten Zeitpunkte stattfinden würde, wenn die Bewegung plötzlich in eine gleichförmig beschleunigte verwandelt würde.

Von drei rechtwinkligen Koordinaten sei diejenige der z die Drehungsaxe; die Winkelgeschwindigkeit des Körpers in einem gegebenen Augenblick, sei $= u$; und zwar positiv, wenn der Körper sich so dreht, daß die Punkte, welche in der positiven Axe der y befindlich sind, in die positive Axe der x gelangen, ehe sie in die der negativen x und y kommen; erfolgt die Drehung in entgegengesetztem Sinne, so sei u negativ. 11

Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 278, die Koordinaten eines Punktes B des Körpers x, y, z; seine Entfernung AB von der Axe $= \varrho$, seine Masse $= m$; die gerade Linie BD, welche mit AB einen rechten Winkel macht, ist die Richtung seiner Geschwindigkeit ϱu, und der korrespondirenden Kraft $\varrho u m$.

Die letztere läßt sich in zwei Seitenkräfte zerlegen: die eine $BE = \varrho u m \,.\, \cos DBE$; die andere $= CB = \varrho u m \cdot \cos CBD$.

Die beiden Kosinusgrößen haben den Radius BD. Um nun beide Werthe auf den Radius AB zu übertragen, muß man beachten, daß $BE = CD$, und daß das Dreieck BDC ähnlich dem Dreieck ACB ist (vergl. S. 684 Nr. 12); es ist demgemäß $\angle DBE = \angle CDB = \angle CBA$; also $\cos DBE = AB \cdot \cos CBA = AB \cdot \sin BAC$; ferner $\angle CBD = \angle BAC$; also $\cos CBD = AB \cdot \cos BAC$.

Man hat also: die Seitenkraft $\varrho u m \,.\, \cos DBE = um \,.\, AB \,.\, \sin BAC$, parallel mit Ax; die Seitenkraft $\varrho u m \,.\, \cos CBD = um \,.\, AB \,.\, \cos BAC$, parallel mit Ay.

Da nun $AB \cdot \cos BAC = x$, und $AB \cdot \sin BAC = y$, so sind die Seitenkräfte im Sinne der Koordinatenaxen, welche der Geschwindigkeit der genannten Masse entsprechen, gleich uym parallel mit der Axe der x, und $- uxm$

parallel mit der Axe der y. Bei der letztern muß das Zeichen — genommen werden, weil die Kraft von der Seite der positiven y gegen die der negativen y wirkt; die Seitengeschwindigkeiten selbst sind uy und — ux.

12 Will man die Aenderungen der Winkelgeschwindigkeit durch **Momentankräfte** untersuchen, so kann man zwar jede derselben in zwei Seitenkräfte zerlegen, von denen die eine mit der Drehaxe parallel, die andre in einer auf derselben normalen Ebene liegt. Da die mit der Axe parallelen Seitenkräfte keine Aenderung in der Drehgeschwindigkeit hervorbringen, indem man von der Reibung abstrahirt; und indem der Druck oder Stoß, den sie auf die Axe hervorbringen, sich durch die Statik bestimmen läßt: so kann man die ersteren Kräfte außer Acht lassen, und annehmen, alle an dem Körper wirkenden Kräfte seien in Ebenen befindlich, die auf der Axe normal sind.

Diese Kräfte seien Q, Q', Q'', Q''' u. s. w., ihre Hebelarme h, h', h'', h''' u. s. w.; die Koordinaten ihrer Angriffspunkte, wenn die Axen wie in der vorigen Nummer angenommen werden, p, q, r, p', q', r', u. s. w., die Winkel, welche ihre Richtungslinien mit der Axe der x bilden, seien α, α', α'' u. s. w.; die Masse des ganzen Körpers sei $= M$; sein Trägheitsmoment in Bezug auf die gegebene Axe $= \mathfrak{M}$.

13 Es sei zuerst der Körper in dem Augenblicke, wo die Momentankräfte auf ihn wirken, in Ruhe. Man reduzirt sämmtliche Kräfte auf einen Punkt, dessen Entfernung von der Axe beliebig ist; sie sei hier $= b$. Die an diesem Punkte wirkende Kraft ist $= \frac{Qh + Q'h' + \text{etc.}}{b} = \frac{\Sigma Qh}{b}$, indem einem der Momente das Summirungszeichen Σ vorgesetzt ist. Durch die Wirkung dieser einen Kraft nimmt der Körper natürlich dieselbe Drehbewegung an, wie durch die Wirkung der gegebenen Kräfte. Man reduzirt nun (vergl. S. 2149) die Masse des Körpers auf den nämlichen Punkt; alsdann nimmt er durch die Wirkung der so eben gefundenen Kraft dieselbe Geschwindigkeit, wie unter den gegebenen Umständen an. Die reduzirte Masse ist $\frac{\mathfrak{M}}{b^2}$ (vergl. S. 2149). Ist nun die gesuchte Winkelgeschwindigkeit $= u$, so ist die Geschwindigkeit des genannten Punktes $= bu$. Es ist nun $b \cdot u \cdot \frac{\mathfrak{M}}{b^2} = \frac{\Sigma Qh}{b}$; daher (vrgl. S. 2216 Nr. 8):

$$\text{Y)} \quad u = \frac{\Sigma Qh}{\mathfrak{M}} = \frac{\Sigma Qh}{(a^2 + \lambda^2) M}$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist also gleich der Summe der statischen Momente der bewegenden Kräfte, dividirt durch das Trägheitsmoment.

Die Größe ΣQh ist die auf den Hebelarm $= 1$ reduzirte Kraft, und $\mathfrak{M}$ ist die eben dahin reduzirte Masse des Körpers; also ist auch die Winkelgeschwindigkeit gleich dem Quotienten aus der Masse in die Kraft.

Es ist ferner $Qh = Q \cos \alpha \cdot q - Q \sin \alpha \cdot p$; daher ist auch

$$\text{Z)} \quad u = \frac{\Sigma (Q \cos \alpha \cdot q - Q \sin \alpha \cdot p)}{\mathfrak{M}} = \frac{\Sigma (Q \cos \alpha \cdot q - Q \sin \alpha \cdot q)}{(a^2 + \lambda^2) \cdot M}$$

Hat der Körper in dem Augenblicke, wo die Kräfte wirken, schon eine 14 Winkelgeschwindigkeit $= U$, welche aber nachher $= u$ ist, so ergeben sich folgende Betrachtungen.

Die Elemente des Körpers, deren Massen m, m', m'' u. s w., und deren Koordinaten x, y, z, x', y', z' u. s. w. sind, und welche sich in den Entfernungen ϱ, ϱ', ϱ'' u. s. w. von der Axe befinden, haben die Geschwindigkeiten ϱU, $\varrho' U$, $\varrho'' U$ u. s. w. denen die Kräfte ϱUm, $\varrho' Um'$ u. s. w. entsprechen. Man kann also den Körper ansehen, als wäre er in Ruhe, und es wirkten an ihm außer den Kräften Q, Q', Q'' u s. w. noch die Kräfte ϱUm, $\varrho' Um'$ u. s. w. Die Summe ihrer Momente ist $\varrho^2 Um + \varrho'^2 Um'^2 +$ u. s. w. $= U \cdot \Sigma\varrho^2 m = U\mathfrak{M}$. Setzt man also $U\mathfrak{M} + \Sigma Qh$ statt ΣQh in die obige Gleichung bei Y, so hat man:

$$A') \quad u = \frac{U\mathfrak{M} + \Sigma Qh}{\mathfrak{M}} = U + \frac{\Sigma Qh}{\mathfrak{M}} = U + \frac{\Sigma Qh}{(a^2 + \lambda^2) M}$$

Es ist also die Winkelgeschwindigkeit nach der Wirkung der Kräfte gleich der Summe der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit und derjenigen, welche die Kräfte Q, Q', Q'' u. s. w. dem Körper mittheilen würde, wenn er in Ruhe wäre.

Will man die Aenderung der Winkelgeschwindigkeit durch beschleunigende Kräfte bestimmen, so nehme man zuerst wieder an, die an dem Körper wirkenden beschleunigenden Kräfte wirken in einer Ebene, welche normal auf der Drehungsaxe steht; sie seien ferner in Gewichtseinheiten ausgedrückt $= P$, P', P'' u. s. w., ihre Hebelarme $= h$, h', h'' u. s. w.; die Koordinaten ihrer Angriffspunkte p, q, r, p', q', r' u. s. w.; die Winkel, welche ihre Richtungslinien mit geraden Linien machen, die durch ihre Angriffspunkte parallel mit der Axe der x gezogen sind, $= \alpha$, α', α'', α''' u. s. w., wenn die Koordinatenaxen wie in Nr. 11 genommen werden. 15

Die Winkelgeschwindigkeit nach Verfluß der Zeit t sei $= u$, ihre Aenderung in der unendlich kleinen Zeit $\tau = u_1$, die Winkelbeschleunigung $- \psi$; im Uebrigen gelten die Bezeichnungen von Nr. 11.

Reduzirt man sämmtliche Kräfte auf einen Punkt, dessen Entfernung von der Axe $= 1$ ist, so erhält man $Ph + P'h' +$ u. s. w. $= \Sigma Ph$; die ebenfalls dahin reduzirte Masse des Körpers ist $\mathfrak{M}$.

Eine konstant beschleunigende Kraft theilt dem Körper in irgend einer Zeit eine Geschwindigkeit mit, welche doppelt so groß ist wie der Raum, den er durch ihre Wirkung in derselben Zeit durchlaufen hat (vergl. S. 839). Dieser Raum für die Wirkung der Schwere ist $= 15{,}627$ Rheinländische Fuß; bezeichnet man also die Beschleunigung der Schwere, d. h. die Zunahme der Geschwindigkeit eines frei fallenden Körpers in der Zeiteinheit mit g (vergl. S. 841), so daß $g = 31{,}253$ Rheinische Fuß (unter der Breite von Paris): so kann man andre beschleunigende Kräfte auf folgende Weise mit der beschleunigenden Kraft der Schwere vergleichen.

Es sei Q eine Masse, an welcher eine beschleunigende Kraft wirkt, die dem Gewicht einer Masse P gleich ist; die entsprechende Beschleunigung, d. h. die durch das unveränderliche Fortwirken dieser Kraft in der Zeiteinheit hervorgebrachte Aenderung der Geschwindigkeit sei $= G$. Eine andre Masse, die eben-

falls = Q ist, lasse man frei fallen; alsdann ist die Beschleunigung derselben = g. Bezeichnet man nun das Gewicht jeder Masseneinheit mit f: so sind die Kräfte, welche an den beiden bewegten Massen wirken = Pf und Qf. Da nun die Massen gleich sind, so verhalten sich die Kräfte, wie die Beschleunigungen, nämlich Pf : Qf = G : g; daraus erhält man:

$$\text{B}') \quad G = \frac{P}{Q} \cdot g; \text{ und } P = \frac{QG}{g}$$

Setzt man in die erste Formel ΣPh für P, und $\mathfrak{M}$ für Q: so erhält man die Beschleunigung des genannten Punktes $= \frac{\Sigma Ph}{\mathfrak{M}} \cdot g$, also ist die Winkelbeschleunigung:

$$\text{C}') \quad \psi = \frac{\Sigma Ph}{\mathfrak{M}} \cdot g = \frac{\Sigma Ph}{(a^2 + \lambda^2) \cdot M};$$

oder, wenn man $(P \cos \alpha \cdot q - P \sin \alpha \cdot p)$ statt Ph setzt, so ist:

$$\text{D}') \quad \psi = \frac{\Sigma (P \cos \alpha \cdot q - P \sin \alpha \cdot p)}{\mathfrak{M}} \cdot g = \frac{\Sigma (P \cos \alpha \cdot q - P \sin \alpha \cdot p)}{(a^2 + \lambda^2) \cdot M}$$

Man kann diese Gleichungen auch durch die Beschleunigungen ausdrücken, welche die Kräfte den Massenelementen des Körpers mittheilen würden, wenn diese ihnen frei folgen könnten; wobei man annimmt, daß an jedem Punkte des Körpers eine Kraft wirke. Sind nun X und Y die Beschleunigungen, welche die an dem Punkte, dessen Masse = m, und dessen Koordinaten = x, y, z sind, wirkende Kraft diesem Punkte nach den Richtungen der Axen x und y mittheilen würde: so kann man in der vorigen Gleichung D′, wenn sich P, α, p, q und r auf diesen Punkt beziehen, x für p und y für q setzen. Ferner hat man nach der ersten Formel bei B′ die Gleichung $X = \frac{P \cdot \cos \alpha}{m} \cdot g$, und $Y = \frac{P \cdot \sin \alpha}{m} \cdot g$; (g ist hier = 31,253 Rhein. F.), daher:

$$\text{E}') \quad \psi = \frac{\Sigma (Xy - Yx)\, m}{\mathfrak{M}} = \frac{\Sigma (Xy - Yx)\, m}{(a^2 + \lambda^2)\, M}$$

16 Ein schwerer fester Körper HC, Tafel XXXV, D, Fig. 279, sei an einer horizontalen Axe befestigt, welche auf der Ebene der Figur in A rechtwinklig steht. Die Bewegung des Schwerpunktes geschehe in dieser Ebene. In dem Augenblicke, wo die Geschwindigkeit = c ist, sei der Schwerpunkt des Körpers in D befindlich; nach Verlauf der Zeit t gelange die Linie AD in die Richtung AI; dann sei die Winkelgeschwindigkeit = u. Die Linie AB sei senkrecht nach unten von der Drehaxe aus gezogen. Der Bogen für den Radius = 1 zum Winkel FAB sei = α, für den Winkel IAB sei = η. Im Uebrigen gelten die Bezeichnungen der vorigen Nummer.

Nimmt man AB als Axe der x, so wird nach der Gleichung D′ in voriger Nummer, P = M, α = o, q = a sin η, daher:

$$\text{F}') \quad \psi = \frac{Mga \sin \eta}{(a^2 + \lambda^2)\, M} = \frac{ga \sin \eta}{a^2 + \lambda^2}$$

Oder nach der Gleichung bei B′, wenn man $X = g$, $y = a \sin \eta$ und $Y = o$ setzt, wo dann $\Sigma (Xy - Yx) m = ga \sin \eta \cdot \Sigma m = ga \sin \eta \cdot M$ wird. Man hat also die Beschleunigung eines in der Entfernung $= 1$ von der Axe befindlichen Punktes. Dieser korrespondiren zwei Seitenbeschleunigungen, von denen eine nach der Axe gerichtet ist, und aufgehoben wird; die andere $= \frac{ga \sin \eta}{(a^2 + \lambda^2) \sin \eta} = \frac{ga}{a^2 + \lambda^2}$ ist vertikal.

Das Gewicht des Körpers kann man im Schwerpunkt wirkend denken. Die dahin reduzirte Masse des Körpers ist $\frac{\mathfrak{M}}{a^2} = \frac{a^2 + \lambda^2}{a^2} . M$; daher nach der Gleichung B′ $P = M$, $Q = \frac{a^2 + \lambda^2}{a^2} \cdot M$, und $G = \frac{a^2}{a^2 + \lambda^2} . g$ nach vertikaler Richtung. Indem der Schwerpunkt von der Linie AF bis zur Linie AI sich bewegt, durchläuft er eine Fallhöhe $= a (\cos \eta - \cos \alpha)$.

Es ist nun die am Ende der Zeit t erlangte Geschwindigkeit (vrgl. S. 839):

$$G') \quad v = gt; \text{ und } v^2 = 2gs; \text{ also } v = \sqrt{2gs};$$

wo $g = 31,253$ Rheinische Fuß, und s den zurückgelegten Weg bezeichnet. Da ferner nach S. 2143 Nr. 6, ein schwerer Körper, der längs einer krummen, in vertikaler Ebene liegenden, Linie heruntergleitet, an jeder Stelle die nämliche Geschwindigkeit hat, als wäre er von derselben Höhe frei herunter gefallen; da ferner hier $v = au$, und $s = a (\cos \eta - \cos \alpha)$; da endlich kurz vorher $G = \frac{a^2}{a^2 + \lambda^2}$, und für andre beschleunigende Kräfte $v^2 = 2Gs$, so ist:

$$H') \quad a^2u^2 = 2 \frac{a^2 g}{a^2 + \lambda^2} \cdot a \cdot (\cos \eta - \cos \alpha);$$

$$\text{woraus } u^2 = \frac{2\,ag \cdot (\cos \eta - \cos \alpha)}{a^2 + \lambda^2}; \text{ oder } u = \sqrt{\frac{2\,ag \cdot (\cos \eta - \cos \alpha)}{a^2 + \lambda^2}}$$

17 An einem und demselben Orte verhalten sich (vrgl. S. 68) die Schwingungszeiten, wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen. Diejenigen Theile eines Körpers also, welche der Axe näher liegen, haben eine Neigung schneller zu schwingen, als die von ihr entfernter liegenden; man kann daher den festen Körper ansehen, als bestände er aus unendlich vielen mathematischen Pendeln. Da nun die Schwingungszeit für alle eine und dieselbe ist, so geht die Bewegung der ersteren langsamer, die der letzteren schneller vor sich. Es muß daher auch in einer gewissen Entfernung von der Axe, welche Entfernung $= l$ sei, Punkte geben, welche weder beschleunigt noch verzögert werden, und demnach dieselbe Schwingungszeit haben, als wenn sie nicht mit den übrigen Theilen des Körpers verbunden wären; die daher ebenso schwingen, wie ein einfaches Pendel, dessen Länge $= l$ ist.

Ist nun der Elongationswinkel (vergl. S. 2146 Nr. 11) für dieses einfache Pendel $= \alpha$, und ist der Winkel, den es nach der Zeit t noch mit der Vertikallinie macht, auch $= \eta$: so ist die Winkelgeschwindigkeit desselben in diesem Augenblicke dieselbe, wie die des zusammengesetzten Pendels, näm-

lich = u; daher die Geschwindigkeit seines Endpunktes = lu. Der Weg dieses Punktes in vertikaler Richtung ist nach Verlauf der Zeit t = l · (cos η — cos α). Setzt man diese Werthe für v und s in die Gleichung $v^2 = 2gs$, so erhält man:

$$K') \quad l^2u^2 = 2gl(\cos\eta - \cos\alpha);$$

also für das einfache Pendel:

$$L') \quad u = \sqrt{\frac{2g(\cos\eta - \cos\alpha)}{l}}$$

Setzt man diesen Werth dem bei H' gefundenen gleich, so hat man:

$$\sqrt{\frac{2g\cdot(\cos\eta - \cos\alpha)}{l}} = \sqrt{\frac{2ag(\cos\eta - \cos\alpha)}{a^2 + \lambda^2}}$$

Hieraus erhält man:

$$M') \quad l = \frac{a^2 + \lambda^2}{a} = a + \frac{\lambda^2}{a}$$

Da ferner $\frac{a^2 + \lambda^2}{a} = \frac{(a^2 + \lambda^2)M}{aM} = \frac{\mathfrak{M}}{aM}$ (vrgl. S. 2216 Nr. 8), so ist:

$$N') \quad l = \frac{\mathfrak{M}}{aM}$$

Ein physisches oder zusammengesetztes Pendel hat also gleiche Schwingungen mit einem einfachen Pendel, dessen Länge gleich ist dem Quotienten, den man erhält, wenn man mit dem Produkt aus der Masse des Körpers und der Entfernung des Schwerpunkts von der Drehaxe in das Trägheitsmoment desselben dividirt.

Das a ist (vergl. S. 2215 Nr. 6) die Entfernung des Schwerpunkts von der Drehungsaxe, und λ eine solche Entfernung eines Punktes, in welchem die ganze Masse M des Körpers vereinigt ist, von der durch den Schwerpunkt gehenden Axe, daß das Trägheitsmoment in Bezug auf diese Axe dasselbe ist, wie das des Körpers selbst.

18 Vergleicht man die Formel (S. 2215 Nr. 5) mit der hier bei M' gefundenen

$$O') \quad l = \frac{r^2}{s}; \text{ und } l = \frac{a^2 + \lambda^2}{a}$$

so sieht man, daß $r = \sqrt{a^2 + \lambda^2}$, und $s = a$ ist.

19 Macht ein Schiff seine schwingenden Bewegungen um seine große oder horizontale Längenaxe, welche vom Achterschiffe nach dem Vorderschiffe geht, wobei es daher abwechselnd seine Steuerbords- und Backbordsseite eintaucht: so heißt diese Schwankung das S c h l i n g e r n. Weil die Gestalt des Schiffes um diese Axe herum größtentheils so abgerundet ist, daß die Bewegung des Schlingerns beinahe gar keinen Widerstand im Wasser findet; und weil die Einwirkungen des Wassers beinahe gegen dieselbe Axe gerichtet sind, und daher kein Moment darbieten, welches das Schlingern stören könnte: so sieht man leicht

ein, daß die schlingernde Bewegung selbst im ruhigen Wasser ziemlich lange anhalten kann.

Man ist indessen leicht im Stande, die Zeit zu beobachten, während welcher die Schwankungen zu Ende kommen. Auf solche Art läßt sich durch eine einzige Beobachtung die Länge des isochronischen Pendels $l = \frac{r^2}{s}$ finden. Ist nämlich eine dieser beiden Größen r und s bekannt, so ergiebt sich die andere sogleich. Man sieht ferner ein, daß die schlingernde Bewegung desto langsamer und sanfter sein wird, je länger das Pendel ist. Da sich nun, nach den vorangegangenen Betrachtungen über die Stabilität, der Nenner s nicht wohl verringern läßt: so muß man dahin streben, den Zähler r^2 um so viel zu vergrößern, als es die Umstände erlauben.

Man wird nun diese Vergrößerung der Länge l dadurch erlangen, daß man alle Lasten der Ladung so viel als möglich von der horizontalen Längenaxe entfernt, welche durch den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes geht.

20 Dasselbe ist beinahe auch der Fall bei der Schwankung um die horizontale Breitenaxe, welche Bewegung das Stampfen heißt, wobei das Schiff abwechselnd mit dem Vordertheile und dem Hintertheile einsinkt. In der Formel $l = \frac{r^2}{s}$ ist hierbei der Nenner s viel größer als in dem vorhergehenden Falle; denn die Stabilität in Beziehung auf die Breitenaxe muß diejenige in Beziehung auf die Längenaxe mehreremale übertreffen (vergl. S. 2192). Der Werth von l müßte deshalb auch viel kleiner und die Bewegung des Stampfens viel heftiger und schneller werden. Dagegen muß man aber auch beachten, daß der Werth von r in diesem Falle viel größer als im vorigen ist; indem alle Lasten im Vor- und Achterschiff bedeutend entfernter von der Breitenaxe liegen, wodurch also der Werth für l auch bedeutend vergrößert wird. Die Bewegung des Stampfens kann aber auch nicht so lange anhalten, als diejenige des Schlingerns, weil Vor- und Achterschiff wegen ihrer schrägen Gestalt einen größern Widerstand im Wasser finden, indem sie abwechselnd auf- und niedersteigen; unter Voraussetzung eines ruhigen Wassers muß also diese Schwankung bald aufhören.

21 Wenn das Meer in heftiger Aufregung ist, so muß sowohl die Bewegung des Schlingerns als diejenige des Stampfens bedeutende Aenderungen erhalten, indem das wechselnde Steigen und Fallen der Wellen schon allein zureichend ist das Schiff in Schwankung zu versetzen, auch wenn es durch keine andere Kraft eine Neigung erleidet.

Für solche durch die Wellen hervorgebrachten Schwankungen des Schiffes giebt es noch keine hinreichende Theorie; indem einerseits die Gesetze zu wenig bekannt sind, nach denen bewegtes Wasser die in ihm schwimmenden Körper stößt; andrerseits die oben gefundene Formel für die Stabilität aus demselben Grunde nicht mehr genügt. Daher ist auch die vorhergegebene Gleichung für die Länge des isochronischen Pendels in solchem Falle unbrauchbar. Auch weiß man aus

der Erfahrung, daß wenn ein Schiff durch die Wellen emporgehoben wird, diese Hebung mit beschleunigter Geschwindigkeit geschieht; und daß, wenn es wieder sinkt, die Senkung mit verzögerter Geschwindigkeit vor sich geht. Dies scheint den Gesetzen völlig entgegen zu sein, nach denen das ruhige Wasser wirkt.

22 Man kann indessen bemerken, daß die Wellen in ziemlich regelmäßigen Zeitintervallen aufeinander folgen, so daß zwischen dem ersten und zweiten Stoße, den ein Schiff von den Wellen erhält, dieselbe Zeit verfließt, wie zwischen dem zweiten und dritten, und überhaupt wie zwischen je zwei aufeinander folgenden Stößen. Wäre nun ein Schiff so gebaut oder gestaut, daß es seine Schwankungen gerade in denselben Zeiten machte, in welchen die Wellen auf einander folgen: so würde jeder nachfolgende Stoß einer Welle das Schiff in derselben Lage finden, wie der vorhergehende; und demgemäß seine Kraft mit der des vorangehenden vereinigen, um die Bewegung des Schiffes zu vermehren, was endlich gefährlich werden könnte. Wenn aber die Zeitintervalle zwischen den aufeinander folgenden Wellen mit den zwischen den aufeinander folgenden Schwankungen des Schiffes in ein solches Verhältniß gebracht werden, daß der folgende Stoß die Wirkung des vorhergehenden aufhebt, so kann das Schiff sehr harte Stöße ertragen.

Wenn aber das Vor- und Achterschiff sehr heftige Bewegungen erhalten haben, und sich plötzlich neue Stöße diesen Bewegungen entgegensetzen, so kann eine solche Erschütterung aller Theile des Schiffs erfolgen, daß es Gefahr läuft, seine Bemastung zu verlieren.

§. 326. Vom Widerstande des Wassers gegen gerade vorwärts gehende Schiffe.

1 Wenn ein Gefäß immer gleich voll erhalten wird, und wenn die Oeffnung klein ist, so entspricht die Geschwindigkeit des abfließenden Wassers der Wasserhöhe, d. h. sie ist gleich der Geschwindigkeit, die ein im leeren Raum fallender Körper erhält, wenn er von einer der Wasserhöhe gleichen Höhe herunterfällt. Dieser Lehrsatz ist einer der wichtigsten in der Hydrodynamik, deshalb folgt hier sein Beweis.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 183, ef eine kleine Oeffnung im Boden AD des Gefäßes BD; BC der Wasserspiegel; W ein einziges Wassertheilchen in der Oeffnung; dieses leidet einen Druck, welcher dem Gewicht einer solchen Wassersäule gleich ist, welche das Wassertheilchen W zur Grundfläche, und VW zur Höhe hat. Dieser Druck ist nichts Anderes, als die Summe aller Stöße, welcher die Schwere oder Fallkraft jedem einzelnen Theilchen der Säule VW in einem Augenblicke giebt. So lange das Theilchen W vom undurchbrochenen Boden unterstützt wird, erfolgt weiter keine Wirkung; sobald es aber nicht mehr unterstützt ist, fängt es an zu fallen; aber nicht mit der Geschwindigkeit seines alleinigen Gewichts, sondern mit der Geschwindigkeit, die aus allen Stößen entsteht, welche sämmtliche Theilchen der Säule VW zugleich von der Fallkraft erhalten.

Diese Geschwindigkeit ist aber dieselbe, als wenn das Theilchen W frei von V bis W heruntergefallen wäre. Zerlegt man nämlich diese Zeit des Fallens in ebenso viele unendlich kleine Theilchen, als Wassertheilchen in der Säule VW enthalten sind: so empfängt das fallende Wassertheilchen W in jedem Zeittheilchen einen Stoß von der Fallkraft oder Schwere; die Wirkung eines solchen Stoßes dauert fort, und es kommen immer noch die Wirkungen der folgenden Stöße hinzu. Die Wirkung aller Stöße ist daher zuletzt der Summe aller einzelnen Stöße gleich, folglich dieselbe, als wenn alle Stöße auf einmal geschehen wären; folglich so groß, als die augenblickliche Wirkung der Fallkraft auf das Theilchen W vermittelst aller Theilchen der Säule VW. Es erhält also W einerlei Geschwindigkeit, mag es durch den Druck der Wassersäule VW herausgetrieben werden, oder von V nach W frei herunter fallen.

Das eben Gesagte gilt von allen Wassertheilchen, die in der Oeffnung ef enthalten sind; daher geht das Wasser überhaupt durch dieselbe mit einer Geschwindigkeit, welche der Wasserhöhe VW = AB entspricht.

Bezeichnet man diese Höhe mit s, so hat man (vergl. S. 841) den durchlaufenen Raum aus der erhaltenen Geschwindigkeit v, wenn g = 31,253 Rheinische Fuß

$$s = \frac{v^2}{2g}; \text{ also } v^2 = 2gs; \text{ oder } v = \sqrt{2gs}.$$

Nimmt man, wie in älteren mathematischen Werken gewöhnlich geschieht, g = 15,627 Rheinische Fuß, so ist:

$$s = \frac{v^2}{4g}; \text{ also } v^2 = 4gs; \text{ oder } v = 2\sqrt{gs}.$$

Eine Fläche erleidet denselben Stoß, mag sie sich gegen das Wasser, oder dieses gegen sie bewegen. Würde die ruhende Fläche mit einer sehr kleinen Oeffnung durchbohrt: so würde das Wasser mit der andringenden Geschwindigkeit hindurchdringen. Von dem Stoße, welcher dieser Geschwindigkeit entspricht, wird also auch vor der Durchbohrung die Fläche an allen ihren Stellen getroffen. Nimmt man nun statt des stoßenden Wassers eine perpendikulär stehende Wassersäule von solcher Höhe, daß, der vorigen Nummer gemäß, ihre Druckkraft der Fallgeschwindigkeit, und diese der wirklichen Geschwindigkeit der Fläche oder des Wassers entspricht: so ist der Druck, den die Fläche erleidet, gleich dem Gewichte einer solchen aus dem Wasser gebildeten Säule, deren Basis gleich der Fläche, und deren Höhe gleich der doppelten Höhe ist, durch welche ein Körper im leeren Raum fallen muß, um die gegebene Geschwindigkeit zu erhalten. Dieser Druck ist nun auch der Widerstand, den die Fläche bei ihrer Bewegung findet. 2

Dieser Widerstand W ist, wenn man nicht auf das Ausweichen der Wassertheilchen achtet (vergl. S. 860 bis 863), und wenn F die Fläche, D ihre Dichtigkeit, v die Geschwindigkeit bezeichnet:

$$W = DFv^2 = 2gsDF,$$

worin g = 31,253 Rheinische Fuß. Es ist sF das Volumen, DsF die Masse

der Säule; diese Masse mit g multiplizirt giebt ihr Gewicht. Nimmt man den Faktor 2 zur Höhe, so kommt der eben ausgesprochene Satz hervor; nimmt man ihn zur Fallgeschwindigkeit, so erhält man (vergl. S. 862 Nr. 27) folgenden Satz: der Widerstand beträgt so viel als das doppelte Gewicht einer Wassersäule, deren Basis gleich der Fläche, und deren Länge gleich der Höhe ist, durch welche ein Körper fallen muß, um die gegebene Geschwindigkeit zu erlangen.

Da das Gewicht des Wassers bekannt ist (vergl. S. 867), nämlich 1 Kubikfuß Regenwasser = 70 Pariser Pfund, 1 Kubikfuß Seewasser = 72,8 Pfund, so kann man die obigen Formeln dadurch vereinfachen, daß man nur das Volumen der in Frage kommenden Wassersäule beibehält, und es in jedem besondern Falle mit dem bekannten Gewichte multiplizirt. Bezeichnet man also den Widerstand, sofern er nur durch das Volumen der Säule ausgedrückt werden soll, mit 𝔚, so hat man:

$$\text{I)}\quad \mathfrak{W} = Fs = \frac{F \cdot v^2}{2g}$$

Der Widerstand ist also immer der einfachen Fläche und dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

3 Steht die Fläche nicht senkrecht auf der Richtung der Bewegung, und bezeichnet man den Winkel, den die schiefe Richtung der Bewegung mit dem Perpendikel auf die Fläche macht, oder den Einfallswinkel mit φ; und den Widerstand, den alsdann die Fläche in der Richtung der Bewegung erhält mit 𝔚'; und drückt denselben wieder durch das Volumen aus: so hat man (vergl. S. 866 Nr. 30 u. S. 2160 Nr. 17):

$$\mathfrak{W}' = \frac{F \cdot v^2 \cdot \cos^3 \varphi}{2g}$$

4 Will man statt des Einfallswinkels den Neigungswinkel = ψ nehmen; d. h. denjenigen, den die Fläche mit der Richtung der Bewegung macht, so erhält man:

$$\text{II)}\quad \mathfrak{W}' = \frac{F \cdot v^2 \cdot \sin^3 \psi}{2g}$$

Will man nur die Kraft des Stoßes oder Widerstandes im Ganzen haben, welche bei einer schiefen Richtung auf die Fläche überhaupt ausgeübt wird, ohne darnach zu fragen, wie viel sie in der Bewegung dadurch gehindert wird, so hat man (vergl. S. 864 u. S. 2158 Nr. 12), wenn 𝔚'' diesen Stoß bezeichnet:

$$\text{III)}\quad \mathfrak{W}'' = \frac{F \cdot v^2 \cdot \sin^2 \psi}{2g}$$

Der Unterschied zwischen diesem und dem vorigen Widerstande zeigt sich also nur in dem Quadrat und dem Kubus vom Sinus des Neigungswinkels.

5 Der gerade oder direkte Lauf eines Schiffes heißt seine mit der horizontalen Längenaxe parallel gehende Bewegung, so daß diese Axe zugleich die Richtung der Bewegung darstellt.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 265, ABDC der vertikale Längendurchschnitt eines Schiffs bis zur Wasserebene AB; ferner CD der Kiel; AC das Achterschiff; BD das Vorschiff; G sei der Schwerpunkt des ganzen Schiffs; die Vertikallinie HL, welche durch den Schwerpunkt geht, schneidet die Wasserebene in F, und den Kiel in L. Hätte das Schiff eine prismatische Figur, so würde es im geraden Laufe mit der Geschwindigkeit = v mit seinem vertikalen Breitendurchschnitte gegen das Wasser stoßen; denn alsdann würde das Vorschiff mit einer, senkrecht gegen die Längenaxe AB stehenden Vertikalebene Bβ endigen, welche dem vertikalen Breitendurchschnitte gleich wäre. Setzt man den Flächeninhalt dieses Durchschnitts = F, so hat man für den Widerstand nach der Gleichung I:

$$\mathfrak{W} = \frac{F \cdot v^2}{2g}$$

und zwar senkrecht gegen die Bewegung gerichtet. Die mittlere Richtung, oder die Resultante dieses Widerstandes geht durch den Schwerpunkt dieser Fläche Bβ; dieser sei b; alsdann bezeichnet die Horizontallinie bO parallel mit AB die Richtung des totalen Widerstandes, den das Schiff bei geradem Laufe erleidet.

Um so viel, als diese Richtung bO nicht durch den Schwerpunkt G des ganzen Schiffes geht, bringt der Widerstand auch ein Moment hervor, welches das Schiff um seine horizontale Breitenaxe, die durch G geht, zu neigen oder zu drehen strebt. Dieses Moment $\mathfrak{M}$ ist:

$$\text{IV)} \quad \mathfrak{M} = \frac{F \cdot v^2}{2g} \cdot GO.$$

Um dieses Moment, welches nur noch durch ein Wasservolumen und ein Perpendikel ausgedrückt ist, auch durch das Gewicht desselben zu vervollständigen, hat man sich (vergl. S. 2184) zu erinnern, daß das Volumen V des ganzen Wasserraums ein Gewicht M hat, welches dem Gewichte des ganzen Schiffes gleich ist. Um nun das Gewicht m des obigen Wasservolumens zu finden, hat man folgende Proportion:

$$V : M = \frac{F \cdot v^2}{2g} : m; \text{ also } m = \frac{M}{V} \cdot \frac{F \cdot v^2}{2g}$$

Mit diesem Gewichte hat man das Perpendikel GO zu multipliziren; daher ist das vollständige Moment $\mathfrak{M}'$:

$$\text{V)} \quad \mathfrak{M}' = \frac{M}{V} \cdot \frac{F \cdot v^2}{2g} \cdot GO.$$

Nimmt man nun ferner (vergl. S. 2206 Nr. 6) die Stabilität = Ms, wo M wieder das Gewicht des ganzen Schiffs, und s eine bestimmte Länge bezeichnet: so hat man nur den Werth von $\mathfrak{M}'$ durch Ms zu dividiren, um nach der Gleichung I auf S. 2183 den sin i zu erhalten; daher, indem sich M oben und unten hebt:

$$\text{VI)} \quad \sin i = \frac{F \cdot v^2}{V \cdot 2g} \cdot \frac{GO}{s}$$

Dies ist der Widerstand, den der vertikale Breitendurchschnitt, oder die 6

Ebene des Hauptspants (vergl. S. 2166) erleiden würde, wenn sie unmittelbar mit der Geschwindigkeit v dem Stoße des Wassers ausgesetzt wäre. Je schräger nun das Vorderschiff gebaut ist, um desto schiefer trifft der Wasserstoß darauf, und um desto kleiner wird seine Kraft. Das Vorderschiff muß daher um so länger und schmäler gemacht werden, je mehr Male der Widerstand verringert werden soll. Die Verengerung geschieht aber nicht blos von den Seiten nach der Mitte zu, sondern auch von unten nach oben hin. Durch diese letztere Biegung wird eine Kraft herbeigerufen, welche das Schiff senkrecht in die Höhe hebt. Das Vorderschiff erleidet also eine zweifache Wirkung: die eine von der vorne herkommenden, die andere von der aufwärtstreibenden Kraft.

Es sei in Fig. 265 BD die Aufsteigung oder Aufbucht des Vorderschiffs vom Kiel D bis zur Wasserebene B, oder BD stelle den Vordersteven dar; die Geschwindigkeit in der Richtung AB sei $= v$. Alsdann reduziren sich alle Wirkungen des Widerstandes auf zwei Kräfte:

1. Auf eine horizontale in der Richtung bO, also derjenigen der Bewegung gerade entgegengesetzt; diese erste Kraft sei $= P$.

2. Auf eine vertikale Kraft, deren Richtung dQ ist; diese sei $= Q$.

Zieht man aus dem Schnittpunkt q beider Richtungen die Linie qS, so ist diese die Resultante der beiden genannten Kräfte, und man hat in ihr die ganze Wirkung des Widerstandes vereinigt (vergl. S. 850 Nr. 10). Ihre Gleichung ist:

$$\text{VII)}\quad qS = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

Ihre Neigung gegen den Horizont ist der Winkel $OqS = \alpha$. Um seine Tangente zu finden hat man: $\cos\alpha : \sin\alpha = 1 : \tan\alpha$. Da nun $\cos\alpha = P$, und $\sin\alpha = Q$, so ist $P : Q = 1 : \tan\alpha$; daher:

$$\text{VIII)}\quad \tan\alpha = \frac{Q}{P}$$

Es genügt also, die beiden Kräfte P und Q zu betrachten, von denen jede immer dem Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffes proportional ist.

7 Die horizontale Kraft P bringt ebenfalls zwei Wirkungen hervor: die eine ist der Bewegung gerade entgegengesetzt, als wäre sie am Schwerpunkte G des ganzen Schiffs angebracht, und stieße das Schiff rückwärts; die andere Wirkung kommt von dem Momente, welches P in Beziehung auf die horizontale Breitenaxe hat. Der Werth dieses Moments ist $= P \cdot GO$, und seine Wirkung, daß sich das Vorderschiff tiefer ins Wasser senkt.

8 Die zweite, vertikale Kraft Q hat ebenfalls eine doppelte Wirkung: die eine hebt das Schiff gerade in die Höhe, als wäre sie am Schwerpunkte G angebracht; so daß sich das ganze Gewicht des Schiffes um das Gewicht $= Q$ vermindert; die andere Wirkung kommt von dem Momente her, welches Q in Beziehung auf dieselbe horizontale Breitenaxe hat. Der Werth dieses Moments ist $= Q \cdot FQ$, und seine Wirkung, daß sich das Vorschiff emporhebt. Uebertrifft dieses Moment das vorige, so wird das Vorschiff BD emporgehoben, also das Achter-

schiff AC tiefer gesenkt durch ein Moment $= Q \cdot FQ - P \cdot GO$. Wird nun dieses Moment durch die Stabilität des Schiffs in Bezug auf dieselbe horizontale Breitenaxe dividirt, so erhält man, wie sich in der Gleichung VI gezeigt hat, den Sinus der Neigung.

Um daher das Schiff in seiner mit der Geschwindigkeit $= v$ vor sich gehenden Bewegung zu erhalten, hat man folgende Bedingungen zu erfüllen. Zuerst muß das Schiff gerade vorwärts gestoßen werden, und zwar durch eine Kraft, welche der Widerstandskraft P gleich ist; weil ferner das Gewicht M des ganzen Schiffes durch den Widerstand um das Gewicht $= Q$ vermindert wird, so muß es durch ein neues Gewicht $= Q$ belastet werden, und zwar in dem Schwerpunkte G, damit seine Stelle nicht geändert wird; damit endlich das Schiff weder mit dem Vorder- noch dem Achtertheile tiefer eingesenkt werde, muß man die Kraft $= P$ oberhalb des Schwerpunkts, z. B. in H anbringen, so daß ihr Moment $P \cdot GH$ gleich dem Momente $Q \cdot FQ - P \cdot GO$ sei, durch welches letztere das Schiff hinten niedergetaucht wird. 9

Aus der Gleichung $P \cdot GH = Q \cdot FQ - P \cdot GO$ erhält man:

$$\text{IX)} \quad GH = \frac{Q}{P} \cdot FQ - GO.$$

Da nun $GH + GO = HO$, so hat man:

$$\text{X)} \quad HO = \frac{Q}{P} \cdot FQ.$$

Es sei K′ diese Kraft $= P$, angebracht an dem Punkte H, so befindet sich dieser offenbar an dem Durchschnittspunkte der Vertikalaxe GL mit der wahren Richtung qS der Widerstandskraft.

In der Praxis ist es natürlich nicht nöthig, das Schiff mit einem neuen Gewichte $= Q$ zu belasten, weil es vielmehr vortheilhaft ist, daß der Widerstand das Gewicht des ganzen Schiffes verringert. Das Schiff wird nämlich dadurch um Etwas gehoben, also der Wasserraum, und damit der Widerstand verringert; so daß auch eine kleinere Kraft hinreicht, um das Schiff in seiner Bewegung zu erhalten. 10

§. 327. Von der Schätzung des Widerstandes des Wassers gegen ein gegebenes Vorschiff.

Wenn alle Elemente der Oberfläche eines Vorschiffes auf gleiche Weise gegen die Richtung der Bewegung geneigt sind: so ist es sehr leicht den Widerstand zu bestimmen, welcher der Bewegung gerade entgegengesetzt ist. Die gerade aufwärts hebende Kraft kann, wie oben gezeigt worden, gänzlich außer Acht gelassen werden. Es sei der vertikale Breitendurchschnitt oder der Flächeninhalt der Hauptspantenebene $= F$, die Geschwindigkeit des Schiffes in der Richtung der horizontalen Längenaxe $= v$, und der Neigungswinkel der ganzen Oberfläche des Vorschiffs gegen die Richtung der Bewegung $= \varphi$; alsdann wird (vergl. S. 2226 Gleichung III) der Totalwiderstand gleich dem Gewichte 1

einer Wassermasse deren Volumen $= \frac{F \cdot v^2 \cdot \sin^2 \psi}{2g}$, während der Widerstand, den die Hauptspantenebene bei derselben Geschwindigkeit erleidet (vergl. S. 2226 Gleichung 1) dem Gewichte einer Wassermasse gleich wird, deren Volumen $= \frac{F \cdot v^2}{2g}$ ist (wo $g = 31{,}253$ Rhein. F.). Es ist also der Widerstand gegen die schräge Oberfläche um so viel mal kleiner, wie derjenige gegen die vertikale Ebene, als um wie viele Male das Quadrat des Sinus des Neigungswinkels kleiner ist wie die Einheit, d. h. wie das Quadrat des Radius 1. Man sieht also ein, daß sich der Widerstand so viele Male verkleinern ließe als man will, wenn nicht andere Umstände dieser Verkleinerung bestimmte Grenzen setzen würden.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 280, MNnm der rechtwinklige parallelogrammatische vertikale Breitendurchschnitt eines Fahrzeuges, dessen Vordertheil sich als ein dreikantiges Prisma in der Kante Aa endigt, so daß alle seine horizontalen Durchschnitte Dreiecke sind, unter sich und den beiden Dreiecken MNA und mna gleich. Die beiden Seitenflächen AamM und AanN erleiden alsdann sämmtliche Wirkungen des Wassers unter dem gleichen Winkel $FAM = FAN = \psi$. Da die beiden Dreiecke FAM und FAN gleich, und in F rechtwinklig sind, so hat man $AM : FM = 1 : \sin \psi$; also $\sin \psi = \frac{FM}{AM}$. Es verhält sich also der Widerstand gegen jede Seitenfläche zu demjenigen gegen die Ebene MNnm wie FM^2 zu AM^2; also wenn man den Widerstand gegen MNnm durch R bezeichnet, so ist der Widerstand gegen jede der beiden Seitenflächen $= R \cdot \frac{FM^2}{AM^2}$.

3 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 281, CDE die Hälfte der Ebene des Hauptspants, und von dieser Ebene seien bis zum Bug, oder Ende des Vorderschiffes, mehrere parallele Durchschnitte in gegebenen Entfernungen von einander gemacht, und ihre äußeren Umrisse auf der Ebene des Hauptspants projizirt. Eine dieser Projektionen sei MPQN, und die ihr zunächst folgende mpqn (in ähnlicher Weise wie bei einem Spanten-Riß, Tafel XL, Fig. 2). Zur Schätzung des Widerstandes genügt es, diese Umrisse vom Kiele E bis zur Wasserebene zu betrachten. Man zieht mehrere Querlinien, wie RPpr und SQqs, welche die ersteren in beinahe rechten Winkeln durchschneiden. Durch diese beiden Arten von Linien wird die Ebene CDE des Hauptspants in mehrere kleine Trapeze, und beinahe rechtwinklige Dreiecke eingetheilt, wie z. B. das Trapez PpQq. Diese Abtheilungen müssen so klein genommen werden, daß jede derselben, trotz der eigentlich vorhandenen Krümmung des Vorderschiffs, wie eine Ebene betrachtet werden kann, deren Neigung gegen die Richtung der Bewegung gefunden werden muß. Mit dem Quadrate des Sinus ihres Neigungswinkels ist jede kleine Fläche zu multipliziren. Die Summe aller dieser Produkte giebt den Werth der Formel $F \cdot \sin^2 \psi$; nimmt man das Doppelte dieser Fläche, um das ganze Vorschiff zu haben, und multiplizirt es mit $\frac{v^2}{2g}$: so er-

hält man den Widerstand gegen das Vorderschiff, insofern er der Bewegung entgegenwirkt (vergl. S. 2167 Nr. 6).

Diese ganz mühsame Bestimmungsweise würde aber dennoch nur ein sehr mangelhaftes Resultat geben; denn es kann z. B. das hinter dem bewegten Schiffe zusammenfließende Wasser dasselbe wegen seiner Bewegung nicht mit demselben Drucke treffen, wie ein ruhig stehendes Schiff, während der Druck von vorne derselbe bleibt; es giebt also auch der Druck von hinten kein solches Gegengewicht gegen den Druck von vorne, wie bei der Ruhe; daher erhält der Widerstand von vorne einen Zuwachs, der um so größer sein wird, je schneller die Bewegung ist. Ferner hängt dieser Zuwachs auch von der Gestalt des Vorderschiffes ab (vergl. S. 2166). Statt demnach die obige mühsame Berechnung um eines sehr zweifelhaften Resultates willen durchzuführen, ist es zweckmäßiger auf folgende Weise eine einfache Formel herzuleiten, vermittelst deren sich in jedem gegebenen Falle der erlittene Widerstand eines Schiffes ziemlich genau bestimmen läßt. 4

Es sei der Widerstand gegen die Ebene des Hauptspants wie vorher $= R$; ferner die Entfernung des Bugs vom Hauptspant, oder Fig. 265 $FB = a$; die halbe größte Breite, Fig. 280, $FM = b$, welche auch beinahe der Tiefe des Wasserraums, oder FL in Fig. 265 gleich ist. Wäre das Vorderschiff ein Parallelepiped, so würde sein Widerstand $= R$ sein; wäre es ein Kegel oder eine Pyramide, die sich in B endigte, so würde sein Widerstand (vergl. S. 2230 Nr. 2 und Fig. 280):

$$R \cdot \frac{FM^2}{AM^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2} \cdot R.$$

Es sei nämlich, Fig. 282, EA die Erhebung des Vorschiffes, so daß alle mit der Längenaxe des Schiffes parallelen Durchschnitte rechtwinklige Dreiecke $= AFE$ geben; dabei sei die Ebene des Hauptspants wieder ein Parallelogramm. Der Neigungswinkel ist in diesem Falle FAE, und $\sin FAE = \frac{EF}{AE}$ daher wäre der Widerstand $= R \cdot \frac{EF^2}{AE^2}$, wo R den Widerstand gegen die Ebene FE des Hauptspants bezeichnet. Derselbe Widerstand fände auch dann statt, wenn die Ebene des Hauptspants ein Halbkreis um den Radius FE, also das Vorschiff die Hälfte eines Kegels wäre, dessen Spitze in A läge. Derselbe Widerstand käme auch einer Pyramide zu, deren Grundfläche ein um die Grundfläche des eben angeführten Kegels beschriebenes Polygon wäre.

Es ist nun klar, daß alle wirklich vorkommenden Gestalten des lebendigen Vorschiffes ein gewisses Mittel zwischen dem Parallelepiped und der Pyramide oder dem Kegel halten. Man kann demnach den wirklichen Widerstand gegen ein solches Vorschiff $= n \cdot R$ setzen, wo n einen Bruch bedeutet, dessen Werth zwischen der Einheit und dem Bruche $\frac{b^2}{a^2 + b^2}$ liegt.

Wollte man das arithmetische Mittel nehmen (vergl. S. 534 Nr. 6), so wäre: 5

$$1 + \frac{b^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + b^2 + b^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 + 2b^2}{a^2 + b^2};$$

Diesen letzten Werth dividirt man durch 2, und hat dann als arithmetisches Mittel $\frac{a^2 + 2b^2}{2a^2 + 2b^2}$. Durch sorgfältige Betrachtungen an Linienschiffen hat man indessen

$$n = \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2}$$

gefunden, und diese Formel wird man in den mehrsten Fällen anwenden können, wenn sich die Gestalt des in Rede stehenden Schiffes nicht beträchtlich von derjenigen der Linienschiffe entfernt. Auch in dem Falle, daß die Gestalt sehr verschieden wäre, ließe sich bald entscheiden, welcher von den beiden Grenzen der Widerstand näher käme.

6 Nimmt man die Formel $\frac{2b^2}{a^2 + 2b^2} \cdot R$ zur allgemeinen Bestimmung, so zeigt sich, daß derselbe allein von dem Verhältnisse zwischen der Länge und der Breite abhängt, indem a die halbe Länge, b die halbe Breite, und R den Widerstand gegen die Ebene des Hauptspants unter Wasser bezeichnet. Man kann sich folgende Tafel bilden:

Verhältniß. a : b	Widerstand.	Verhältniß. a : b.	Widerstand.
2 : 1	$\frac{2}{6} R = \frac{1}{3} R.$	5 : 1	$\frac{2}{27} R.$
3 : 1	$\frac{2}{11} R.$	5½ : 1	$\frac{8}{129} R$; oder nahe $\frac{1}{16} R.$
3½ : 1	$\frac{8}{57} R$; oder nahe $\frac{1}{7} R.$	6 : 1	$\frac{2}{38} R = \frac{1}{19} R.$
4 : 1	$\frac{2}{18} R = \frac{1}{9} R.$	6½ : 1	$\frac{8}{177} R$; oder nahe $\frac{1}{22} R.$
4½ : 1	$\frac{8}{89} R$; oder nahe $\frac{1}{11} R.$	7 : 1	$\frac{2}{51} R.$

§. 328. Von dem Widerstand gegen schräg segelnde Schiffe, und von der Abtrifft im Allgemeinen.

1 Werden Schiffe vom Wind getrieben, so ist es ihnen oft unmöglich, einen mit ihrer horizontalen Längenaxe parallelen oder geraden Lauf zu behalten; sondern derselbe weicht mehr oder weniger davon ab, und der Winkel dieser Abweichung heißt die Abtrifft (vergl. S. 924—932). Um den Widerstand in solchem Falle zu bestimmen, hat man zuerst zu bemerken: daß die Resultante aller Wirkungen, welche das Wasser auf die Oberfläche des lebendigen Schiffes ausübt, alsdann nicht mehr in die Ebene des vertikalen Längendurchschnitts fällt, sondern mehr oder weniger nach der einen oder andern Seite hin davon entfernt sein wird. Ferner wird sie auch nicht immer

horizontal, sondern mehr oder weniger gegen den Horizont geneigt sein. Oft wird es auch nicht möglich sein, sämmtliche Elementarwirkungen auf eine einzige Resultante zu reduziren; dagegen wird es immer möglich sein sie sämmtlich auf drei Resultanten zu reduziren, welche mit den drei Hauptaxen des Schiffes parallel gehen, d. h. mit der horizontalen Längenaxe, der horizontalen Breitenaxe, und der vertikalen Tiefenaxe, welche sich im Schwerpunkte des ganzen Schiffes schneiden (vergl. S. 2176).

Es sei zuerst, Tafel XXXV, D, Fig. 283, der Wasserraum ein Parallelepiped, und AB sei die Längenaxe, CD die Breitenaxe und FE die Vertikalaxe, welche letztere zugleich die Tiefe giebt. Alle auf jeder dieser drei Axen senkrecht stehenden Durchschnitte werden rechtwinklige Parallelogramme sein. Weil ferner die Flächen, gegen welche das Wasser stößt, vertikal sind, so wirken sämmtliche Kräfte des Widerstandes in horizontaler Richtung; es kann also keine vertikale Resultante zum Vorschein kommen. Weil außerdem die Richtung der Bewegung stets horizontal ist, so werden, welchen Winkel sie auch mit der großen Axe AB machen mag, alle horizontalen Durchschnitte des Wasserraums dieselben Wirkungen von Seite des Wassers erleiden. Dies Letztere bietet die Bequemlichkeit dar, nur den einzigen horizontalen Durchschnitt an der Oberfläche des Wassers, oder in der Wassertrachtsebene betrachten zu müssen. Bei allen schrägen Kursen hat man daher auch nur die beiden Seiten des Parallelogramms zu beachten, welche vom Wasser getroffen werden. Hat man daher die Wirkungen gefunden, welche jede dieser beiden Seiten erleidet: so hat man dieselben nur mit der Wasserraumtiefe FE zu multipliziren, um den ganzen Widerstand zu finden, welchen der Wasserraum erleidet. 2

Es sei, Fig. 284, ACBD der horizontale Durchschnitt in der Wassertrachtsebene, AB seine große, CD seine kleine Axe. Es sei ferner die halbe große Axe $AF = a$, und die halbe kleine $CF = b$. Läuft nun das Schiff in der schiefen Richtung FX, welche mit der großen Axe den Winkel $AFX = \varphi$, oder die Abtrift α macht: so ist es klar, daß die Vorderseite $aAa = 2b$ von dem Wasser unter dem Winkel AxF oder $axX = 90^0 - \varphi$ getroffen wird, dessen Sinus $= \cos\varphi$; man hat also die Stoßkraft durch $2b \cdot \cos^2\varphi$ darzustellen. Die vollständige Wirkung auf die Fläche verlangt freilich noch die Multiplikation mit der Tiefe FE, und außerdem mit dem oben (S. 2226 Nr. 2) gefundenen Faktor $\frac{v^2}{2g}$, worin v die Geschwindigkeit des Schiffes in der Richtung FX darstellt, und $g = 31{,}253$ Rheinisch Fuß ist. Zur Abkürzung mag für jetzt der Multiplikator $FE \cdot \frac{v^2}{2g} = \mu$ gesetzt werden. Man hat also die Stoßkraft auf die ganze Vorderfläche $= 2b \cdot \cos^2\varphi \cdot \mu$. 3

Zieht man die gerade Linie cC parallel mit FX, so sieht man, daß die Seite $aCb = 2a$ von dem Wasser unter dem Winkel $aCc = \varphi$ gestoßen wird; deshalb ist die Stoßkraft auf die ganze Seitenfläche $= 2a \cdot \sin^2\varphi \cdot \mu$.

Jede dieser beiden Kräfte wirkt senkrecht auf die von ihr gestoßene Fläche und geht durch die Mitte derselben. Die erste Kraft $\mu \cdot 2b \cdot \cos^2\varphi$ wirkt in

der Richtung AF, und läßt sich durch die Linie Fr darstellen, als wäre sie im Mittelpunkte F angebracht; die zweite Kraft $\mu \cdot 2a \cdot \sin^2 \varphi$ wirkt in der Richtung CF, und läßt sich ebenfalls, wie in F angebracht, durch die Linie Fs darstellen. Vollendet man das kleine Rektangel Fsyr, so ergiebt seine Diagonale Fy die Kraft des Widerstandes, welche das Schiff bei dieser Bewegung erleidet, und zwar:

$$\text{I)} \quad \mu \cdot Fy = \sqrt{(\mu^2 \cdot 4b^2 \cdot \cos^4 \varphi + \mu^2 \cdot 4a^2 \cdot \sin^4 \varphi)}$$

Die Neigung dieser Kraft gegen die große Axe AB ist der Winkel BFy, dessen Tangente ist $\frac{ry}{Fr} = \frac{a \cdot \sin^2 \varphi}{b \cdot \cos^2 \varphi}$.

4 Um das Schiff in der Richtung FX in Bewegung zu erhalten, muß man es durch eine Kraft treiben lassen, welche derjenigen des Widerstandes gerade entgegengesetzt ist. Man verlängert die Diagonale yF nach Y hin; diese Linie FY giebt alsdann die Richtung derjenigen Kraft, durch welche das Schiff in der Richtung FX getrieben werden soll.

Die Tangente des Winkels AFY = BFy ist $= \frac{a \cdot \sin^2 \varphi}{b \cdot \cos^2 \varphi}$; hieraus zeigt sich das Verhältniß zwischen der Neigung des Laufes FX nnd der Neigung der treibenden Kraft FY, welche unabhängig von der Geschwindigkeit v des Schiffes ist. Um aber die Kraft selbst zu finden, welche erforderlich ist, um das Schiff in seiner Bewegung zu erhalten, muß man, wie schon oben in der Gleichung I geschehen, die Größe Fy oder ihren Werth mit $\mu = FE \cdot \frac{v^2}{2g}$ multipliziren. Außerdem muß man sich erinnern, daß die Kraft durch das Gewicht einer Wassersäule ausgedrückt wird, deren Volumen dem Werthe des obigen Ausdrucks gleich ist.

5 Wichtig ist hiebei das Verhältniß zwischen den beiden Winkeln AFX $= \varphi$, d. h. der Neigung des Laufs oder der Abtrifft, und AFY $= \psi$, d. h. der Neigung der treibenden Kraft. Man hat nach dem Vorigen:

$$\text{II)} \quad \tan \psi = \frac{a \cdot \sin^2 \varphi}{b \cdot \cos^2 \varphi}; \text{ oder } \tan \psi = \frac{a}{b} \cdot \tan^2 \varphi.$$

Denn da $\cos : \sin = 1 : \tan$, so ist $\frac{\sin}{\cos} = \tan$, also $\frac{\sin^2}{\cos^2} \cdot \tan^2$.

Sobald man demnach das Verhältniß zwischen a und b, d. h. zwischen der halben großen und der halben kleinen Axe kennt, ist es leicht für alle Werthe von φ den entsprechenden Werth von ψ, und umgekehrt für jedes ψ das entsprechende φ zu finden. Für den letztern Fall hat man:

$$\text{III)} \quad \tan \varphi \sqrt{\left(\frac{b}{a} \cdot \tan \psi\right)}$$

Weil für die mehrsten Fälle a viel größer ist als b, so übertrifft die Neigung der treibenden Kraft AFY größtentheils in beträchtlichem Maaße die Ab-

trifft, oder den Winkel AFX. Nimmt man $\tang \varphi = \frac{b}{a}$ so hat man nach der Gleichung II:

$$\tang \psi = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

Wird nun die Abtrifft noch kleiner, so muß die Neigung ψ ebenfalls noch kleiner werden; sobald aber $\tang \varphi > \frac{b}{a}$, so wird auch $\psi > \varphi$.

Man stelle sich einen Winkel von solcher Größe vor, daß $\tang \alpha = \frac{b}{a}$ sei; man hat alsdann nach III, $\tang^2 \varphi = \tang \alpha \cdot \tang \psi$. Man sieht, daß bei dieser Annahme $\tang \varphi$ die mittlere Proportionallinie zwischen $\tang \alpha$ und $\tang \psi$ ist, woraus sich die obigen Schlüsse leicht ergeben.

6 Ist $\varphi = 0$, d. h. läuft das Schiff gerade vorwärts, so wird auch $\psi = 0$. Ist $\varphi = 90^\circ$, so bewegt sich das Schiff in der Richtung der kleinen Axe FC; man kann also die Bewegung auch als eine gerade ansehn. Man hat also im Ganzen drei Fälle, in denen $\varphi = \psi$, nämlich wenn $\varphi = 0$, wenn $\varphi = \alpha$ und wenn $\varphi = 90^\circ$. In allen übrigen Fällen sind die beiden Winkel φ und ψ verschieden.

7 Obgleich die parallelepipedische Gestalt des lebendigen Schiffes, welche bei den eben geführten Beweisen angenommen worden, sich nie in der Praxis vorfindet: so geben diese Beweise dennoch allgemeine Schlüsse, welche beinahe auf alle möglichen Schiffe anwendbar werden.

Läuft das Parallelepiped gerade in der Richtung der großen Axe BA, so ist der Widerstand $= 2b \cdot \mu$; läuft es in der Richtung der kleinen Axe DC, so ist der Widerstand $= 2a \cdot \mu$. Bezeichnet man nun den Widerstand, den ein gegebenes Schiff in seinem gerade vorwärts gehenden Laufe erleidet, mit P; und den Widerstand, den es bei seinem Laufe mit gleicher Geschwindigkeit aber in der Richtung der kleinen Axe erleidet, mit Q, so braucht man nur P an die Stelle von $2b$, und Q an die Stelle von $2a$ zu setzen, um die obigen Formeln auch auf das gegebene Schiff anwendbar zu machen. Demnach läßt sich auch das Verhältniß zwischen den beiden Neigungswinkeln φ und ψ in folgender Weise ausdrücken:

$$\text{IV)} \quad \tang \psi = \frac{Q}{P} \cdot \tang^2 \varphi.$$

Demnach wird auch die treibende Kraft K in der Richtung FY, welche das Schiff in der Richtung FX in Bewegung erhalten soll, in folgender Formel darzustellen sein:

$$\text{V)} \quad K = \sqrt{(P^2 \cdot \cos^4 \varphi + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi)}.$$

Die beiden letzten Formeln werden sich fast niemals, und wenn je, doch nur in unbedeutendem Grade von der Wahrheit entfernen; nur muß man die Multiplikation mit $\frac{v^2}{2g} \cdot FE$ dabei mitverstehen.

§. 329. Von dem Verhältnisse zwischen der Neigung des Laufs und der Neigung der treibenden Kraft eines Schiffes.

1 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 285, $AB = a$ die horizontale Längenaxe, $CD = b$ die horizontale Breitenaxe, $FE = e$ die Vertikalaxe eines lebendigen Schiffs, oder seines Wasserraums.

Die Ebene des Hauptspants unter Wasser, oder der Flächeninhalt des größten vertikalen Breitendurchschnitts CED ist zwischen den beiden Grenzen be und $\frac{1}{2}be$ enthalten, d. h. zwischen einem Parallelogramm und einem Dreieck; nimmt man das arithmetische Mittel, so hat man $\frac{3}{4}be$ für den Flächeninhalt; dieser multiplizirt mit $\frac{v^2}{2a}$ giebt den Widerstand, den die Ebene des Hauptspants bei gerader Bewegung erleidet. Man hat also (vergl. S. 2231 Nr. 4, wo R den Widerstand gegen den größten vertikalen Breitendurchschnitt bezeichnet):

$$\text{VI)}\quad R = \tfrac{3}{4}be.$$

Nimmt man nun die oben (S. 2232 Nr. 5) angegebene Formel $n = \frac{2b^2}{b^2 + 2b^2}$ für den Bruch, mit welchem R multiplizirt werden muß, um den verminderten Widerstand auf das schräg gebaute Vorschiff zu erhalten, so wird derselbe, wenn man ihn wie in der Gleichung IV und V mit P bezeichnet:

$$\text{VII)}\quad P = \frac{2b^2}{a^2 + 2b^2} \cdot \frac{3}{4} \cdot be.$$

Läuft dasselbe Schiff mit derselben Geschwindigkeit v in der Richtung seiner kleinen Axe DC, so sieht man sogleich, daß es einen sehr großen Widerstand erleiden muß. Um denselben zu finden, muß man sich den vertikalen Längendurchschnitt AEB in gerader Bewegung gegen das Wasser vorstellen. Der Flächeninhalt dieses Durchschnitts ist zwischen ae und $\frac{1}{2}ae$ enthalten, also wieder nach dem arithmetischen Mittel $= \frac{3}{4}ae$ zu setzen. Befolgt man die obige Berechnungsregel, so erhält man für Q, oder den Widerstand auf die gekrümmte Seite des Schiffs:

$$\text{VIII)}\quad Q = \frac{2a^2}{2a^2 + b^2} \cdot \frac{3}{4} \cdot ae.$$

Aus der Formel VII und VIII erhält man:

$$\frac{Q}{P} = \frac{2a^2 \cdot 3ae \cdot (4a^2 + 8b^2)}{2a^2 + b^2 \cdot 4\,((2b^2) \cdot (3be))} = \frac{24a^3 \cdot e\,(a^2 + 2b^2)}{24b^3 \cdot e\,(2a^2 + b^2)}$$

$$\text{oder IX)}\quad \frac{Q}{P} = \frac{a^3}{b^3} \cdot \frac{(a^2 + 2b^2)}{(2a^2 + b^2)}$$

In dieser letzten Formel ist sowohl der Koeffizient $\frac{3}{4}$, als auch die Tiefe e verschwunden. Wenn nun a mehrmals größer ist als b, so wird a^2 in noch größerem Verhältnisse größer sein als b^2; deshalb reduzirt sich der Werth des Bruches nahe auf $\frac{a^2}{2b^2}$; und diesen Ausdruck kann man in den mehrsten Fällen anwenden.

Bewegt sich also das Schiff in der Richtung FX (Fig. 285), und muß die 2 dasselbe in dieser Richtung in Bewegung erhaltende Kraft in der Richtung FY wirken, und setzt man den Winkel AFX $= \varphi$, und den Winkel AFY $= \psi$, so hat man nach der Gleichung IV und IX, und der letzten Bemerkung:

$$\text{X)} \quad \text{tang}\ \psi = \frac{a^3}{2\,b^3} \cdot \text{tang}^2\ \varphi.$$

Hieraus läßt sich also ψ finden, wenn φ bekannt ist. Aus derselben Gleichung folgt

$$\text{XI)} \quad \text{tang}\ \varphi = \sqrt{\frac{2\,b^3}{a^3} \cdot \text{tang}\ \psi};$$

woraus sich φ berechnen läßt, wenn ψ bekannt ist.

Man kann sich hiernach verschiedene Tafeln zusammenstellen, indem man 3 das Verhältniß zwischen der Länge und Breite des Schiffs zum Eintheilungsgrunde der verschiedenen Arten der Schiffe macht. Beinahe für alle Schiffe ist das Verhältniß ihrer Länge und Breite zwischen den Grenzen 3 : 1 und 6 : 1 enthalten. Nennt man die Schiffe, bei denen AB = 3 CD die erste Klasse; bei denen AB = 3½ CD die zweite; bei denen AB = 4 CD die dritte Klasse u. s. f., indem die Länge immer um eine halbe Breite wächst: so läßt sich für jede Klasse eine Tafel berechnen, worin der Winkel AFX $= \varphi$ von 5° anfangend immer um 5° bis 35° zunimmt, und der Winkel AFY $= \psi$ nach der Formel X gefunden wird; z. B. für die dritte Klasse von Schiffen, bei denen AB = 4 CD, ist die Tafel folgende:

AFX $= \varphi$	AFY $= \psi$	AFX	AFY
		20°	76° 44′
5°	13° 46′	25	81 49
10	44 51	30	84 39
15	66 29	35	86 21

Die Berechnung geschieht in folgender Weise: $a = 1$, also $a^3 = 1$; $b = \frac{1}{4}$ also $b^3 = \frac{1}{64}$; daher $\frac{a^3}{2\,b^3} = \frac{1}{2 \cdot 1/64} = \frac{64}{2} = 32$; es ist also für diese dritte Klasse:

$$\text{tang}\ \psi = 32 \cdot \text{tang}^2\ \varphi; \text{ oder } \text{Log} \cdot \text{tang}\ \psi = \text{Log}\ 32 + 2 \cdot \text{Log} \cdot \text{tang}\ \varphi.$$

Nimmt man z. B. $\varphi = 20°$, so hat man, da Log · tang $\varphi = 9{,}5610659$

$$\begin{aligned} \text{Log}\ 32 &= 1{,}5051500 \\ \text{Log tang}^2\ 20° &= 19{,}1221318 - 10 \\ \hline \text{Log tang}\ \psi &= 20{,}6272818 - 10; \text{ also } \psi = 76°\ 44'. \end{aligned}$$

Daß von der Summe der beiden Logarithmen 10 abgezogen werden muß, ergiebt sich aus der Multiplikation übermäßiger Logarithmen (vergl. S. 549 Nr. 2, u. S. 759 unten).

Die nach obiger Art berechneten Tafeln geben also die Neigung der trei- 4

benden Kraft. Will man dagegen aus dieser letzteren Neigung diejenige des Laufs, oder die Abtrifft finden, so muß man sich wieder eigene Tafeln berechnen, weil die obigen zu große Intervalle zwischen den Neigungswinkeln der treibenden Kraft enthalten. Für diese zweite Art von Tafeln genügt es, den Neigungswinkel der Kraft, oder den Winkel AFY, von 10° anfangend, immer um 10° wachsen zu lassen, und dann nach der Formel XI das jedesmal zugehörige φ, oder die zugehörige Abtrifft zu berechnen; also mit Logarithmen:

$$\text{Log tang } \varphi = \frac{1}{2} \cdot \text{Log tang } \psi - \frac{1}{2} \cdot \text{Log } \frac{a^3}{2b^3}$$

Die Tafeln für die Abtrifft werden folgende Gestalt erhalten:

Winkel AFY	Länge des Schiffs, oder die Axe AB.					
$= \psi$	3 CD.	3½ CD.	4 CD.	4½ CD.	5 CD	u. s. w.
	Winkel AFX $= \varphi$					
10°	6° 31′	5° 11′	4° 14′	3° 33′	3° 2′	
20°	9 19	7 25	6 5	5 7	4 22	
		u. s. w.				

5 Mit Hülfe dieser Tafeln läßt sich auch leicht bestimmen, wenn der Winkel XFY, d. h. der Winkel $\psi - \varphi$ oder der Unterschied zwischen der Neigung des Laufs und der Neigung der treibenden Kraft am größten ist; nachdem oben (S. 2235 Nr. 6) die drei Fälle bestimmt worden, in denen $\varphi = \psi$ ist.

Die Bestimmung dieses größten Unterschiedes ist für die Schifferkunde deshalb von der höchsten Wichtigkeit, weil man dadurch im Stande ist, den möglich größten Vortheil aus jedem Winde zu ziehen. Es ergiebt sich für die verschiedenen Klassen der Schiffe folgende Tafel der größten Unterschiede:

Klassen d. Schiffe.	Winkel φ.	Winkel ψ.	Winkel $\psi - \varphi$.
AB = 3 CD	29° 30′	76° 53′	47° 23′
AB = 3½CD	26 4	78 56	52 52
AB = 4 CD	23 45	80 6	56 21
AB = 4½CD	20 0	80 36	60 36
AB = 5 CD	18 27	81 53	63 26
AB = 5½CD	16 18	82 6	65 48
AB = 6 CD	15 4	82 50	67 46

6 Es läßt sich aber nicht allein die Richtung, sondern auch die Stärke der treibenden Kraft bestimmen, welche erforderlich ist, um dem Schiffe die Geschwindigkeit v zu geben. Hiezu dienen die beiden (S. 2235) gegebenen Gleichungen IV und V:

$$\text{tang } \psi = \frac{Q}{P} \cdot \text{tang}^2 \varphi\text{; und } K = \sqrt{(P^2 \cdot \cos^4 \varphi + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi)}$$

Aus der ersten Gleichung erhält man:

$$P = \frac{Q \cdot \text{tang}^2 \varphi}{\text{tang } \psi}\text{; also } P \cdot \cos^2 \varphi = \frac{Q \cdot \sin^2 \varphi}{\text{tang } \psi} = \frac{Q \cdot \sin^2 \varphi \cdot \cos \psi}{\sin \psi}$$

weil cos : sin = 1 : tang.

Setzt man diesen Werth von $P \cdot \cos^2 \varphi$, nachdem man ihn quadrirt, in die Formel für K, so hat man:

$$K = \sqrt{\left(\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot \cos^2 \psi}{\sin^2 \psi} + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi\right)}$$

Bringt man die Größe unter dem Wurzelzeichen auf gleiche Benennung, so erhält man:

$$K = \sqrt{\left(\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot \cos^2 \psi + Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot \sin^2 \psi}{\sin^2 \psi}\right)} =$$

$$\sqrt{\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi \cdot (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi)}{\sin^2 \psi}}$$

Da nun $(\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) = r^2 = 1$ ist, so erhält man:

$$K = \sqrt{\frac{Q^2 \cdot \sin^4 \varphi}{\sin^2 \psi}} = \frac{Q^2 \cdot \sin^2 \varphi}{\sin \psi}$$

Man hat oben (S. 2236 Nr. 1) gefunden:

$$Q = \frac{3}{4} ae \cdot \frac{2a^2}{2a^2 + b^2}$$

Substituirt man diesen Werth in die Formel für K, und multiplizirt man das Ganze mit $\frac{v^2}{2g}$ (vergl. S. 2226 Nr. 2), so erhält man für die wahre Kraft K' folgenden Werth (wo $g = 31{,}253$ Rheinische Fuß):

$$\text{I)} \quad K' = \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{3}{4} ae \cdot \frac{\sin^2 \varphi}{\sin \psi}$$

und zwar ausgedrückt durch ein entsprechendes Wasservolumen.

Man kann aus der letzten Formel ebenso leicht die Geschwindigkeit 7 des Schiffes berechnen, wenn die treibende Kraft K' gegeben ist, nämlich:

$$\text{II)} \quad v^2 = \frac{2g \cdot 4K'}{3\,ae} \cdot \frac{\sin \psi}{\sin^2 \varphi}$$

§. 330. Von dem Punkte, an welchem die treibende Kraft angebracht werden muß, oder dem Kraftpunkte.

Nimmt man, Tafel XXXV, D, Fig. 286 den Rhombus ACBD als Gestalt 1 des lebendigen Schiffs oder des Wasserraums an, dessen große Axe AB und dessen kleine Axe CD, und dessen Bewegungsrichtung FX ist, so daß der Winkel AFX oder die Abtrifft kleiner wird, als der Winkel ABC: so sieht man zuerst, daß das Schiff nur an den beiden Vorderseiten AC und AD vom Wasser getroffen wird; und daß der Einfallswinkel für beide Seiten derselbe ist. Die mittlere Stoßkraft des Wassers geht daher durch die beiden Punkte M und N, wodurch jede der beiden Seiten in zwei gleiche Theile getheilt wird. Da ferner die Mittelkräfte senkrecht auf die Flächen fallen, so werden sich die beiden

auf den Flächen errichteten Perpendikel MQ und NQ in dem Punkte Q der großen Axe schneiden. Es wird also auch die Resultante der beiden Kräfte, welche zugleich diejenige des Widerstandes ist, unbestreitbar durch den Punkt Q gehn.

2 Es muß also auch die Richtung der treibenden Kraft QY durch diesen Punkt Q gehen. An diesem Punkte also, oder an einem perpendikulär über demselben befindlichen muß die treibende Kraft angebracht werden. Für jetzt bleibt diese später zu bestimmende perpendikuläre Erhöhung außer Acht, und es soll nur die Entfernung des Punktes Q von der Mitte F des Schiffes bestimmt werden.

Man zieht CK senkrecht auf AC. Alsdann muß sich der Punkt Q in der Mitte der Linie AK befinden, was aus dem Parallelismus von MQ und CK, und aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AMQ und ACK folgt (vrgl. S. 680 Nr. 3). Da ferner aus der Spitze des rechten Winkels ACK das Perpendikel CF auf die Hypotenuse gefällt ist (vergl. S. 684 Nr. 12): so hat man $AF : FC = FC : FK$; daher $FK = \frac{FC^2}{AF}$; und $AK = AF + \frac{FC^2}{AF}$. Hieraus ergiebt sich:

$$AQ = \frac{1}{2} . AF + \frac{FC^2}{2\,AF}; \text{ und daher } FQ = \frac{1}{2} AF - \frac{FC^2}{2\,AF}$$

Setzt man $AB = a$, so ist $\frac{1}{2} AF = \frac{1}{4} a$; und setzt man $CD = b$, so ist $FC^2 = \frac{1}{4} b^2$, und man erhält:

$$\text{I)} \quad FQ = \frac{1}{4} a - \frac{b^2}{4a}$$

Es muß also die treibende Kraft um diese Entfernung FQ nach vorne hin vor dem Mittelpunkte des Wasserraums angebracht werden.

3 Bei einem Wasserraume, dessen horizontaler Durchschnitt ein Rektangel ist, wie Fig. 284, geht die treibende Kraft (vergl. S. 2235 Nr. 7) durch den Mittelpunkt derselben; bei einem Wasserraum, dessen Durchschnitt ein Rhombus ist, geht sie durch den Punkt Q; oder bei einem Rektangel ist $FQ = 0$, bei einem Rhombus $FQ = \frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}$. Da nun bei allen Schiffen, wie oben (S. 2188 Nr. 6) bemerkt, diese beiden Figuren die äußersten Grenzen sind, zwischen denen sich die Gestalten der wirklichen Schiffe halten: so kann man ebenfalls schließen, daß auch der Zwischenraum FQ ein gewisses Mittel zwischen den beiden Werthen 0 und $\frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}$ halten wird. Nimmt man aus beiden Grenzwerthen das arithmetische Mittel, so hat man $FQ = \frac{a}{8} - \frac{b^2}{8a}$ als die allgemeine Entfernung des Kraftpunkts vom Mittelpunkte des Wasserraums nach vorne hin.

4 Der Hauptmast eines Schiffes, oder derjenige, welcher als die Summe der sämmtlichen Masten angesehn werden kann, muß nun in dem Punkte Q angebracht werden; denn an ihm befindet sich der Kraftpunkt. Die Schiffsbaumeister haben beinahe allgemein das Verhältniß zwischen den beiden Theilen der großen Axe AQ und QB durch 2 : 3 bestimmt; dieses kommt der obigen Formel nahe.

Es ist nämlich Fig. 286:

$$AQ = \frac{a}{2} - FQ = \frac{3}{8}a + \frac{b^2}{8a}; \text{ u. } BQ = \frac{a}{2} + FQ = \frac{5}{8}a - \frac{b^2}{8a}$$

Demnach, wenn man die sämmtlichen Glieder mit $\frac{a}{8}$ dividirt, erhält man:

$$AQ : BQ = \left(3 + \frac{b^2}{a^2}\right) : \left(5 - \frac{b^2}{a^2}\right)$$

Am nächsten dem Verhältnisse von 2 : 3 würde das Verhältniß kommen, wenn $\frac{b^2}{a^2} = \frac{1}{5}$ wäre; alsdann hätte man nämlich $\frac{16}{5} : \frac{26}{5}$.

Nimmt man nun an, daß sich die wirklichen Gestalten der Schiffe mehr dem Rektangel als dem Rhombus nähern, und setzt man deshalb statt des obigen arithmetischen Mittels lieber $FQ = \frac{2}{5}\left(\frac{a}{4} - \frac{b^2}{4a}\right)$, so hat man:

$$AQ = \frac{a}{2} - FQ = \frac{2}{5}a + \frac{b^2}{10a}; \text{ und } BQ = \frac{3}{5}a - \frac{b^2}{10a}$$

Daher, wenn man die sämmtlichen Glieder mit a dividirt:

$$AQ : BQ = \left(\frac{2}{5} + \frac{b^2}{10a^2}\right) : \left(\frac{3}{5} - \frac{b^2}{10a^2}\right)$$

Man kann nun die kleine Größe $\frac{b^2}{10a^2}$ unbeachtet lassen, und erhält $AQ : BQ = \frac{2}{5} : \frac{3}{5} = 2 : 3$.

Der Widerstand des Wassers bleibt immer derselbe, wo auch der Angriffs- 5 punkt seiner Kraft hingelegt wird, wenn nur dabei die Richtung desselben unverändert bleibt. Demzufolge würde auch eine entgegengesetzte Kraft die Wirkung des Widerstandes aufheben, möchte sie angebracht werden, wo sie wollte, insoweit es die fortschreitende Bewegung des Schiffes betrifft. Dies ist aber nicht der Fall bei einer Neigung des Schiffs, welche von dem Moment der Widerstandskraft in Beziehung auf eine durch den Schwerpunkt des Schiffs gezogene horizontale Axe abhängt. Wenn also auch die entgegengesetzte Kraft dem Widerstande gleich wäre, so könnte es doch wohl geschehen, daß die durch den Widerstand hervorgebrachte Neigung nicht aufgehoben würde, oder daß dadurch sogar eine neue Neigung hervorkäme.

Dies geschieht nun gewöhnlich bei allen schrägen Kursen, und es scheint beinahe unmöglich zu verhindern, daß alsdann das Schiff eine ziemlich bemerkbare Neigung erleide. Hieraus ergiebt sich leicht, daß ein geneigtes Schiff einen andern Widerstand erleidet, als den vorher angegebenen. Mehrentheils erhält, der Erfahrung gemäß, der gerade Widerstand P einen kleinen Zuwachs, während der Widerstand von der Seite Q etwas vermindert wird. Es erhält also auch der Bruch $\frac{P}{Q}$ in der Formel $\tang \psi = \frac{P}{Q} \cdot \tang^2 \varphi$ einen größeren Werth (vergl. S. 2235 Nr. 7). Es können aber nichts desto weniger die

(S. 2237 u. S. 2238) berechneten Tafeln gebraucht werden, sobald man das Verhältniß zwischen Länge und Breite des Schiffs ein wenig vermindert. Hätte man also ein Schiff von der vierten Klasse, so müßte man sich der Tafel für die dritte Klasse bedienen.

6 In Fig. 286 bezeichnet QY in der Richtung von Y nach Q genommen die Kraft des Widerstandes. Denkt man sich die Vertikalaxe des Schiffs durch den Punkt F gezogen, so ist das Moment der Kraft QY in Beziehung auf die Vertikalaxe = QY · sin FQY · QF. Zerlegt man nämlich die Kraft QY in eine parallel mit der großen Axe, und in eine zweite senkrecht auf dieselbe, so ist die letztere diejenige, welche eine Drehung von A nach α um die Vertikalaxe hervorbringt. Diese Kraft ist aber = QY . sin AQY; und da die Sinus zweier Nebenwinkel gleich sind (vergl. S. 656 Nr. 8), so kann man auch QY · sin FQY dafür setzen; da ferner die senkrechte Entfernung des Angriffspunktes von der Vertikalaxe = QF ist, so erhält man für das Moment der Kraft QY den obigen Werth.

Wenn nun die treibende Kraft nicht so angebracht ist, daß ihr Moment dem eben angegebenen vollkommen gleich und entgegengesetzt wird, so muß das Schiff eine drehende Bewegung um seine Vertikalaxe erleiden; und diese Drehung muß nothwendig vernichtet werden, wenn der beabsichtigte Lauf beibehalten werden soll. Denn ist der Unterschied zwischen den beiden Kraftpunkten des Widerstandes und der treibenden Kraft zu groß, so wird auch das Steuerruder nicht mehr hinreichen, die Drehung zu verhindern. Daher muß die treibende Kraft an dem vorher angegebenen Punkte angebracht werden, oder wenigstens in der Nähe; denn kleine Abweichungen können theils durch das Steuer, theils durch einige zu diesem Zwecke zu Gebot stehende Segel unschädlich gemacht werden.

7 Bisher sind die Kräfte des Widerstandes und die treibende Kraft so betrachtet worden, als wären sie in der Wassertrachtsebene angebracht. Um nun aber die Höhe zu bestimmen, in welcher sie über der Wasserebene angebracht werden soll, muß man die Neigung in Betracht ziehen, welche das Schiff durch den Widerstand erleidet; um darnach diejenige Neigung einzurichten, welche es durch die Erhebung des Angriffspunktes erleiden wird. Bei einem schrägen Kurse wird die treibende Kraft FX beinahe senkrecht gegen die Richtung der großen Axe AB des Schiffes sein, und es muß daher ein beträchtliches Moment entstehen, das Schiff um diese Axe zu neigen. Diese Wirkung wird um so mehr zu fürchten sein, je kleiner die Stabilität in Beziehung auf die große Axe ist. Um daher die Schiffe für schräge Kurse tauglich zu machen, muß man ihre Stabilität in Beziehung auf die große Axe vermehren.

§. 331. Von der Wirkung des Steuerruders bei geradem Laufe.

1 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 287, ein horizontaler Durchschnitt des Wasserraums in einer gewissen Tiefe unter dem Wasser, BA seine große Axe, welche mit der Richtung der Bewegung, deren Geschwindigkeit = v ist, zusammen-

fällt. Die Vertikalaxe des Schiffes geht durch den Punkt F. Es sei BK das Steuerruder in irgend einer schrägen Lage festgestellt, deren Neigungswinkel = bBK ist. Dieser Winkel werde durch ζ bezeichnet. Es soll nun die Wirkung des Steuerruders in dieser Stellung gefunden werden, d. h. wie viel es das Schiff um seine vertikale Axe drehen kann. Es ist nämlich oben (S. 2182 Nr. 6) gezeigt worden, daß alle drehenden Bewegungen auf eine Axe bezogen werden müssen, welche durch den Schwerpunkt des gedrehten Körpers geht. Man hat nun zuerst die Kraft zu finden, welche das Steuerruder in dieser Stellung ausübt, und dann das Moment dieser Kraft in Beziehung auf die Vertikalaxe FG, oder vorläufig auf den Punkt F.

2 Weil das Schiff sich in der Richtung BA mit der Geschwindigkeit v bewegt, so erleidet das Steuerruder denselben Stoß des Wassers, als wenn sich dieses letztere mit der gleichen Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung gegen das Steuerruder bewegte; jedoch nur insoweit, als dieser Stoß oder seine Richtung nicht durch den Umfang des Schiffes verändert wird. Man sieht nämlich leicht ein, daß sowohl der Umfang als die Gestalt des Schiffes nicht allein die Richtung, sondern auch die Geschwindigkeit des Wasserstoßes beträchtlich ändern kann. Diese Unregelmäßigkeiten sollen Anfangs nicht in Betracht gezogen, sondern es soll angenommen werden, daß der Wasserstoß auf das Steuerruder BK in der Richtung AB, oder in der damit parallelen Richtung IL und zwar mit der Geschwindigkeit = v geschieht. Nach Bestimmung dieses Hauptfalles lassen sich die vorkommenden Abweichungen ohne Schwierigkeiten finden.

3 Weil das Steuerruder eine Ebene darbietet, gegen welche das Wasser überall mit derselben schrägen Richtung BLI = bBK = ζ andringt, so geht die Mittelkraft des Stoßes durch den Schwerpunkt der Ruderfläche, soweit dieselbe unter Wasser liegt. Dieser Schwerpunkt sei L, die ganze unter Wasser befindliche Ruderfläche = F. Da nun die Kraft des Wassers gleich dem Gewichte einer Wassermasse ist, deren Volumen man findet, wenn man die Fläche mit dem Quadrate des Sinus des Einfallswinkel, d. h. mit $\sin^2 \zeta$, und außerdem mit $\frac{v^2}{2g}$ multiplizirt (vergl. S. 2233 Nr. 3, wobei g = 31,253 ist). Diese Kraft = $\frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta$ hat also ihren Angriffspunkt in L, und wirkt in der Richtung Lb perpendikulär auf die Ruderfläche.

Man zerlegt diese Kraft in ihre beiden Seitenkräfte, die eine Lp parallel mit AB, und die andere Lq senkrecht auf dieselbe Axe. Es sei die Entfernung BL = l; man hat also Bq = $l \cdot \cos \zeta$, und Lq = $l \cdot \sin \zeta$.

Da in dem rechtwinkligen Dreiecke bLB das Perpendikel Lq aus der Spitze des rechten Winkels auf die Hypotenuse gefällt worden, so ist (vergl. S. 684 Nr. 12) Winkel LBq = bLq; ferner in dem Parallelogramm Lqbp Winkel bLq = Lbp = ζ; also Lp = $\sin \zeta \cdot$ Lb und Lq = $\cos \zeta \cdot$ Lb. Man hat daher für die beiden Seitenkräfte von Lb:

$$1)\quad Lp = \frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^3 \zeta; \text{ und } Lq = \frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \,.\, \cos \zeta.$$

Lp ist der Bewegung des Schiffes gerade entgegengesetzt; Lq aber dreht das Schiff zur Seite, und zwar so, als wären beide Kräfte am Schwerpunkt des Schiffes angebracht. Um so viel also bezieht sich die Wirkung des Steuerruders auf die fortschreitende Bewegung des Schiffes.

4 Um wie viel aber diese beiden Kräfte Lp und Lq über oder unter den Schwerpunkt des Schiffes fallen, um so viel werden sie auch Momente zur Neigung desselben hervorbringen; und zwar Lp um die kleine oder horizontale Breitenaxe; Lq um die große oder horizontale Längenaxe. Weil aber der Schwerpunkt G gewöhnlich höher als L liegt, so ergiebt sich, wenn seine Höhe $FG = b$ ist, das Moment der Kraft $Lp = \frac{v^2 \cdot F \cdot b}{2g} \cdot \sin^3 \zeta$; durch dieses Moment wird das Schiff nach vorne hin geneigt, also sein Vordertheil tiefer eingesenkt. Das Moment der Kraft Lq ist $= \frac{v^2 \cdot F \cdot b}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta$; durch dieses wird das Schiff nach der Seite des Steuerruders, d. h. diesmal nach der Steuerbordsseite geneigt, so daß diese rechte Seite tiefer in das Wasser kommt. Beide Wirkungen werden natürlich um so unmerklicher sein, je tiefer der Schwerpunkt G liegt; und da seine Höhe $FG = b$ niemals bedeutend werden kann, so hat man auch von den neigenden Wirkungen des Steuerruders Nichts zu befürchten, und es ist gewöhnlich keine Rücksicht darauf zu nehmen.

5 Die Hauptwirkung des Steuerruders betrifft also die Bewegung des Schiffes um seine Vertikalaxe GF. Diese Hauptwirkung findet sich aus den Momenten in Beziehung auf diese Axe. Multiplizirt man den Werth von Lp in der Gleichung I mit der Entfernung $Lq = l \cdot \sin \zeta$, so erhält man:

II) Das Moment von Lp für die Axe $FG = \frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot l \cdot \sin^4 \zeta$.

Durch dieses Moment wird das Vorschiff A nach rechts hin, oder nach der Steuerbordsseite gedreht.

Die andere Seitenkraft Lq hat man mit der Entfernung $qF = Bq + BF$ zu multipliziren; man erhält alsdann, indem man den Werth von Bq aus Nr. 3 nimmt:

III) Das Moment von Lq für die Axe $FG = \frac{v^2 F}{2g} \cdot l \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos^2 \zeta + \frac{v^2 F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta \cdot BF$.

Durch dieses Moment wird das Schiff ebenfalls nach rechts hin, d. h. nach der Seite des Steuerruders gedreht. Um also die ganze Kraft zu erhalten, mit welcher das Schiff um seine Vertikalaxe FG gedreht wird, hat man die beiden Momente aus II und III zu addiren, und erhält, wenn man diese Momentensumme mit $\mathfrak{M}$ bezeichnet; für die Kraft, mit der es in der Richtung $A\alpha$ gedreht wird:

$$\text{IV)} \quad \mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot F \cdot l}{2g} \cdot \sin^2 \zeta + \frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta \cdot BF.$$

Weil nämlich $\sin^2 \zeta + \cos^2 \zeta = 1$, so wird $l \cdot \sin^2 \zeta (\sin^2 \zeta + \cos^2 \zeta) = l \cdot \sin^2 \zeta$. Wäre der Winkel $bBK = 0$, d. h. hätte das Steuerruder seine ursprüngliche Lage in der Richtung der Längenaxe, so würde das ganze Moment $= 0$; wäre aber der Winkel $bBK = 90^0$, so würde das ganze Moment $= \frac{v^2 \cdot F \cdot l}{2g}$, also ebenfalls sehr klein, weil die Linie BF, welche die Entfernung l mehrere Male übertrifft, aus der Formel verschwunden ist.

Weil also das Steuerruder in dem Falle von $\zeta = 0$ gar keine Wirkung, und in dem Falle $\zeta = 90^0$ eine sehr kleine Wirkung hervorbringt: so sieht man sogleich ein, daß es einen mittleren Winkel geben muß, bei welchem das Steuerruder die möglich größte Wirkung hat. Um diesen Winkel, oder diese schräge wirksamste Stellung zu finden, kann man die sehr kleine Größe $\frac{v^2 \cdot F \cdot l}{2g} \cdot \sin^2 \zeta$ neben der andern in dem Werthe von M vernachlässigen.

Aus dem andern Theile dieses Werthes, nämlich aus $\frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot \sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta \cdot BF$ braucht man ferner nur das Produkt $\sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta$ zu nehmen, da es nur auf die Bestimmung des Winkels ankommt. Man hat also zu finden, wenn dieses Produkt $\sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta$ den größten Werth hat. Befolgt man die S. 1143—1145 gegebenen Regeln zur Auffindung des **Maximums**, so ergiebt sich folgende Rechnung:

$\sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta = \sin \zeta \cdot \sin \zeta \cdot \cos \zeta$; oder wenn man $\sin \zeta = u$ und $\cos \zeta = v$ setzt und dann differenzirt, so hat man:

$$d \cdot (u \cdot u \cdot v) = uvdu + uvdu + u^2dv = 2uvdu + u^2dv.$$

Es ist (vergl. S. 1154) $du = d \cdot \sin \zeta = d\zeta \cdot \cos \zeta$; und $dv = d \cdot \cos \zeta = - d\zeta \cdot \sin \zeta$, daher

$$2uvdu + u^2dv = (2\sin \zeta \cdot \cos^2 \zeta - \sin^3 \zeta)\, d\zeta.$$

Setzt man $\sin^2 \zeta \cdot \cos \zeta = Z$, so ist:

$$dZ = d\zeta \cdot (2\sin \zeta \cdot \cos^2 \zeta - \sin^3 \zeta)$$

$$\frac{dZ}{d\zeta} = 2\sin \zeta \cdot \cos^2 \zeta - \sin^3 \zeta.$$

Setzt man $\frac{dZ}{d\zeta} = 0$, so ist $2\sin \zeta \cdot \cos^2 \zeta = \sin^3 \zeta$; oder

$$2\cos^2 \zeta = \sin^2 \zeta; \text{ also } 2 = \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta} = \tang^2 \zeta;$$

$$\text{also } \tang \zeta = \sqrt{2}; \text{ und } \zeta = 54^0 44'.$$

Denn es ist $\mathrm{Log} \cdot \sqrt{2} = 0{,}1505150 = \mathrm{Log} \cdot \tang 54^0 44'$, wenn man die Charakteristik um 10 vergrößert (vergl. S. 759).

Man hat ferner aus $2 = \frac{\sin^2 \zeta}{\cos^2 \zeta} = \frac{\sin^2 \zeta}{1 - \sin^2 \zeta}$

$$2 - 2\sin^2 \zeta = \sin^2 \zeta;\ 2 = 3\sin^2 \zeta; \text{ also } \sin \zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

ferner $2\cos^2 \zeta = 1 - \cos^2 \zeta$; also $1 = 3\cos\zeta$; daher $\cos\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$

Man hat also den Werth $Z = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$ als das Maximum. Um sich dessen ganz zu versichern, kann man die Gleichung

$$dZ = d\zeta \,.\, (2\sin\zeta \,.\, \cos^2\zeta - \sin^3\zeta$$

noch einmal differenziren, indem man $d\zeta$ als konstant ansieht, also:

$$d^2Z = d\zeta^2 \,.\, (2\cos^3\zeta - 4\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta - 3\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta) = d\zeta^2\,(2\cos^3\zeta - 7\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta)$$

$$\frac{d^2Z}{d\zeta^2} = 2\cos^3\zeta - 7\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta.$$

Setzt man hierin, wie vorher gefunden $\cos\zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$, und $\sin\zeta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, so hat man:

$$\frac{d^2Z}{d\zeta^2} = 2 \,.\, \frac{1}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - 7 \,.\, \frac{4}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{6}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{28}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{d^2Z}{d\zeta^2} = -\frac{22}{9} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}}$$

Da also dieser zweite Differentialkoeffizient einen negativen Werth hat, so ist der oben gefundene Werth für Z das Maximum. Ist also der Winkel $bBK = 54^\circ\, 44'$, so hat das Steuerruder die größte Wirksamkeit. Vernachlässigt man die kleine Größe l, so hat man für das Moment:

$$\sin^2\zeta \,.\, \cos\zeta \,.\, \frac{v^2F}{2g} \cdot BF = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{v^2 \cdot F}{g} \cdot BF.$$

Es ist nämlich $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, und $\frac{2}{3}$ wird durch die Division mit der bei g stehenden 2 zu $\frac{1}{3}$; also $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$.

7 Will man indessen den ganzen Werth von $\mathfrak{M}$ in der Gleichung IV benutzen, und setzt man $BF = a$, so hat man:

$$\mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot F}{2g} \cdot (l \cdot \sin^2\zeta + a \cdot \sin^2\zeta \cdot \cos\zeta).$$

Sucht man für den in Klammern eingeschlossenen Ausdruck das Maximum, so erhält man, indem $\sin\zeta = u$, und $\cos\zeta = v$ gesetzt wird:

$$Z = l \cdot u^2 + au^2v;$$

$$\text{also } dZ = 2l \cdot udu + 2auvdu + au^2dv.$$

Da nun $du = d\zeta \,.\, \cos\zeta$, und $dv = -d\zeta \,.\, \sin\zeta$, so hat man:

$$dZ = d\zeta \,.\, (2l \,.\, \sin\zeta \,.\, \cos\zeta + 2a\sin\zeta \,.\, \cos^2\zeta - a\sin^3\zeta).$$

Dividirt man sämmtliche Glieder mit $a \cdot \sin \zeta$, so erhält man:

$$dZ = d\zeta \cdot \left(\frac{21}{a} \cdot \cos \zeta + 2\cos^2 \zeta - \sin^2 \zeta\right)$$

Setzt man $\sin^2 \zeta = 1 - \cos^2 \zeta$, so ist $-\sin^2 \zeta = \cos^2 \zeta - 1$, daher

$$dZ = d\zeta \cdot \left(\frac{21}{a} \cdot \cos \zeta + 3\cos^2 \zeta - 1\right)$$

Ordnet man nach den Potenzen von $\cos \zeta$, so erhält man:

$$\frac{dZ}{d\zeta} = 3\cos^2 \zeta + \frac{21}{a} \cdot \cos \zeta - 1$$

$$\frac{dZ}{d\zeta} = 0 \text{ giebt } 3\cos^2 \zeta + \frac{21}{a} \cdot \cos \zeta = 1.$$

Dividirt man sämmtliche Glieder der Gleichung durch 3, so ist:

$$\cos^2 \zeta + \frac{21}{3a} \cos \zeta = \frac{1}{3}$$

Man sieht, daß dieser Werth von $\cos \zeta$ sich nur wenig von dem vorhergefundenen unterscheidet, und zwar daß er kleiner ist. Das Kleinerwerden des Kosinus zeigt aber, daß der Sinus, und damit der Winkel ζ selbst um Etwas größer ist, als der vorhergefundene, d. h. Etwas größer als 54° 44′.

Vervollständigt man die letzte quadratische Gleichung (vergl. S. 614), so hat man:

$$\cos^2 \zeta + \frac{21}{3a} \cos \zeta + \frac{1^2}{9a^2} = \frac{1}{3} + \frac{1^2}{9a^2}$$

$$\cos \zeta + \frac{1}{3a} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1^2}{9a^2}}; \text{ also } \cos \zeta = \sqrt{\left(\frac{1}{3} + \frac{1^2}{9a^2}\right)} - \frac{1}{3a}$$

Man sieht, daß die Größe $\frac{1^2}{9a^2}$ sehr klein ist, und daß es deshalb nur auf den Ausdruck $\frac{1}{3a}$ ankommt, um den Unterschied des Werthes des Winkels ζ von dem vorhergefundenen zu bestimmen.

Die vortheilhafteste Berechnungsweise wird diese sein, die Anzahl von Graden zu bestimmen, um welche der Winkel $\zeta = 54^\circ\, 44'$ wachsen muß, wenn sich der Kosinus um die Größe $\frac{1}{3a}$ verringern soll.

Man bezeichne den kleinen gesuchten Winkel, welcher zu $\zeta = 54^\circ\, 44'$ addirt werden muß, mit ω, und setze $\zeta + \omega = \zeta' = 54^\circ\, 44' + \omega$. Man hat aus der obigen Gleichung, mit Vernachläßigung von $\frac{1^2}{9a^2}$, da $\cos \zeta = \sqrt{\frac{1}{3}}$:

$$\cos \zeta - \cos \zeta' = \frac{1}{3a}$$

Um den Unterschied der Kosinus zweier verschiedener Bogen durch eine Funktion der Bogen selbst auszudrücken, hat man die oben (S. 1480) mit ihrer Herleitung gegebene Formel:

$$\cos \zeta - \cos \zeta' = 2 \cdot \sin \left(\frac{\zeta' + \zeta}{2}\right) \cdot \sin \left(\frac{\zeta' - \zeta}{2}\right) = \frac{1}{3a}$$

Nimmt man, wie es in der That ist, ω sehr klein, so kann man für $\frac{\zeta' + \zeta}{2}$ auch ζ setzen, und der erste Faktor wird $2 \cdot \sin \zeta$. Ferner kann man statt des Sinus $\left(\frac{\zeta' - \zeta}{2}\right)$ diesen kleinen Bogen $\frac{\zeta' - \zeta}{2}$ setzen, alsdann hat man:

$$2 \cdot \sin \zeta \cdot \frac{\zeta' - \zeta}{2} = \frac{1}{3a}; \text{ also } \zeta' - \zeta = \frac{1}{3 \cdot \sin \zeta} \cdot \frac{1}{a}$$

Es ist nach dem Vorigen $\sin \zeta = \sin 54^\circ 44' = 0{,}816$; also $3 \cdot \sin \zeta = 2{,}448$, und $\frac{1}{2{,}448} = 0{,}408$, daher hat man:

$$\zeta' - \zeta = \omega = 0{,}408 \cdot \frac{1}{a}$$

Hier ist der Bogen in Theilen des Halbmessers ausgedrückt. Um ihn jetzt in Graden anzugeben, hat man, indem π für das Verhältniß des Halbkreises zum Halbmesser gilt, und x die gesuchte Anzahl von Graden bezeichnet:

$$\pi : 180^\circ = 0{,}408 : x; \text{ also } x = \frac{72{,}9}{3{,}14} = 23{,}2.$$

Demnach ist $\omega = \frac{23 \cdot 1}{a}$ Grade.

Man hat also vermöge dieser Annäherung zu dem Winkel $54^\circ 44'$ so viele Grade zu addiren, als die Formel $\frac{23 \cdot 1}{a}$ Einheiten enthält; oder es ist:

$$\zeta' = 54^\circ 44' + \frac{23 \cdot 1^\circ}{a}$$

8 Diese Bestimmung gilt aber nur dann, wenn das Wasser völlig frei gegen das Steuerruder, und zwar in der Richtung AB oder IL fließen kann, was nur bei dem tiefsten horizontalen Durchschnitte des Wasserraums geschieht, wo derselbe vom Kiele begrenzt ist, welcher in gerader Linie ausgedehnt, dem Wasser freien Zugang zum Steuerruder, und zwar mit seiner ganzen Geschwindigkeit $= v$ gestattet. Die höher liegenden horizontalen Durchschnitte dagegen erhalten, namentlich gegen die Mitte hin, eine bedeutende nach Außen gewölbte Ausdehnung, wodurch dem Wasser der freie Lauf gegen das Steuerruder verwehrt wird. Wäre das letztere breiter als die halbe Breite des Schiffs, oder BK größer als FD, so würde das Wasser wenigstens gegen den äußersten Theil L des Ruders noch freien Lauf behalten. Da aber das Steuerruder gewöhnlich eine viel geringere Breite als die halbe Schiffsbreite FD hat, so wird auch der Stoß des Wassers gegen dasselbe um so mehr geändert werden, je mehr es sich dem Punkte B nähert.

9 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 288, ACBD ein horizontaler Durchschnitt, dessen Länge AB und dessen Breite CD ist. Die Geschwindigkeit des Schiffes in der Richtung BA sei wie bisher $= v$; BK die Stellung des Steuerruders

unter dem Winkel KBb = ζ gegen die große Axe, und L der Schwerpunkt der Ruderfläche, oder wenigstens desjenigen Theils derselben, welcher diesem Durchschnitte entspricht.

Nahe bei dem Punkte B kann das Wasser nur in der Richtung EB auf das Steuerruder treffen, welche von der Biegung der Seiten des Durchschnitts in der Nähe von B abhängt. Behielte der Durchschnitt seine halbe Breite FC bis nahe an B, und endigte sich seine Seite CB alsdann mit einer bedeutenden Krümmung: so würde der Stoß des Wassers auf das Ruder beinahe Null, und das Steuerruder könnte keine oder nur eine höchst unbedeutende Wirkung hervorbringen. Es muß also die Schiffsseite ACB gegen B zu eine so geringe Krümmung haben, als möglich, d. h. die größte Breite FD muß sich nach hinten zu allmälig verringern.

10 Es sei die Richtung des Wasserstoßes wirklich EB, und der Winkel desselben mit der Schiffsaxe, oder der Winkel FBE = β. Weil das Steuerruder in Vergleich mit der Breite des Schiffs eine geringe Breite, oder BK eine geringe Länge hat: so darf man die Richtung EB als dieselbe für das ganze Steuerruder BK annehmen.

Man ziehe Li parallel mit BE, und LI parallel mit AB; alsdann ist Winkel BLI = LBb = ζ; da ferner für diesen Theil des Steuerruders der Winkel ILi = β, so ist der Winkel, unter welchem das Steuerruder vom Wasser getroffen wird = $\beta + \zeta$. Die Geschwindigkeit des Wassers ist ebenfalls nicht mehr = v, sondern = $v \cdot \cos \beta$. Die Nachweisung dieses Werthes findet sich unten Nr. 14. Man hat also in der vorhin (S. 2243 Nr. 3) gefundenen Formel statt v die Größe $v \cdot \cos \beta$, und statt ζ den Winkel $\beta + \zeta$ zu setzen, und erhält alsdann für die Kraft mit welcher das Steuerruder vom Wasser getroffen wird:

$$Li = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \beta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 (\beta + \zeta).$$

Man sieht aus dieser Formel, daß, je mehr der Winkel β sich 90° nähert, die Kraft um desto kleiner wird; und daß sie ganz verschwindet, wenn $\beta = 90°$ geworden.

11 Um das Moment der eben angeführten Kraft in Beziehung auf die Vertikalaxe zu berechnen, kann man wieder den Theil der Formel S. 2244 Nr. IV, welcher die Größe l enthält, vernachlässigen; der andere, viel größere Theil findet sich, indem man die Kraft sowohl mit BF, als mit $\cos \zeta$ multiplizirt; man hat demnach:

$$A) \quad \mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \beta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 (\beta + \zeta) \cdot \cos \zeta \cdot BF.$$

Will man nun denjenigen Winkel ζ, oder diejenige schräge Stellung des Steuerruders gegen die große Axe finden, welche die größte Wirkung hervorbringt: so muß man sich zuerst erinnern, daß jeder einzelne Wasserdurchschnitt, oder jede einzelne Wasserlinie, vom Kiel bis zur Wasserebene dem Winkel β einen besondern Werth giebt. Der unterste Durchschnitt am Kiel hat $\beta = 0$, indem die Seite desselben mit seiner eigenen Längenaxe parallel läuft. Der

Durchschnitt in der Wassertrachtsebene hat beinahe $\beta = 45°$, indem dort der ganze Winkel CBD, oder vielmehr der Winkel, den die Tangenten der Seiten am Steuerruder mit einander machen, d. h. $EB\eta$ beinahe $= 90°$ ist. Dies läßt sich z. B. Tafel XL, Fig. 3, am Sentenrisse der Fregatte sehen, wo die Ladewasserlinie LWL1 beinahe in einem Winkel von 45° auf die große Axe trifft; diese Wasserlinien sind aber die äußeren Umrisse der Durchschnitte in verschiedenen Höhen des lebendigen Schiffes oder Wasserraumes. Für jeden einzelnen Durchschnitt oder jede einzelne Linie ist der Winkel β eine konstante Größe, und das Maximum für ζ muß aus der obigen Formel gefunden werden. In derselben sind wieder nur die Winkelgrößen bestimmend. Setzt man ihr Produkt $= u$, so hat man:

$$B)\quad u = \cos^2\beta \,.\, \sin^2(\beta + \zeta) \,.\, \cos\zeta.$$

Zuerst muß zur bequemeren Differentiation der Ausdruck $\sin^2(\beta + \zeta)$ verwandelt werden. Es ist (vergl. S. 744 Nr. 3), indem $r = 1$ gesetzt wird:

$$\begin{array}{rl} & \cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y \\ \text{abgezogen} & \cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y \\ \hline \cos(x - y) - \cos(x + y) = & 2\sin x \cdot \sin y \end{array}$$

Setzt man $x = y$, so wird dieser Rest, indem man die Glieder umsetzt:

$$2\sin^2 x = \cos 0 - \cos 2x$$

oder, weil $\cos 0 = 1$, so ist $2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$

Dieser Formel gemäß wird:

$$2\sin^2(\beta + \zeta) = 1 - \cos 2(\beta + \zeta) = 1 - \cos(2\beta + 2\zeta).$$

Um also diese Auflösung anwenden zu können, multiplizirt man die Gleichung B beiderseits mit 2, und erhält:

$$C)\quad 2u = \cos^2\beta \,.\, (1 - \cos(2\beta + 2\zeta)) \,.\, \cos\zeta = \cos^2\beta \,.\, (\cos\zeta - \cos\zeta \,.\, \cos(2\beta + 2\zeta))$$

Man muß jetzt den Ausdruck $- \cos\zeta \,.\, \cos(2\beta + 2\zeta)$ in eine bequemere Form bringen. Es ist:

$$\begin{array}{rl} & \cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y \\ \text{addirt:} & \cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y \\ \hline \cos(x + y) + \cos(x - y) = & 2 \cdot \cos x \cdot \cos y \end{array}$$

$$\text{oder}\quad \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\cos(x + y) + \frac{1}{2}\cos(x - y)$$

$$\text{also}\quad - \cos x \cdot \cos y = -\frac{1}{2}\cos(x + y) - \frac{1}{2}\cos(x - y)$$

Setzt man nun $x = (2\beta + 2\zeta)$, und $y = \zeta$, so ist $x + y = (2\beta + 3\zeta)$, und $x - y = (2\beta + \zeta)$; daher hat man:

$$- \cos\zeta \,.\, \cos(2\beta + 2\zeta) = -\frac{1}{2}\cos(2\beta + 3\zeta) - \frac{1}{2}\cos(2\beta + \zeta)$$

Demnach wird die Gleichung bei C zu folgender:

$$\text{D)}\quad 2u = \cos^2\beta \cdot \left(\cos\zeta - \frac{1}{2}\cos(2\beta + 3\zeta) - \frac{1}{2}\cos(2\beta + \zeta)\right)$$

oder $4u = \cos^2\beta\,(2\cos\zeta - \cos(2\beta + 3\zeta) - \cos(2\beta + \zeta))$.

Die Differentiation dieser Gleichung giebt, indem man β als konstant ansieht:

$$4du = \cos^2\beta\,(-2\sin\zeta \cdot d\zeta + 3 \cdot \sin(2\beta + 3\zeta)\,d\zeta + \sin(2\beta + \zeta)\,d\zeta).$$

Theilt man das mittlere Glied $3\sin(2\beta + 3\zeta)\,d\zeta$ in $2\sin(2\beta + 3\zeta)$ und $\sin(2\beta + 3\zeta)\,d\zeta$, und nimmt den ersten Theil zum ersten Gliede, und bildet zugleich den Differentialkoeffizienten, so hat man:

$$\text{E)}\quad \frac{4du}{d\zeta} = \cos^2\beta\left[2(\sin(2\beta + 3\zeta) - \sin\zeta) + \sin(2\beta + 3\zeta) + \sin(2\beta + \zeta)\right]$$

Das erste Glied läßt sich vermöge der Formeln auf S. 1529 umwandeln, welche zeigen, daß $\sin a - \sin b = 2 \,.\, \cos\left(\frac{a + b}{2}\right) \,.\, \sin\left(\frac{a - b}{2}\right)$

Setzt man jetzt $a = 2\beta + 3\zeta$ und $b = \zeta$, so wird $a + b = 2\beta + 4\zeta$, und $a - b = 2\beta + 2\zeta$; dividirt man beide Werthe durch 2, so ist:

$$\sin(2\beta + 3\zeta) - \sin\zeta = 2 \,.\, \cos(\beta + 2\zeta) \,.\, \sin(\beta + \zeta).$$

Demnach wird die Gleichung E zu folgender:

$$\text{F)}\quad \frac{4du}{d\zeta} = \cos^2\beta\left[4 \cdot \cos(\beta + 2\zeta) \cdot \sin(\beta + \zeta) + \sin(2\beta + 3\zeta) + \sin(2\beta + \zeta\right]$$

Für die beiden letzten Glieder, oder die Summe der beiden Sinus läßt sich ebenfalls ein Produktausdruck finden. Es ist nämlich (vrgl. S. 744 Nr. 3):

$$\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$$

addirt: $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y$

$$\sin(x + y) + \sin(x - y) = 2\sin x \,.\, \cos y$$

Setzt man $a = x + y$, und $b = x - y$, so erhält man für x und y folgende Werthe:

$$x = a - y \qquad\qquad y = a - x$$
$$x = b + y \qquad\qquad y = x - b$$

$$2x = a + b;\ \text{oder}\ x = \frac{a + b}{2} \qquad 2y = a - b;\ \text{oder}\ y = \frac{a - b}{2}$$

Da nun $\sin(x + y) = \sin a$, und $\sin(x - y) = \sin b$, so erhält man:

$$\sin a + \sin b = 2 \cdot \sin\frac{a + b}{2} \cdot \cos\frac{a - b}{2}$$

Setzt man ferner $a = 2\beta + 3\zeta$ addirt $b = 2\beta + \zeta$; $a + b = 4\beta + 4\zeta$; und $a = 2\beta + 3\zeta$ abgezogen $b = 2\beta + \zeta$; $a - b = 2\zeta$

also $\frac{a+b}{2} = 2\beta + 2\zeta$; und $\frac{a-b}{2} = \zeta$; daher wird

$$\sin(2\beta + 3\zeta) + \sin(2\beta + \zeta) = 2 \cdot \sin(2\beta + 2\zeta) \cdot \cos\zeta;$$

und die Gleichung F wird zu folgender:

$$\text{G)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = \cos^2\beta \left[4\cos(\beta + 2\zeta) \cdot \sin(\beta + \zeta) + 2\sin(2\beta + 2\zeta) \cdot \cos\zeta\right]$$

Da ferner (vergl. S. 744 Nr. 4) $\sin 2x = 2\sin x \,.\, \cos x$, so ist:

$$2\sin(2\beta + 2\zeta) = 4\sin(\beta + \zeta) \,.\, \cos(\beta + \zeta).$$

Demnach wird die Gleichung G zu folgender:

$$\text{H)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = \cos^2\beta \left[4\cos(\beta + 2\zeta) \,.\, \sin(\beta + \zeta) + 4\sin(\beta + \zeta) \cdot \cos(\beta + \zeta) \,.\, \cos\zeta\right]$$

Sondert man die gemeinschaftlichen Faktoren $4\sin(\beta + \zeta)$ ab, so wird die letzte Gleichung:

$$\text{K)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = 4 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\cos(\beta + 2\zeta) + \cos(\beta + \zeta) \cdot \cos\zeta\right]$$

Es ist kurz vorher, unter der Gleichung C, gefunden $\cos x \,.\, \cos y = \frac{1}{2}\cos(x + y) + \frac{1}{2}\cos(x - y)$. Setzt man $x = \beta + \zeta$ und $y = \zeta$, so ist $x + y = \beta + 2\zeta$, und $x - y = \beta$; daher wird die letzte Gleichung:

$$\text{L)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = 4 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{2}\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{2}\cos\beta\right]$$

$$\frac{4du}{d\zeta} = 4 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\frac{3}{2}\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{2}\cos\beta\right]$$

$$\frac{4du}{d\zeta} = 2 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[3\cos(\beta + 2\zeta) + \cos\beta\right]$$

Nimmt man endlich noch den Faktor 3 vor die Klammer, indem dabei natürlich $\cos\beta$ durch 3 dividirt werden muß, so erhält man:

$$\text{M)} \quad \frac{4du}{d\zeta} = 6 \cdot \cos^2\beta \cdot \sin(\beta + \zeta) \cdot \left[\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{3}\cos\beta\right]$$

Soll nun (vergl. S. 1143) der Differentialkoeffizient, und damit der letzte Ausdruck zu Null werden, so muß $\cos(\beta + 2\zeta) + \frac{1}{3}\cos\beta = 0$ sein.

Man setze nun $\frac{1}{3}\cos\beta = \cos\gamma$; alsdann ist $\cos(\beta + 2\zeta) + \cos\gamma = 0$.

Es ist nach der auf S. 1512 bewiesenen Formel:

$$\cos a + \cos b = 2 \cdot \cos\frac{a+b}{2} \,.\, \cos\frac{a-b}{2}$$

Setzt man $a = \beta + 2\zeta$, und $b = \gamma$, so ist $a + b = \beta + 2\zeta + \gamma$; und $a - b = \beta + 2\zeta - \gamma$;

daher $\frac{a + b}{2} = \frac{\beta + \gamma}{2} + \zeta$; und $\frac{a - b}{2} = \frac{\beta - \gamma}{2} + \zeta$.

Man hat demnach:

$$\text{N)} \quad 2 \cdot \cos\left(\frac{\beta + \gamma}{2} + \zeta\right) \cdot \cos\left(\frac{\beta - \gamma}{2} + \zeta\right) = 0.$$

Dieser Nullwerth kann nun auf doppelte Weise hervorkommen:

entweder ist $\cos\left(\frac{\beta + \gamma}{2} + \zeta\right) = 0$; also Winkel $\frac{\beta + \gamma}{2} + \zeta = 90^\circ$;

oder es ist $\cos\left(\frac{\beta - \gamma}{2} + \zeta\right) = 0$; also Winkel $\frac{\beta - \gamma}{2} + \zeta = 90^\circ$.

Demgemäß scheint also auch der Winkel ζ, oder die schräge Stellung des Steuerruders gegen die große Axe einen doppelten Werth haben zu können:

$$\text{entweder } \zeta = 90^\circ - \frac{\beta + \gamma}{2}; \text{ oder } \zeta = 90^\circ - \frac{\beta - \gamma}{2}$$

Da aber $\cos \gamma = \frac{1}{3} \cos \beta$, so ist, da der kleinere Kosinus dem größeren Winkel angehört, $\gamma > \beta$; demnach $\frac{\beta - \gamma}{2}$ eine negative Größe, durch deren Subtraktion (vergl. S. 440 Nr. 6) ζ größer als 90° werden müßte, was für die Stellung des Ruders keinen Sinn hat, indem ζ niemals 90° überschreiten, ja nicht einmal $= 90^\circ$ werden kann. Man hat also nur die Gleichung:

$$\text{P)} \quad \zeta = 90^\circ - \frac{\beta + \gamma}{2}$$

Beispiele.

12

1. Es sei in der Wassertrachtsebene $\beta = 45^\circ$; alsdann ist $\cos \beta = 0{,}707107$; daher $\cos \gamma = 0{,}235703$; und Winkel $\gamma = 76^\circ\, 22'$; $\beta + \gamma = 121^\circ\, 22'$; $\frac{\beta + \gamma}{2} = 60^\circ\, 41'$; $\zeta = (90^\circ - 60^\circ\, 41') = 29^\circ\, 19'$.

Dies giebt $\cos^2 \beta = 0{,}5$; $\sin^2 (\beta + \zeta) = \sin^2 74^\circ\, 19' = 0{,}92693$; $\cos \zeta = 0{,}870927$. Man hat also nach der Gleichung B auf S. 2250:

$$u = \cos^2 \beta \cdot \sin^2 (\beta + \zeta) \cdot \cos \zeta = 0{,}5 \times 0{,}92693 \times 0{,}870927 = 0{,}4041$$

nämlich:

$$\begin{aligned} \text{Log} \cos^2 45^\circ &= 9{,}6989700 \\ \text{Log} \sin^2 74^\circ\, 19' &= 9{,}9670454 \\ \text{Log} \cos 29^\circ\, 19' &= 9{,}9404801 \\ \hline \text{Log}\, u &= 29{,}6064955 - 30; \text{ also } u = 0{,}4041. \end{aligned}$$

Setzt man dagegen $\zeta = 20^\circ$, so erhält man $u = 0{,}3859$;
setzt man ferner $\zeta = 40^\circ$, so erhält man $u = 0{,}3715$.

Hieraus zeigt sich, daß von den drei Werthen $\zeta = 29^\circ\, 19'$, $\zeta = 20^\circ$, $\zeta = 40^\circ$, der erstere den größten Werth von u für $\beta = 45^\circ$ ergiebt.

2. Es sei am Kiel $\beta = 0$; alsdann ist $\cos\beta = 1$; daher $\cos\gamma = 0{,}3333$; und $\gamma = 70^\circ\ 32'$; $\frac{\beta + \gamma}{2} = \frac{\gamma}{2} = 35^\circ\ 16'$; also $\zeta = 90^\circ - 35^\circ\ 16' = 54^\circ\ 44'$, also derselbe Werth, welcher oben (S. 2245 Nr. 6) gefunden.

13 Aus dem Vorigen folgt die wichtige Regel, daß bei jedem Schiffe, welches tiefer als bis zu seinem Kiele im Wasser liegt, das Steuerruder eine Neigung gegen die große Axe bekommen muß, welche kleiner als $54^\circ\ 44'$ ist. Da nämlich diese Neigung am Kiele $54^\circ\ 44'$, in der Wassertrachtsebene $29^\circ\ 19'$ beträgt: so muß sie im Allgemeinen eine mittlere Größe zwischen diesen beiden Grenzen erhalten. Das arithmetische Mittel ist $42^\circ\ 1'\ 30''$; da aber das Steuerruder unten viel breiter ist, als an der Oberfläche des Wassers, also auch der Wasserstoß gegen dasselbe unten viel stärker wirkt als oben: so wird sich auch das angemessene Mittel der größeren Grenze mehr nähern. Man kann daher annehmen, daß eine schräge Stellung des Ruders von ohngefähr 45° die beste Wirkung hervorbringt.

14 Es ist jetzt noch nachzuweisen, warum oben (S. 2249 Nr. 10) angenommen worden, daß die Geschwindigkeit des Wasserstoßes gegen das Ruder nicht mehr $= v$, sondern $= v \cdot \cos\beta$ sei.

Tafel XXXV, D, Fig. 289, sei AB die große Axe eines horizontalen Durchschnitts des Wasserraums, BM ein beliebiger Theil seiner Seite, und Winkel $ABM = \beta$. Nach einer Sekunde Zeit sei das Schiff so weit vorgerückt, daß die große Axe die Lage ab, und jener Theil der Durchschnittsseite die Lage bm hat. Es ist demnach die Geschwindigkeit des Schiffes, oder $v = Bb = Mm$.

Wenn das Wasser, welches das Schiff in seiner ersten Lage ABM umgab, demselben in seiner Bewegung nicht folgte: so würde der Raum BbmM wasserleer bleiben. Da aber das Wasser den gegenseitigen Druck seiner Theile aufeinander enthält, so muß es dem Schiffe sogleich folgen, und den Raum BbmM ausfüllen. Diese Ausfüllung geschieht natürlich auf dem kürzesten Wege. Zieht man demnach von dem Punkte m senkrecht auf die Verlängerung von BM das Perpendikel mN: so sieht man sogleich, daß das nachströmende Wasser in einer Sekunde den Weg Nm durchmacht, also Nm seine Geschwindigkeit ausdrückt. Da nun $Mm = Bb = v$ und Winkel $ABM = mMN = \beta$, so wird die wahre Geschwindigkeit des Wassers in N, oder $Nm = v \cdot \sin\beta$ und zwar in der Richtung Nm. Man hat nämlich die Proportion $Mm : Nm = 1 : \sin\beta$; also $Nm = Mm \cdot \sin\beta$; und da $Mm = v$, so ist $Nm = v \cdot \sin\beta$.

Um nun weiter die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher das Wasser das Steuerruder trifft, muß man das Schiff als ruhend ansehen, und dagegen das Wasser als gegen das Schiff mit der Geschwindigkeit $= v$ und in der Richtung AB laufend. Es wird demgemäß jedes Elementartheilchen, oder jedes Molekül des Wassers in N mit einer Geschwindigkeit $= Nn$ parallel und gleich mit $Mm = Bb = v$ gezogen werden, während es zugleich durch den gegenseitigen Druck der Wassertheilchen auf einander, dem Schiffe nachfolgend, noch die eigene Geschwindigkeit Nm erhält. Verbindet man diese beiden Geschwindigkeiten Nn und Nm mit einander, indem man das Parallelogramm NmMn bil-

det, so giebt dessen Diagonale NM sowohl die Richtung als die Geschwindigkeit an, mit der sich das Wasser in Beziehung auf das Schiff bewegt. Da nun $Mm = v$, und Winkel $NMm = \beta$, so hat man folgende Proportion: $Mm : NM = 1 : \cos\beta$; also $NM = Mm \cdot \cos\beta$, oder, indem man die Geschwindigkeit des Wassers gegen das Steuerruder mit W' bezeichnet:

$$Q) \quad W' = v \cdot \cos\beta.$$

Dieser Werth, so wie die Richtung stimmt völlig mit der oben (S. 2249 Nr. 10) gefundenen überein.

§. 332. Von den Wirkungen des Steuerruders bei schrägem Laufe der Schiffe.

Auch hierbei ist es am Vortheilhaftesten, mit den untersten horizontalen Durchschnitten des Wasserraums zu beginnen, welche nur den Kiel allein enthalten. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 290, AB der Kiel, und seine Bewegung in der Richtung Aa oder FX mit einer Geschwindigkeit $= v$, so daß der Winkel AFX die Abtrifft darstellt, welche wie oben (S. 2233 Nr. 3) durch φ bezeichnet sein soll. Das Steuerruder BK mache mit dem verlängerten Kiele den Winkel $KBS = \zeta$, so daß das Steuerruder nach derselben Seite gerichtet ist, wie die Abtrifft.

Es soll nun zuerst die Geschwindigkeit und die Richtung bestimmt werden, mit welcher das Wasser das Steuerruder BK trifft. Man betrachte wieder das Schiff als ruhend, und das Wasser als in der Richtung aA oder XF, und zwar mit der Geschwindigkeit v laufend.

Man sieht sogleich ein, daß, weil sich die Körpermasse des Kiels der Fortsetzung der Wasserbewegung entgegensetzt, auch das Wasser, wenn es demselben nahe kommt, genöthigt ist, seine Richtung allmälig zu ändern; so daß es in der Nähe des Achterschiffes B völlig der Richtung des Kiels FB folgen muß, und zwar mit einer verringerten Geschwindigkeit, welche $= v \cdot \cos\varphi$ gesetzt werden kann. Dagegen in einiger Entfernung vom Kiele wird sich die Richtung des Wassers seiner ursprünglichen Richtung XF nähern, und zwar um so mehr, je weiter es vom Kiele entfernt ist. Das Steuerruder hat eine verhältnißmäßig geringere Breite. Es sei L der Mittelpunkt seiner Fläche. Zieht man IL parallel mit dem Kiele, und stellt man durch Li die Richtung des Wassers dar: so wird der Winkel ILi stets kleiner als die Abtrifft $AFX = \varphi$ sein. Es wird daher auch die Geschwindigkeit dort größer als $v \cdot \cos\varphi$ sein; da aber noch keine andre Bestimmung gemacht werden kann, so nehme man irgend einen Winkel ϑ kleiner als φ an, und zwar $ILi = \vartheta$, und demnach die Geschwindigkeit des Wassers $= v \cdot \cos\vartheta$. Dadurch wird die Kraft K des Wassers auf das Steuerruder:

$$1) \quad K = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \cdot \vartheta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2(\zeta + \vartheta);$$

weil der Einfallswinkel $BLi = \zeta + \vartheta$; denn es ist Winkel $BLI = LBS = \zeta$;

F bezeichnet die Fläche des Steuerruders an dieser Stelle; und die auf diese Fläche senkrecht laufende Linie LS bezeichnet die Richtung des Wasserstoßes.

2 Das Moment dieser Kraft in Bezug auf die Vertikalaxe FG des Schiffes ist, indem man wieder den kleinen Theil vernachläßigt, welcher von dem Zwischenraume BL, d. h. von der halben Breite des Ruders abhängt, wie oben:

$$\text{II)} \quad \mathfrak{M} = \frac{v^2 \cdot \cos^2 \vartheta}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 (\zeta + \vartheta) \cdot \cos \zeta \cdot BF.$$

Hieraus läßt sich schon schließen, daß zur Hervorbringung der größten Wirkung der Winkel ζ kleiner als 54° 44′ genommen werden muß. Will man diesen Winkel ganz genau bestimmen, so hat man wieder, wie vorher (S. 2252 unten) einen Winkel η von der Größe zu nehmen, daß $\cos \eta = \frac{1}{3} \cos \vartheta$ ist; alsdann wird wieder Winkel $\zeta = 90° - \frac{\eta + \vartheta}{2}$. Da ferner die Abtrifft φ selten 20° übersteigt, so kann man, ohne sich weit von der Wahrheit zu entfernen, $\vartheta = \frac{1}{2} \varphi$ nehmen. Demnach kann ϑ selten 10° übersteigen; und in den Fällen, wo dieser Winkel selbst einige Grade größer oder kleiner sein sollte, kann kein merklicher Irrthum entstehen.

Nimmt man $\vartheta = 10°$, so ist $\cos \vartheta = 0{,}984808$; also $\cos \eta = 0{,}328369$, und Winkel $\eta = 70° 50'$. Hieraus hat man $\zeta = 90° - 40° 25' = 49° 35'$. Da $\cos^2 \vartheta = 0{,}97$, so wird auch der erste Faktor $v^2 \cdot \cos^2 \vartheta$ durch die Multiplikation mit $\cos^2 \vartheta$ unbedeutend vermindert, und eine größere Genauigkeit ist nicht erforderlich.

3 Wird aber das Steuerruder nach der der Abtrifft entgegengesetzten Seite gedreht, wie Tafel XXXV, D, Fig. 291, so ändert sich die ganze Betrachtung. Zuerst zeigt sich, daß nur solches Wasser auf das Steuerruder kommen kann, welches von der andern Seite um das Vorschiff A herum, in der Richtung $A\alpha$ fließt. Behielte dasselbe diese Richtung, so würde es nie auf das Steuerruder treffen, wenn dessen Breite auch viel größer als gewöhnlich wäre. Man begreift aber leicht, daß das Wasser, welches seine Bewegung in der Richtung $A\alpha$ begonnen hat, dieselbe allmälig ändern muß, so daß der beschriebene Weg der Linie $\alpha\beta\gamma$ ähnlich wird, und ein Theil des Wassers den äußersten Theil des Steuerruders treffen kann. Die Kraft indessen, mit welcher der Stoß geschieht, ist viel kleiner, als in dem vorigen Falle, wo das Steuerruder nach derselben Seite wie die Abtrifft gekehrt war. Auch weiß man aus Erfahrung, daß es beinahe unmöglich ist, das Schiff vermittelst des Steuerruders gegen die Abtrifft zu drehen. In solchem Falle muß man sich einiger Segel bedienen, um das Schiff zu Drehung zu bringen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 292, ACBD irgend ein höher liegender horizontaler Durchschnitt des Wasserraums, dessen Breitenaxe CD und dessen Längenaxe AB ist. Die Bewegung geschehe in der Richtung FX, und die Abtrifft sei $AFX = \varphi$. Es sei das Steuerruder BK nach derselben Seite gedreht, wohin

die Abtrifft liegt; die schräge Stellung desselben sei der Winkel SBK = ζ. Es zeigt sich sogleich, daß in diesem Falle das Wasser noch viel freier auf das Steuerruder treffen kann, als bei dem geraden Laufe, und daher auch weniger von seiner Geschwindigkeit verliert. Die in dem vorigen Paragraphen gefundenen Bestimmungen behalten also ihre Gültigkeit. Weil aber der Einfallswinkel des Wassers, auch für den tiefsten Durchschnitt, in diesem Falle größer ist: so muß zur Hervorbringung der größten Wirkung der Winkel ζ noch kleiner als oben genommen werden, so daß vielleicht $\zeta = SBK = 40°$ die vortheilhafteste Stellung ist. Doch ist es in vorkommenden Fällen nicht schwer, an dem wirklichen Schiffe bald die wirksamste Stellung des Ruders zu finden.

Dreht man dagegen, Fig. 292, das Steuerruder nach der der Abtrifft entgegengesetzten Seite, z. B. in die Stellung Bk: so sieht man leicht, daß das um den Vordertheil A in der Richtung Aa strömende Wasser, auch bei einiger Krümmung seines Weges, das Steuerruder nicht mehr erreichen kann. Deshalb zeigen die mehrsten Schiffe in diesem Falle gar keine Folgsamkeit gegen das Steuerruder. Man sieht auch sogleich, daß je kürzer ein Schiff im Verhältniß zu seiner Breite ist, seine Unfolgsamkeit gegen das Steuerruder desto größer sein muß. Uebertrifft dagegen die Länge mehrere Male die Breite; und ist das Achterschiff gegen das Steuer hin gut gestaltet, so daß das Wasser längs seinen Seiten hingleiten kann, so wird die Wirkung desselben auf das Ruder immer noch bedeutend genug sein, und dieß macht eine der guten Haupteigenschaften der Schiffe aus. Die Schiffbauer haben deshalb die Gewohnheit, die Gestalt des Achterschiffes allmälig zu verengern, und jede Krümmung zu vermeiden, wodurch die Schiffe eine angemessene Steuerfähigkeit erlangen. 4

Ein anderes Mittel zur Vermehrung der Steuerfähigkeit ist, dem Kiele eine gegen den Horizont geneigte Stellung (vergl. S. 2171 Nr. 7), oder dem Schiffe eine Steuerlastigkeit, oder einen Unterschied der Wassertracht zu geben; denn dadurch sinkt das Achterschiff mit dem Steuerruder tiefer ein, und das Wasser ist weniger gehindert, dasselbe zu treffen. Da sich außerdem das Schiff bei starkem Seitenwinde nach der Seite hinneigt, an welcher die Abtrifft liegt, so hebt sich die entgegengesetzte Schiffsseite mehr in die Höhe, und der höhergehobene Kiel hindert das Wasser weniger, gegen das Ruder zu strömen. 5

Uebrigens versteht es sich von selbst, daß die oben gefundenen Maxima der Ruderstellung nur dann zur Anwendung kommen, wenn das Schiff plötzlich eine andere Richtung erhalten soll. Für den regelmäßigen Lauf genügen natürlich kleine Bewegungen des Steuerruders, um das Schiff etwa nach einer kleinen Abweichung in den Kurs zurückzubringen. 6

§. 333. Von der Drehung des Schiffs durch das Steuerruder.

Das Moment der Kraft in Beziehung auf die Vertikalaxe des Schiffs, womit das Steuerruder wirkt, läßt sich nach dem Vorigen durch folgende allgemeine Formel ausdrücken: 1

$$1)\quad \frac{\alpha \cdot v^2}{2g} \cdot F \cdot BF;$$

in welcher $g = 31,253$ Rhein. Fuß, v die Geschwindigkeit des Schiffes, F die Fläche des Ruders, und BF den Abstand des Ruders von der Vertikalaxe bezeichnet; α aber einen numerischen Koeffizienten darstellt, welcher aus der schrägen Stellung des Steuerruders, aus der Abtrifft des Schiffs, und aus der Gestalt des Achterschiffs hervorgeht. Die ganze Formel I enthält also vier Faktoren, von denen die drei ersten das Wasservolumen darstellen, dessen Gewicht der Kraft gleich ist, während der vierte Faktor, als Entfernung von der Axe, durch seine Multiplikation das Moment der Kraft giebt.

Da das Moment dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, so sieht man sogleich ein, daß die Wirkung des Steuerruders desto größer ist, je größere Geschwindigkeit das Schiff hat; und daß dagegen ein ruhendes Schiff ganz unempfindlich gegen das Steuerruder ist. Da ferner die Entfernung BF als Multiplikator erscheint: so zeigt sich ebenfalls, daß je länger ein Schiff im Verhältniß zu seiner Breite ist, es auch desto größere Steuerfähigkeit haben muß.

2 Da es sich hier um eine drehende Bewegung handelt, so muß das obige Moment der Kraft durch das Moment der Trägheit dividirt werden (vergl. S. 2148 und S. 2218). Dieses letztere ist aber ein Produkt aus der Totalmasse des ganzen Schiffs und dem Quadrate der Entfernung jeder Masse von der Drehungsaxe, d. h. hier von der Vertikalaxe des Schiffs. Man hat demnach das ganze Gewicht des Schiffes M mit dem Quadrate einer gewissen mittleren Entfernung zwischen der größten und kleinsten zu multipliziren. Diese mittlere Entfernung von der Vertikalaxe sei $= k$; alsdann ist das Moment der Trägheit $= Mk^2$. Man kann aber auch das Gewicht des ganzen Schiffes, wie oben (S. 2184 Nr. 14), durch das Volumen V des Wasserraums ausdrücken; alsdann hat man das Moment der Trägheit $= Vk^2$. Da das ganze Volumen drei lineäre Dimensionen, und k^2 deren zwei enthält, so hat der ganze Ausdruck fünf lineäre Dimensionen.

3 Um nun die Beschleunigung der drehenden Bewegung, oder die **Winkelbeschleunigung** zu finden (vergl. S. 2220), hat man das Moment der Kraft mit $g = 31,253$ zu multipliziren, und dieses Produkt durch das Trägheitsmoment des Schiffes zu dividiren. Bezeichnet man die Winkelgeschwindigkeit mit W, so ist:

$$\text{II)} \quad W = \frac{g \cdot \alpha \cdot v^2 \cdot F \cdot BF}{2g \cdot V \cdot k^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha \cdot v^2 \cdot F \cdot BF}{V \cdot k^2}$$

Dieser Ausdruck enthält einen numerischen Bruch, welcher immer den Sinus der Winkelgeschwindigkeit ausdrückt, die in einer Sekunde erzeugt wird; indem man gewöhnlich die Winkelgeschwindigkeit durch den Winkel mißt, den sie in einer Sekunde durchläuft. Hieraus ergiebt sich, daß der Winkel selbst, um welchen das Schiff in der ersten Sekunde gedreht wird, die Hälfte des oben gefundenen Werthes sein muß (vergl. S. 839); denn eine konstante beschleunigende Kraft theilt in irgend einer Zeit eine Geschwindigkeit mit, welche doppelt so groß ist wie der Raum, der durch ihre Wirkung in derselben Zeit durch-

laufen ist. Die folgenden Winkelgeschwindigkeiten sind den Zeiten proportional, und die durch die Drehung durchlaufenen Winkel würden den Quadraten der verflossenen Zeiten proportional sein, wenn das Schiff keinem Widerstande in seiner Bewegung begegnete, und wenn die bewegende Kraft stets dieselbe bliebe.

Sobald das Schiff sich um seine Vertikalaxe zu drehen anfängt, also auch seine Richtung und seine Geschwindigkeit verändert wird: so muß auch die Kraft des Wassers auf das Steuerruder verändert sein; und die Drehung dürfte nicht mehr durch dasselbe Moment der Kraft bestimmt werden. 4

Sobald außerdem die Drehung beginnt, so trifft auch das Schiff auf einen besondern Widerstand des Wassers, welcher die Bewegung zu verringern strebt. Während einer Sekunde ist indessen die Aenderung so unbedeutend, daß die obige Bestimmung der Geschwindigkeit dafür gelten kann. Kennt man bei zwei Schiffen das Verhältniß zwischen den beiderseitigen Größen von F, BF, V und k^2, so wie zwischen ihren Geschwindigkeiten v, mit welchen sie unter übrigens gleichen Umständen laufen: so kann man bald entscheiden, welches von beiden Schiffen der Wirkung des Steuerruders leichter folgen, und welches die Schnelligkeit seiner Drehung sein wird.

Es sei nun die Länge des Wasserraums in der Wassertrachtsebene $= a$; seine Breite $= b$; seine Tiefe $= c$; und das Volumen des ganzen Raumes sei beinahe proportional dem Produkte abc. Man sieht sogleich, daß das Quadrat k^2 sowohl von der Länge a als von der Breite b abhängt, und daß man es daher dem Produkte ab proportional setzen kann. Die Größe des Steuerruders richtet sich gewöhnlich nach der Breite des Schiffs; und da die Tiefe c seine Hauptdimension bestimmt, so kann man die Fläche F dem Produkte bc proportional setzen. Die Entfernung BF ist offenbar der Länge a proportional. Die in einer Sekunde, oder in irgend einem andern kleinen Zeittheile erzeugte Geschwindigkeit der Drehung wird also immer proportional der Formel $\frac{\alpha v^2}{ab}$ sein, wo der Koeffizient α die kleinen Unterschiede einschließt, welche aus der Verschiedenheit der Bauart, und der Verschiedenheit des Kurses herkommen. Die Drehungsgeschwindigkeit zeigt sich daher dem Quadrat der Geschwindigkeit jedes einzelnen Schiffes und dem Produkte ab, d. h. dem Wasserebenendurchschnitte proportional. Sind also zwei Schiffe völlig ähnlich, aber die Dimensionen des einen doppelt so groß als die des andern, so wird die Drehungsgeschwindigkeit des größern viermal so klein sein, als diejenige des kleinern. 5

Es sei die schräge Stellung des Steuerruders $= \zeta$, und die Entfernung des Mittelpunkts des Steuerruders vom Achterschiffe $= l$; alsdann ist die Kraft des Wassers auf dasselbe $= \frac{v^2}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 \zeta$, und das Moment dieser Kraft $= \frac{v^2}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 \zeta \cdot l$, und zwar in Beziehung auf die Axe B, um welche das Steuerruder sich dreht. Es muß also der Steuernde am Ruder eine Kraft anwenden, deren Moment ebenfalls $= \frac{v^2}{2g} \cdot F \cdot \sin^2 \zeta \cdot l$ ist, wenn er das Ruder in der Stellung $= \zeta$ erhalten will. Dieses Moment ist also proportional 6

dem Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffs, der Fläche des Steuerruders, der Entfernung l, und dem Quadrat des Sinus der schrägen Stellung ζ, in welcher er das Ruder erhalten will.

Zweites Kapitel.

Die Lehre von der Zeichnung der Baurisse eines Schiffes.

§. 334. Allgemeine Erklärungen.

1 Der erste Schritt zum Bau eines Schiffes ist die Zeichnung dreier Baurisse, welche mit der möglichsten Genauigkeit der geometrischen Messung nach den vorher gemachten Berechnungen ausgeführt werden muß, nämlich des Seiten-, Spanten- und Senten-Risses.

2 Der Seitenriß (Tafel XXXVII Fig. 1, Tafel XXXVIII Fig. 3, Tafel XL Fig. 1) giebt eine Seitenansicht des Schiffes nach seiner ganzen Länge, projizirt auf einer Ebene, welche perpendikulär durch die Mitte des Vor- und Achterstevens und des Kieles gelegt wird. Dieser Riß bestimmt die Länge des Kiels; die Steuerlastigkeit; das Ausschießen des Vorstevens, oder seine Neigung nach vorne; der Fall des Achterstevens, oder seine Neigung nach hinten; die Stelle des Hauptspants auf dem Kiel; die Stellen der übrigen Spanten auf demselben; die Wassertrachtslinie des geladenen Schiffes; die Höhe der verschiedenen Decke, und ihren Spring, d. h. wie weit sie sich vorne und hinten erheben; die Maaße und Stellen der Stückpforten, der Berghölzer, und des Raaholzes; die Verzeunung; die Hintergilling; das Steuer; das Galjon u. s. w.

3 Der Spantenriß (Tafel XXXVII Fig. 2, Tafel XXXVIII Fig. 5, Tafel LX, Fig. 2) giebt die Ansicht der Spanten des Schiffes von seinem Vorder- und seinem Hinterende aus auf der Ebene des Hauptspants projizirt. Da sich nämlich die Spanten nach hinten und vorne hin verengern, so läßt sich diese Projektion ohne Schwierigkeit machen; und da die beiden Seiten eines Schiffes einander genau gleich sein müssen, so hat man nur die Hälfte der Achterspanten auf der einen Seite, und die Hälfte der Vorderspanten auf der andern Seite zu zeichnen. Die Ebene des Hauptspants selbst wird perpendikulär auf der Ebene des Seitenrisses stehend gedacht.

4 Der Sentenriß, oder wasserpasse Riß (Tafel XXXVII Fig. 3, Tafel XXXVIII Fig. 4, Tafel XL Fig 3) giebt die Ansicht der in verschiedener Höhe der Länge nach gemachten horizontalen oder wasserpassen Durchschnitte, projizirt auf der Ebene der breitesten dieser Durchschnitte, welche perpendikulär auf der Ebene des Seitenrisses stehend gedacht wird. Die äußeren Umrisse die-

ser Durchschnitte sind die Wasserlinien; sie zeigen die Krümmung des Schiffsgebäudes in horizontaler Richtung, und dienen dazu, die Lastigkeit, oder den Wasserraum des Schiffes, und den Widerstand desselben zu berechnen, den das Schiff vom Wasser erleidet. Die Wasserlinien werden auch zuweilen auf dem Seiten- und Spanten-Risse noch einmal gezogen, wie Tafel XL Fig. 1 und 2, wo sie dann als gerade horizontale Linien erscheinen.

Senten sind eigentlich dünne biegsame Latten, welche die Schiffbauer vom Vorsteven bis zum Achtersteven in gewisser Entfernung von einander, also in verschiedener Höhe auf die Spanten spickern (nageln), um die Biegung oder den Strook der Seitenplanken, oder die Scheerung derselben, darnach ordnen zu können. Sie bilden also eine Art von Gürtel um das ganze Schiff, ehe es noch beplankt ist, wie Tafel XXXVII Fig. 5, y, y, y, y; und haben eine doppelte Krümmung: eine Ausbugt, mit welcher sie die in ihrer Weite verschiedenen Spanten umfassen; und eine Niederbugt, indem sie am Vor- und Achtersteven am höchsten liegen, und gegen die Mitte hin sich senken. Auf dem Seitenrisse kann diese Niederbugt deutlich gezeichnet werden, wie sich Tafel XL Fig. 1 zeigt. Eine der Senten wird an beiden Steven in der Höhe der Schneidungen, d. h. der stärksten Verengerungen der Spanten, und am Hauptspant in der Gegend des Tops der Bauchstücke angebracht, und heißt die Flursente oder Sente der Schneidungeu oder des Scharfs. Eine andre Sente wird an der stärksten Aufbugt der Randsomhölzer, d. h. der hintersten Spanten, oder an den Kopf des horizontalliegenden Heckbalkens, welcher die Grundlage des Hecks bildet, befestigt, am Hauptspant auf der Höhe, wo dieses die größte Weite hat, und am Vorsteven in entsprechender Höhe; sie bezeichnet daher für das ganze Schiff die Gegend, wo die Spanten die größte Weite haben, und heißt deshalb Sente des Weits oder auch Herzsente. Zwischen der Flur- und Herzsente werden je nach Gutbefinden noch mehrere Senten gezeichnet, welche Zwischensenten heißen, und zur leichteren Unterscheidung mit Zahlen bezeichnet sind. Alsdann kommen noch oberhalb der Herzsente einige andere: die eine, welche in der Höhe des Schandeckels liegt; der Schandeckel heißt die obere horizontalliegende starke Planke, welche den eigentlichen Bord des Hauptgebäudes bildet, und auf den Köpfen der verkehrten Auflanger oder obersten Stücke der Spanten liegt, sich an die äußere und innere Plankenverkleidung anschließt, und dadurch verhindert, daß Regen und Seewasser von oben zwischen die Spanten dringt (auf kleinen Fahrzeugen heißt der Schandeckel Dollbord, weil dort namentlich bei solchen, die Ruder führen, die Dollen oder Klampen sind, zwischen denen die Ruder eingelegt und bewegt werden); die in dieser Höhe angebrachte Sente heißt die Topsente; die noch höher liegenden Senten, welche sich an der Back, dem Stockwerke vorne auf dem obersten Decke, und an der Schanze, dem Stockwerke hinten auf dem obersten Decke, befinden, heißen die Senten der Verzeunung, weil Back und Schanze zusammen die Verzeunung genannt werden.

Man sieht aus den bisherigen Erklärungen, daß die Senten nach dem Achter- und Vordersteven in die Höhe steigen, und daß sie, je näher sie dem

Hauptspante, als dem bauchigsten Theile des Schiffes kommen, sich desto weiter von der großen Axe des Schiffs entfernen, oder ihre größte Ausbugt haben.

Auf dem Seitenrisse läßt sich nur ihre Niederbugt darstellen, indem die Ausbugt nur in der Projektion der Mittelebene zu sehen ist. Auf dem Spantenrisse stellt sich diese Ausbugt ebenfalls nur als eine beinahe gerade Linie dar, welche für jede Sente vom Achter- und Vordersteven schräge abwärts läuft. Nur der Herzsente giebt man zuweilen einige Krümmung, wie Tafel XXXVII Fig. 2 und Tafel XL Fig. 2.

Ihre Ausbugt läßt sich nur auf dem horizontalen oder wasserpassen Risse, zugleich mit den Wasserlinien zeichnen; dieß ist der Grund, warum man dem horizontalen Risse gewöhnlich den Namen Sentenriß giebt, obgleich er vorzugsweise zur Darstellung der Wasserlinien dient. Die genauere Unterscheidung wird sich tiefer unten zeigen.

5 Die genannten drei Hauptrisse sind also Projektionen der Gestalten der einzelnen Theile und Durchschnitte des Schiffsgebäudes auf den drei Hauptdurchschnittsebenen desselben, welche durch je zwei seiner drei Hauptaxen gelegt sind. Außer diesen rein geometrischen Zeichnungen werden auch noch manche andere gemacht: z. B. perspektivische Zeichnungen vom Achter- und Vorschiffe wie Tafel XL Fig. 4 u. 5; ferner senkrechte Durchschnittszeichnungen nach der Länge und der Breite, um die innern Einrichtungen und Abtheilungen zu zeigen; ebenso horizontale Durchschnitte, um die Einrichtung der Decke, die Stellen der Lucken u. s. w. darzustellen, wie Tafel XXXVIII Fig. 1 u. 2; endlich noch Zeichnungen für die Anordnung der Planken, wie Taf. XXXIX Fig. 1, 2 u. 3.

§. 335. Von den Berechnungen der Flächen und Schwerpunkte zum Entwurf der Baurisse.

1 Die erste Bestimmung, welche gesucht werden muß, ist das Verhältniß zwischen dem Totalgewicht des vollständig beladenen Schiffes und der Größe des Wasserraums. Der letztere muß hinreichend sein, um das beladene Schiff hoch genug emporzuhalten. Bei einem Kriegsschiff giebt außer der Schwere des Gebäudes und der Bemastung und Takelage die Bewaffnung und Ausrüstung auf 6 Monat das Hauptgewicht; bei einem Kauffahrteischiffe ist außer Gebäude, Bemastung, Takelage und Ausrüstung die Lastigkeit oder der Tonnengehalt bei voller Ladung das Bestimmende. Ist das Totalgewicht im Allgemeinen bekannt, so müssen die drei Hauptdimensionen des Gebäudes, Länge, Breite und Tiefe so gewählt werden, daß der Wasserraum hinreichend groß wird, um das Schiff gegen zu tiefes Einsinken zu schützen.

2 Der zweite Bestimmungspunkt ist die Ebene des Hauptspants, welche dem breitesten Theile des Gebäudes seine Gestalt giebt. Der Flächeninhalt dieser Ebene bestimmt den Widerstand, den das Schiff leidet; ihre Gestalt, oder ihr Umriß bestimmt die Stabilität und die Ruhe oder Heftigkeit der Bewegungen.

Der dritte Bestimmungspunkt ist die Wassertrachtsebene hinsichtlich ihres Flächeninhalts und ihrer Gestalt. Hievon hängt, wie sich oben gezeigt hat, hauptsächlich die Stabilität des Schiffs im Verhältniß zu seinen Dimensionen ab. 3

Der vierte Punkt ist die Form und Größe des senkrechten Längendurchschnitts durch die große Axe, wodurch sowohl die Tiefe des Schiffs, als auch die Stellung oder Neigung des Vor- und Achterstevens bestimmt wird. 4

Der fünfte Punkt ist die Gestalt und Größe zweier vertikaler Breitendurchschnitte zu finden, von denen der eine zwischen dem Hauptspant und dem Vorderschiffe, der andere zwischen dem Hauptspant und dem Achterschiffe steht, und zwar beide sich da befinden, wo Vor- und Achterschiff bedeutend von der Gestalt des Mittelschiffes abzuweichen anfangen und eigene Krümmungen nach den beiden äußersten Enden hin machen. Auf diesen beiden Durchschnitten beruht einerseits die Leichtigkeit und Sanftheit der Bewegungen, andrerseits die Gewißheit, daß der nach den Hauptdimensionen bestimmte Wasserraum die gehörige Größe behalten hat. 5

Nach diesen fünf Hauptpunkten kommt dann mit Hülfe der fortschreitenden Rechnung, die Bestimmung aller zwischenliegenden Durchschnitte. 6

Bei den, die Stabilität betreffenden Berechnungen ist es übrigens nöthig, daran zu denken, daß bei Kriegsschiffen die allmälige Abnahme der Munition und Provision, bei Kauffahrteischiffen die häufig wechselnde Quantität der Ladung eine Aenderung in dem Tiefgange, also auch in der Wassertrachtsebene, und damit in der Stabilität hervorbringt; zugleich werden auch die Bewegungen heftiger, weil die Seiten nicht mehr so vielen Widerstand im Wasser finden; das Schiff treibt leicht ab, und kann sich schwerlich von einem Leegerwall durch Laviren abarbeiten. Daher ist es besonders nöthig, allmälig die Konstruktion der Kauffahrteischiffe insoferne zu verbessern, daß man ihre Dimensionen im Verhältniß zum Totalgewicht vergrößert. Bisher war das Hauptbemühen dahin gerichtet, die möglich größte Lastigkeit oder Tragfähigkeit in die möglich kleinsten Dimensionen zu bringen, um die Anzahl der zur Regierung nöthigen Mannschaft so klein als möglich zu erhalten. Aber größere Dimensionen geben größere Schnelligkeit, sanfte Bewegungen, und Fähigkeit mehr und größere Segel zu tragen; gegen welche Vortheile, namentlich für weite Reisen, die erforderliche Mannschaft gewiß nicht in Betracht kommen kann. 7

Die Schiffsgebäude haben niemals eine Gestalt, welche den regelmäßigen geometrischen Körpern, wie etwa den Cylindern oder Kugeln u. s. w. gleich wäre; die Berechnung ihres körperlichen Inhalts, also auch des Wasserraums kann nur annäherungsweise geschehen. Doch sind die bei solcher Annäherung unvermeidlichen Fehler so unbedeutend, daß sie für die Praxis gar keinen Einfluß haben; vorausgesetzt, daß man die besten Methoden solcher Annäherung befolgt. 8

9 Quadratur der beim Schiffsgebäude vorkommenden Kurven, oder ihre Flächenberechnung.

Die Flächenberechnung der zwischen einer Kurve und ihren Ordinaten enthaltenen Fläche geschieht, wenn F die Fläche bezeichnet (vergl. S. 2087) durch die Bestimmung und endliche Integrirung folgender Differentialgleichung:

$$dF = ydx; \text{ also } F = \int ydx + C$$

wobei ydx aus der Grundgleichung der betreffenden Kurve bestimmt werden muß. Nimmt man die gemeine Parabel, so erhält man (vergl. S. 2088):

$$F = \frac{2}{3} xy.$$

Die Grundgleichung der gemeinen Parabel ist (vergl. S. 2088) $y^2 = px$, wo p den Parameter bezeichnet. Die allgemeine Gleichung der Parabeln, oder die Gleichung für die Gattung der Parabeln ist (vergl. S. 2123):

$$y^m = p^n \cdot x^{m-n}; \text{ oder } y^m = p^{m-n}x^n.$$

Eine Parabel der dritten Ordnung, oder eine kubische Parabel ist also entweder $y^3 = px^2$; oder $y^3 = p^2x$. Man kann aber auch in den Gleichungen der krummen Linien überhaupt den Parameter = 1 setzen, wodurch die algebraischen und sonstigen Verrichtungen sehr erleichtert werden. Die allgemeine Gleichung der Parabeln wird dann:

$$y^m = 1^{m-n} \cdot x^n; \text{ da aber } 1^{m-n} = 1; \text{ so ist } y^m = x^n; \text{ oder } y = \sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$$

Man nimmt nun an, die zu quadrirenden Kurven seien Parabeln irgend einer Ordnung, und gehen durch die Endpunkte einer bestimmten Anzahl gleichweit von einander abstehender Ordinaten; die Zahl dieser Ordinaten hängt von der Ordnung der Parabeln ab; für die konischen oder gemeinen Parabeln nimmt man drei Ordinaten; für die kubischen oder die vom dritten Grade, vier Ordinaten u. s. f. Es ist klar, daß die Genauigkeit der Annäherung der parabolischen Fläche an die Fläche des zu berechnenden Kurvenraumes von dem Abstande zwischen den Ordinaten abhängt; denn darnach richtet sich das geringere oder größere Zusammenfallen der Parabel mit der in Rede stehenden Umgrenzungskurve des zu berechnenden Flächeninhalts. Nimmt man die Abstände zwischen den Ordinaten gleich 1 Fuß, so erhält man sogar für diejenigen Theile des Schiffes, in denen sich die Ordinaten sehr schnell ändern, wie im Vor- und Achterschiff, und in den untern Durchschnitten, eine in jeder Hinsicht genügende Genauigkeit; für die übrigen Schiffstheile kann man die Abstände ohne allen Nachtheil auch größer nehmen.

Wenn die Anzahl der Ordinaten ungerade ist, so nimmt man an, daß jeder Theil der Kurve, welcher durch die Endpunkte dreier auf einander folgender Koordinaten geht, ein Theil einer gemeinen oder konischen Parabel

sei; und daß die erste Ordinate von den dreien des nächst folgenden Theiles, zugleich die letzte von den dreien des nächstvorangehenden Theiles der Parabel sei. Aus dieser Annahme ergiebt sich folgende

Erste Regel.

Man mißt die Länge aller gleichweit abstehenden Ordinaten; daranf addirt man die erste und letzte Ordinate; darauf addirt man von den übrigen die zweite, vierte, sechste u. s. f., überhaupt die geraden Ordinaten, und multiplizirt diese Summe mit 4; ferner addirt man die dritte, fünfte, siebente u. s. f. überhaupt die ungeraden Ordinaten, und multiplizirt diese Summe mit 2; diese beiden Produkte, aus den geraden Ordinaten mit 4, und aus den ungeraden mit 2, addirt man zu der Summe der beiden äußersten Ordinaten; diese neue Totalsumme multiplizirt man mit $\frac{1}{3}$ des gemeinschaftlichen Abstandes zwischen den Ordinaten; dieses letzte Produkt ist der angenäherte Werth des gesuchten Flächeninhalts.

Wenn die Zahl der Ordinaten um 1 größer ist, als ein Vielfaches von 3, z. B. 4, 7, 10, 13, 16 u. s. w., so nimmt man an, daß jeder Theil der Kurve, welcher durch vier aufeinanderfolgende Ordinaten geht, ein Theil einer kubischen Parabel sei; und daß jede erste von den vier Ordinaten des nachfolgenden Theils, die letzte von den vier Ordinaten des vorangehenden Theils sei. Aus dieser Annahme ergiebt sich folgende

Zweite Regel.

Man mißt die Längen aller gleichweit abstehenden Ordinaten; darauf addirt man die erste und letzte Ordinate; darauf addirt man diejenigen von den übrigen Ordinaten, deren Stellenzahl um 1 größer ist, als ein Vielfaches von 3, also die 4., 7., 10. u. s. w., und multiplizirt diese Summe mit 2; ferner addirt man die noch übrigen Ordinaten, und multiplizirt diese Summe mit 3. Diese beiden Produkte addirt man zu der Summe der beiden äußersten Ordinaten, und multiplizirt diese neue Totalsumme durch $\frac{3}{8}$ des gemeinschaftlichen Abstandes zwischen den Ordinaten; dieses letzte Produkt ist der angenäherte Werth des gesuchten Flächeninhalts.

Denkt man sich jetzt einen Körper durch die Umdrehung einer Kurve gebildet (vergl. S. 1216—1224), so kann man zur Berechnung seines Volumens oder körperlichen Inhalts zuerst durch die beiden eben angegebenen Methoden eine Reihe von parallelen und gleichweit abstehenden Durchschnitten dieses Körpers ihrem Flächeninhalte nach erhalten. Betrachtet man darauf diese Flächen als Ausdrücke von Ordinaten für die Abszisse einer Kurve, so erhält man den Flächeninhalt einer, von einer krummen Linie eingeschlossenen Ebene, welcher Inhalt zugleich den körperlichen oder kubischen Inhalt eines Umdrehungskörpers angiebt; denn es ist offenbar, daß jeder Zuwachs der angenommenen Fläche auch genau den gleichzeitigen Zuwachs des körperlichen Inhalts darstellt. 10

Berechnet man also nach den vorigen Regeln entweder die Flächen der vertikalen Breitendurchschnitte, oder der horizontalen Längendurchschnitte des Schiffsgebäudes: so erhält man durch eine Reihe solcher, entweder vertikaler oder horizontaler Durchschnitte, den kubischen Inhalt eines homogenen Körpers von derselben Gestalt und Größe, wie der Wasserraum des Schiffes. Dieser Inhalt mit der spezifischen Schwere des Wassers multiplizirt giebt das Totalgewicht des Schiffes.

11 Von der Berechnung der Schwerpunkte.

Wie sich schon oben gezeigt hat, ist es von höchster Wichtigkeit folgende drei Schwerpunkte genau zu kennen: erstlich den Schwerpunkt des homogenen Wasserraums, d. h. des Wasserraums, insofern er als aus einer homogenen Masse bestehend angesehn wird; zweitens den Schwerpunkt des Wassertrachtsebenendurchschnittes, d. h. des Wasserebenendurchschnittes durch die Ladewasserlinie; drittens den Schwerpunkt des vertikalen Breitendurchschnittes. Die beiden letzteren haben durch ihre Lage bedeutenden Einfluß auf die Lage des ersteren.

Da die Durchschnittslinie des vertikalen Längendurchschnitts, welcher durch Vor- und Achtersteven geht, die Wassertrachtsebene halbirt, so liegt der Schwerpunkt der letzteren in dieser Linie. Aus demselben Grunde findet sich auch der Schwerpunkt des vertikalen Breitendurchschnitts in seiner Durchschnittslinie mit dem vertikalen Längendurchschnitte. Da ferner das Schiff, wenn es in Ruhe ist, eine aufrechte Stellung haben muß, so kann der Schwerpunkt seines Wasserraums sich nirgends anders befinden, als in der Ebene des vertikalen Längendurchschnittes. Ferner wird dieser letztere Schwerpunkt sich nothwendig in dem gemeinschaftlichen Durchschnitte des vertikalen Längendurchschnittes mit irgend einem vertikalen Breitendurchschnitte, und desselben mit irgend einem horizontalen Durchschnitte finden; der vertikale Breitendurchschnitt wird die Lage dieses Schwerpunktes hinsichtlich der Länge, und der horizontale Durchschnitt seine Lage hinsichtlich der Tiefe bestimmen. Zuweilen wird dieser Schwerpunkt der Mittelpunkt der Schwimmkraft genannt. Es ist aus den obigen Lehren vom Schwerpunkte bekannt, daß wenn man von einer beliebigen Anzahl von Körpern Perpendikel auf eine und dieselbe Ebene zieht, die Summe der Produkte aus jedem Körper multiplizirt mit seinem perpendikulären Abstande von der Ebene gleich ist der Summe aller dieser Körper multiplizirt mit dem perpendikulären Abstande ihres gemeinschaftlichen Schwerpunktes von derselben Ebene (vergl. S. 1947—1961). Liegt einer oder der andere dieser Körper auf der andern Seite der Ebene, so muß natürlich sein Abstand negativ genommen werden.

Man zieht nun eine Linie in einer Durchschnittsebene nahe an einem der beiden Enden des Schiffes, und multiplizirt jede Ordinate in einer nach den vorherangegebenen Näherungsmethoden berechneten Ebene mit ihrem perpendikulären Abstande von jener Linie. Diese Produkte werden dann selbst wie Ordinaten angesehen, und nach denselben Regeln behandelt wie zur Auffindung

des Flächen- und Körperinhalts; das Resultat ist alsdann das Moment dieser Ebene. Der Theil der Ebene, welcher auf der negativen Seite der bestimmenden Linie liegt, wird nach denselben Regeln behandelt, und sein Moment von demjenigen der positiven Seite abgezogen. Der Rest ist das Totalmoment der Ebene in Beziehung auf die bestimmende Linie; und dieses dividirt durch den Flächeninhalt giebt den Abstand ihres Schwerpunktes von der bestimmenden Linie. Auf diese Art läßt sich der Schwerpunkt der Wassertrachtsebene nnd des vertikalen Breitendurchschnitts finden.

Bestimmung des Schwerpunkts des Wasserraums. 12

Um seinen vertikalen Abstand unterhalb der Ladewasserlinie zu bestimmen, muß eine Reihe von gleichweit abstehenden horizontalen Durchschnitten gezeichnet, und der Flächeninhalt eines jeden solchen Durchschnitts mit seinem vertikalen Abstande von der Ladewasserebene multiplizirt werden; diese Produkte werden dann als Ordinaten in den vorherigen Regeln gebraucht. Das Resultat ist das Moment des Raumes zwischen der Ladewasserebene und dem untersten Durchschnitte. Hierzu muß noch das Moment desjenigen Theiles addirt werden, welcher unter dem tiefsten Durchschnitte liegt. Man erhält dasselbe, wenn man den körperlichen Inhalt dieses Theiles mit dem vertikalen Abstande seines Schwerpunktes von der Ladewasserebene multiplizirt; die Summe der beiden genannten Momente ist das Moment des ganzen Wasserraums in Bezug auf die Ladewasserebene. Dividirt man dieses Moment durch die Masse des ganzen Wasserraums, so erhält man den vertikalen Abstand seines Schwerpunktes von der Ladewasserebene.

Die Stelle des Wasserraum-Schwerpunkts hinsichtlich der Länge erhält man durch eine ähnliche Rechnung. Man wählt einen vertikalen Breitendurchschnitt als den theilenden, und berechnet das Moment des Wasserraumtheiles auf der einen Seite des gewählten Durchschnitts, und dann dasjenige des Wasserraumtheiles auf der andern Seite; man zieht das kleinere von dem größeren ab; der Rest ist das Moment des ganzen Wasserraums in Beziehung auf jenen scheidenden vertikalen Breitendurchschnitt; dividirt man dieses Moment durch die Masse des ganzen Wasserraums, so erhält man den Abstand des Schwerpunktes von dem gewählten vertikalen Durchschnitte.

13 Man kann die vorher angegebenen Rechnungen dadurch abkürzen, daß man, statt jede Ordinate mit ihrem vertikalen Abstande von der gegebenen Linie oder Ebene zu multipliziren; diese Ordinaten der Reihe nach mit 1, 2, 3, 4 u. s. w. multiplizirt, die Produkte addirt, und die Summe der Produkte mit dem gemeinschaftlichen Abstande zwischen den Ordinaten multiplizirt. Wenn man übrigens den Gang der Rechnung übersieht, so wird man bald noch einige vortheilhafte Abkürzungen und tabellarische Erleichterungen bemerken. Außerdem hat man die früher gegebenen Lehren und Formeln über die Berechnung der Flächen, Körper und der Schwerpunkte sich noch einmal zu vergegenwärtigen. Die wichtigsten hierher gehörigen Stellen und Formeln sind:

Für die Rektifikation einer Kurve, wo z den Bogen bezeichnet (S. 2086 Nr. 14):

$$\text{I)}\quad dz = \sqrt{dx^2 + dy^2}.$$

Für die Quadratur einer Kurve, wo F die Fläche bezeichnet (S. 2087 Nr. 15):

$$\text{II)}\quad dF = ydx.$$

Für die Berechnung der krummen Oberfläche eines Umdrehungskörpers, wenn man diese Oberfläche mit Q bezeichnet (S. 1218):

$$\text{III)}\quad dQ = 2\pi y \sqrt{(dx^2 + dy^2}.$$

Für die Berechnung des körperlichen Inhalts eines Umdrehungskörpers, wenn man den Inhalt mit K bezeichnet (S. 1222):

$$\text{IV)}\quad dK = \pi y^2 dx.$$

Hiezu kommen die Lehren über die allgemeinen Gleichungen für die Gattungen der Kurven (S. 2123); über die Schwerpunkte der Kurvenflächen und Umdrehungskörper (S. 1955—1961), namentlich das Guldinsche Theorem (S. 1960).

14 Ist die Fläche des Ladewasserdurchschnitts, und des vertikalen Breitendurchschnitts, so wie der Wasserraum gefunden; ist ferner für eine jede dieser drei Größen die Lage ihres Schwerpunkts berechnet, so muß genau geprüft werden: ob die beiden Durchschnitte einen gehörigen Wasserraum ergeben, und ob die Lage ihrer Schwerpunkte die Lage des Wasserraumschwerpunktes der erforderlichen Stabilität gemäß macht. Findet sich kein genügendes Resultat, so muß entweder die Gestalt der Kurven, oder es müssen die Dimensionen geändert werden, ehe der Entwurf und die Zeichnung weiter ausgeführt wird.

§. 336. Bestimmungen der Stabilität.

1 Aus der Theorie der schwimmenden Körper, aus den Lehren über das Metazentrum, und aus denen über die Stabilität (S. 2037—2054 u. S. 2180—2224) ergeben sich als die Hauptbestimmungen um dem Schiffe eine sanfte Bewegung zu sichern: daß der Schwerpunkt des ganzen Schiffes, so wie es fertig ist in See zu gehen, genau berechnet werde; daß ferner die prismatischen Theile des Schiffskörpers, welche bei seinen verschiedenen Neigungen und Schwankungen abwechselnd in das Wasser tauchen und aus demselben erhoben werden, zur völligen Gleichheit gebracht werden; und daß endlich die Schwerpunkte dieser ein- und austauchenden Theile in einem und demselben vertikalen Breitendurchschnitte zu liegen kommen.

2 Der Schwerpunkt des ganz segelfertigen Schiffes muß hinsichtlich der Länge, Breite und Tiefe bestimmt werden. Was die Länge und Breite anbetrifft, so muß er sich bei ruhigem Gleichgewichte des Schiffes in einem und demselben vertikalen Breitendurchschnitte mit dem Schwerpunkte des Wasserraums befin-

den (vergl. S. 2037 Nr. 1); ferner muß er sich in dem vertikalen Längendurchschnitte des Schiffes befinden, wenn das Schiff gerade liegen soll; demnach ist seine Stelle in der Durchschnittslinie der beiden genannten Durchschnitte. Dagegen die Entfernung dieses Schwerpunkts von der Ladewasserebene muß entweder durch Erfahrung, oder durch eine sehr mühsame Rechnung gefunden werden; indem man die Momente aller am Bord befindlichen Lasten in Beziehung auf die Ladewasserebene berechnet, und die Summe dieser Momente durch den Wasserraum oder das Totalgewicht des Schiffes dividirt, wo dann der Quotient die gesuchte vertikale Entfernung des Schwerpunkts des ganzen Schiffs von der Ladewasserebene giebt. Diese Rechnung ist für verschiedene Linienschiffe und zwar Zweidecker ausgeführt worden, und man hat ihren Schwerpunkt zwischen sieben und neun Zoll über der Ladewasserebene gefunden. Es folgt etwas tiefer unten die Angabe einer Methode, den Schwerpunkt des ganzen Schiffs durch Versuche zu finden.

Bis zu einer gewissen Entfernung von dem Hauptspante nach jeder Seite hin lassen sich im Vor- und Achterschiffe vertikale Breitendurchschnitte finden, welche einander beinahe völlig gleich und ähnlich sind; dagegen nach den Enden zu werden die Durchschnitte über und unter Wasser im Vor- und Achterschiffe einander sehr unähnlich, und obgleich daher die aus- und eintauchenden Theile des Wasserraums in ihrem Totalvolumen nothwendig gleich bleiben müssen, weil das Gewicht des Schiffes in beiden Lagen dasselbe ist: so können doch die Flächeninhalte der eingetauchten und emportauchenden Breitendurchschnittstheile bei gleicher Entfernung von dem Hauptdurchschnitte sehr verschieden sein. 3

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 293, G der Schwerpunkt des Schiffes; GC die Vertikallinie bei ruhigem Gleichgewichte, AB die Wasserlinie bei völliger Ruhe, D der Durchschnitt beider Linien; man ziehe GY, so daß Winkel DGY gleich dem Neigungswinkel des Schiffs, und außerdem GY = GD ist. Durch Y und zwar senkrecht auf GY zieht man die Linie OR; diese ist die neue Wasserlinie bei der Neigung; sie schneidet die erste Wasserlinie AB in S. Durch D zieht man NM parallel mit OR.

Nimmt man nun an, daß die Schwerpunkte des eingetauchten und aus dem Wasser gehobenen Theiles beide in einem und demselben vertikalen Breitendurchschnitte liegen, so wird die Entfernung DS für alle Breitendurchschnitte des Schiffs dieselbe sein. Nimmt man die Punkte S, S, S, S u. s. w. in den verschiedenen Durchschnitten zusammen, so liegen sie sämmtlich in einer geraden Linie, welche den Durchschnitt der alten und der neuen Wassertrachtsebene bezeichnet, und parallel mit der Längenaxe des Schiffes geht. Wenn nun durch Berechnung des körperlichen Inhalts des eingetauchten und emporgehobenen Theiles, in der Figur ASR und BSO, dieselben als ungleich befunden werden, so muß man sie so weit ändern, bis sie einander gleich sind.

Um die Stelle des Punktes S, oder die Entfernung DS zu finden, hat man zuerst die Fläche ASR = BSO = A; setzt man ferner die kleine Fläche DSRM = a, und die Fläche DSON = b, so ist:

$$ADM = A + a$$
$$BDN = A - b$$

$$ADM - BDN = a + b = MNOR; \text{ nahe } = MN \times ST;$$

oder da $ST = SD \cdot \sin \angle MDS$, oder wenn man dieſen Neigungswinkel durch φ ausdrückt:

$$ADM - BDN = MN \cdot SD \cdot \sin \varphi;$$

daher:

$$1) \quad SD = \frac{ADM - BDN}{MN \cdot \sin \varphi}$$

4 Um den Flächeninhalt der Durchſchnitte der prismatiſchen eingetauchten und emporgehobenen Theile zu erhalten, kann man in jedem Durchſchnitte eine Chorde ziehen, welche die ganze Fläche in ein Dreieck und in eine paraboliſche Fläche theilt. Das Dreieck iſt bekanntlich gleich dem Produkt aus der Baſis, d. h. hier der Chorde, und der halben Höhe; die paraboliſche Fläche iſt aber gleich zwei Drittel der Baſis, d. h. wieder der Chorde, multiplizirt mit der perpendikulären Höhe des Segments. Denn nach den Regeln für die Quadratur der Parabel hat man (vrgl. S. 2088, VIII) $F = \frac{2}{3}xy$. Nimmt man nun, in der Nebenfigur zu 293, HI als Abſziſſe, und das eine Mal HM, das andere Mal HA als Ordinate, und addirt die beiden Hälften der Fläche, ſo iſt $\frac{2}{3} \cdot HI \cdot HM + \frac{2}{3} \cdot HI \cdot HA = \frac{2}{3} \cdot HI\,(HM + HA) = \frac{2}{3} \cdot HI \cdot AM$.

Das Moment einer jeden dieſer beiden Flächen, des Dreiecks und des paraboliſchen Raums, wird gefunden, indem man ihren Flächeninhalt mit der Entfernung multiplizirt, um welche ihr Schwerpunkt von dem Punkte S abſteht, und zwar dieſe Entfernung auf der geneigten Linie gemeſſen.

5 Es ſei, Tafel XXXV, D, Fig. 294, AC die Waſſerlinie beim Gleichgewichte, ac die Waſſerlinie bei der Neigung, K ihr Durchſchnittspunkt. Bei der Neigung wird ein Theil des Schiffs auf der Leeſeite eingetaucht, auf der Luvſeite ein ihm gleicher emporgehoben werden. Man bezeichne die beiden Theile durch I und E, und denke ſie ſich in ihren beiden Schwerpunkten konzentrirt. Es ſei ferner der horizontale Abſtand zwiſchen dieſen beiden Schwerpunkten = b. Weil die neue Waſſerlinie ac iſt, ſo iſt E derjenige Theil des Schiffes, welcher an der Luvſeite von dem erſten Waſſerraume weggenommen worden; I der Theil an der Leeſeite, welcher hinzugekommen. Es iſt alſo dieſelbe Wirkung hervorgekommen, als wäre der Theil E nach I herübergetragen; und das Moment, welches durch dieſe Uebertragung entſteht, $bI = bE$, iſt das Moment, welches wirklich in horizontaler Richtung längs der Entfernung b hervorgebracht wird.

Es ſei G der Schwerpunkt des ganzen Schiffs, F der Schwerpunkt des Waſſerraums beim Gleichgewicht, O der Schwerpunkt des Waſſerraums bei geneigter Stellung; man ziehe OM perpendikulär auf ac. Nach der Neigung wird OM vertikal ſtehen. Aus F und G ziehe man FT und GV perpendikulär auf OM und aus G parallel mit MO die Linie GZ, welche FT in Z ſchneidet.

Ist nun das Schiff so weit geneigt, daß der Schwerpunkt des Wasserraums nach O gekommen: so wirkt der Auftrieb des Wassers längs der Linie OM, und zwar mit einer dem Gewichte des Schiffes gleichen Kraft, also auch gleich dem Gewichte des Wasserraums, welcher durch D bezeichnet sein mag. (Die Franzosen nennen den Wasserraum, insofern er das Gewicht des Schiffes repräsentirt, déplacement, die Engländer displacement). Die Drehungsaxe geht aber durch den Schwerpunkt G; und da GV senkrecht auf OM gezogen ist, so giebt das Produkt $D \cdot GV$ das Moment der Kraft, mit welcher das Wasser das Schiff aufzurichten strebt. Es ist durch Konstruktion

$$D \cdot GV = D \cdot FT - D \cdot FZ.$$

Es ist aber $D \cdot FT$ das horizontale Moment des Wasserraums hervorgebracht durch die Uebertragung des körperlichen Theiles von der Luvseite nach der Leeseite der Mittellinie; es ist also gleich dem horizontalen Momente bl; man hat also als Moment der aufrichtenden Kraft, oder Moment der Stabilität $\mathfrak{M}$:

$$\text{II)} \quad \mathfrak{M} = bl - D \cdot FZ.$$

Nimmt man FG als Radius, so ist FZ der Sinus des Winkels $FGZ = \varphi$, daher:

$$\text{III)} \quad \mathfrak{M} = bl - D \cdot FG \cdot \sin \varphi.$$

Setzt man $FG = r$, so ist:

$$\text{IV)} \quad \mathfrak{M} = bl - D \cdot r \cdot \sin \varphi.$$

Aus dem Vorigen ergiebt sich also folgende Berechnungsweise des wirklichen 6 Moments der Stabilität für einen gegebenen Neigungswinkel:

1) Man nimmt eine geneigte Wasserlinie an, welche die horizontale Ladewasserlinie in einem Winkel φ durchschneidet, und zwar so, daß ihr Durchschnittspunkt in der Durchschnittslinie beider mit dem vertikalen Längendurchschnitte des Schiffs liegt.

2) Man sucht durch Näherungen den körperlichen Inhalt der prismatischen Körper, welche eingetaucht und emporgehoben werden, und zwischen der horizontalen und der geneigten Wassertrachtsebene eingeschlossen sind.

3) Man sucht durch Annäherung den Flächeninhalt der angenommenen geneigten Wassertrachtsebene.

4) Man sucht den Werth von DS in Fig. 293, welcher nach der Gleichung I auf S. 2270 gleich ist der Differenz des eingetauchten und emporgetauchten Körpers dividirt durch das Produkt aus dem Flächeninhalte der angenommenen Wassertrachtsebene mit dem Sinus des Neigungswinkels.

5) Durch den Punkt S zieht man einen Durchschnitt parallel mit dem angenommenen Wasserebenendurchschnitte, und sucht in jedem vertikalen Breitendurchschnitte die Flächeninhalte von jeder der beiden Durchschnitte der wahren prismatischen eingetauchten und emporgehobenen Körper; ferner sucht man die horizontalen Momente dieser Flächen von dem Punkte S.

6) Man sucht die horizontale Distanz des Schwerpunkts des ganzen emporgehobenen Theils von dem Punkte S; indem man diesen Theil als die Hälfte

des eingetauchten und emporgehobenen Raumes ansieht, welcher zwischen der horizontalen und der angenommenen geneigten Wasserebene eingeschlossen ist.

7) Man sucht den horizontalen Abstand des Schwerpunkts des ganzen eingetauchten Theils von dem Punkte S; indem man diesen Theil ebenfalls für die Hälfte des ganzen eingetauchten und emporgehobenen Raumes ansieht.

8) Man addirt die beiden horizontalen Distanzen und erhält die horizontale Distanz zwischen den beiden Schwerpunkten. Diese Summe multiplizirt man mit der halben Summe des körperlichen Inhalts der beiden eingetauchten und emporgehobenen Theile; dieses Produkt giebt den positiven Theil des Moments der Stabilität, oder den Werth von bl.

9) Das Produkt folgender drei Größen: des Wasserraums, des Abstandes zwischen den Schwerpunkten des Schiffs und des Wasserraums, und des Sinus des Neigungswinkels giebt den negativen Theil des Moments der Stabilität.

10) Man zieht diesen negativen Theil von dem vorigen positiven ab, und erhält den wahren Werth des Moments der Stabilität des Schiffes für den gegebenen Neigungswinkel.

Setzt man den Unterschied zwischen den beiden prismatischen Theilen $= e$, und die Fläche des ersten angenommenen geneigten Wasserebenendurchschnitts $= a$; ferner den perpendikulären Abstand zwischen der angenommenen und der wirklichen geneigten Wasserebene $= x$, so hat man nahe $ax = e$, oder $x = \frac{e}{a}$ setzt man diesen Abstand perpendikulär von der angenommenen geneigten Wasserebene ab, so erhält man genau die Stelle des Punktes S.

7 **Den Schwerpunkt des ganzen Schiffs durch Versuche zu finden,**

hat man folgendes Verfahren zu beobachten. Man bringt mehrere schwerwiegende Lasten am Bord nach der einen Seite hin, so daß sie das Schiff ein wenig nach der Seite neigen; das Moment des so entfernten Totalgewichts wird nothwendig dem Moment der Stabilität gleich sein. Nun ist aber das Moment des so entfernten Gewichts dem Produkte aus folgenden drei Größen gleich: aus den Gewichten selbst; aus der Entfernung nach der Breite des Schiffs, um welche sie entfernt worden; und aus dem Kosinus des Neigungswinkels; dieses Produkt ist also gleich dem Momente der Stabilität.

Bezeichnet W die Gewichte; a die Distanz, um welche sie nach der Seite gebracht worden; und c den Kosinus des Neigungswinkels: so hat man, da nach der Gleichung IV $\mathfrak{M} = bl - D \cdot r \cdot \sin\varphi$ ist, folgende Gleichung:

$$\text{V)} \quad W \cdot a \cdot c = bl = D \cdot r \cdot \sin\varphi;$$

daher:

$$FG = r = \frac{bl - W \cdot a \cdot c}{D \cdot \sin\varphi}$$

wo $FG = r$, oder der Abstand zwischen dem Schwerpunkte des Schiffes und

demjenigen des Wasserraums, die einzige unbekannte Größe ist, und deshalb leicht gefunden werden kann.

Beispiel. 8

Ein Schiff befindet sich anfänglich in völligem Gleichgewicht und gerader Stellung; darauf werden Munition und Geschütze in der Richtung der Breite, und in gemessenen Distanzen auf die eine Seite gebracht, bis das Schiff eine Neigung von 6° 20′ erhält. Das Gewicht der auf die Seite gebrachten Gegenstände multiplizirt mit den in Fuß gemessenen Distanzen der Seitenentfernungen beträgt zusammen 264,5 Tonnen. Dieses Moment multiplizirt mit dem Kosinus des Neigungswinkels ist offenbar gleich dem Momente der Stabilität des Schiffes.

Es sei D der Wasserraum des Schiffes ausgedrückt in Tonnen; I das durch die Neigung eingetauchte Volumen, ebenfalls in Tonnen; b die Distanz zwischen dem eingetauchten und emporgehobenen Theile (sofern beide in ihren Schwerpunkten konzentrirt gedacht werden); r die Entfernung zwischen dem Schwerpunkte des Schiffes und demjenigen des Wasserraums.

Es ist alsdann nach den vorigen Regeln:

$$bI = r \cdot D \cdot \sin 6^\circ 20' = 264{,}5 \cdot \cos 6^\circ 20';$$

$$\text{also} \quad r = \frac{bI - 264{,}5 \cdot \cos 6^\circ 20'}{D \cdot \sin 6^\circ 20'}$$

Man findet weiter durch Rechnung $bI = 446{,}2$; und $D = 461$ Tonnen; da nun $\cos 6^\circ 20' = 0{,}994$ und $\sin 6^\circ 20' = 0{,}1103$, so ergiebt sich für r, oder den Abstand zwischen dem Schwerpunkt des ganzen Schiffs und demjenigen seines Wasserraums folgender bestimmte Werth:

$$r = \frac{446{,}2 - 262{,}8}{50{,}85} = 3{,}6 \text{ Fuß}.$$

Da ferner der Abstand des Schwerpunkts des Wasserraums von der Wasserlinie nach unten zu = 3,97 Fuß gemessen wird, so ist 3,97 — 3,6 = 0,37 Fuß unterhalb der Wasserlinie.

Eine zweite Methode den Schwerpunkt des Schiffs durch Versuch zu finden ist folgende. Es sei ein Schiff in der Dock, und bei der Ebbe komme das Achterende des Kiels zuerst in Berührung mit den auf dem Grunde liegenden Blöcken. So wie die fortschreitende Ebbe das Wasser weiter fallen macht, wird das Achterschiff mehr und mehr von dem Wasser verlassen, und das Vorschiff tiefer eingesenkt. Während dieser Zeit erhält sich ein fortdauerndes Gleichgewicht zwischen dem Totalgewicht des Schiffs und dem Wasserdrucke gegen den eingesenkten Theil des Schiffs, bis endlich Vor- und Achterschiff völlig auf dem Grunde feststeht. In irgend einem der mittleren Zeitpunkte kann das Schiff wie ein Traghebel (vergl. S. 1967 Nr. 4) angesehen werden, indem der Stützpunkt, hier der Achterblock, sich an dem einen Ende, das Totalgewicht des ganzen Schiffs als Last in der Mitte, und das Gewicht des eingetauchten Theiles mit dem entsprechenden Auftriebe des Wassers, als die Kraft an dem Vor- 9

ende befindet. Gewicht und Kraft wirken beide in der vertikalen Richtung, welche durch den Schwerpunkt des Schiffes geht. Durch Messung und Rechnung lassen sich folgende drei Größen leicht finden: das Gewicht des ganzen Schiffs aus seiner Wassertracht; das Gewicht des eingetauchten Theils; und der perpendikuläre Abstand der Wasserdruckslinie oder ihrer Richtung von dem Stützpunkte. Es ist also noch als unbekannte Größe in der Gleichung der Momente der Abstand der durch den Schwerpunkt gehenden Vertikallinie zu finden.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig, 295, AN die Wasserlinie des schwimmenden Schiffs, KL die Wasserlinie, unmittelbar bevor das Vorderende den Block berührt. Die Linie PBO, senkrecht auf AN, geht durch den Schwerpunkt des Wasserraums AFMN, folglich auch durch den Schwerpunkt des ganzen Schiffs. Man zieht QH durch den Schwerpunkt des Wasserraums KFML, und FG durch den Stützpunkt F, parallel mit QH, senkrecht auf KL. Man setzt den ganzen Wasserraum AFMN $= V$; KFML $= v$, und GH $= b$. Zieht man nun die Linie SEO parallel mit QH in der Entfernung GE von G $= \frac{bv}{V}$, so geht sie ebensowohl als PBO durch den Schwerpunkt des Schiffs, welcher in dem Schnittpunkte O liegen muß.

10 Die oben, S. 2042—2050, gegebenen Bestimmungen über das **Metazentrum**, oder den Schnittpunkt, den die Vertikale durch den Schwerpunkt des ganzen Schiffes und durch denjenigen des Wasserraums bei völligem Gleichgewichte mit der Vertikalen macht, welche bei geneigter Lage des Schiffs durch den Schwerpunkt des neuen Wasserraums und denjenigen des Schiffes geht, haben für die Entfernung des Metazentrums vom Schwerpunkte des Wasserraums im Gleichgewichte folgende Hauptformel festgestellt (S. 2047, Gleichung XVI):

$$mO = \frac{2}{3}\frac{\int y^3dx}{V}$$

worin m das Metazentrum, O den Schwerpunkt des Wasserraums und V das Volumen des Wasserraumes bezeichnet; y ist die halbe Breite des Schiffs in der Wasserlinie, dx die unendlich kleine Länge der prismatischen eingetauchten und emporgehobenen Körper, also x ihre meßbare Länge. Soll die Höhe des Metazentrums nach dieser Formel berechnet werden: so kann man die gewöhnliche Berechnungsweise des Flächeninhalts anwenden, indem man nur statt der Ordinaten des Wasserebenendurchschnitts ihre Kuben in die Formel setzt (vergl. S. 2087 Gleichung VII). Das Resultat ist der Werth von y^3dx; hievon zwei Drittel genommen und durch das Volumen des Wasserraums dividirt giebt die Höhe des Metazentrums über dem Schwerpunkte des Wasserraums.

Uebrigens muß man bemerken, daß diese Höhe des Metazentrums nur bei sehr kleinen Neigungswinkeln zum Maaße der Stabilität gebraucht werden kann; weil nur bei solchen die in jener Formel liegenden Voraussetzungen wahr sind: daß nämlich die Breitendurchschnitte der eingetauchten und emporgehobenen Theile rechtwinklige Dreiecke seien; und daß der horizontale Abstand ihrer Schwerpunkte gleich zwei Dritteln der Breite des Schiffs in der Wasserlinie sei.

§. 337. Von den Hauptdimensionen der Schiffe.

Bei Kriegsschiffen hängt das Minimum der Länge von der Zahl der Geschütze ab, die es in einer Lage führen soll, und von dem zu ihrer Bedienung nöthigen Raume; das Minimum der Breite von dem Raume, den die Geschütze zu ihrem Rücklaufe nach dem Abfeuern, und zu ihrer Bedienung in dieser Richtung erfordern, ohne die Manöver des Schiffs in dem ungünstigsten Wetter zu hindern, bei welchem die Geschütze noch gebraucht werden können. Diese Minima müssen so berechnet werden, daß sie dem Schiffe angemessen sind, wenn es bemastet und zugetackelt ist, und seine vollständige Bewaffnung, Bemannung und Ausrüstung am Bord hat. Soll es aber über diese gewöhnliche Ausrüstung hinaus für einen besonders lange dauernden Dienst größere Provision und Munition an Bord nehmen können, ohne der gebrauchsfähigen Höhe der untersten Geschützlage über dem Wasser durch tieferes Einsinken zu schaden: so muß natürlich der Wasserraum durch Zusätze zu jenen kleinsten Werthen der beiden Hauptdimensionen vergrößert werden. 1

Mit der Länge ändern sich in geradem Verhältniß der Wasserraum, die Stabilität und der Widerstand des Wassers an der Leeseite; so daß mit der Vergrößernng der Länge auch die drei genannten Eigenschaften vergrößert werden; aber es wird auch zugleich die Heftigkeit des Stampfens vergrößert; denn die Momente der Gewichte im Vor- und Achterschiffe ändern sich wie die Quadrate ihrer Abstände von der Drehungsaxe; demgemäß wird auch der Angriff auf die Verbindung oder den Verband des Gebäudes vergrößert, und dagegen die Kraft des Widerstandes vermindert, welche im umgekehrten Verhältnisse mit der Länge steht. Durch den vergrößerten Seitenwiderstand wird auch das Wenden durch den Wind und vor dem Winde, wie überhaupt jede Veränderung des Kurses erschwert. 2

Mit der Vergrößerung der Breite, d. h. der Breite desjenigen Theils des Schiffes, welcher zwischen den Grenzen der Einsenkung und der Emporhebung eingeschlossen ist, vergrößert sich die Stabilität, welche sich im Kubus der Breite ändert. Aber auch die Seitenmomente der Gewichte, in Beziehung auf die Drehungsaxe, ändern sich wie die Quadrate ihres Abstandes von dieser Axe; und das Moment des Wellenstoßes wird im gleichen Verhältnisse vergrößert; es ist daher der Zuwachs der Stabilität mit dem Zuwachs der Heftigkeit der Bewegungen, also auch mit dem Zuwachs des Angriffs auf den Verband des Gebäudes, namentlich mit dem Zuwachs der Gefahr für die Masten verbunden. 3

Weil von der Stabilität die Wirksamkeit der Geschütze am mehrsten abhängt; weil sie ferner das Schiff befähigt eine große Masse von Segeln beizusetzen, wenn ein Leegerwall oder ein sehr überlegener Feind in der Nähe ist: so liegt die einzige Beschränkuug der Stabilität in den nöthigen Rücksichten auf die Sanftheit der Bewegungen.

Durch den Zuwachs der Breite gewinnt das Schiff an Raum für die Ladung, aber es wächst auch der Widerstand des Wassers von vorne.

4 Die Geräumigkeit oder Lastigkeit der Schiffe wächst wie die Kuben ihrer Dimensionen; die Stabilität dagegen wächst wie die vierte Potenz der Dimensionen. Kleine Schiffe müssen daher eine verhältnißmäßig größere Breite haben als große.

Dies verlangt eine genauere Erklärung. Bei Schiffen von gleichviel Decken muß jedenfalls das kleinere eine verhältnißmäßig größere Breite haben. Diese Regel erhält eine Modifikation, wenn die Zahl der Decke wächst. Sollte z. B. ein Schiff von 120 Kanonen diese statt auf drei auf vier Decken führen: so würde natürlich seine Länge vermindert werden; bliebe dabei die Breite dieselbe, so würde der positive Theil des Ausdrucks für die Stabilität dadurch kleiner. Der Wasserraum, als ein Element des negativen Theils jenes Ausdrucks, würde wahrscheinlich sehr nahe derselbe bleiben, indem das hinzugekommene Gewicht der vergrößerten Höhe den durch die Längenverminderung hervorgebrachten Gewichtverlust ersetzen könnte. In solchem Falle müßte aber das Schiff tiefer gehen, um dadurch dasselbe Wasservolumen wie vorher zu verdrängen. Durch die Erhöhung des Schiffsgebäudes würde der Schwerpunkt des Schiffs weiter nach oben, und durch die Vergrößerung des Tiefganges würde der Schwerpunkt des Wasserraums weiter nach unten kommen; somit würde die Entfernung beider Schwerpunkte vergrößert werden. Da also der positive Theil des Stabilitätsausdruckes verringert, der negative Theil desselben vergrößert wäre, so müßte die Stabilität kleiner sein. Von zwei Schiffen also, welche dieselbe Anzahl Geschütze führen, und dieselbe Breite haben, von denen aber das eine mehr Decke enthält, hat dieses letztere die geringere Stabilität.

Vergleicht man Schiffe von verschiedenem Range mit einander, so ergiebt sich nach dem Vorigen die einfache Regel, daß das kleinste Schiff einer höhern Klasse, d. h. mit mehr Decken, eine verhältnißmäßig größere Breite erhalten muß, als das größte Schiff der nächst niedrigen Klasse, um durch diesen Zusatz der Breite den aus der verhältnißmäßig geringeren Länge entstandenen Mangel der Stabilität zu ersetzen.

Man kann also für die besondern Fälle folgende Sätze aufstellen:

1) Eine kleine Fregatte muß verhältnißmäßig breiter sein, als eine große Korvette.

2) Ein kleiner Zweidecker muß verhältnißmäßig breiter sein, als eine große Fregatte.

3) Ein kleiner Dreidecker muß verhältnißmäßig breiter sein, als ein großer Zweidecker.

Es wird indessen auch für je zwei nächste Klassen einen gewissen Punkt geben, wo die Schiffe aus beiden Klassen dasselbe Verhältniß zwischen ihrer Länge und Breite haben müssen. Es vergrößern nämlich die größeren Dimensionen die Stabilität in größerem Maaße, als die Zahl der Decke und Geschütze die Stabilität verringert. Demgemäß ergeben sich noch folgende Sätze:

4) Eine mittlere Fregatte muß dasselbe Verhältniß zwischen Länge und Breite haben, wie eine große Korvette.

5) Ein mittlerer Zweidecker dasselbe Verhältniß zwischen Länge und Breite, wie eine große Fregatte.

6) Ein mittlerer Dreidecker dasselbe Verhältniß zwischen Länge und Breite, wie ein großer Zweidecker.

Zu obigen kann man noch folgende Sätze fügen:

7) Eine große Korvette muß eine verhältnißmäßig größere Breite haben als eine große Fregatte.

8) Eine große Fregatte muß eine verhältnißmäßig größere Breite haben als ein großer Zweidecker.

9) Ein großer Zweidecker muß eine verhältnißmäßig größere Breite haben als ein großer Dreidecker.

Die Wassertracht oder der Tiefgang eines Schiffes hängt nicht sowohl von festen Prinzipien als vielmehr von lokalen Umständen ab. Schiffe welche für den großen Ozean bestimmt sind, dürfen und müssen einen größern Tiefgang haben als solche, deren Fahrten auf Binnenmeere beschränkt bleiben. Die durchschnittliche ledige Wassertracht, so wie die durchschnittliche Lade-Wassertracht läßt sich durch die Berechnung des Wasserraums ohne Schwierigkeit in beliebiger Annäherung finden. 5

Die Ladewasserlinie und die etwa nöthig befundene Steuerlastigkeit läßt sich in folgender Weise bestimmen. Man theilt das Schiff vermittelst eines durch den Schwerpunkt des ganzen Wasserraums gehenden vertikalen Breitendurchschnittes in Vor- und Achterschiff; darauf bestimmt man die Lage der Schwerpunkte der beiden Theile des Wasserraums unterhalb der angenommenen Wasserlinie; verbindet man endlich diese beiden Schwerpunkte durch eine gerade Linie, so wird dieselbe sehr nahe parallel mit der Lage gehen, die das Schiff im Wasser annimmt.

Man hat mancherlei Versuche gemacht, die Steuerlastigkeit ganz aufzugeben; indessen ist man wieder zu ihrer Anwendung zurückgekehrt, indem die damit verbundenen Vortheile zu augenscheinlich und unentbehrlich sind. Zuerst erhält dadurch das Wasser einen freieren Zugang zum Steuerruder, und vermehrt dessen Wirkung. Zweitens wird der Widerstand, den das Schiff an seinem Vorderende erleidet, durch die Steuerlastigkeit vermindert; soll nämlich das Schiff auf ebenem Kiele gehen, d. h. keine Steuerlastigkeit haben, so muß sein Achtertheil voller gehalten werden; bei solcher volleren Rundung hat das Schiff einen größeren Weg durchzumachen, um den vom Durchgange des Schiffes entstandenen leeren Raum (vergl. S. 2254 Nr. 14) auszufüllen; der gewöhnliche Druck des Wassers von hinten wird also schwächer, und der Widerstand oder Druck von vorne findet demnach eine geringere Gegenwirkung; findet hingegen Steuerlastigkeit statt, so ist das Schiff hinten schärfer gebaut, das Wasser füllt den leeren Raum schneller aus, setzt dem Drucke oder Widerstande von vorne seinen Druck entgegen, und vermindert ihn demnach. Ferner giebt die Steuerlastigkeit ein günstigeres Verhältniß zwischen der Resultante des 6

Wasserwiderstandes und der zum leichten Manövriren der Segel erforderlichen Stellung der Masten. Endlich ist noch ein Hauptvortheil der Steuerlastigkeit dieser, daß die Bewegungen eines beim Winde segelnden Schiffes besser regulirt werden können, indem die Resultante des Wasserwiderstandes in Lee eine angemessenere Lage erhält. Ist nämlich das Schiff hinten scharf, so bietet es längs den Kielklötzen, oder längs dem todten Holze, dem leewärts her andringenden Wasser eine fast ebene Fläche dar, und diese bewirkt mit ihrer Empfänglichkeit, daß die Resultante des Wasserstoßes nicht zu weit nach vorne kommt.

7 Für Kauffahrteischiffe giebt es keine so festen Prinzipien als für Kriegsschiffe, um darnach ihre Hauptdimensionen zu bestimmen, weil möglich größter Tonnengehalt bei möglich kleinster Mannschaft für das Haupterforderniß gilt; welches nur dann durch das zweite Erforderniß der Schnelligkeit modifizirt wird, wenn ein Schiff zu weiten Reisen im Indischen oder Stillen Ozean bestimmt ist.

Einige im neueren Handelsschiffbau angewandte Verhältnisse sind folgende:

Sloops	v. 60	Tonnen	h. ein	Verhältniß	d. Breite	z. Länge	wie	34,8 zu 100
Schmaaken	„ 170	„	„	„	„	„		33,4 „ 100
„	„ 200	„	„	„	„	„		32,0 „ 100
Schooner	„ 100	„	„	„	„	„		31,5 „ 100
„	„ 150	„	„	„	„	„		31,0 „ 100
Brigg	„ 150	„	„	„	„	„		30,0 „ 100
„	„ 300	„	„	„	„	„		28,6 „ 100
Schiff	„ 360	„	„	„	„	„		27,9 „ 100
„	„ 500	„	„	„	„	„		25,10 „ 100

Die durchschnittliche Tiefe der Sloops und Schmaacken ist ungefähr fünf Neuntel ihrer Breite; der Schooner und Briggen von sieben Zwölfteln bis drei Viertel ihrer Breite; große Briggen und Schiffe von drei Vierteln bis zwei Drittel ihrer Breite. Diese Verhältnisse der Tiefe sind offenbar zu groß, wenn man sie mit den Tiefen vergleicht, welche Tafel CI bei den Dimensionen neuerer Englischer, und Tafel CII neuerer Französischer Kriegsschiffe angegeben worden. Die zu große Tiefe ist namentlich der Geschwindigkeit nachtheilig. Von dem berühmten Schwedischen Schiffbaumeister Chapman ist folgende Formel für die Geschwindigkeit G der Schiffe aufgestellt worden:

$$\text{I)}\quad G = \frac{\frac{1}{2}B \cdot \frac{4}{3}L}{\frac{3}{2}T}$$

worin B die Breite, L die Länge und T die Tiefe bis zum Flach am Pumpensood bedeutet. Weil hierin die Tiefe als Divisor vorkommt, so sieht man sogleich, daß sie die Geschwindigkeit verringert.

§. 338. Von dem Einflusse der bewegenden Kräfte auf die Gestalt und Eigenschaften der Schiffe.

1 Das Stampfen ist die heftigste Bewegung eines Schiffes, und eben so nachtheilig für den Verband seiner Theile, als für die Schnelligkeit seines Segelns. Es entsteht durch die entgegengesetzte Wirksamkeit des Wasserauftriebes

an den unterstützten Theilen und der Schwere der nicht unterstützten. Es kann daher nur so lange in einiger Heftigkeit fortdauern, als das Schiff abwechselnd über die Wellenspitzen und über die Wellenthäler hingleiten muß, was nur geschieht, wenn es bei dem Winde segelt. Die Heftigkeit des Stampfens hängt dann von folgenden vier Ursachen ab:

1) Von dem Grade der Ungleichheit der Wasserfläche, d. h. von der Höhe der Wellen.

2) Von der Geschwindigkeit mit welcher dieselben auf einander folgen.

3) Von der Richtung, in welcher sie das Vorschiff oder den Bug treffen.

4) Von der Gestalt des Vorschiffes.

2 Am wenigsten nachtheilig ist das Stampfen alsdann, wann der Wellengang von solcher Art ist, daß das Schiff so angesehen werden kann, als drehe es sich um eine feste, durch seinen Schwerpunkt gehende Axe. Die Bewegungen können alsdann den Pendelschwingungen gleichgesetzt werden. Diese lassen sich in bedeutendem Maaße durch die Verlängerung oder Verkürzung des isochronischen Pendels reguliren (vergl. S. 2214 ff.); je nachdem der Zustand der See längere oder kürzere Perioden der Schwingungen erforderlich macht. Diese Aenderungen lassen sich dadurch hervorbringen, daß einzelne Lasten der Ladung von der Drehungsaxe weiter entfernt oder ihr näher gebracht werden; denn dadurch werden die Trägheitsmomente des Vor- und Achterschiffes vergrößert oder verringert.

3 Es sind indessen nur einige Zustände der See von der Art, daß die Bewegung des Stampfens mit den Schwingungen eines Körpers um eine durch seinen Schwerpunkt gehende feste Axe verglichen werden kann, und daß die Trägheitsmomente des Vor- und Achterschiffes der Bewegung entgegenwirken. Unter manchen Umständen kann bei schwerer See im Anfange der Bewegung die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt des Schiffes gehen, während sie weiter nach hinten rückt, wenn die Welle nach dem Achterschiffe kommt. Das Trägheitsmoment des vor der Drehungsaxe liegenden Schiffes ist das Produkt aller seiner Theile multiplizirt mit dem Quadrate ihrer einzelnen Entfernungen von der Drehungsaxe. Sobald diese hinter den Schwerpunkt des Schiffes rückt, wird das Trägheitsmoment größer, und zwar um das Produkt der vor die Drehungsaxe hinzugekommenen Theile multiplizirt mit dem Quadrate ihrer Entfernungen von der Drehungsaxe. Es wird demnach das Trägheitsmoment des vor der Axe liegenden Schiffes während der ganzen Bewegung vergrößert, und dasjenige des hinter der Axe liegenden in demselben Maaße vermindert; diese Vergrößerung und Verminderung dauert natürlich bis zum Ende der Bewegung; und diejenige, welche den schädlichen Einfluß vermindert, wird kleiner. Weil die Richtung der Wellenbewegung der Richtung der Bewegung des Schiffes entgegengesetzt ist, so wird das Moment, mit welchem das Vorschiff am Ende der Bewegung auf die See trifft, der Summe der Momente des Vorschiffes und der See gleich; dieser Zusammenstoß ist in der Wirklichkeit oft groß genug, um die Bewegungen des Schiffes für einige Sekunden völlig zu hemmen.

Häufige Wiederholungen dieser Stöße sind daher nicht allein der Stärke des Gebäudes nachtheilig, sondern hemmen auch den Gang des Schiffes; auch bringen sie bei gewissen Lagen dadurch eine Gefahr, namentlich für Schiffe mit tiefer Kuhl, oder hoher Back und Schanze herbei, daß die Sturzseen häufiger eindringen. Wenn ferner ein Schiff nicht im Stande ist, den von vorn kommenden Seen mit Vortheil entgegenzugehen, so ist die Möglichkeit, daß es sich bei gefährlichen Gelegenheiten vom Legerwall abarbeiten könne, bedeutend vermindert.

Es müssen demnach diese heftigen Bewegungen entweder durch die Verringerung der vorderen Momente oder dadurch vermieden werden, daß man dem Vorderschiff eine Gestalt giebt, welche sein Einsinken in das Wasser nur sehr allmälig geschehen läßt. Weil aber überhaupt der Bug so heftigen Stößen ausgesetzt ist: so muß er aus vorzüglich starken Bestandtheilen zusammengesetzt sein; jedoch muß hiebei nicht mehr Gewicht dieser Bestandtheile angehäuft werden, als unumgänglich nöthig ist, um nicht die Vorlast zu vergrößern. Aus demselben Grunde darf auch der Fockmast nicht zu weit nach vorne kommen, weil er durch sein Gewicht und den Druck der Vordersegel noch die Heftigkeit des Stampfens vergrößern würde.

4 Während das Schiff unter Segel ist, wirken zwei Kräfte zusammen; die eine die des Windes, welche das Schiff vorwärts treibt; die andere der Widerstand des Wassers, welcher es aufhält. Sobald das Schiff die dem Winde entsprechende Geschwindigkeit erhalten hat, sind beide Kräfte gleich, und ihre auf ganze Flächen ausgedehnten Wirkungen können in einen Kraftpunkt gesammelt werden, auf welchen die Resultanten wirken. Von den beiden einander gleichen Resultanten wirkt die eine auf die Segel und zwar von der Luv- oder Windseite her in der Richtung des Windes; die andere von der Leeseite. Ihre Wirkungen stehen natürlich im Verhältniß der Entfernung ihrer Angriffspunkte vom Schwerpunkte. Sind diese Entfernungen gleich, so heben sich die Wirkungen auf, und das Schiff bleibt hinsichtlich seines Kurses in Ruhe; liegt der Angriffspunkt der Resultante des Wasserwiderstandes vor demjenigen der Resultante des Windes, so wird das Schiff gegen den Wind gedreht, oder luvt an; liegt der Angriffspunkt des Windes vor dem andern, so wird das Schiff leewärts gedreht, oder fällt ab. In beiden Fällen muß das Gleichgewicht der Kräfte durch die Wirkung des Wassers auf das Steuerruder hervorgebracht werden. Wirkt das Wasser auf die Leeseite des Ruders, so bringt es die Resultante des Wasserwiderstandes mehr nach hinten; wirkt es auf die Luvseite des Ruders, so bringt es dieselbe Resultante mehr nach vorne, und zerstört dadurch einen Theil von der Wirkung des Windes.

5 Um zu finden, wie weit der Segelpunkt, d. h. der Mittelpunkt der Wirkung des Windes auf die Segel, vor dem Schwerpunkte des Schiffes liegt, sucht man zuerst das Moment eines jeden Segels, indem man seine Fläche mit der horizontalen Entfernung multiplizirt, welche sein Kraft- oder Schwerpunkt von dem Schwerpunkte des Schiffes hat. Die Momente, welche vorne liegen macht man zu einer positiven Summe; diejenigen, welche hinter demselben lie-

gen, zu einer negativen Summe; die letztere von der erstern abgezogen giebt einen Rest, den man mit der Flächensumme aller Segel zu dividiren hat (vrgl. S. 1949); der Quotient giebt den gesuchten Abstand des Segelpunktes vom Schwerpunkte des Schiffs nach vorne hin. Die Lage des Segelpunktes in Bezug auf die Länge des Schiffs bestimmt in bedeutendem Grade die Stelle der Masten; indem es als eine der erfahrungsmäßig wichtigsten Eigenschaften anzusehen ist, daß das Schiff gehörig anluvt, oder luvgierig sei.

6 Ein großer Theil des Windes bei schrägen Kursen strebt das Schiff im Ganzen leewärts zu treiben; da dieser Trieb nicht völlig aufgehoben werden kann, so macht das Schiff einige Abtrifft, und zwar in der Richtung einer Linie, welche parallel mit dem Kielwasser des Schiffs durch seinen Bug auf der Leeseite und irgend einen Punkt der Luvseite geht.

7 Faßt man die von S. 2242 bis S. 2260 gegebenen Lehren über die Wirkung des Steuerruders bei geradem und schrägem Laufe zusammen, so ist es leicht zu bestimmen, welchen Einfluß die Segel auf dasselbe üben. Wenn ein Körper sich in einer Flüssigkeit bewegt, so häuft er dieselbe an seinem Vordertheile an, während sie in entgegengesetzter Richtung niederwärts strebt. Die Größe der Anhäufung und des Niederdrucks hängt von der Geschwindigkeit des bewegten Körpers ab. Je größer die Geschwindigkeit ist, desto vortheilhafter fällt die Resultante des Wasserwiderstandes auf das Vorschiff, um es luvgierig zu machen; es wächst also die Luvgierigkeit mit der Geschwindigkeit.

Ein Schiff, das bei dem Winde segelt, wird auf der Leeseite etwas tiefer eingetaucht; die Gestalt des neu eingetauchten Theiles weicht wenig von derjenigen des vorhereingetauchten ab, so daß der Einfallswinkel des Wassers derselbe bleibt; dagegen zieht die Vergrößerung der eingetauchten Fläche die Resultante des Widerstandes weiter nach vorne. Da ferner der Hintertheil des Schiffs scharf ist, so wird durch die Neigung nach der Leeseite der Neigungswinkel des Wasserwiderstandes gegen das Achtertheil so sehr verringert, daß hinsichtlich des Laufes beinahe nur die Reibung übrig bleibt. Da aber die Gestalt des Achterschiffes beinahe eine Ebene bildet, so widersteht dieselbe zugleich einer gar zu großen Drehung des Schiffes, wodurch es gegen den Wind auffliegen würde; es hilft also diese beinahe ebene Gestalt dazu, daß das Ruder nicht zu heftig bewegt werden darf, wodurch die Geschwindigkeit vermindert werden würde.

8 Hieraus ergiebt sich folgende allgemeine Regel, hinsichtlich des Unterschiedes der Wassertracht, welche dem Achterschiffe gegeben werden muß: dieser Unterschied muß in dem Verhältnisse vermehrt oder verringert werden, in welchem die dem gerade vorwärts herwirkenden Widerstande dargebotene Fläche zu der dem Seitenwiderstande dargebotenen Fläche steht; oder in kürzerem Ausdrucke: der Unterschied der Wassertracht ändert sich, bei übrigens gleichen Umständen, gerade in demselben Verhältnisse in welchem die Breite zur Länge steht.

Bei der Berechnung des Segelpunkts nimmt man an, daß die Segelflächen Ebenen, und hinsichtlich der Längenaxe des Schiffs gleichmäßig vertheilt seien. Sobald aber ein Schiff bei dem Winde segelt, befindet sich ein größerer Theil

der Segelfläche auf der Leeseite, und das ganze Segel nimmt eine Krümmung an, welche von der Luv- nach der Leeseite zu größer wird. Hiedurch rückt der Segelpunkt um desto weiter nach hinten, je stärker der Wind auf die Segel wirkt. Ferner rückt durch die Neigung der Segelpunkt leewärts, und der vorher erwähnte Einfluß auf die Resultante des Wasserwiderstandes vergrößert ebenfalls die Entfernung zwischen ihnen. Bleibt also die Stellung und die Fläche der beigesetzten Segel dieselbe, so wächst die Luvgierigkeit mit dem Winde, und nimmt mit demselben ab. Nimmt man nun die vorhin angeführten Ursachen der vermehrten Luvgierigkeit hinzu; beachtet man die praktische Erfahrung, daß die Schiffe ganz gewöhnlich bei leichtem Winde den Helmstock in Lee, d. h. eine Ruderhülfe zum Luven haben müssen: so zeigt sich sogleich, daß die Luvgierigkeit in einem größeren Verhältnisse als der Wind ab- und zunimmt. Der Widerstand von vorne und der von der Seite verändern sich beide wie das Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffs in diesen beiden Richtungen; daher vermindert sich der Seitenwiderstand in einem größern Verhältnisse als der von vorne kommende oder direkte. Sobald also der Wind abnimmt, wird der Winkel der Abtrifft größer; dies zieht die Resultante des Wasserwiderstandes nach hinten, und vermindert die Luvgierigkeit. Zunahme und Abnahme der Luvgierigkeit richtet sich also nach dem Unterschiede des Verhältnisses zwischen Zunahme und Abnahme des Seiten- und des direkten Widerstandes. Um also der Lafwindigkeit eines Schiffes, d. h. seiner Neigung abzufallen, oder sich vor dem Winde zu drehen, entgegenzuwirken, muß man entweder dem Schiffe oder den Segeln diejenige Beschaffenheit geben, welche die Entfernung zwischen dem Segelpunkte und zwischen dem Angriffspunkte der Wasserresultante vermehrt.

9 Zuweilen wird ein Schiff durch den Zustand der See lafwindig, indem die Wellen gegen den Bug an der Luvseite schlagen. Da sie alsdann schon allein eine Neigung des Schiffs nach der Leeseite hervorbringen, so würde dieser Stoß zum Nachtheil des Schiffs noch vermehrt werden, wenn man die vorher angeführten Mittel anwenden wollte, die ein tieferes Eintauchen des Bugs an der Leeseite hervorbringen. Man muß in solchem Falle die vorderen Segel vermindern, wodurch theils der Segelpunkt weiter nach hinten kommt, theils die Heftigkeit des Stampfens vermindert wird.

10 Bei schwerem Wetter und daher unter wenigen Segeln, zeigen die Schiffe gewöhnlich eine sehr geringe Steuerfähigkeit, theils wegen der alsdann vorhandenen Lage des Segelpunkts, theils wegen des Zustandes der See. Ein Zusatz von Segeln, hinten oder vorne, ist alsdann nicht zulässig. Eine ursprüngliche Stellung der Masten kann für solche Fälle das Beste thun. Doch darf die Aenderung dieser Stellung nie so gemacht werden, daß die Schnelligkeit und Leichtigkeit der Bewegungen darunter leidet; und diese hängt bei weitem mehr von der Stellung der Segel vor und hinter der Drehungsaxe ab, als von der Stellung des Segelpunkts.

11 Zeigt sich ein Schiff zu luvgierig, so muß, weil die Krümmung der Segel und die Neigung des Schiffs die Luvgierigkeit vermehrt, die Segelfläche vermindert werden; es müssen also namentlich diejenigen Segel eingezogen wer-

den, deren größere Breite eine größere Krümmung annimmt. Man sieht leicht ein, daß für die verschiedenen Umstände eine Aenderung in der Lage des Segelpunkts eintreten muß; ferner, daß diese Aenderung nur dadurch erlangt werden kann, daß ein gewisser Theil der Kraft des Windes ein anderes Moment erhält; dies Letztere geschieht nur durch Festmachen eines Segels an einer Stelle, oder durch Beisetzen eines Segels an einer andern, oder durch beides zugleich; es hat dies einen ähnlichen Effekt, als wenn ein Gewicht an einem Hebel andre und andre Stellen erhält.

Der Wind wirkt je nach seiner Stärke auf die Segelfläche mit einer Kraft, welche, wie S. 836 u. 867 gezeigt worden, in jedem besondern Falle durch ein bestimmtes Gewicht ausgedrückt werden kann. Tafel CXXXII ist dieses Gewicht für einen Quadratfuß Segelfläche und für die verschiedene Stärke des Windes angegeben. Hat ein Segel 40 Quadratfuß Segelfläche, und wirkt der Wind mit einer Stärke von 5 Pfund auf den Quadratfuß: so trägt dieses Segel in dem Augenblicke mit einem Gewicht von 200 Pfund zur Bestimmung des Segelpunkts bei. Es kann nun Fälle geben, wo zur vortheilhafteren Stellung des Segelpunkts ein solches Gewicht weiter nach vorne oder nach hinten gebracht werden muß. Es müßte also jenes Segel festgemacht, und ein anderes ihm gleiches an der erforderlichen Stelle beigesetzt werden; oder es müßte ein anderes doppelt so großes an jener Stelle beigesetzt werden, um jenem in Thätigkeit bleibenden mit der einen Hälfte das Gleichgewicht zu halten, und mit der andern Hälfte die erforderliche Aenderung der Kraftvertheilung hervorzubringen.

Man hat folgende leicht anwendbare Tafel gebildet, worin angegeben ist, ein wie großes Gewicht um eine Entfernung von 40 Fuß nach vorne oder hinten bewegt werden muß, um eine Aenderung von 1 Fuß in der ganzen Segelbeschaffenheit des Schiffs hervorzubringen. Die Länge und Breite sind für die Vergleichung wichtigere Angaben, als die Zahl der Kanonen. Die Fuße sind Englische (von denen 1440 = 1351,2 Französischen); die Englische Tonne enthält 2240 Pfund Englisches avoir-du-poids Gewicht (von denen 100 = 92,65 Französische Pfund poids-de-marc; vergl. Tafel CXVII, CXXIII u. Taf. CXXV, Anmerkung).

Klassen der Schiffe nach Kanonenzahl.				Länge. Fuß.	Breite. Fuß.	Gewicht, welches um 40 F. bewegt werden muß.
Erste	Klasse von	120	Kanonen	205,25	54,50	112 Tonnen.
Zweite	—	84	—	192,25	51,44	90 —
Vierte	—	60	—	174,00	43,67	58 —
Fünfte	—	46	—	159,70	40,50	38 —
Sechste	—	28	—	120,20	33,67	22 —
Sloops	—	18	—	111,25	30,50	14 —

Ist irgend eine andere Aenderung in der Segelbeschaffenheit erforderlich, so kann sie aus der obigen Tafel durch eine einfache Proportion hergeleitet werden. Weil ferner die auf den Segelpunkt durch Einziehung oder Beisetzung

eines Segels hervorgebrachte Wirkung nach der vorausgegangenen Bemerkung leicht geschätzt werden kann, so sind die zu der beabsichtigten Aenderung erforderlichen Maßregeln ohne große Schwierigkeit zu bestimmen.

12 Haben die Masten einen Fall, oder eine von der Vertikallinie abweichende geneigte Stellung, so ändert sich die Kraft des Windes, und zwar im Verhältniß des Sinus des Neigungswinkels (oder Kosinus des Einfallswinkels vergl. S. 2158). Wird also die ganze Segelbeschaffenheit geändert, so wird natürlich auch dieser Neigungswinkel und damit die Wirkung des Windes auf die einzelnen Segel, und seine Totalwirkung auf die ganze Segelfläche eine andere.

13 Man hat theils durch Theorie, theils durch Erfahrung den Winkel zu bestimmen gesucht, den die Raaen mit dem Kiele bilden müssen, wenn unter verschiedenen Umständen, namentlich bei verschiedenen Richtungen des Winds die vortheilhafteste Wirkung desselben auf die Segel erhalten werden soll. Im Allgemeinen gilt die Regel: je mehr Segel beigesetzt sind, um desto kleiner muß der Winkel sein, den die Raaen mit dem Kiele machen, d. h. desto schärfer müssen sie angebraßt werden. Je schärfer ferner ein Schiff gebaut, also je angemessener es für einen schnellen Lauf ist, desto kleiner muß der Winkel zwischen Raa und Kiel sein. Je mehr sich ferner die Segelfläche einer Ebene nähert, um desto kleiner muß ebenfalls der genannte Winkel werden.

14 Gewöhnlich wird der Fockmast zu weit nach vorne gebracht, wodurch einestheils das scharfe Anbrassen der Vordersegel verhindert, und anderntheils die Heftigkeit des Stampfens vermehrt wird. Bei der jetzt üblichen größern Länge der Schiffe kann der Fockmast etwas weiter zurückgesetzt werden, ohne daß die Segelregierung des Fock- und großen Mastes gehindert, und ohne daß der Wind, der auf die Segel des Fockmasts treffen soll, von den Segeln des großen Mastes aufgefangen wird. Ferner sind auch gegenwärtig die Achterschiffe nicht mehr so hoch über Wasser; so daß es nicht mehr einer so großen Kraft der Vordersegel bedarf, um das Gegengewicht für die Wirkung zu bilden, die der Wind auf die Achterschiffe ausübt. Auch giebt die gegenwärtige größere Länge eine viel schärfere und feinere Gestalt des Achterschiffes, wodurch die Resultante des Widerstandes weiter nach hinten kommt. Alle diese Gründe zusammen zeigen, daß es gegenwärtig nicht mehr nöthig ist, die Masten nur um ein Neuntel der ganzen Länge von dem Vorsteven zu entfernen; der Abstand kann größer sein, da er zu jener Zeit als allgemeine Regel angenommen wurde, wo die geringere Länge der Schiffe, und die Höhe ihrer Achtertheile dieselbe als richtig erwies.

Die gegenwärtig nach Chapmans Regeln fast bei allen seefahrenden Nationen eingeführte Bauart giebt den Schiffen ein aufsteigendes Flach, oder eine aufsteigende Flur (unterste Abtheilung des Bauchs), ein vollgehaltenes Vorderschiff und ein außerordentlich schlankes Hinterschiff. Demgemäß sollte auch eine Aenderung für die Stellung des Fockmasts eintreten. Bei der Schwedischen Fregatte **Chapman**, welche ganz nach seinen Prinzipien gebaut, und deshalb nach ihm benannt worden, findet sich bei einer Länge von 149,8 Fuß in

der Wasserlinie folgende Stellung der Masten, angegeben nach der Entfernung von dem vordersten Punkte der Wasserlinie in Fuß:

Fockmast 28,0; Großer Mast 89,5; Besahnmast 124,2.

Die Entfernung des Fockmasts vom Vorderende der Wasserlinie beträgt also 0,187 derselben, oder beinahe ein Fünftel.

Gewöhnlich wird die Stellung der Masten von dem äußern Rande der Sponning des Vorstevens (d. h. der Vertiefung zur Einfügung der Planken) ausgemessen, indem dieser Rand die Grenze des Wasserebenendurchschnitts bezeichnet. Die folgende Bestimmungsweise ist aber eine viel genauere, und könnte allgemein eingeführt werden. 15

Es stelle, Tafel XXXV, D, Fig. 297, AB einen Theil der Wasserlinie vor; AD die vordere Grenze des vertikalen Längendurchschnitts des Schiffes; PD eine Verlängerung des untern Randes vom losen Kiel. Ferner sei BC perpendikulär auf AB und gehe durch den Schwerpunkt des Schiffes, und sei zugleich die Drehungsaxe desselben. Es sei DV ebenfalls perpendikulär auf AB; D sei das Ende des Kiels. Es sei $AB = a$, $CD = b$, $AV = a - b = c$, $AK = x$, $AL = \frac{2}{3} x$; $VD = h$.

Soll sich das Dreieck KFA um die Drehungsaxe BC drehen, so ist der Widerstand, den es bei solcher Drehung findet, seinem Momente in Beziehung auf die Drehungsaxe gleich. Dieses Moment ist das Produkt aus dem Flächeninhalte des Dreiecks und der Entfernung seines Schwerpunkts von der Axe. Der Schwerpunkt des Dreiecks liegt (vergl. S. 1950 Nr. 7) auf einem Drittel seiner Höhe von der Basis gerechnet. Nimmt man AK als die Höhe, KF als die Basis, und $AL = \frac{2}{3} AK$, so liegt der Schwerpunkt in der Linie LH parallel mit KF; halbirt man die Basis KF in G, und zieht GA, so liegt der Schwerpunkt in H. Sein senkrechter Abstand von der Drehungsaxe ist aber gleich LB; man hat also den Widerstand des Dreiecks KAF proportional der

$$\text{Fläche } KAF \times LB = \frac{AK \cdot KF}{2} \cdot LB.$$

Es ist ferner $AK : KF = AV : VD$; also $KF = \frac{AK \cdot VD}{AV} = \frac{xh}{c}$

Substituirt man diesen Werth von KF in die obige Gleichung, so ist der

$$\text{Widerstand} = \frac{h \cdot x^2}{2c} \cdot \left(a - \frac{2}{3} x\right);$$

denn es ist $BL = a - \frac{2}{3} x$.

In gleicher Weise findet man den Widerstand, welchen das Dreieck DFP bei seiner Drehung um dieselbe Axe BC erleidet, wenn man FP halbirt, MD zieht, $DO = \frac{2}{3} DP$ nimmt, und NO parallel mit MP zieht. Alsdann ist N der

Schwerpunkt des Dreiecks DFP, und CO sein senkrechter Abstand von der Drehungsaxe, und es ist der

$$\text{Widerstand} = \text{Fläche } DFP \cdot CO = \frac{DP \cdot PF}{2} \cdot CO.$$

Da ferner $DP : PF = VA : DV$; so ist $PF = \frac{DP \cdot VD}{AV} = \frac{DP \cdot h}{c}$

Es ist ferner $DP = VK = VA - KA = c - x$; daher $PF = \frac{h \cdot (c - x)}{c}$

und der Widerstand des Dreiecks $DPF = \frac{h \cdot (c - x)^2}{2 \cdot c} \cdot \left(b + \frac{2}{3} \cdot (c - x)\right)$

denn es ist $CO = b + \frac{2}{3} DP$.

Setzt man die beiden Widerstände gleich, so ist, indem man den gemeinschaftlichen Faktor h ausläßt:

$$x^2 \left(a - \frac{2x}{3}\right) = (c - x)^2 \cdot \left(b + \frac{2}{3} \cdot (c - x)\right)$$

Um den Werth von x zu finden, hat man zuerst

$$\frac{x^2 a - \frac{2}{3} x^3}{c^2 - 2cx + x^2} = b + \frac{2}{3} c - \frac{2}{3} x.$$

Multiplizirt man beiderseits mit dem Divisor der linken Seite, so ist:

$$x^2 a - \frac{2}{3} x^3 = bc^2 + \frac{2}{3} c^3 - \frac{2}{3} c^2 x - 2bcx - \frac{4}{3} c^2 x + \frac{4}{3} cx^2 + bx^2 + \frac{2}{3} cx^2 - \frac{2}{3} x^3.$$

Indem die beiden letzten Glieder sich heben, wird die Gleichung zu einer quadratischen. Da ferner $a = b + c$, so ist:

$$bx^2 + cx^2 = bc^2 + \frac{2}{3} c^3 - \frac{2}{3} c^2 x - 2bcx - \frac{4}{3} c^2 x + \frac{4}{3} cx^2 + bx^2 + \frac{2}{3} cx^2.$$

Auf beiden Seiten heben sich bx^2; außerdem hat man auf der rechten Seite $\left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right) cx^2 = 2cx^2$; ferner $- \frac{6}{3} c^2 x = - 2c^2 x$. Nimmt man alle Glieder mit x auf die linke Seite, so ist:

$$cx^2 - 2cx^2 + 2c^2 x + 2bcx = bc^2 + \frac{2}{3} c^3$$

$$\text{also } - cx^2 + 2c^2 x + 2bcx = bc^2 + \frac{2}{3} c^3$$

Damit die höchste Potenz von x positiv sei (vergl. S. 603 Nr. 10), so ändert man sämmtliche Zeichen:

$$cx^2 - 2c^2 x - 2bcx = - bc^2 - \frac{2}{3} c^3$$

Dividirt man sämmtliche Glieder durch c, so ist:

$$x^2 - 2(b + c)x = - bc - \frac{2}{3} c^2$$

Setzt man wieder $b + c = a$, so hat man folgende unvollständige quadratische Gleichung:

$$x^2 - 2ax = - bc - \frac{2}{3} c^2$$

daher:

$$x^2 - 2ax + a^2 = a^2 - bc - \frac{2}{3} c^2 = a^2 - \left(bc + \frac{2}{3} c^2\right)$$

$$x - a = \pm \sqrt{a^2 - \left(bc + \frac{2}{3} c^2\right)}$$

Nimmt man a auf die rechte Seite, so sieht man sogleich, daß nur der negative Werth des Wurzelausdrucks gelten kann, indem x offenbar kleiner sein muß als a; daher endlich:

$$x = a - \sqrt{a^2 - \left(bc + \frac{2}{3} c^2\right)}$$

Nimmt man $BK = a - x$ gleich dem arithmetischen Mittel zwischen a und b, so erhält man eine genügende Genauigkeit. Es ist alsdann $a - x = \frac{a + b}{2}$ also $x = a - \left(\frac{a + b}{2}\right)$; es muß alsdann beinahe sein:

$$\sqrt{a^2 - \left(bc + \frac{2}{3} c^2\right)} = \frac{a + b}{2}$$

Nimmt man nun z. B. $a = 50$; $b = 40$; also $c = 10$; so ist $a^2 = 2500$; $bc = 400$; und $\frac{2}{3} c^2 = \frac{2}{3} . 100 = 66,6$; ferner $a + b = 90$; daher:

$$\sqrt{2500 - (400 + 66,6)} = \sqrt{2033,3} = 45 = \frac{90}{2}$$

Man kann also den Punkt K auf die Art bestimmen, daß man das arithmetische Mittel zwischen a und b vom Punkte B aus auf der Wasserlinie nach dem Vorsteven hin absetzt. B ist dadurch bestimmt, daß BC durch den Schwerpunkt des Schiffes geht. Der Punkt K ist dadurch wichtig, daß das von ihm auf die vorderste Grenze des senkrechten Längendurchschnitts gefällte Perpendikel dieselbe so schneidet, daß der Widerstand gegen die Winkelbewegung der beiden Dreiecke KFA und DFP gleich ist.

Sobald dieser Punkt für die in dem Ausschießen ihres Vorstevens verschiedensten Schiffe bestimmt ist, giebt er einen viel entscheidenderen Anfangspunkt zur Stellenmessung der Masten ab, als der äußere Rand der Sponning, oder irgend ein anderer Punkt; nach ihm nämlich läßt sich die Lage der Resultante des Wasserwiderstands bestimmen.

16 Wenn der Wind auf die Segel zu wirken anfängt, so ist diese Wirkung dann, wann das Schiff aus der Ruhe in die Bewegung übergeht, am stärksten, während der Widerstand des Wassers zu dieser Zeit am schwächsten ist. Sobald aber die Geschwindigkeit des Schiffes zu wachsen anfängt, nimmt die Wirkung des Windes auf die Segel allmälig ab, während der Widerstand des Wassers mit der Schnelligkeit des Schiffs zu wachsen anfängt. Auf diese Art ändern sich die beiden auf das Schiff wirkenden Kräfte so, daß sie nach einem bestimmten Zeitverlaufe gleich werden. Von da an hört die Beschleunigung durch den Wind auf, und das Schiff nimmt eine gleichförmige Bewegung an, und zwar mit der zuletzt erlangten Geschwindigkeit. Diese steht aber im Verhältnisse zu der Kraft des Windes, und zu der Segelfläche, auf welche er trifft; oder wenn die Kraft des Windes als konstant angesehen wird, im Verhältnisse zu der beigesetzten Segelfläche: Das Moment dieser Segelfläche muß mit der Stabilität des Schiffes in Proportion stehen, und zwar so, daß die zuläßig größte Segelwirkung erlangt wird. Hienach bestimmt sich hauptsächlich die Höhe des Segelpunktes über dem Schwerpunkte des Schiffs.

17 Die Luft ist im Allgemeinen 800 mal leichter als Regenwasser und 832 mal leichter als Seewasser, also auch ihre Wirksamkeit auf eine Fläche um eben so viele Male geringer, wenn sie auch mit derselben Gewalt wie das Wasser darauf trifft.

Weht demnach ein Wind mit der Geschwindigkeit $= c$ auf eine Fläche ff, so ist seine Gewalt dem Gewichte eines Wasservolumens gleich, dessen Inhalt $\frac{c^2 ff}{800 \cdot 2g}$ beträgt, worin $g = 31$ Rhein. Fuß; denn die Gewalt, mit welcher das Wasser bei gleicher Geschwindigkeit auf dieselbe Fläche treffen würde, wäre $= \frac{c^2 ff}{2g}$ (vergl. S. 2226). Die jedesmalige Gewalt des Windes mit der Schwere zu vergleichen dient der Anemometer (vergl. S. 836 u. S. 867). Trifft der Wind nicht perpendikulär auf die Segelfläche, so wird seine Kraft vermindert (vergl. S. 2226) und zwar im Verhältniß des Quadrats vom Sinus des Neigungswinkels (oder des Quadrats vom Kosinus des Einfallswinkels). Ist also die Neigung gegen die Segelfläche $= \vartheta$, so wird seine Gewalt gleich dem Gewichte eines Wasservolumens das $= \frac{c^2 ff}{800 \cdot 2g} \cdot \sin^2 \vartheta$. Diese Kraft geht natürlich auch perpendikulär durch den Schwerpunkt der Segelfläche.

Könnte daher eine Segelfläche wirklich so gespannt werden, daß sie eine Ebene bildete, so wäre in obiger Formel das ff der Quadratinhalt derselben. Es sei ein solches Segel 10 Fuß lang und 10 Fuß breit; alsdann ist $ff = 100$; es sei ferner der Wind perpendikulär darauf gerichtet, und wehe mit einer Geschwindigkeit $= 10$ Fuß in der Sekunde; alsdann giebt die Formel seine Kraft gleich dem Gewicht eines Wasservolumens, dessen kub. Inhalt $= \frac{100 \times 100}{800 \times 62{,}6}$ Rheinische Kubikfuß wäre; dieses Volumen muß dann noch mit der Anzahl von Pfunden multiplizirt werden, die sich in einem Rheinischen Kubikfuß Wasser

finden. Von dem Französischen Poids-de-marc sind 71,586 Pfunde in einem Französischen Kubikfuße enthalten; von demselben Gewichte finden sich in einem Rheinischen Kubikfuße 64,652 Pfunde.

Zur allgemeinen Uebersicht des nach den verschiedenen Maaßen und Gewichten sehr abweichenden Werthes, den das Gewicht eines Kubikfußes Seewasser hat, dient folgende, in vielen Fällen anwendbare Tafel; die Kubikfuße, Pfunde und Lasten oder Tonnen sind diejenigen des betreffenden Ortes oder Landes. Die Reduktionen auf andere Maaße und Gewichte können nach den Tafeln XX, XXII, CXVII Anmerkung, CXXIII Anmerkung, CXXV Anmerkung gemacht werden.

Oerter und Länder.	Pfunde in 1 Kubikf. Seew.	Zahl der Kubikfuße Seewasser in 1 Last.	Die Last wiegt in Pfunden des Orts.
Königsberg:	63,476	63,0158	4000
Stettin:	49,344	81,0636	4000
Bremen:	49,512	80,7888	4000
Hamburg:	49,648	80,5670	4000
Lübeck:	52,129	76,7333	4000
England (London):	63,964	(Tonne) 35,0393	(Tonne) 2240
Frankreich:	71,586	(Tonne) 27,9375	(Tonne) 2000
Holland (Amsterdam):	47,134	84,8600	4000
Schweden:	63,000	91,4286	5760

Die Schwedischen Pfunde sind das sogenannte Viktualiengewicht, welches oft zur Vergleichung der übrigen auf See gebräuchlichen Gewichte genommen wird.

Es ist übrigens bei der Berechnung der Windkraft wohl zu bemerken, daß die Segel niemals so gespannt werden können, daß sie eine wahre Ebene bilden. Je stärker der Wind ist, um desto mehr wölben sie sich. Je mehr ein Segel gekrümmt wird, um desto geringer ist natürlich auch die Gewalt, welche im Verhältniß zur eigentlichen Kraft ausgeübt wird; gerade wie eine gekrümmte Oberfläche des Vorderschiffs einen geringeren Widerstand erleidet, als die ebene Fläche des Hauptspants. Nähert sich die Krümmung einer Halbkugel, so wird die Wirkung des Windes bis auf die Hälfte vermindert, in Beziehung auf die Fläche eines größten Kreises derselben Kugel (vergl. S. 2164). Da nun aber die Fläche eines größten Kreises zweimal kleiner ist, als die Oberfläche einer Halbkugel (vergl. S. 1220 Nr. 2): so sieht man, daß ein bis zur Halbkugelform gewölbtes Segel nur den vierten Theil von der Wirkung des Windes empfängt, welche es bei einer vollkommen ebenen Spannung erhalten würde. Man muß daher, so weit es angeht, die Wölbung der Segel zu verhindern oder wenigstens zu vermindern suchen. Was indessen die theoretischen Rechnungen anbetrifft, so kann man immer ein im angemessenen Verhältnisse verkleinertes Segel, als völlig eben, an die Stelle des wirklichen und größeren aber gewölbten setzen. 18

Sobald das Schiff in Bewegung ist, so wird die Wirkung des Windes 19

auf die dann ebenfalls in Bewegung befindlichen Segel auch bedeutend geändert. Es sei das Segel nach einer gewissen Richtung mit der Geschwindigkeit $= v$ in Bewegung, während der Wind nach derselben Richtung mit der Geschwindigkeit $= c$ weht. Er kann alsdann das Segel nur in solcher Art treffen, als wäre dasselbe in Ruhe, und der Wind ginge mit einer Geschwindigkeit $= c - v$. Wäre die Geschwindigkeit des Windes kleiner als diejenige des Segels, wie wenn ein Dampfschiff bei schwachem Winde mit aufgeheißten Segeln ginge: so würde die Geschwindigkeit, mit welcher der Wind das Segel träfe negativ, oder das Segel sogar von vorneher vom Luftdrucke gewölbt werden. Wäre aber die Richtung des Windes derjenigen der Segelbewegung gerade entgegengesetzt, so würde seine darauf treffende Geschwindigkeit $= c + v$ gesetzt werden müssen.

Man muß daher die wahre Geschwindigkeit und die wahre Richtung des Windes, welche er ohne alle Rücksicht auf irgend ein Schiff oder dessen Segel hat, von der scheinbaren Geschwindigkeit und der scheinbaren Richtung unterscheiden, welche er in Beziehung auf ein in Bewegung befindliches Segel erhält. Der wahre Wind trifft auf ein in Ruhe befindliches Segel; der scheinbare Wind auf ein in Bewegung befindliches.

20 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 298, ST die Richtung und Geschwindigkeit, mit welcher sich das Segel bewegt; etwa seine Richtung und Geschwindigkeit in einer Sekunde. Der Wind wehe in der Richtung und mit der Geschwindigkeit $= VS$, so daß also diese Linie den wahren Wind vorstellt. Um jetzt den scheinbaren Wind zu finden, kann man dem ganzen System eine Bewegung in Gedanken zuschreiben, welche derjenigen des Windes gleich, aber entgegengesetzt ist; so daß das Ganze in der Richtung und Geschwindigkeit SV fortgehe, während die Luft in Ruhe gedacht wird. Das Segel hat auf diese Art eine aus ST und SV zusammengesetzte Bewegung; diese wird durch die Diagonale Sv für eine ruhige Luft dargestellt. Das Segel erleidet also auch umgekehrt dieselbe Gewalt, als wenn es in Ruhe wäre, und der Wind träfe es in der Richtung Sv; diese Diagonale stellt also den scheinbaren Wind dar.

21 Um die Wirkung des scheinbaren Windes zu bestimmen, hat man nur das Segel in Ruhe zu denken; man erhält dann mit der Bestimmung des scheinbaren zugleich diejenige Wirkung des wahren Windes, die er auf ein in Bewegung befindliches Segel ausübt.

Es sei die Geschwindigkeit des Segels oder $ST = v$; die Geschwindigkeit des wahren Windes $VS = c$; der Winkel, den beide mit einander bilden oder $VST = \zeta$; alsdann ist die Geschwindigkeit des scheinbaren Windes

$$vS = \sqrt{c^2 + 2cv \cdot \cos \zeta + v^2}.$$

Es ist nämlich in dem Dreieck vST bekannt $vT = VS = c$, $ST = v$ und der Winkel vTS als Supplementswinkel von ζ, daher sein Kosinus gleich dem Kosinus von ζ, aber mit entgegengesetztem Zeichen (vergl. S. 656); und sein Sinus $= + \sin \zeta$.

Man fällt den Perpendikel vA; alsdann ist:

$vT : vA = 1 : \sin \zeta$; also $vA = c \,.\, \sin \zeta$; eben daher $AT = - c \,.\, \cos \zeta$.

Im Dreieck vAS hat man $SA : vA = 1 : \tang vST$; also $\tang vST = \frac{vA}{SA} = \frac{c \cdot \sin \zeta}{v - AT}$; oder indem man für AT seinen Werth setzt:

$$\text{I)} \quad \tang vST = \frac{c \cdot \sin \zeta}{v + c \cdot \cos \zeta}$$

Man hat ferner $vS^2 = vA^2 + SA^2$; also wenn man die obigen Werthe in die Gleichung bringt:

$$vS^2 = c^2 \,.\, \sin^2 \zeta + v^2 + 2v \cdot c \cdot \cos \zeta + c^2 \,.\, \cos^2 \zeta.$$

Setzt man $\cos^2 \zeta = 1 - \sin^2 \zeta$. so wird $vS^2 = c^2 \cdot \sin^2 \zeta + v^2 + 2v \,.\, c \,.\, \cos \zeta + c^2 - c^2 \,.\, \sin^2 \zeta$.

$$\text{Daher II)} \quad vS = \sqrt{v^2 + 2v \,.\, c \,.\, \cos \zeta + c^2}.$$

Man hat ferner $vS : vA = 1 : \sin vST$; also $\sin vST = \frac{vA}{vS}$; daher:

$$\text{III)} \quad \sin vST = \frac{c \,.\, \sin \zeta}{\sqrt{v^2 + 2v \,.\, c \,.\, \cos \zeta + c^2}}$$

Es bezeichne jetzt u den scheinbaren Wind vS, und η den Winkel vST; v sei wie vorher die Geschwindigkeit des Segels, und c die Geschwindigkeit des wahren Windes. Ist nun diese Geschwindigkeit c aus u und η zu finden, so hat man durch einen ganz ähnlichen Beweis, und nach Analogie der gefundenen Formeln:

$$\text{IV)} \quad c = \sqrt{(u^2 - 2u \cdot v \cdot \cos \eta + v^2)}; \quad \text{und V)} \quad \tang \zeta = - \frac{u \cdot \sin \eta}{v - u \cdot \cos \eta}$$

Die beiden negativen Zeichen, wodurch sich diese Formeln von den vorigen unterscheiden, kommen daher, daß Winkel η selbst genommen wird, also sein Kosinus positiv hineinkommt; denn es ist bei dem Beweise $u : SA = 1 : \cos \eta$; also $SA = + u \,.\, \cos \eta$; was bei den Subtraktionen die negativen Zeichen hervorbringt.

22 Aus dem Vorigen ergiebt sich leicht, daß auf einem in Bewegung befindlichen Schiffe niemals der wahre, sondern nur der scheinbare Wind wahrgenommen werden kann, indem selbst die Flügel und Flaggen nur diesen letzteren zeigen können. Daher können auch zwei Schiffe, die sich auf offener See begegnen, zwei verschiedene (scheinbare) Winde beobachten, während der wahre nur einer ist.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 299, ST die Bewegung des einen, S'T' die Bewegung des andern Schiffes, und beide werden von dem wahren Winde VS oder V'S' getroffen. Zieht man die beiden Diagonalen vS und v'S', so werden die Flügel des ersten Schiffes den scheinbaren Wind vS, diejenigen des zweiten den scheinbaren Wind v'S' anzeigen; beide Richtungen können oft einige Striche (jeder = 11° 15') von einander abweichen.

§. 339. Von der für die Wirksamkeit der Segel erforderlichen Stellung der Masten und Gestalt des Vorschiffes.

1 Man sucht im Allgemeinen den Raum oberhalb des Schiffes mit so viel Segeln als möglich auszufüllen, um von jedem Winde den möglichsten Vortheil für die Bewegung zu erlangen. Man bestimmt also die Höhe der Masten und die Breite der Segel nach diesem Hauptzwecke, mit der nöthigen Rücksicht auf die Stärke und die sonstige Fähigkeit des Schiffes eine gewisse Wirkung ertragen zu können. Auch zwischen den Masten, vorne und hinten bringt man Segel an, die von dem Seitenwinde getroffen werden können. Man kann indessen statt sämmtlicher Segel und Masten **ein einziges stellvertretendes Segel** annehmen, welches der Summe der einzelnen Segel gleichkommt. Es wird dann die Hauptaufgabe, diesem stellvertretenden Segel seine Größe und seine Stellung anzuweisen.

2 Die Größe kommt zunächst der Summe der wirklichen Segelflächen gleich, welche dabei als Ebenen und als parallel mit einander angesehen werden. Einige kleine Segel, welche zur Unterstützung des Steuers dienen, mögen nöthigenfalls ausgenommen werden. Es sei also im Allgemeinen das stellvertretende Segel den wirklichen parallel, und seine Fläche ihrer Flächensumme gleich.

Dabei ist jedoch zu merken, daß nur diejenigen Segelflächen addirt werden dürfen, welche wirklich vom Winde getroffen werden, und daß diejenigen, zu denen der Wind wegen vorliegender Segel nicht gelangen kann, von dieser Summe ausgeschlossen bleiben. Weht z. B. der Wind gerade von hinten, so werden auch nur die Segel des hintersten Mastes völlig gefüllt; die der vorderen nur von den geringen durchschlüpfenden Luftzügen.

3 **Der Schwerpunkt dieses stellvertretenden Segels**, durch welchen die Windwirkung geht, heißt der **Segelpunkt**. Seine Stelle zu kennen ist also der wichtigste Punkt. Da das Schiff zu beiden Seiten das möglichste Gleichgewicht besitzen soll, so befindet sich der Segelpunkt offenbar in der nach oben verlängerten Ebene des vertikalen Längendurchschnitts. Man hat also noch die beiden andern Bestimmungen seiner Stelle zu finden: seine Höhe über der Wasserebene, und seine Stelle nach vorne zu, d. h. auf welchen Punkt der horizontalen Längenaxe des Schiffs das von ihm gefällte Perpendikel trifft. Daß diese letztere Stelle etwas nach vorne zu liegt ist schon oben gezeigt worden (vergl. S. 2240).

4 Es sei die Fläche irgend eines Segels $= K$; die Höhe seines Schwerpunktes über der Wasserfläche $= h$; die Entfernung des vom Schwerpunkte auf die Wasserebene gefällten Perpendikels vom Achterende $= l$; für die übrigen Segel seien dieselben Größen K', h', l', K'', h'', l'' u. s. w. Hiernach wird (vergl. S. 1947) die Höhe des Segelpunktes H sein:

$$H = \frac{Kh + K'h' + K''h'' + \text{etc.}}{K + K' + K'' + \text{etc.}}$$

Seine Entfernung vom Achterende oder L wird sein:

$$L = \frac{Kl + K'l' + K''l'' + \text{ꝛc.}}{K + K' + K'' + \text{ꝛc.}}$$

Die Höhe hängt vorzüglich von der Höhe der Masten ab, welche durch die Größe und Bestimmung des Schiffes beschränkt ist. Da ferner die höheren Segel viel schmäler sind als die untern, so liegt der Segelpunkt nicht in der Mitte dieser Höhe, sondern etwas tiefer unten. Demgemäß müssen also die wirklichen Segel vertheilt werden; und insofern ihre Vertheilung und Stellung bekannt ist, kann auch die Stelle des Segelpunktes und die Größe des stellvertretenden Segels als bekannt angesehn werden.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 300, der vertikale Längendurchschnitt eines 5 Schiffes, AB die Längenaxe des Wasserebenendurchschnitts; LEH der Kiel; G der Schwerpunkt des Schiffs; W der Segelpunkt, also um die Entfernung Wg höher liegend als G; und um die Entfernung Gg oder Ff weiter nach vorne als G. Es zeigt sich nun, daß die Kraft des Windes ein großes Moment erlangt, das Schiff zu neigen; dieses Moment wird um so größer sein, je größer die Höhe Wg ist. Bei geradem Laufe wird das Moment des Windes das Schiff nach vorne zu neigen. Wie groß nun auch die Stabilität des Schiffes sein mag, so wird eine solche Neigung die Bewegung des Schiffes sehr beunruhigen. Um diese Wirkung zu vermeiden ist es nöthig, daß der Widerstand, den das Vorschiff im Wasser findet, ein gleiches Moment aber in entgegengesetzter Richtung erhalte. Dies geschieht, wenn die Resultante des Widerstandes ebenfalls durch den Schwerpunkt W geht. Es sei WR die Kraft des Widerstandes, und werde nach den beiden Richtungen, der horizontalen Ws und der vertikalen Wu zerlegt. Die erstere muß vollständig durch die Kraft des Windes aufgehoben werden. Alsdann findet sich nirgends ein Moment, das Schiff zu neigen.

Die vertikale Kraft Wu hat eine zweifache gute Wirkung: sie stößt das Schiff in die Höhe, und vermindert dadurch eben so wohl sein Gewicht, und damit die Tiefe des Wasserraums oder eingetauchten Theils; als auch dient sie, vor dem Schwerpunkte angreifend, dazu, das Vorderschiff zu heben. Wäre also auch der Segelpunkt noch höher angebracht, so würde von daher dennoch keine Neigung erfolgen. Man kann diese hebende Kraft noch dadurch ein wenig vermehren, daß man den Segeln eine kleine Neigung gegen den Horizont giebt, d. h. die Masten ein wenig nach hinten neigt; alsdann müßte die Kraft des Windes ebenfalls ein wenig dazu beitragen, das Vorschiff zu erheben.

Die Resultante des Wasserwiderstandes wird aber ganz sicher durch den 6 Segelpunkt W gehen, wenn die Oberfläche des Vorschiffes ein Theil einer solchen Kugelfläche ist, deren Mittelpunkt W ist, und deren größter Kreis mit einem Radius = WH = WA beschrieben worden; alsdann geht die Resultante des Wasserwiderstandes WR nothwendig durch W, und zwar ebenso wohl bei geradem als bei schrägem Laufe. Die übrigen Erfordernisse des Vorschiffes gestatten es freilich nicht, daß es ganz und gar eine Kugelfläche habe; man

muß aber wenigstens dem Vorsteven HA, so weit er unter Wasser ist, die Gestalt eines Kreisbogens geben, der mit dem Radius WA aus dem Mittelpunkt W beschrieben ist. Oberhalb des Wassers erhält er besser eine so viel als möglich senkrechte Gestalt, um den Wogen bei stürmischem Wetter desto weniger Angriffsfläche zu bieten.

7 Um dem übrigen Theile des Vorschiffs eine passende Gestalt zu geben, muß man durch W eine horizontale Axe, also parallel mit AB ziehen; eine Ebene durch WBA bis LH legen, und diese Ebene um die durch W gehende Axe sich drehen lassen; alsdann beschreibt die Linie LHA die passende Gestalt des Vorschiffes so weit es unter Wasser geht.

8 Um das Ausschießen oder die Neigung des Vorstevens zu bestimmen, sei die Axe AB = a, die Breite = b, die Tiefe oder Wassertracht EF = e. Die Erhöhung des Segelpunkts über der Wasserfläche oder Wf = h. Die Entfernung Af, d. h. der Abstand des Perpendikels des Segelpunkts auf die große Axe von dem Vorderende A ist schon oben (S. 2241) gleich $^2/_5$ a gefunden worden; demnach Ff = $^1/_{10}$ a, wenn F für den Mittelpunkt von AB genommen wird.

Es ist ferner $We = h + e$, und $Ee = Ff = \frac{1}{10} a$. Das rechtwinklige Dreieck AWf giebt $AW^2 = h^2 + \frac{4}{25} a^2$. Da WA = WH, so ist auch $WH = h^2 + \frac{4}{25} a^2$. In dem Dreieck WeH ist $He^2 = WH^2 - We^2$.

Es ist aber $We = h + e$; also $We^2 = h^2 + 2he + e^2$; daher:

$$He^2 = h^2 + \frac{4}{25} a^2 - (h^2 + 2he + e^2) = \frac{4}{25} a^2 - 2he - e^2.$$

Es ist ferner $Ee + eH = EH = \frac{1}{10} a + \sqrt{\frac{4}{25} a^2 - 2he - e^2}$

Hiermit hat man das Vorderende H des Kiels. Zieht man EH = Fk von FA ab, so hat man das Ausschießen des Vorstevens:

$$Ak = \frac{2}{5} a - \sqrt{\frac{4}{25} a^2 - 2he - e^2}$$

Die senkrechte Höhe des Stevens unter Wasser ist $Hk = e$.

9 Im Allgemeinen kann man $Wf = h = 4e$, oder die ganze Höhe des Segelpunkts über der Sponning des Kiels nehmen. Setzt man die Breite des Wasserebenendurchschnitts oder $b = \frac{5}{2} e$ (vergl. S. 2209 Nr. 6), wie es die Stabilität verlangt; und $a = nb = \frac{5}{2} ne$, wo n die Verhältnißzahl zwischen Länge und Breite bedeutet, so kann man das Vorschießen des Stevens folgendermaßen ausdrücken:

$$Ak = ne - \sqrt{n^2e^2 - 10e^2 - e^2} = ne - e\sqrt{n^2 - 9}.$$

Setzt man nun für n nach und nach die Zahlen 3, $3^1/_2$, 4, $4^1/_2$ u. s. w.

(vergl. S. 2232), so hat man für die verschiedenen Arten der Schiffe das Ausschießen des Vorstevens leicht zu finden.

Die bis dahin angeführte Bestimmung des Segelpunkts ist die von Bouguer und Euler gegebene.

Die von Chapman aufgestellte ist folgende. Es seien, Tafel XXXV, D, Fig. 301, DF und CE die Resultanten der direkten und vertikalen Widerstände gegen Vor- und Achterschiff, sowohl der Stärke als der Richtung nach. Man verlängert beide Linien, bis sie sich in B schneiden, und noch darüber hinaus. Auf der Verlängerung von DF nimmt man BV = DF, und auf BC nimmt man BI = EC, und vollendet das Parallelogramm VBIH. Alsdann ist BH in Größe und Richtung die Resultante der ganzen vertikalen und direkten Widerstände gegen Vor- und Achterschiff. Zieht man ferner GM perpendikulär von dem Schwerpunkte G des Schiffs auf die Verlängerung von BH, so ist BH · GM das Moment jener Resultante, womit das Schiff um seinen Schwerpunkt gedreht wird. 10

Der Segelpunkt muß daher in solcher Höhe liegen, daß das Moment des Windes in Beziehung auf den Schwerpunkt des Schiffes diesem Momente BH · GM gleich wird. Es sei HM die Richtung der Resultante des Windes, und HB seine Stärke. Seine Wirkung ist horizontal, und dem horizontalen Wasserwiderstande gleich. Zerlegt man HB in die beiden Seitenkräfte BN und HN, so stellt BN den horizontalen Wasserwiderstand in Richtung und Stärke dar, und zugleich auch die Richtung und Stärke der horizontalen Wirkung des Windes. Zieht man GO perpendikulär gegen den Horizont vom Schwerpunkte des Schiffes in die Höhe, so schneidet diese Linie die Verlängerung von HB in O. Die beiden Dreiecke HBN und OGM, deren Seiten senkrecht gegen einander stehen, sind sich ähnlich, daher NB : HB = GM : GO; folglich NB . GO = HB . GM. Hieraus ergiebt sich, daß der Punkt O, in welchem sich die Vertikallinie durch den Schwerpunkt des Schiffs mit der Resultante der Widerstände gegen Vor- und Achterschiff schneiden, die richtige Höhe angiebt, die der Segelpunkt haben muß, damit die horizontale Wasserlinie des Schiffs, wenn sie eine gleichförmige Geschwindigkeit erlangt hat, durch keinen Wechsel in der Stärke des Windes berührt wird.

Dieser Punkt O giebt aber nur eine von den nöthigen Bestimmungen des Segelpunktes, d. h. seine Höhe; er kann also eigentlich nur der Höhenpunkt der Segel genannt werden. Dagegen seine Lage hinsichtlich der Länge, d. h. auf welchen Punkt der Längenaxe der von ihm gefällte Perpendikel fallen soll, diese Bestimmung muß aus dem Vorigen genommen werden. 11

Wenn nicht BH mit NB zusammentrifft, d. h. wenn auch die Resultante der Widerstände des Wassers horizontal ist, so wird es auch eine Kraft NH oder HN geben, welche in einer vertikalen Richtung aufwärts oder abwärts wirkt, und zwar auf den Schwerpunkt des Schiffes, je nachdem der negative oder der positive vertikale Widerstand der größere ist.

Diejenige Stabilität, welche ein Schiff durch den einfachen Auftrieb des Wassers in vertikaler Richtung erhält, kann man die hydrostatische Sta-

bilität nennen, weil sie von den Gleichgewichtsgesetzen der Flüssigkeiten abhängt; dagegen diejenige, welche aus dem Widerstande gegen das bewegte Schiff herkommt, kann man die hydrodynamische nennen. Die Richtung der Resultante des von der Bewegung herrührenden Widerstandes hängt natürlich von der Gestalt des Vorschiffes ab. Ist dieselbe so, daß jene Richtung oberhalb des Schwerpunkts des Schiffes geht, so wird das Moment dieses Widerstandes mit demjenigen der hydrostatischen Stabilität zusammenwirken, und die Neigung durch den Wind vermindern; geht aber die Resultante des Bewegungswiderstandes unterhalb des Schwerpunkts des Schiffs, so wird ihr Moment natürlich zur Vergrößerung der Neigung beitragen.

Wenn nun diese die Neigung vermindernde Kraft, oder ihr Moment, dem Momente der die Neigung hervorbringenden gleich ist, so bleibt natürlich das Schiff in vertikaler Stellung. Sind die Momente nicht gleich, so wird die Neigung um so viel erfolgen, als das Moment der neigenden Kraft dasjenige der die Neigung vermindernden übertrifft. Das Schiff wird sich also um seinen Schwerpunkt drehen, bis dieser Theil der neigenden Kraft durch das Moment der hydrostatischen Stabilität aufgehoben ist, welches sich durch die Neigung erzeugt. Die Unterscheidung der hydrostatischen und hydrodynamischen Stabilität ist noch nicht allgemein eingeführt, aber nach den vorangegangenen Erklärungen (vergl. S. 2161) leicht verständlich, und für manche Betrachtungen erleichternd.

Die Bouguersche und Eulersche Segelpunktbestimmung hat eigentlich den Zweck: daß das Moment der neigenden Kraft gänzlich von dem Momente der hydrodynamischen Stabilität aufgehoben werde. Diese Bedingung läßt sich aber hinsichtlich der Segelanordnung in den Fällen nicht erfüllen, wo die Richtung der Windwirkung einen Winkel mit dem Kurse des Schiffes macht; denn wegen des geringen Verhältnisses, welches die Breite eines Schiffes zu seiner Länge hat, wird das Moment der hydrodynamischen Stabilität kleiner sein, als wenn Kurs und Resultante der Windwirkung zusammenfallen; während die Resultante der Windwirkung in beiden Fällen in derselben Höhe über dem Schwerpunkte des Schiffes wirkt.

Bouguer sah diese Ungleichheit in beiden Fällen ein, also auch die Unmöglichkeit, das Moment der neigenden Kraft ganz allein durch das Moment der hydrodynamischen Stabilität aufzuheben. Er verlangte daher, daß dem Schiffe so viel hydrostatische Stabilität gegeben würde, daß sie dem Ueberschusse des Windmoments über das hydrodynamische entgegenwirken könne.

Wenn aber auch Windwirkung und Kurs zusammenfallen, so ist es doch von großer Wichtigkeit, daß alle Uebergänge von der Ruhe zur Bewegung, oder von einer Geschwindigkeit zu einer andern so geschehen, daß keines der beiden Enden, weder Vor- noch Achterschiff, eine Neigung der Länge nach erleiden; vielmehr soll das Schiff dieselbe Lage im Wasser behalten, welche als die vortheilhafteste für die Längenstellung des Segelpunkts gefunden worden.

Man sieht leicht ein, daß, wenn, Tafel XXXV, D, Fig. 300, sW die Stärke und Richtung des Windes, WR die Stärke und Richtung des Widerstandes

gegen das Vorschiff darstellt, und man das Parallelogramm RuWS vollendet, und die Diagonale Wu zieht: diese letztere die Stärke und Richtung derjenigen Kraft darstellt, welche übrig bleibt, nachdem sich die in den Kräften sW und WR gleichen und entgegengesetzten Theile aufgehoben haben; diese übrig bleibende Kraft Wu wirkt in vertikaler Richtung das Schiff emporzuheben. Zugleich kann aber diese selbe Kraft eine Drehung des Schiffs um seinen Schwerpunkt hervorbringen; dies hängt natürlich von der Stelle des Punktes W, d. h. des Durchschnittspunktes von sW und AR ab.

Nimmt man an, es sei die Richtung AR konstant in ihrer Stellung, es verändre sich aber dagegen sW in ihrer Stellung je nach der Höhe der Segel: so zeigt sich, daß, wenn Masten und Segel sehr hoch sind, der Durchschnittspunkt W weit nach hinten rückt, d. h. der Perpendikel von W auf die Längenaxe gefällt, wird dieselbe nahe am Hintertheile treffen; die an dieser Stelle vertikal wirkende Kraft Wu wird also das Achterschiff emporheben, und das Vorschiff einsenken. Sind dagegen die Masten und Segel niedrig, so fällt der Angriffspunkt von Wu nahe an den Bug, hebt das Vorschiff, und taucht das Achterschiff ein. Diese Eintauchung wird so lange dauern, bis das durch die Neigung erzeugte hydrostatische Moment dasjenige von Wu aufhebt. Trifft aber der Punkt W in einer mittleren Gegend zwischen Vor- und Achterschiff ein, so dient die Kraft Wu ohne alle neigende Kraft nur zur Erleichterung des Gewichts des Schiffs, oder verringert den Wasserraum. Der auf solche Art eintretende Punkt ist der von Bouguer und Euler gesuchte Segelpunkt.

Die Bouguersche Bestimmung dieses Punktes ist genauer folgende; Tafel XXXV, D, Fig. 302 sei r der Schwerpunkt des Ladewasserliniendurchschnitts. Es werde das Schiff durch die Kraft Wu um die dünne Schichte ABba emporgehoben. Man ziehe die Vertikallinie Vu; diese wird die Resultante des Wasserwiderstandes gegen den Bug in W schneiden. Durch diesen Punkt W muß nun auch die horizontale Linie SK gehen, welche die Richtung des Windes auf die Segel darstellt; alsdann bewegt sich das Schiff ohne alle Neigung in seinem Kurse.

Der ganze Wasserraum ABFE kann nämlich aus den beiden homogenen Theilen ABba, der dünnen emporgehobenen Schichte, und abFE, dem unter Wasser bleibenden Wasserraume zusammengesetzt werden. Erleidet das Schiff keinen andern als den vertikalen Auftrieb des Wassers, so werden die beiden genannten Theile einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt haben, welcher zugleich der Schwerpunkt des ganzen Wasserraums ist, und mit dem Schwerpunkte des ganzen Schiffs in derselben Vertikallinie liegt.

Wenn die Schichte ABba sehr dünn ist, so wird sie beinahe denselben Schwerpunkt r wie der Wasserebenendurchschnitt haben. Der Schwerpunkt des andern Theils bFEa sei ω. Der horizontale Abstand dieser beiden Schwerpunkte r und ω von der Vertikalebene, in welcher sich die Schwerpunkte des ganzen Schiffes und des ganzen Wasserraums befinden, wird im umgekehrten Verhältnisse der Theile stehen, zu denen diese Schwerpunkte r und ω gehören. Wird durch die Wirkung der Kraft Wu bei r der Wasserraum um den Theil ABba verringert:

so wird auch der vertikale Auftrieb des Wassers überhaupt vermindert, und wirkt bei ω, dem Schwerpunkte des neuen Wasserraums abFE mit einer Kraft, welche diesem neuen Wasserraume gleich ist. Da sich nun die Kräfte umgekehrt wie ihre Entfernungen vom gemeinschaftlichen Schwerpunkt des Schiffs verhalten, und beide in vertikaler Richtung aufwärts wirken: so werden sie das Schiff um seinen Schwerpunkt im Gleichgewicht erhalten.

In diesem rein theoretischen Beweise findet sich aber eine Annahme, welche die Erfahrung nicht bestätigt; denn dieselbe zeigt, daß der Wasserraum eines Schiffes wirklich größer ist, wenn es sich bewegt, als wenn es in Ruhe bleibt. Durch diesen thatsächlichen Zuwachs des Wasserraums kann eine Aenderung in der Stelle des Wasserraum-Schwerpunkts entstehen, welche der Kraft Wu entweder entgegen wirkt, oder sie noch verstärkt, je nachdem die Gestalt des Schiffes oberhalb der ursprünglichen Wasserlinie gebildet ist.

Ein anderer Fehler in Bouguer's Beweisführung ist der, daß sie nur mit Rücksicht auf den positiven Widerstand gebildet ist, den das Vorschiff erleidet; während es auch einen negativen Widerstand giebt; nämlich das am Hintertheile des Schiffes zusammenströmende Wasser vermindert mit seinem hydrostatischen Drucke den von vorne kommenden Widerstand (vergl. S. 2161); dieser Druck auf das Achterschiff kann daher als der negative Widerstand angesehn werden. Diese beiden Widerstände sind aber in Chapmans vorher angegebener Bestimmung gleichmäßig berücksichtigt; die erste Bestimmung betrifft, Tafel XXXV, D, Fig. 301', BH, d. h. die Resultante der beiden Widerstände gegen Vor- und Achterschiff.

12 Betrachtet man nun die vorher (S. 2295) gefundene Kraft NH, Fig. 301, so sieht man, daß sie den Wasserraum des in Bewegung befindlichen Schiffes entweder vergrößern oder verringern muß, je nachdem der negative oder positive vertikale Widerstand größer ist.

Wirkt diese Kraft in der Richtung NH, so vermindert sie den Wasserraum; ist nämlich das Schiff in Bewegung, so vergrößert sich der Wasserraum, weil der hydrostatische Druck am Achterschiffe vermindert, also auch der Auftrieb geringer wird; dieser Vergrößerung des Wasserraums wirkt NH entgegen. Ist dabei NH nicht größer als die eben angeführte Verringerung des Auftriebes, so ändert sie in keiner Weise die Stellung des Wasserraumschwerpunkts, und hat also auch keinen Einfluß auf die Neigung des Schiffs nach seiner Länge.

Wirkt die Kraft in der Richtung HN, so vergrößert sie den Wasserraum, indem sie ebenfalls zur Verminderung des vertikalen Auftriebes beiträgt; sie bringt dann natürlich auch eine Aenderung in der Stellung des Wasserraumschwerpunkts hervor; was von der Gestalt des Schiffes über Wasser abhängt. In diesem Falle kann das Schiff eine geringe Anlage zu Schwankungen nach seiner Länge haben, selbst wenn der Segelpunkt die von Chapman bestimmte Höhe hat. Doch kann diesem zufälligen Fehler durch eine angemessene Gestalt des Schiffes in der Nähe der Wasserlinie leicht vorgebeugt werden, so daß Chapmans Bestimmung des Segelpunkts dadurch nicht widerlegt wird.

13 Nimmt man BV und BI, Fig. 301, hinsichtlich ihrer Stellung als gegeben

an, so hängt die Kraft NH oder HN in Größe und Richtung von dem Verhältnisse zwischen BV und BI, oder zwischen DF und EC ab. Fällt BH mit NB zusammen, oder wirkt die Resultante des Wasserwiderstandes in horizontaler Richtung, so verschwindet die Kraft NH oder HN. In diesem Falle ist auch HB parallel mit CD; der Winkel VBH ist alsdann dem Winkel BDC gleich, und der Winkel BCD = HBC = VHB. Es ist ferner:

$$VH : VB = \sin VBH : \sin VHB = \sin BDC : \sin BCD;$$

da ferner VH = BI = EC, und VB = DF, so hat man:

$$EC : DF = \sin BDC : \sin BCD.$$

Man sieht hieraus, daß der positive und negative vertikale Widerstand einander gleich sind, und daß die Richtung der Resultante der Wasserwiderstände horizontal ist: wenn sich die Resultante des direkten und vertikalen Widerstandes gegen das Vorschiff und die Resultante des direkten und vertikalen Widerstandes gegen das Achterschiff umgekehrt zu einander verhalten, wie die Winkel, welche diese Resultanten mit der Horizontallinie machen.

14 Die Achter- und Vordertheile der Schiffe von gewöhnlicher Gestalt können zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen den direkten und vertikalen Widerständen als Ebenen betrachtet werden, welche sich schräge in einer Flüssigkeit bewegen. Demgemäß wird jenes Verhältniß der Widerstände von den Neigungswinkeln abhängen, welche die Flächen des Vor- und Achterschiffs mit der Richtung der Bewegung des Schiffs, also mit einer Horizontallinie machen. Die Summe der direkten Widerstände auf jeden einzelnen der beiden Theile verhält sich zur Summe der vertikalen, wie der Kosinus zum Sinus des Neigungswinkels. Wie lange also die Neigungen des Vor- und Achterschiffs gegen eine Horizontallinie unverändert bleiben: so lange ist auch das Verhältniß zwischen den direkten und vertikalen Widerständen, welche Vor- und Achterschiff erleiden, unveränderlich, d. h. das Verhältniß DK : KF und LC : LE. Es werden also auch, so weit die angegebenen Bedingungen Einfluß haben, die Richtungen der Resultanten, d. h. DF und EC konstant sein, welche Aenderung auch irgend in ihrem beiderseitigen Verhältnisse durch Zunahme oder Verringerung der Geschwindigkeit des Schiffes stattfinden mag.

15 Bei der horizontalen Richtung der Wasserresultante ist $EC : DF = \sin BDC : \sin BCD$; daher $EC \,.\, \sin BCD = DF \,.\, \sin BDC$. Es ändere sich das Verhältniß von DF : EC, so daß $EC \,.\, \sin BCD$ größer wird als $DF \,.\, \sin BDC$; oder daß das Verhältniß DF : EC größer wird.

Bei dieser Annahme verlängere man DV nach P, mache BP zu BI in dem vergrößerten Verhältnisse von DF : EC, vollende das Parallelogramm BPQI, und ziehe die Diagonale QB; diese letztere stellt die Richtung der Wasserresultante nach der Aenderung des Verhältnisses zwischen DF und EC dar.

Verlängert man QB bis S, so ist $\angle PBQ = \angle DBS$. Es ist aber BP parallel mit IQ, also auch $\angle PBQ = \angle IQB$; der Winkel IHB ist als äußerer Winkel größer als der innere IQB. Daher ist $\angle DBM = \angle IHB$ größer als Winkel IQB; demnach $\angle DBM$ größer als $\angle DBS$, und S, oder der Punkt, in

welchem die Richtung QB die Vertikallinie GO schneidet, fällt unterhalb des Punktes O. Es wird also auch GS kleiner als GO sein. Wenn EC oder BI im Verhältniß zu DF oder BV angewachsen wäre, so würde der Punkt auf gleiche Weise oberhalb O gefallen sein. Hieraus ergiebt sich folgender allgemeine Satz:

Wenn das Verhältniß zwischen der Resultante des direkten und vertikalen Widerstandes gegen das Vorschiff, und der Resultante des direkten und vertikalen Widerstandes gegen das Achterschiff größer ist, als das Verhältniß zwischen dem Sinus des Winkels, den die Resultante des hintern Widerstandes mit der Horizontallinie macht, und dem Sinus des Winkels, den die Resultante des vordern Widerstandes mit der Horizontallinie bildet: so wird die Höhe des Segelpunkts verringert. Wenn aber das erste jener beiden Verhältnisse kleiner ist, so wird die Höhe des Segelpunkts vergrößert.

Nimmt man nun noch DF als unendlich in Vergleich mit EC, d. h. wenn der hintere oder negative Widerstand ganz verschwindet: so wird BQ mit BP zusammenfallen, und die Höhe des Segelpunkts wird in W sein, d. h. in dem Punkte, wo sich die Vertikallinie vom Schwerpunkt des Schiffes mit der Richtung der Resultante des positiven Widerstandes schneidet.

Wenn aber DF in Vergleich mit EC verschwindet, d. h. wenn der vordere Widerstand im Vergleich zum hintern als Null angesehn wird, so fällt BQ mit BI zusammen, und die Höhe des Segelpunkts wird in R sein, d. h. in dem Punkte, wo sich die Vertikale vom Schwerpunkte des Schiffes mit der Resultante des hintern Widerstandes schneidet.

Es sind also nach dem eben geführten Beweise die Punkte W und R die beiden Grenzen für die Höhe des Segelpunktes. Wenn nun die Richtungen der Resultanten der Widerstände auf Vor- und Achterschiff bekannt sind, so hängt die Stellenbestimmung des Segelpunktes zwischen den beiden Grenzen R und W von der Schnelligkeit des Schiffes ab, insofern dieselbe das Verhältniß zwischen den Resultanten bedingt. Da der negative Widerstand von dem Grade des Vakuums abhängt, welches durch den Lauf des Schiffes durch das Wasser erzeugt wird: so wird er (insofern er hydrodynamisch sein soll) so lange unbedeutend sein, als die Geschwindigkeit geringe ist. Die Erfahrung bestätigt das; sie zeigt aber auch, daß dieser negative Widerstand in einem größeren Verhältnisse wächst als die Geschwindigkeit.

Man kann daher die allgemeine Regel aufstellen: je geringer die Geschwindigkeit des Schiffes ist, um desto mehr wird sich die Höhe des Segelpunkts der niedrigsten Grenze nähern; und je größer die Geschwindigkeit wird, desto näher wird sie der höchsten Grenzen kommen. Die Gesetze der Bewegung der Flüssigkeiten sind jedoch nicht bekannt genug. Man kann daher nicht bestimmen, in welchem Verhältnisse der negative und der positive Widerstand eines in einer Flüssigkeit fortschreitenden Körpers wächst und abnimmt; man kann daher auch nicht angeben, wie nahe die äußerste Stellung der Höhe des Segelpunkts bei der möglich größten Geschwindigkeit eines Schiffs der Grenze kommen kann.

Es giebt noch einen Einfluß auf die Höhe des Segelpunkts; dies ist die Abweichung der scheinbaren Wasserlinie eines in Bewegung befindlichen Schiffes von der wahren Wasserlinie oder der horizontalen, die es bei ruhigem Stande und vollem Gleichgewichte hat. Sobald nämlich ein Körper in irgend einer Flüssigkeit fortschreitet, so häuft sich dieselbe an dem Vordertheile an, und drückt sich an dem Hintertheile durch die eigene Schwere herab. Diese Abweichung der scheinbaren von der wahren Wasserlinie ist nach dem Grade der Geschwindigkeit des Schiffs verschieden. Die Zunahme der einen und die Abnahme der andern widerstehenden Fläche ändert das Verhältniß zwischen ihren respektiven vertikalen und horizontalen Widerständen, und damit auch die Richtungen der Widerstandsresultanten auf diese Flächen. 16

Wären die beiden Enden des Schiffes von ebenen Flächen begrenzt, so würde weder die Anhäufung noch die Niedersenkung die Richtungen der Widerstandsresultanten ändern; denn die Einfallswinkel würden für alle Theile der Flächen dieselben bleiben. Aber die beiden Enden der Schiffe sind krumme Flächen. Der Einfluß auf die Richtung ihrer respektiven Widerstandsresultanten hängt also von der relativen Neigung gegen den Horizont der Krümmung desjenigen Theiles ab, der sich unterhalb der horizontalen Wasserlinie befindet, und derjenigen Theile, welche oberhalb der Wasserlinie liegen, und von der Anhäufung und Niedersenkung des Wassers berührt werden. Die untern Theile sowohl des Vor- wie des Achterschiffs sind im Allgemeinen die am mehrsten gegen den Horizont geneigten. Daher läßt sich annehmen, daß die Richtung der Widerstandsresultante gegen den Bug durch die Anhäufung erniedrigt; dagegen die Richtung der Widerstandsresultante gegen das Achterschiff durch die Niedersenkung des Wassers erhöht wird. Zu gleicher Zeit wird aber auch der Angriffspunkt des Widerstandes am Bug durch die Anhäufung erhöht; und der Angriffspunkt am Achtertheile erniedrigt.

Die Lage dieses Punktes bestimmt die Höhe, welche der gemeinschaftliche Segelpunkt über dem Schwerpunkt des Schiffes haben muß, und zwar nicht allein, wenn Kurs und Wind in ihrer Richtung übereinstimmen, sondern auch bei jeder von einander abweichenden Richtung derselben; denn unter allen Umständen wird der Theil der Windkraft, welcher das Schiff in seinem Kurse vorwärts treibt, denselben Gesetzen unterworfen sein, wie die ganze Kraft, wenn sie in der Kursrichtung wirkt.

Es ist übrigens leicht einzusehn, daß nicht nur der gemeinschaftliche Segelpunkt derjenigen Segel, welche gewöhnlich beigesetzt werden, und für welche man daher den Segelpunkt genau zu bestimmen für nöthig hält, mit dem allgemeinen, durch die vorigen Bestimmungen gefundenen Segelpunkte des ganzen Schiffes zusammen fallen muß; sondern daß auch dann, wenn die gelegentlich beigesetzten Segel die Segelfläche vermehren, der alsdann hervorkommende gemeinschaftliche Segelpunkt nahebei dieselbe Höhe über dem Schwerpunkt des Schiffes behalten muß. 17

§. 340. Von einigen besondern Eigenschaften und Wirkungen der Segel.

1 Es ist eine häufig gemachte Erfahrung, daß die Schnelligkeit weder im Verhältniß der mehr beigesetzten Segel wächst, noch im Verhältniß der eingezogenen sich vermindert. Diese scheinbaren Ausnahmen von der Regel kommen offenbar von der unpassenden Lage des Segelpunktes her. Es kann sogar die unpassende Lage desselben bewirken, daß die Geschwindigkeit des Schiffes abnimmt, wenn mehr Segel beigesetzt werden, und daß sie zunimmt, wenn einige eingezogen werden.

2 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 303, AB die Wasserlinie eines Schiffs, wenn der Mittelpunkt der Kraft in der richtigen Höhe des Segelpunkts GF liegt. Es werde darauf die Anordnung der Segel so verändert, daß ihr Kraftpunkt mit dem Punkte E zusammenfällt, welcher über dem richtigen Segelpunkte F liegt. Es sei die Kraft des Windes auf die Segel sowohl vor als nach der Aenderung = a. Ihr Moment das Schiff um seinen Schwerpunkt G zu drehn, ist, wenn ihr Angriffspunkt in E liegt, = a · EG. Dieser Kraft setzt sich der horizontale Widerstand des Wassers, auch = a, entgegen, welcher in dem Abstande FG von dem Schwerpunkte wirkt (weil der richtige Segelpunkt diese Entfernung bestimmt). Man erhält also a . EG — a . FG = a . EF als diejenige Kraft des Windes, mit welcher er das Schiff um seinen Schwerpunkt G zu drehen strebt, und zwar so, daß das Vorschiff einsinkt. Die Neigung wird wirklich so lange vor sich gehen, bis das dadurch hervorgebrachte hydrostatische Moment groß genug ist, der Neigungskraft des Windes entgegen zu wirken. Wegen des Unterschiedes, den die Neigung des Schiffs in den Einfallswinkeln des Wassers auf Bug und Achterschiff hervorbringt, wird die richtige Höhe des Segelpunkts wahrscheinlich nicht mit dem Punkte F zusammenfallen; aber die aus dieser Verrückung des Segelpunktes hervorgehende Aenderung wird von der Gestalt des Schiffes abhängen.

Es falle, wenn das Moment a . EF aufgehoben ist, die Wasserlinie mit CD zusammen; man ziehe GH, indem man den Winkel EGH gleich dem Neigungswinkel DGB, und GH = GE macht; alsdann ist H der Punkt, nach welchem der Segelpunkt E nach der Neigung gerückt sein wird, und der Winkel BGH wird die Neigung der Ebene des Segels gegen den Horizont darstellen, während sie vor der Neigung als senkrecht angenommen wurde. Von H zieht man HM horizontal, d. h. parallel mit AB, und nimmt HM für die ganze Kraft des Windes, welche in dieser Richtung sowohl bei dem Punkte F als bei dem Punkte H wirkt. Man zieht ML perpendikulär auf GH, und LK perpendikulär auf MH. Es stellt alsdann MK die horizontale Kraft des Windes vor, mit welcher er das Schiff in der Richtung seines Kurses vorwärts treibt, wenn der Mittelpunkt der Segelkraft in E ist. MH stellt die Größe dieser Kraft für die Zeit dar, wo der Mittelpunkt der Segelkraft in der richtigen Höhe, d. h. in F liegt; es ist also KH derjenige Theil der horizontal wirkenden Kraft des

Windes, welche durch die unpassende Lage des Segelpunktes verloren geht. Nimmt man MH zum Radius, so erhält man aus den ähnlichen Dreiecken MHL und LKH den Werth von KH gleich dem Quadrate des Sinus des Neigungswinkels dividirt durch den Radius, welcher letztere der ganzen Kraft des Windes gleich ist.

Das Dreieck MLH ist nämlich bei L rechtwinklig; aus der Spitze des rechten Winkels ist der Perpendikel auf die Hypotenuse MH gefällt; daher sind (vergl. S. 684 Nr. 12) die beiden Dreiecke MLH und LKH einander ähnlich. Man hat daher:

$$MH : HL = HL : HK; \text{ also } HK = \frac{HL^2}{MH}$$

Aus derselben Gleichung folgt, daß der Winkel HML = Winkel HLK ist. Als korrespondirender Winkel ist aber HLK = HGE = DGB, d. h. gleich dem Neigungswinkel. Nimmt man in dem rechtwinkligen Dreiecke HLM die Hypotenuse HM zum Radius, so ist HL = sin $\angle$ HML, d. h. gleich dem Sinus des Neigungswinkels; daher

$$HK = \frac{HL^2}{MH} = \frac{\sin^2 \text{ des Neigungswinkels}}{\text{Ganze Kraft des Windes}}$$

Wenn daher die Verrückung des Segelpunktes von der richtigen Stelle F durch einen Zusatz von beigesetzten Segeln verursacht wird, statt durch eine Aenderung in der Anordnung, so wird die Geschwindigkeit verringert, statt vergrößert; es müßte dann etwa der Zuwachs den MH, d. h. die Kraft des Windes, durch die Vergrößerung der dargebotenen Segelfläche erhält, größer sein als HK, d. h. größer als der verursachte Verlust. Die wirkliche Kraft des Windes, das Schiff gerade vorwärts zu treiben, würde also um eine Größe vermindert werden, welche dem Unterschiede zwischen KH und dem kleineren durch die vermehrte Segelfläche hervorgebrachten Zuwachse der Windkraft gleich ist. Nimmt man nun an, daß durch die unpassende Stellung des Segelpunkts in E das Schiff so geneigt wird, daß GH die Ebene der Segel vorstellt: so zeigt sich sogleich, daß die Segelfläche verkleinert werden kann, bis die Kraft des Windes um eine Größe $= \frac{\sin^2 EGH}{rad \cdot MH}$ vermindert worden, ohne daß dadurch die Geschwindigkeit abnimmt; sobald nämlich durch diese Verminderung der Segelfläche der Segelpunkt in seine richtige Stelle F versetzt wird.

Aus dem Vorigen ergiebt sich auch, daß wenn der Segelpunkt zu hoch über dem Schwerpunkte des Schiffes gestellt worden, der Nachtheil dieser Stellung durch eine Neigung oder ein sogenanntes Ueberhängen der Masten verringert werden kann, wodurch man vermeidet die Kraft des Windes, d. h. die Segelfläche zu verkleinern.

Wenn der wirkliche Segelpunkt höher als der richtige liegt, so wird die Geschwindigkeit des Schiffes auch noch ferner durch den Zuwachs des Widerstandes vermindert, welcher davon herkommt, daß durch die Eintauchung der volleren Theile des Vorderschiffs dem Wasser eine größere Angriffsfläche dar- 3

geboten wird. War also die Segelfläche vor der Neigung vertikal, so wird nach der Neigung um den Winkel EGH ein Theil der Kraft KL dahin wirken, daß der Wasserraum und somit der Widerstand vergrößert wird. Dieser Nachtheil kann ebenfalls durch ein Ueberhängen der Masten vermieden werden.

4 Sobald das Moment des Windes auf die Segel das Moment der hydrodynamischen Stabilität übertrifft, so erfolgt eine Neigung, bis die dadurch erzeugte hydrostatische Stabilität dem Ueberschuß des Windmoments das Gleichgewicht hält, wie schon vorher gesagt ist. Dieses Gleichgewicht wird sich aber eben so oft ändern, als die Kraft des Windes wächst oder abnimmt; folglich ändert sich dann auch jedesmal die Neigung. Ein Schiff mit falsch gestelltem Segelpunkte wird also mit jedem Wechsel der Windstärke auch einen Wechsel in seiner Wasserlinie erleiden. Hiedurch wird es unmöglich, die Längenstellung des Segelpunktes mit einer vortheilhaften Segeleinrichtung des Schiffes in Einklang zu bringen; ja es wird sogar aus diesem Grunde unmöglich eine solche Längenbestimmung für den Segelpunkt zu finden, weil die Segelbeschaffenheit des ganzen Schiffes einem steten Wechsel unterworfen ist.

5 Befindet sich der wirkliche Segelpunkt unterhalb des richtigen, so wird das Achterschiff eintauchen, weil alsdann das Moment des Wasserwiderstandes größer ist, als dasjenige des Windes. Dadurch ergiebt sich folgender Unterschied zwischen einem zu hohen und einem zu niedrigen Segelpunkte: bei einem zu hohen taucht der Bug ein, der Widerstand gegen denselben wird größer, und das Schiff fliegt gegen den Wind auf; bei einem zu niedrigen Segelpunkte taucht das Achterschiff ein, der Widerstand gegen dasselbe wird größer, und das Schiff fällt vor dem Winde ab.

6 Haben Masten und Raaen ein so unpassendes Verhältniß, daß der Segelpunkt eine falsche Stellung hinsichtlich der Höhe erhält: so läßt sich der mannigfache daraus hervorgehende Nachtheil zwar nicht völlig entfernen, wohl aber einigermaaßen verringern, und zwar durch Umstauung, d. h. Ortsveränderung irgend welcher bedeutenden Gewichte. So läßt sich denken, daß die Neigung des Schiffes, wenn der Wind auf den Punkt E, Fig. 303, wirkt, aufgehoben wird, wenn man ein Gewicht b von einem Orte N im Vorschiffe nach einem Orte O im Achterschiffe bringt. Das Gleichgewicht des Schiffs wird dann durch die beiden gleichen Kräfte oder Momente a . EF und b . NO hervorgebracht, und es wird sich das Schiff ohne alle Neigung der Länge nach bewegen, so lange die Kraft des Windes unverändert bleibt. Jede Aenderung des Windes muß demnach durch eine Aenderung in der Stauung unwirksam gemacht werden. Diese Abhülfe läßt sich jedoch nur bei ruhigem Wasser anwenden. Die richtige Stellung des Segelpunktes ist also geradezu der wichtigste Punkt des Schiffbaues, weil sie es erst möglich macht, alle sonstigen guten Eigenschaften eines Schiffes zu benutzen, und ihm die möglich größte Geschwindigkeit zu geben. Die falsche Stellung desselben dagegen bewirkt, daß manche sonstige gute Eigenschaft, sogar die zum Segeln beste Gestalt, unbenutzt bleiben muß.

7 Wären die Segel, wie in den vorigen Auseinandersetzungen angenommen worden, wirklich lauter Ebenen, so fiele ihr gemeinschaftlicher Schwerpunkt mit

ihrem Segelpunkte genau zusammen. Sie werden aber durch die Kraft des Windes gewölbt. Handelt es sich aber nur darum, die Höhe des Segelpunkts zu bestimmen, so kann, da die allen Segeln gleichgeltende Fläche aus den vielen einzelnen zusammengesetzt ist, kein bedeutender Irrthum entstehn, wenn man die Höhe des gemeinschaftlichen Schwerpunktes auch für die Höhe des Segelpunktes annimmt; diese Annahme ist daher für die Praxis genau genug.

Welchen Dienst man auch irgend von einem Schiffe verlangen mag, so sieht man leicht ein, daß es dazu ein gewisses Maximum der Dienstbarkeit besitzen muß. Dieses Maximum läßt sich nur durch eine wohl überdachte Verbindung der Vermögen des Schiffs mit den Mitteln hervorbringen, die jene Vermögen in Thätigkeit setzen. Die hiezu besonders erforderlichen Eigenschaften eines Schiffes lassen sich in zwei Hauptabtheilungen bringen (vergl. S. 2170 Nr. 5): solche die zur Geräumigkeit oder Tragfähigkeit für Ladung gehören; und solche die zur Geschwindigkeit zusammenwirken. Für Kauffahrteischiffe hat man in neuerer Zeit, namentlich in England nach dem Zeugniß Englischer Schiffbaumeister, fast nur die Tragfähigkeit berücksichtigt, und zwar in einem solchen Uebermaaße, daß man ihr nicht nur jede andre auszeichnende Eigenschaft, sondern sogar die Sicherheit des ganzen Schiffes und der Mannschaft aufopferte. 8

Für Kriegsschiffe ist unter allen Umständen eine richtige Verbindung von Tragfähigkeit und Schnelligkeit unerläßlich; die Schnelligkeit muß aber nicht blos für die geraden Kurse, sondern auch bei dem Winde, und zwar mit der möglichst geringen Abtrifft vorhanden sein.

Mit welchem Winkel der Wind irgend die Segelfläche treffen mag, so ist die Gewalt desselben nur so groß, wie der bei Zerlegung seiner Kraft auf die Fläche fallende Perpendikel; also wie der Sinus des Neigungswinkels (vergl. S. 855). Wenn die Bewegung eines Schiffes parallel mit seiner Längenaxe geht, so erleidet es den geringsten Widerstand. Jede Kraft des Windes, welche das Schiff in einer andern Richtung treibt, vermehrt den Widerstand des Wassers, und schadet also dem Fortschritte. In jedem wirklichen Falle läßt sich die Kraft des Windes auf das Segel in eine perpendikulär darauf gerichtete und eine parallel mit ihm gehende zerlegen. Es sei, Taf. XXXV, D, Fig. 304, AB die Längenaxe oder der Kiel des Schiffs, und CD die Richtung der Raa, welche mit AB den Winkel DEB kleiner als 90° macht. Die Stärke und Richtung des Windes ist EF. Ihre Zerlegung giebt GE perpendikulär auf die Segelfläche CD, und FG parallel mit derselben. Man zieht GH perpendikulär auf AB; ferner zerlegt man GE in GH und HE; es stellt GH den Theil dar, welcher das Schiff seitwärts treibt; und HE den Theil davon, welcher es gerade vorwärts stößt. Wäre die Raarichtung CD senkrecht auf AB, so würde die Seitenkraft GH verloren gehn; bei einer schrägen Richtung finden sich aber immer zwei solcher Kräfte wie GH und HE. Weil DEB = CEH, und CEG ein Rechter, so ist GEH das Komplement von DEB, und bleibt daher eben so lang konstant, als dieser; es bleibt also auch in dem Dreiecke GHE das Verhältniß GH : HE unverändert, d. h. die seitwärts und die vorwärts treibende Kraft 9

des Windes behalten ein unverändertes Verhältniß; finden aber auch eine entgegengeſetzte Kraft im Widerſtande des Waſſers, nämlich HG und EH; die Bewegung des Schiffes geht alſo in einer gewiſſen geraden Linie ab vor ſich, welche dem Gleichgewichte der genannten Kräfte entſpricht. Hierauf beruht alſo die Abtrifft des Schiffes, d. h. die Abweichung des wirklichen Kurſes von der Richtung des Kiels.

Es ſei R der direkte und r der Seitenwiderſtand des Waſſers, und die ihnen dargebotenen Flächen d und e: der Winkel DEB, den das Segel mit dem Kiel macht, ſei c; der Winkel der Abtrifft ſei x, alsdann hat man:

$$R : r = d \cdot \cos^2 x : e \cdot \sin^2 x;$$

$$\text{alſo } \frac{R}{r} = \frac{d \cdot \cos^2 x}{e \cdot \sin^2 x} = \frac{d}{e \cdot \operatorname{tang}^2 x}$$

Es iſt auch nach Fig. 304:

$$\frac{R}{r} = \frac{EH}{GH} = \frac{\sin \cdot c}{\cos \cdot c} = \operatorname{tang} c;$$

daher:

$$\frac{d}{e \cdot \operatorname{tang}^2 x} = \operatorname{tang} c; \quad \text{und } \operatorname{tang}^2 x = \frac{d}{e} \cdot \operatorname{cotg.} c;$$

$$\text{oder A)} \quad \operatorname{tang} x = \sqrt{\frac{d}{e} \cdot \operatorname{cotg} c.}$$

Die erſte Proportion ergiebt ſich aus den S. 2233 gegebenen Erläuterungen. Die Umwandlungen ſind folgende: $\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \operatorname{cotg}^2 x$; es iſt aber $\operatorname{tang} x : 1 = 1 : \operatorname{cotg} x$; alſo $\operatorname{tang} x = \frac{1}{\operatorname{cotg} x}$; daher $\operatorname{cotg}^2 x = \frac{1}{\operatorname{tang}^2 x}$. Ferner iſt $\angle DEB = \angle CEA = c$; daher iſt $\angle HEG$ das Komplement für den $\angle c$, daher $EH = \cos HEG = \sin c$; und $GH = \sin HEG = \cos c$.

Endlich iſt $\frac{1}{\operatorname{tang} c} = \operatorname{cotg} c$.

Aus der Gleichung A ergiebt ſich, daß die Abtrifft des Schiffes allein von dem Winkel abhängt, den das Segel mit dem Kiele macht; und ſcheint in keiner Weiſe von der Geſchwindigkeit des Schiffes berührt zu werden. Daher haben die mehrſten Mathematiker ſtets das Gleichgewicht betrachtet, welches zwiſchen der Kraft des Windes und dem Widerſtande des Waſſers beſteht, um dieſen Winkel hervorzubringen. Die Erfahrung zeigt aber auch die Abhängigkeit der Abtrifft von der Geſchwindigkeit des Schiffs, und von der Richtung des Windes.

10 Sobald der Winkel DEB = c, d. h. der Winkel den das Segel mit dem Kiele macht, ſich verringert, wird das Komplement von c größer und das Verhältniß zwiſchen GH und HE muß wachſen. Es zeigt ſich aber auch ferner in der wirklichen Erfahrung, daß ohne irgend eine Aenderung der Windrichtung, die Abtrifft ſich mit jeder Aenderung der Geſchwindigkeit ebenfalls ändert.

Ferner zeigt die Erfahrung, daß sich die Abtrifft auch mit dem Winkel ändert, den die Richtung des Windes mit dem Kiele macht.

11 Dieser Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung entspringt aus der noch fehlenden Kenntniß derjenigen Gesetze, nach denen sich ein Körper in einer Flüssigkeit bewegt. Sobald nämlich die theoretischen Regeln des Widerstandes auf schiefe Kurse angewandt werden, so weichen die berechneten Widerstände bedeutend von den wirklich beobachteten ab; und zwar um so mehr, je größer der Einfallswinkel, und je spitzer der Neigungswinkel, d. h. je kleiner der Winkel wird, den der Widerstand mit der getroffenen Ebene macht. Dieser Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung zeigt sich weit stärker beim Seitenwiderstande als beim Widerstande gegen den Bug; und hat auch in diesem Verhältnisse Einfluß auf die Abweichung der wirklichen von der berechneten Abtrifft.

12 Wenn das Schiff (vergl. S. 2288) aus der Ruhe in Bewegung, oder aus einer langsamern Bewegung in eine schnellere übergeht, so ist anfänglich die Wirkung des Windes größer als der Widerstand des Wassers, bis allmälig beide Kräfte gleich werden, und das Schiff eine gleichförmige Geschwindigkeit erhält. Nimmt man nun an, die Widerstände in den Richtungen EH und HG wachsen wie die Quadrate der Geschwindigkeiten; und bemerkt man ferner, daß der Seitenwiderstand wegen der Gestalt des Schiffs und der Flächen größer als der Widerstand von vorne ist: so findet man bald, daß der Seitenwiderstand sich schneller mit dem Winde ins Gleichgewicht setzt, als der Widerstand von vorne; daß sich also die Abtrifft immer weiter verringert, je mehr das Schiff eine gleichförmige Geschwindigkeit erhält. Je größer daher die Gewalt des Windes, also auch die Geschwindigkeit des Schiffes ist, um desto geringer wird die Abtrifft. Je größer aber der Neigungswinkel des Windes gegen das Segel ist, desto stärker wird seine Wirkung; denn senkrecht darauf fallend hat er die größte Wirkung. Man kann also auch sagen: die Abtrifft steht im umgekehrten Verhältnisse mit dem Sinus des Neigungswinkels des Windes gegen das Segel.

13 Man hat durch eine große Reihe von Beobachtungen gefunden: daß sich die Abtrifft umgekehrt verhält wie das Quadrat der Geschwindigkeit; und daß die Abtrifft wächst, je schiefer die Stellung der Segel gegen den Kiel wird.

Aus allen vorherigen Bemerkungen zusammengenommen zeigt sich also, daß auf die Größe der Abtrifft folgende Ursachen Einfluß haben: der Neigungswinkel des Windes auf das Segel, insofern die Geschwindigkeit des Schiffes davon abhängt; der Neigungswinkel zwischen Segel und Kiel; die Gestalt des Schiffes, insofern sie das Verhältniß des Seitenwiderstandes zum vorderen Widerstande bedingt; die Gestalt des Schiffes, insofern sie die Geschwindigkeit des Schiffes bedingt; die Stabilität, insofern von ihr der Seitenwiderstand abhängt; die Größe der beigesetzten Segel; und der Zustand der See.

14 Die Größe um welche ein Schiff in irgend einer gegebenen Zeit wirklich von seinem Kurse leewärts abtreibt, kann leicht durch Beobachtung gefunden werden (vergl. S. 925 — 928). Dergleichen Beobachtungen müßten unter allen den verschiedenen Umständen gemacht werden, unter denen die aufgezählten verschiedenartigen Einflüße die Abtrifft verändern; aus einer hinreichenden An-

zahl solcher Beobachtungen ließen sich dann leicht Tafeln zusammenstellen. Zu solchen Beobachtungen würde namentlich ein genau gepeilter Küstenpunkt dienen, welcher in der Richtung der Abtrifft liegt, und daher bei der Annäherung wie bei der Entfernung des Schiffs immer denselben Winkel mit dem Kiele macht.

15 . Die wirkliche Geschwindigkeit des Schiffes längs der Abtriftslinie kann in zwei zerlegt werden: die gerade oder direkte, in der Richtung des Kiels, und die Seitengeschwindigkeit, in einer senkrecht auf den Kiel gehenden Richtung. Gleichzeitig mit diesen ist noch diejenige Geschwindigkeit, mit welcher das Schiff gegen den Wind vordringt.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 305, AB der Kiel, EF die Raa, oder das Segel; mag der Wind irgend welche Richtung GH haben; alsdann wird das Schiff in irgend einer schrägen Richtung HK gehn, welche mit dem Kiel den Winkel KHB bildet; indem die Länge von HK zugleich die Geschwindigkeit in dieser Richtung darstellt. Es sei KL senkrecht auf AB; die Geschwindigkeit HK ist damit in zwei zerlegt: LH die direkte, und KL die seitwärtsgehende. Man zieht HM perpendikulär auf die Richtung des Windes GH und MK parallel mit GH; es bezeichnet alsdann MK wie viel in der Zeit das Schiff windwärts gekommen, oder gegen den Wind vorgedrungen ist, während es den Raum HK durchlaufen ist. Nimmt man den Ursprung des Windes in unendlicher Entfernung von H, oder von dem Schiffe, so kann man die senkrecht auf GH gezogene Linie HM so ansehn, als sei jeder ihrer Punkte gleichweit von dem Ursprungspunkte des Windes entfernt. Da GHK kleiner als GHM, so ist natürlich die Linie HK innerhalb der Linie HM. Es ist also auch der Punkt K dem Ursprunge des Windes näher als der Punkt H, und zwar um die perpendikuläre Entfernung MK; daher hat das Schiff um soviel gegen den Wind gewonnen. Fiele HM mit HK zusammen, so würde das Schiff weder Etwas gegen den Wind gewonnen, noch durch ihn verloren haben. Fiele HM innerhalb HK, so würde das Schiff Etwas verloren haben, oder leewärts getrieben sein. Wenn HK und der Abtrifftswinkel KHL bekannt sind, so läßt sich KM leicht berechnen. Weil nämlich GHF, FHL und LHK sämmtlich bekannt sind, und MH perpendikulär auf HG ist, so ist auch ihr gemeinschaftliches Komplement MHK bekannt; HMK ist aber ein rechter Winkel. Man hat also in dem rechtwinkligen Dreieck HMK folgende Proportion:

$$HK : KM = 1 : \sin KHM.$$

Die einzige Schwierigkeit ist hiebei, die Richtung HM zu bestimmen, oder auch GH, die Richtung des Windes sicher zu haben, und den Winkel GHF zu finden; da die Flügel sämmtlich (vergl. S. 2290) nur den scheinbaren Wind zeigen. Je größer die Geschwindigkeit des Schiffes ist, desto mehr weicht der scheinbare Wind von dem wahren ab. Auch wird der scheinbare Wind dem Schiffe immer mehr entgegengesetzt zu sein scheinen, als der wahre; daher wird auch das Schiff immer dichter an dem Winde zu liegen scheinen, als es eigentlich der Fall ist.

Die leichteste Art, die Geschwindigkeit des wahren Windes zu finden, ist folgende: man beobachtet den Bogen, welchen die Richtung des Kiels durchmacht, indem das Schiff von den scharf zugeholten Halsen an dem einen Bord bis zu den scharf angeholten Halsen an dem andern Bord gedreht wird. Die Hälfte dieses Bogens giebt, wenn Alles sonst gleich bleibt, die Richtung des wahren Windes; denn die Richtung des Schiffs bleibt hinsichtlich der Richtung des Windes für beide Halsen dieselbe. Man kann auch die beiden von einander abweichenden (S. 2291) Richtungen des scheinbaren Windes in beiden Stellungen des Schiffes vor und nach dem Wenden beobachten; der wahre Wind ist alsdann der Mittelpunkt zwischen beiden; denn als die Ursache der Abweichung der Flügel und der Geschwindigkeit des Schiffes muß er für beide Borde derselbe sein. Sobald aber der wahre Wind bekannt ist, lassen sich die übrigen Größen leicht finden, weil alsdann Richtung und Geschwindigkeit des Schiffs und auch der Winkel bekannt ist, den diese Richtung mit dem scheinbaren Winde macht. 16

Trifft es sich, daß die Geschwindigkeit des Schiffes für den einen Bord größer als für den andern ist: so theilt man den Wendungsbogen in zwei Abschnitte, welche sich umgekehrt wie die beiden Geschwindigkeiten verhalten; und findet so den wahren Wind.

Gewöhnlich wird der Winkel, den Wind und Kiel mit einander bei schrägem Laufe machen dürfen, auf 6 Striche = 67° 30′ gesetzt (vergl. S. 924). Man hat aber auch noch günstigere Richtungen bei wirklich vorgekommenen Fällen beobachtet; z. B. bei einer Korvette betrug der ganze Unterschied zwischen beiden Richtungen des Schiffes vor und nach dem Wenden bei frischer Briese nur 10 Striche, und bei leichtem Winde sogar nur 9 Striche; so daß der Winkel um welchen das scharf beigebraßte Schiff mit seiner Kielrichtung von dem Winde abweichen muß, nur 5 und 4½ Striche groß zu sein braucht; vorausgesetzt, daß die Gestalt des Schiffes scharf genug sei. 17

Nach Bouguers Beweisen kann ein schnell segelndes Schiffs keine größere Geschwindigkeit erlangen, als zwei Siebentel von der Geschwindigkeit des Windes, und zwar, wenn es beinahe vor demselben segelt; Kauffahrteischiffe sollen sogar nur ein Fünftel der Geschwindigkeit des Windes haben können; höchstens können nach Bouguers Behauptung schnellsegelnde Fregatten bis zur Hälfte der Windgeschwindigkeit gelangen. Andere Schriftsteller haben dagegen aus gemachten Erfahrungen und Beobachtungen gezeigt, daß sehr gut segelnde Schiffe der vollen Geschwindigkeit des Windes sehr nahe kommen, wenigstens bis zu dem Verhältnisse von 21 : 23; als Durchschnitt nehmen sie daher an, daß, wenn Kurs und Wind zusammenfallen, die Geschwindigkeit des Schiffs von $^2/_3$ bis $^{20}/_{27}$ der Geschwindigkeit des Windes betragen kann. 18

Bei schrägem Kurse kann ein Schiff sogar eine Geschwindigkeit erreichen, welche noch größer ist, als diejenige des Windes. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Wind auf das Segel wirkt, nachdem das Schiff in Bewegung gekommen, ist nur seine relative Geschwindigkeit, d. h. diejenige, um welche er die erlangte Geschwindigkeit des Schiffes übertrifft. Fallen Kurs und Wind- 19

richtung zusammen, so ist diese relative Geschwindigkeit des Windes nur der Unterschied zwischen der wirklichen Geschwindigkeit des Schiffes und des Windes. Ist aber der Kurs des Schiffes ein schräger in Beziehung auf die Richtung des Windes, so ist die relative Geschwindigkeit des letzteren der Unterschied zwischen der wirklichen Geschwindigkeit des Windes, und demjenigen Theile der Geschwindigkeit des Schiffes, welcher bei der Zerlegung derselben mit der Richtung des Windes zusammenfällt.

Sind die Segel senkrecht gegen den Kiel gebraßt, und der Wind gerade von hinten, so steht die Geschwindigkeit des Schiffs in geradem Verhältniß zu der relativen Geschwindigkeit, und zu der Quadratwurzel der Segelfläche. Um also die relative Geschwindigkeit durch einen alleinigen Zusatz von Segeln zu vergrößern, muß der Zusatz des Segels in doppeltem Verhältnisse des Zuwachses der relativen Geschwindigkeit gemacht werden.

Bezeichnet man die Segelfläche mit S, die Geschwindigkeit des Windes mit V; und die absolute Neigung des Windes gegen das Segel, oder vielmehr gegen die Raa mit a, so ist die Geschwindigkeit dem Ausdrucke $\sqrt{S} \cdot V \cdot \sin a$ gleich. Dies stimmt mit den vorher gemachten Bemerkungen überein.

Wenn die Geschwindigkeit des Windes dieselbe bleibt, und der Sinus des Neigungswinkels des Windes gegen die Raa gleich dem Radius wird, d. h. der Wind perpendikulär mit seiner ganzen Kraft auf das Segel wirkt: so hängt offenbar die Geschwindigkeit des Schiffes von der beigesetzten Segelfläche ab, und kann sogar, theoretisch ausgedrückt, ohne Grenzen wachsen.

20 Aus dem Vorigen ergiebt sich von selbst, daß zur Vollkommenheit der drehenden wie der fortschreitenden Bewegung eines Schiffes seine Bemastung und Besegelung mit seiner Gestalt in Uebereinstimmung stehen muß. Schiffe, welche durch ihre Bauart nahe am Winde liegen und gut luven, können diese Eigenschaften nur dann in Wirksamkeit setzen, wenn ihre Zurüstung in Masten und Segeln dazu geeignet ist. Schiffe, welche nicht so gebaut sind, daß sie scharf anliegen und leicht luven, werden mit einer nur auf schräge Kurse berechneten Zurüstung auch nicht einmal die Vortheile gewähren, welche sie durch eine für gerade Kurse passende Zurüstung wenigstens durch die ihnen erreichbare Geschwindigkeit darbieten könnten. Die Bauart muß also jedesmal von der Bemastung und Besegelung unterstützt werden; und außerdem müssen sie von Offizieren geleitet werden, welche die Vortheile der Gestalt und Zurüstung zu benutzen wissen.

Da die Gesetze des Wasserwiderstandes gegen bewegte Körper noch nicht mit der erforderlichen Sicherheit und Vollständigkeit erforscht sind: so bleibt die Schiffsbaukunst noch einem großen Theile nach darauf angewiesen, durch Beobachtung und Vergleichung vorzüglicher Schiffe, sowohl hinsichtlich ihrer Körper als ihrer Bemastung und Besegelung, immer mehr gesicherte Erfolge ihrer Regeln und ihrer Werkthätigkeit zu gewinnen. Auch dem gebildeten Seemanne, der seinen edeln und großartigen Beruf nicht als alleinigen mit möglichst wenigen Kenntnissen erreichbaren Broderwerb ansieht, ist eine solche Vergleichung von der höchsten Wichtigkeit. Er setzt sich durch diese Einsicht in die Lenksamkeit

und Fähigkeit der Schiffe in den Stand, die beiden großen Elemente, Wasser und Luft, troß ihrer großen Gewalt mit Sicherheit zu beherrschen, und ihre geregelten Kräfte zu seinen Zwecken zu benutzen. Zu einer solchen Vergleichung enthält der dritte Band dieses Werkes eine zahlreiche Sammlung von Tafeln, welche Dimensionen von Schiffskörpern und Proportionen von Masten und Segeln enthalten. Namentlich dienen zu diesem Zwecke Tafel CIII, CXVIII bis CXXVI, CXXX bis CXXXIX.

§. 341. Von einigen mechanischen Methoden den Bauriß eines Schiffes zu bestimmen.

Für den heutigen Standpunkt der mechanischen Wissenschaften überhaupt, und der Schiffsbaukunst insbesondere haben diese früher allein gebrauchten mechanischen Methoden keinen andern Werth als den, ein geschichtliches Moment in der allmäligen Entwickelung des Schiffbaues darzustellen. Keine derselben beruht auf einem wissenschaftlichen Prinzipe, aus welchem sich beweisen läßt, daß ein nach solchem Entwurfe gebautes Schiff die erforderlichen guten Eigenschaften besitzt. Jene Methoden streben z. B. sämmtlich dahin, die Hauptspantebene in Kreisbogen einzuschließen, während die wissenschaftlich begründeten Prinzipien der heutigen Schiffbaukunst es als nothwendig darthun, der Hauptspantebene an einigen Stellen eine geradlinige Umgrenzung zu geben, um den Seitenwiderstand zu vergrößern, die Stabilität bei der gegebenen Fläche zu erhöhen, und sanfte Wasserlinien zu bilden. Der Gebrauch der Ellipse ist ebenso willkürlich. Alle mechanischen Methoden waren und sind noch Nothbehelfe statt der wissenschaftlichen Kenntnisse, und hindern sowohl die Vervollkommnung der Schiffbaukunst, als auch selbst die Anwendung der schon erlangten besseren Einsicht. Man kann sie indessen nicht ganz ignoriren. Sie dienen wenigstens dazu, die besseren Methoden ihrem Werthe nach desto mehr schätzen zu lernen; und geben außerdem manchen erleichternden Handgriff für eine Zeichnung nach besseren Prinzipien. 1

Eine der ältesten, von **Bouguer** verbesserte Methode das Hauptspant zu zeichnen ist folgende: Man ziehe, Tafel XXXV, D, Fig. 306, die gerade Linie AB, die größte Breite auf den Spanten, also ohne die Außenplanken gemessen. Diese Linie nimmt man zum Diameter für den Kreis RANB. Durch den Mittelpunkt C zieht man den Perpendikel CD gleich der Tiefe, welche dem Schiffe gegeben werden soll, gemessen von der Unterkante des Deckbalkens bis zur Oberkante des Kiels. Durch den Punkt D zieht man eine Parallellinie mit AB, und macht DG und DH jedes gleich einem Viertel der ganzen Breite AB; es ist alsdann GH = EF das Flach des Schiffs. Ferner zieht man die beiden Perpendikel GE und HF gleich dem Aufsteigen der Flur. Je nachdem das Schiff voller oder schärfer werden soll, ist GE oder HF entweder der vierundzwanzigste, oder der achtzehnte, oder nur der zwölfte Theil von GH, d. h. von der ganzen Breite des Flachs; der vierundzwanzigste Theil giebt natürlich das flachste, 2

der zwölfte Theil das schärfste Schiff; man verbindet E und F durch eine gerade Linie.

In dem Punkte E errichtet man auf EF ein Perpendikel, und verlängert es auf der einen Seite bis K, auf der andern Seite bis S, man macht EK = CA, d. h. gleich der halben größten Breite, und zieht KC. Diese letztere Linie KC halbirt man in L, errichtet senkrecht auf KC das Perpendikel LM, und macht den Punkt M, wo es EK schneidet, zum Durchgangspunkte für die Linie CN, welche ein Radius des großen Kreises, also auch der halben größten Breite gleich ist. Diesen Durchschnittspunkt der drei Linien, oder M, macht man zum Mittelpunkte, und MN zum Radius des Kreisbogens NE, welcher sich an den großen Kreisbogen AN anschließt, ohne einen Winkel zu bilden. MC und MK sind auch gleich. Auf beiden Seiten von D setzt man die halbe Breite des Kiels DO und DP ab, zieht die gerade Linie EO, und halbirt sie in T; von T zieht man die gerade Linie TS, welche die untere Verlängerung von EK in S schneidet. Diesen Punkt S macht man zum Mittelpunkte und SE zum Radius, und zieht den Bogen EO. Auf solche Art hat man die von dem großen Kreise abweichende Aus- und Niederbugt NE, und die davon abweichende Auf- und Einbugt EO des Flachs oder Bodens. Ebenso muß auch auf der andern Seite der Mittellinie die Kurve PF gezeichnet werden.

Oberhalb des Diameters oder der größten Breite AB weichen aber auch beide Seiten von dem großen Kreise ab, wie an AQR zu sehn ist. Den Bogen AQ beschreibt man aus dem Mittelpunkte bei I, mit dem Radius IA, welcher der viertel Breite gleich ist, den Bogen QR beschreibt man mit demselben Radius IA, aber aus einem außerhalb des großen Kreises liegenden Mittelpunkte, dessen Lage zum Theil von IA, zum Theil von der Länge und Lage abhängt, die QR haben soll. Diese Methode das Hauptspant zu zeichnen ist von Fournier, und so viel es anging von Bouguer verbessert.

3 Die nächste Methode ist von Palmi. Man zeichnet, Fig. 307, ein Rektangel ABIL, dessen Länge AB die größte Breite, und dessen Höhe BI die Tiefe von der untern Kante des Deckbalkens bis zur obern des Kiels bezeichnet. Bei E und F, den Endpunkten des Flachs oder der Flur, errichtet man die Perpendikel EG und FH, deren Länge von der Erhebung der Flur abhängt; DG = DH = ½ AC.

Man macht, Nebenfigur zu Fig. 307, ein Quadrat, dessen Seite = LG ist. Mit einem Radius = LG = KE beschreibt man aus den beiden Mittelpunkten K und H die beiden Kreisquadranten AXE und AQE, innerhalb des Quadrats. Einen davon theilt man in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. B. den Quadranten AXE in AV, VX, XY, YZ u. s. w., und zieht von den Theilungspunkten auf die gegenüberstehende Seite AK die Perpendikel VO, XN, YM, ZU. Die Tiefe des Schiffs bis zur Erhebung der Flur, oder in der Hauptfigur die Linie AK theilt man in dieselbe Anzahl gleicher Theile. Von diesen Theilungspunkten zieht man horizontale, also auf AL senkrecht stehende Linien, denen man die in der Nebenfigur zwischen AK und dem Quadranten AQE enthaltenen Längen OS, NR, MQ, UP giebt. Durch die Punkte A, S, R, Q, P, E

zieht man in der Hauptfigur eine Kurve, welche den Belauf des Hauptspants von A bis E darstellt. Der Bogen ED, bis zur Seite des Kiels wird mit solchem Radius beschrieben, daß er sich an die Kurve AE bei E anschließt, ohne einen Winkel zu bilden.

Eine dritte Methode von Bouguer gilt für scharfe Schiffe. Man zeichnet, Tafel XXXV, D, Fig. 308, das Rektangel ABIL, welches die Ebene des Hauptspants unterhalb der größten Breite einschließt. Man halbirt CA in M, und fällt das Perpendikel MG auf LD, und setzt auf beiden Seiten der Mittellinie CD auf der Grundlinie LI die Länge DG = DH ab; alsdann ist GH = ½AB, d. h. gleich der halben größten Breite. Darauf nimmt man GE = HF, als die Erhebung der Flur, gleich dem fünften oder dem sechsten Theile der Flurbreite GH oder EF, und errichtet die Perpendikel GE und FH: ihre obern Endpunkte bezeichnen die Erhebung der Flur in der Mitte des Schiffes. Von E nach A und von F nach B beschreibt man Bogen oder Theile einer Parabel; für die eine ist A der Scheitel, und AC die Axe; für die andere B der Scheitel, und BC die Axe. 4

Das Flach der Flur wird durch zwei Kreisbogen gebildet, deren einer die Wölbung nach unten hat, und sich ohne Winkel an E anschließt; deren anderer die Wölbung nach oben hat, und sich ohne Winkel an den vorigen anschließt. Von dem Punkte E zieht man senkrecht auf AC die Linie EM, und EK senkrecht auf AL. Aus einem Mittelpunkt, der in einer angemessenen Verlängerung von CA, d. h. in MN liegt, beschreibt man einen Halbkreis MKN, welcher durch K geht. Alsdann ist AN der Parameter der Parabel, mit dessen Hülfe man beliebig viele Punkte der Kurve bestimmen kann. Will man z. B. einen Punkt in der Vertikallinie PQ finden, durch welchen die Parabel geht, so beschreibt man den Halbkreis NOP, und zieht von dem Schnittpunkte O, wo dieser Halbkreis AL schneidet, die horizontale Linie OQ; der Punkt Q ist alsdann ein Punkt der Parabel. In gleicher Weise findet man die übrigen Punkte.

Damit der erste Kreisbogen, welcher die Flur bildet, keinen Winkel mit der Parabel bei E mache, ist es nöthig, daß sein Mittelpunkt in irgend einem Punkte S liege, welcher in der Normale ER enthalten ist, d. h. in der auf der Parabel senkrecht stehenden Linie ER. Um diesen Perpendikel zu ziehen, macht man die Subnormale RM gleich dem halben Parameter AN (vrgl. S. 1723 und S. 2108).

Die mechanischen Methoden, um den ganzen Schiffskörper vor und hinter dem Hauptspant zu entwerfen, beziehen sich auf die Wasserlinien und auf die Senten (vergl. S. 2260—2261), und namentlich auf die Top-, Herz- und Flursenten, und ihre entsprechenden Wasserlinien. Die Senten zeigen ihre Niederbugten in der Mitte, und ihre Aufsteigung gegen die Steven hin am deutlichsten auf dem Seitenrisse, oder dem vertikalen Längendurchschnitte; ihre senkrechten Entfernungen von der Längenaxe oder der Länge nach gehenden Mittellinie derjenigen Wasserebene, auf welcher sie projizirt werden können, zeigen sie am deutlichsten auf dem horizontalen oder wasserpassen Risse, welcher deshalb gewöhnlich Sentenriß genannt wird. 5

6 Eine der ältesten Methoden, die Gestalt des Schiffskörpers zu entwerfen, ist die Mallung nach dem Hauptspant, oder Mallung nach einem Mall, Englisch Whole moulding. Ein Mall ist eigentlich ein von schwachem Holz gemachtes Modell für den Belauf oder die Bugt eines Bauholzes. Die Zimmerleute an Land, und die Maurer, Tischler u. s. w. nennen es gewöhnlich Schablone. Durch diese Methode erhält der Haupttheil des Schiffskörpers, mit Ausnahme des nach dem Vor- und Achtersteven hin sich mehr zusammenbiegenden Vor- und Achterschiffes, seine Gestalt mit Hülfe zweier Mallen; das obere giebt die Gestalt der Spanten oberhalb der Flursente, Rising line, welche über die oberen Enden der Bauchstücke hinläuft, und die Flur von dem übrigen Hauptraume des Schiffs scheidet; das andere Mall giebt die Gestalt unterhalb der Flursente bis zum Kiel.

Heut zu Tage werden nur noch Boote auf diese Art konstruirt. Zur Erklärung dient Tafel XXXIX, Fig. 10 bis 14, wo die verschiedenen Risse des Boots, und Fig. 13 u. 14 das Mall selbst dargestellt sind.

Die ganze Methode beruht hauptsächlich auf einem richtigen Entwurfe der Flursente oder Flurlinie, Fig. 10, G, sowohl in ihrer Niederbugt, als in ihrer Ausbugt. Diese richtet sich natürlich nach der Bestimmung des Boots, ob es mehr zum Lasttragen, oder mehr zum Schnellsegeln bestimmt ist. Das größte Weit oder die Herzsente und die Flursente bleiben bei dieser Art Mallung stets parallel, sowohl in der Ausbugt wie in der Niederbugt.

Der Zeichner muß schon einige Uebung haben, wenn die Flursente dem Zwecke des Boots entsprechen soll. Die beabsichtigte Lastigkeit des Boots und die Gestalt des Hauptspants bedingen beiderseits, wie hoch die Flursente vorne und hinten aufsteigen soll, ohne ihre innere Geräumigkeit zu sehr zu vermindern.

Das Boot, Tafel XXXIX, Fig. 10 bis 12, ist ein großes Boot, Longboat; seine Dimensionen sind Tafel CVI, Bd. III, Fig. 461, unter den Bestecken für die großen Boote, in der letzten Abtheilung derselben, angegeben. Die drei Hauptdimensionen sind in Englischem Fußmaaße (vergl. Taf XXII, S. 208):

Die Länge vom Vorderrande des Vorstevens bis zum Heckbalken . . . . 19 Fuß;

Die Breite auf den Inhölzern des Hauptspants (ohne Außenplanken) . . . . 7 Fuß 1 Zoll;

Die Tiefe vom oberen Rande der Kielsponning bis zum oberen Rande des obersten Plankenganges unter dem Dollbord, auf der mit ⊕ bezeichneten Spante, d. h. auf ihrer senkrechten Höhe gemessen . . . . 2 Fuß 10 Zoll.

Die Höhe des größten Weits im Hauptspant ist einige Zoll tiefer, und geht dann vorne und hinten parallel mit der Flursente, und in der Richtung der senkrecht gegen den Kiel stehenden Spanten; diese Herzsente oder Kurve der größten Breite muß so weit nach vorne und hinten gezogen werden, als man im Sinne hat, die Mallung nach dem Hauptspant auszuführen.

Wie die andern Linien zu zeichnen sind, kommt tiefer unten vor; hier werden nur diejenigen erklärt, welche zu dieser Mallungsweise gehören.

Für das Hauptspant ist die größte Breite in der Bestecktafel CVI gegeben; es kann durch einen Kreisbogen beschrieben werden, dessen Radius die Entfernung zwischen der Flursente und der Höhe der Herzsente sein kann; der Mittelpunkt wird in die Höhe der Herzsente gelegt. Alles höher liegende kann perpendikulär genommen werden, wie der Spantenriß des Boots, Fig. 11, zeigt. Von der Seite des Kiels bis zu dem vorhin genannten Kreisbogen kann eine gerade oder eine wenig gebogene Linie gezogen werden.

Man mißt darauf in dem Seitenriß, Fig. 10, die Höhe der Flursente auf jedem Spant vor dem Hauptspant, und setzt diese Maaße in Fig. 11, d. h. in dem Spantenrisse, rechts von dem Steven ab, und zwar von der Grundlinie aus, welche durch den obern Rand der Kielsponning geht. Ebenso mißt man auf dem Seitenrisse Fig. 10, die Höhen der Flursente auf den Spanten hinter dem Hauptspante, und trägt sie in Fig. 11 auf die linke Seite des Stevens. Hierauf verfährt man auf dieselbe Weise mit den Höhen der Herzsente oder des Weits.

Ferner nimmt man die halben Breiten der horizontalen Projektionen beider Linien für jedes Spant auf dem wasserpassen Risse, Fig. 12, und setzt sie in Fig. 11 von der Mittellinie aus in den entsprechenden Höhen ab. Man läßt alsdann ein Mall nach der Gestalt des Mittelspants machen, von der Flursente bis zur Topsente oder Topseite, und einige Zoll darüber, Fig. 13, ABE. An der Flursente muß es genau anpassen, und der untere Theil geht in gerader Linie fort. Dieser untere gerade Theil wird auf die verschiedenen Flursenten gelegt, so daß der obere Theil gerade den Punkt für die halbe Breite berührt, welche der Flursente entspricht, auf welche das Mall gelegt ist. Es kann alsdann eine Kurve längs dem Rande des Malls von der Herzsente bis zur Flursente gezogen werden. Auf diese Weise kann man soweit fortfahren, als die Herzsente mit der Flursente parallel geht. Darauf muß ein zweites Mall mit einer Aufbugt gemacht werden, welches den untern Theil des Hauptspants darstellt, und an beiden Enden ein wenig verlängert ist, Fig. 13, CD. Dies wird so angelegt, daß ein Theil der Biegung die Seite des Kiels berührt, und ein anderer Theil sich an die mit dem andern Mall gezogene Kurve anschließt. Dieses zweite Flurmall wird bei jedem Spant tiefer zu liegen kommen, bis man zum Hauptspant gelangt.

Hat man auf diese Art die Spanten soweit gezeichnet, als die Mallung nach dem Hauptspant gehen darf, so müssen die zunächst stehenden Vorder- und Achterspanten bestimmt werden. Ihre halbe Breite ist aus dem wasserpassen Risse und dem Seitenrisse zu nehmen, und der einzige bestimmte Punkt, durch welchen ihre Kurve gehn muß. Wenn alle Spanten gebildet sind, und jedes einzelne eine noch so gefällige Gestalt hat, so frägt sich doch noch erst, welche Gestalt die ganze Seite des Schiffs durch ihre Verbindung erhält? Es müssen also noch die eigentlichen Wasserlinien gezogen werden; bilden sie keine schönen Kurven, so müssen sie geändert, und nach ihnen auch die Spanten ver-

bessert werden. Nach diesen läßt sich auch die Gestalt des Heckbalkens zeichnen; seine untere Seite muß man aber frei von der Ladewasserlinie lassen, damit das Boot kein schweres Kielwasser hinter sich zu schleppen hat.

Die Hukspanten, die vordersten und hintersten, welche, um nicht der Beplankung wegen zu stark geschmiegt werden zu müssen, nicht wie die mittleren Spanten mit ihren Seiten senkrecht gegen den Kiel, sondern in einer schrägen (einen Winkel oder eine Huk bildenden) Stellung gegen ihn gestellt werden, erhalten ihre Bestimmungen wie bei einem Schiffe.

Zu den beiden vorher beschriebenen Mallen, dem Seitenmall und dem Flurmall, kommt noch ein Winkelmaaß, Fig. 13, FH, wenn die Mallen, für die einzelnen Spanten, in ihrer wirklichen Größe auf dem Boden oder der Flur des Mallsaals gezeichnet und gemacht werden sollen. Im Uebrigen verfährt man wie vorher bei der bloßen verkleinerten Zeichnung.

Wenn die beiden, das Seitenmall und das Flurmall, so gerichtet worden, wie vorher angegeben, um die Gestalt eines jeden einzelnen Spants zu erhalten: so zieht man die Mittellinie des Spantenrisses über das Seitenmall; ferner zieht man da, wo das Flurmall die Seite des Kiels berührt, ebenfalls eine Linie über dasselbe hin. Ferner bezeichnet man die beiden Malle mit den Zeichen und Nummern der einzelnen Spanten, wie Fig. 13 bei E und C. Die Abtheilungen und Gradationen auf dem Mall werden dann genau dieselben sein, wie die allmäligen Verengerungen der Breite; z. B. die Entfernung zwischen ⊕ und D auf dem Mall ist genau dem Unterschiede zwischen der halben Breite des Spants ⊕ und derjenigen des Spants D gleich.

Die Höhe des Tops jedes Spants ist ebenfalls auf dem Mall bezeichnet, und ebenso die Flur- und Breitenzeichen. Die Flurzeichen mögen der Punkt sein, wo ein gerades Richtscheit den Rücken des Malls berührt. Die verschiedenen Erhebungen der Flur und die Höhen der Schneidungen oder des todten Holzes, oder der vorne und hinten aufliegenden Kielklötze sind auf dem Winkelmaaße für die Schneidungen angezeigt, und die halbe Breite des Kiels von seiner Seite abgesetzt.

Nachdem die Mallen auf die angegebene Art vorgerichtet sind, wie in Fig. 13 u. 14 zu sehen, sollen sie z. B. zur Mallung des im Spanten- und Seitenriß mit D bezeichneten Spants angewendet werden. Die beiden Malle sind zu einander passend gemacht, und kreuzweise über einander gelegt, wie die Figur zeigt.

Nachdem zuerst die Spanten an ihrer nicht gemallten Seite viereckig gesägt, oder von ihren Schillstücken befreit sind, wird ihr unterer Rand in einer geraden Linie gehalten, und sie selbst werden fortbewegt, bis die Mittellinie auf den Mallen zutrifft; und zugleich so, daß sie der Rundung nach dem Striche des Holzes am besten entsprechen.

Die Mallen in der Zeichnung sind am Spant F festgelegt; da aber die Mittellinie auf dem untern Mall nicht zu sehen ist, so ist es am besten, die Mittellinien ebenfalls auf den Rändern anzuzeichnen. Wenn die Mallen gelegt

sind, stellt man den innern Rand des Schneidungswinkelmaaßes fest an die Mittellinie auf dem Mall des Spants; der andere Rand des Winkelmaaßes stellt alsdann die Seite des Kiels dar; es kann nun auf das Stück selbst gehoben werden. Man schiebt alsdann das Winkelmaaß bis seine Seite nach D auf dem Mall kommt. Eine Linie längs seiner Seite gerissen wird die Mitte des Kiels bezeichnen. Die andere Seite des Kiels muß auf dieselbe Art gerissen, und der Punkt D, der auf dem Winkelmaaße angegeben ist, muß auf jeder Seite des Kiels bezeichnet werden. Eine Linie, welche durch beide Punkte gezogen wird, stellt den oberen Rand des Kiels dar. Von dieser Linie muß die Höhe der Schneidung bei D aufwärts abgesetzt und über Kreuz abgepaßt werden. Man kann alsdann das Winkelmaaß fortnehmen, und den Belauf des Spants an der Innen- und Außenseite des Malls, vom Top bis zum Flurzeichen, oder wenn nöthig noch tiefer ziehn.

Nachdem die obern Theile der Spanten bezeichnet sind, kann das Seitenmall fortgenommen, und das Flurmall so angelegt werden, daß der Punkt D auf demselben die obere Seite des Kiels durchschneidet, wie sie vorher mit dem Kiel abgesetzt worden. Damit ist dann die Außenseite des Spants vollendet. Die Innenseite desselben läßt sich ebenfalls mit dem Flurmall ziehen. Die Dimension des Kiels ist durch die Schneidungslinie, wie sie vorher abgesetzt worden, gegeben. Das Mall muß so gestellt werden, daß es die Kurve der Innenseite des Spants berührt, wie dieselbe vorher durch das Flurmall gebildet worden, und dann durch den Punkt der Schneidungslinie gehn.

Auf ähnliche Weise läßt sich der andere Arm der Flur mallen, indem man das Winkelmaaß umlegt. Die Flursente oder Flur-Erhebung und die Schneidungslinie müssen auf beiden Seiten bezeichnet werden.

Soll nur ein Winkelmaaß für die Flur gebraucht werden, so wird das Vorschiff auf der einen, und das Achterschiff auf der andern Seite abgerissen. Hat man das Winkelmaaß auf der andern Seite zu gebrauchen, so muß man mit Kreide auf dem Rande desselben die Flurerhebung und die Schneidung für das Spant bezeichnen, das man eben mallen will, und dann erst das Winkelmaaß umlegen.

Die Mallung der Auflanger, d. h. der obersten Theile der Spanten geschieht in ähnlicher Weise, indem man Mallen anwendet, welche den beiden genannten Mallen nachgebildet sind.

Eine andere Methode von Mungo Murray geschieht vermittelst eines Proportional-Zirkels oder Sektors (vergl. S. 786 bis 794), auf welchem sieben Linien auf jedem Schenkel vom Mittelpunkte aus abgesetzt sind, deren einzelne Theilpunkte die Länge der verschiedenen Elemente angeben. Auf der einen Seite sind die Maaße für das Vorschiff, auf der andern diejenigen für das Achterschiff aufgetragen. Nachdem die Hauptdimensionen bestimmt, und ein Maaßstab für die Zeichnung bestimmt worden, nimmt man die Spannung des Zirkels gleich der halben Breite des Hauptspants, welche auf einer der Linien angegeben ist, setzt die eine Spitze in den entsprechenden Punkt der hal-

ben Breite, und öffnet den Sektor, bis die andere Zirkelspitze gerade in den entsprechenden Punkt auf dem andern Schenkel paßt.

Nachdem so die richtige Oeffnung des Sektors gefunden, nimmt man die verschiedenen Distanzen auf den entsprechenden Linien, und setzt sie in die verschiedenen Risse ein.

Man sieht sogleich, daß bei dem Gebrauche eines solchen Sektors alle darnach konstruirten Schiffe demjenigen ähnlich werden müssen, nach dessen Dimensionen die Linien des Sektors gezeichnet sind. Soll ein volleres oder ein schärferes Schiff gebaut werden, als das dem Sektor zu Grunde liegende: so muß zuerst das Hauptspant, und das vorderste und hinterste Spant nach dem Willen des Baumeisters entworfen werden. Die zwischenliegenden Spanten werden dann nach den Diagonalen bestimmt, indem man den Sektor für jede Diagonale besonders stellt, und dann von den verschiedenen Linien die Distanzen wie vorher nimmt.

8 Folgende Methode ist von Bouguer. Das Hauptspant wird nach dem Willen des Baumeisters entworfen, und die beiden äußersten Spanten, das vorderste und hinterste, nach einem von dem Baumeister zu bestimmenden Verhältnisse zum Hauptspant. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 309, ABC das Hauptspant, FED das Achterspant, und BE die Projektion einer der Diagonalen. Die Diagonalen auf dem Spantenriß sind die Projektionen der Senten (vergl. S. 2262); ihre Niederbugt stellt sich durch die schräge oder diagonale Richtung der Projektion dar, während ihre Ausbugt auf der Ebene des Hauptspants nur als eine gerade Linie projizirt werden kann. Die Diagonalen in dieser Methode sind von elliptischen Bogen gebildet. Man beschreibt, Fig. 310, einen Kreisbogen AB mit einem Radius dreimal so groß als BE, und dessen Sinusversus BC = BE ist. Man theilt den Sinus AC in eine so große Anzahl gleicher Theile, als man Zwischenspanten zu zeichnen gedenkt. Von den Theilungspunkten zieht man die Linien DI, EK u. s. w. perpendikulär auf AC, und von den Punkten der Peripherie, wo dieselbe von jenen Perpendikeln getroffen wird, zieht man I5, K4, L3 u. s. w. parallel mit AC. Man überträgt die Linie BC mit ihren Abtheilungen 1, 2, 3 u. s. w. auf die Diagonale BE in Fig. 209, so daß B auf B, und C auf E zu liegen kommt. Die Punkte 1, 2, 3 u. s. w. geben alsdann die Stellen, an denen die Zwischenspanten die Diagonale BE durchschneiden werden. Die andern Diagonalen werden auf eine ähnliche Weise eingetheilt indem man AC in 310 verlängert, einen beliebigen Punkt O darauf wählt, und die Linien OB, O1, O2, O3 u. s. w. zieht. Darauf trägt man eine andere Diagonale, z. B. PQ in 309 nach 310 über, parallel mit BC, so daß der Punkt P in die Linie OB, und der Punkt Q in die Linie OC fällt.

Einige Baumeister ziehen es vor, jede Diagonale besonders abzutheilen; indem sie solche Kreisbogen wie BA mit verschiedenen Radien beschreiben. Noch Andere theilen nicht den Sinus AC, sondern den Bogen AB in gleiche Theile, und verfahren dann wie vorher.

Dieses eben gezeigte Verfahren giebt die zwischen dem Haupt- und dem

Achterspant liegenden Zwischenspanten, als die Gestalt des Achterschiffes in seinem Haupttheile.

Die Gestalt des Vorschiffes wird auf ähnliche Weise gefunden, ist aber 9 immer voller als das Achterschiff. Es sei, Fig. 309, Abc das Mittelspant, und Aed das äußerste Vorderspant. Man verlängert die Diagonale be bis zur Mittellinie f. Darauf beschreibt man, Fig. 311, den Kreisquadranten AB mit einem Radius = fb, und zieht den Sinus CD = fe, und parallel mit FB, dem einen Radius des Quadranten. Man verlängert den Radius FA bis E, so daß FE = 1½ FB, oder 2 FB; mit dem Radius FE beschreibt man aus dem Mittelpunkt E einen Kreisbogen, bis er die Verlängerung von CD in G trifft. Ob man FE = 1½ FB, oder = 2 FB nimmt, das hängt von der volleren oder schärferen Gestalt ab, die man dem Vorschiffe geben will.

Den Bogen FG theilt man in so viel gleiche Theile, als man Durchschnittspunkte auf der Diagonale eb für die Zwischenspanten finden will. Von den Theilungspunkten H, I ꝛc. zieht man HM, IN ꝛc., parallel mit CD, und zieht P1, O2, N3 u. s. w. parallel mit FA. Darauf trägt man die so eingetheilte Linie BF mit ihren Eintheilungen in Fig. 309 auf die Diagonale be über, und zwar so, daß B auf b und F auf f zu liegen kommt. Alsdann erhält man die Schnittpunkte für die Zwischenpunkte auf der Diagonale.

Einige Baumeister theilen nicht den Bogen FG sondern den Sinus DG in gleiche Theile, und ziehen von den Theilungspunkten Linien parallel mit FD, bestimmen so die Theilungspunkte des Bogens FG, und verfahren dann wie vorher. Anstatt ähnliche Figuren für die andern Diagonalen zu machen, werden sie häufig proportional mit fb eingetheilt.

Eine der leichtesten Methoden ist die von Du Hamel mit Hülfe des 10 gleichseitigen Dreiecks. Um das Dreieck für das Achterschiff zu bilden, zieht man irgend eine Linie AB, Fig. 312, und theilt sie in den Punkten 1, 2, 3 u. s. w., so daß der Abstand zwischen 1 und 2 dreimal so groß ist, als der Abstand zwischen A und 1, welcher letztere nach Belieben genommen ist; der Abstand zwischen 2 und 3 muß fünfmal so groß sein als A1 u. s. w., daß die Entfernungen werden wie 1, 3, 5, 7, 9 u. s. w. Die Zahl der Punkte hängt von der Anzahl der Spanten ab, die man zwischen dem Hauptspant und dem Achtersteven haben will, das hinterste Spant am Steven mitgerechnet; also die ganze Zahl beträgt 1 weniger als alle Spanten, Spiegel- und Hauptspant mitgezählt. Angenommen es sei diese Zahl 7; alsdann muß der Abstand zwischen 7 und B gleich 15 sein. Man beschreibt über AB das gleichseitige Dreieck ABC, und verbindet alle Theilungspunkte auf AB mit C, d. h. man zieht die Linien C1, C2, C3 u. s. w. Der Gebrauch dieses Dreiecks ist nun, die Projektion der Diagonalen im Spantenriß nach der Proportion der Theile auf der Basis AB einzutheilen.

Auf dem Seitenriß, den Einige auch den Elevationsplan nennen, weil er den vertikalen Längendurchschnitt des Schiffes darstellt, nimmt man den Abstand zwischen irgend welchen zwei senkrechten Spantenprojektionen, und zieht DE gleich einem solchen Abstande, parallel mit AB, und zwar so, daß

ihre Endpunkte in den Linien C7 und CB liegen; es muß daher auch die Länge der Linie AB so gewählt werden, daß der letzte Abstand zwischen 7 und B wenigstens so groß, besser aber größer sei, als ein Abstand zwischen zwei senkrechten Spanten auf dem Seitenrisse. Man verlängert DE bis F, und nimmt den Horizontalabstand von dem Durchschnitt der Diagonalprojektion mit der Spante 7, bis dahin, wo die Diagonalprojektion die Projektion des Spiegelspants trifft. Diesen Abstand DG setzt man auf DF ab, indem man den einen Endpunkt in D setzt; darauf verbindet man CG, und verlängert diese Verbindungslinie, bis sie mit der Verlängerung von AB in H zusammentrifft. Man nimmt die Projektion dieser Diagonale IK in dem Spantenriß, Fig. 313, von dem Hauptspant LIM nach dem Spiegelspant NKO, und trägt sie in das Dreieck über, parallel mit AB, und mit ihren Endpunkten i und k in den Linien CA und CH; die Linien C1 C2 C3 u. s. w. werden dann die Linie ik proportional mit den Theilen der Basis AB des Dreiecks eintheilen. Diese so eingetheilte Linie ik trägt man darauf nach dem Spantenriß 313 über, und legt sie auf IK, so daß i auf I und k auf K kommt; die Punkte 1, 2, 3 u. s. w. geben dann die Stellen, wo die Zwischenspanten durchgehn.

Einige Schiffbauer, welche sich dieser Methode bedienten, haben alle Diagonalen parallel mit der Basis des Dreiecks AB gelegt; Andere stellten sie unter verschiedenen Winkeln schräge gegen dieselbe. Die Projektion der untern Diagonale oder die Flursente parallel mit der Basis; die Projektion der zweiten Diagonale in einem Winkel von 60° 30′ mit dem Theile der Dreiecksseite oberhalb der Projektion dieser Diagonale; die dritte in einem Winkel von 68°; die vierte in einem Winkel von 86°; die fünfte in einem Winkel von 65°; und die Projektion der sechsten, d. h. der Topsente in einem Winkel von 60°.

Zur Bildung des Vorschiffs dient ein ähnliches Verfahren; nur wird die Basis des Dreiecks auf eine verschiedene Weise eingetheilt. Gewöhnlich geschieht dies in einer geometrischen Progression, deren Progressionsexponent oder gemeinschaftlicher Multiplikator 2 ist. Die Theile der Dreiecksbasis sind völlig willkürlich gewählt, ebenso wie die Neigungswinkel, unter welchen die Projektionen der Diagonalen für Vor- und Achterschiff gestellt werden.

§. 342. Chapman's parabolisches Konstruktionssystem.

1 Auch dieses von Chapman, dem berühmten Schwedischen Schiffbaumeister herrührende Konstruktionssystem gehört zu den mechanischen Methoden, zeichnet sich aber vor allen in dem vorigen Paragraphen beschriebenen höchst vortheilhaft aus. Er nimmt dabei auf die Verringerung des Wasserraums Rücksicht, welche durch den Verbrauch der Munition und Provision entsteht; und verlangt, daß alle Stabilitätsberechnungen, so wie die Bestimmung der Masten und Segel nach einer Wasserlinie gemacht werden sollen, welche etwa nach einem Viertel der ganzen Zeit eines Seezuges an dem Schiffe stattfindet. Er rechnet den Ballast zu den nothwendigen Erfordernissen eines Linienschiffes, um demselben die erforderliche Stabilität zu bewahren. Das Gewicht der Ka-

nonen und der ganzen Bemastung, also das über dem Wasser befindliche Schiff behält sein Gewicht im Ganzen, während die Verringerung von Munition und Provision das Gewicht unterhalb der Wasserlinie vermindert. Damit der Schwerpunkt des ganzen Schiffes nicht zu hoch kommt, muß also der Ballast das Gewicht unter Wasser wieder ersetzen.

Die Bestandtheile des ganzen Gewichts, oder des ganzen Wasserraums sind: 1) die Bewaffnung mit Zubehör; 2) der Ballast; 3) der Mundvorrath, welcher sich nach der Stärke der Mannschaft richtet, die wieder bei dem Kriegsschiffe von der Bewaffnung abhängt; 4) das Schiff selbst mit Masten, Raaen, Tauwerk, Ankern, Ankertauen u. s. w. Die möglichst genaue Berechnung dieser einzelnen Bestandtheile giebt das Totalgewicht, und damit die Größe des Wasserraums.

2 Die nächste Bestimmung nach dem Wasserraum ist diejenige der Länge und Breite. Man pflegt beide nach der Anzahl der Kanonenpforten, dem zwischen, hinter und vor ihnen erforderlichen Raume zu bestimmen. Sie sollten aber nach dem Wasserraume bestimmt werden, welcher hauptsächlich von dem Gewichte der Bewaffnung abhängt; weil sich Ballast, Provision und Bemastung darnach richten. Das Produkt aus der Kanonenzahl in ihr Gewicht giebt den Wasserraum, und der Wasserraum die Länge. Kommt diese zu groß für die Zahl der Pforten zum Vorschein, so geschieht es, weil das Totalgewicht der Kanonen als konstant angesehen, bei einem größeren Gewicht jeder einzelnen Kanone eine kleinere Pfortenzahl, und bei einem kleineren Gewicht jedes einzelnen Geschützes eine größere Pfortenzahl ergiebt. Die Länge des Schiffs ist aber nichts desto weniger gleich.

3 Aus mehreren in Schweden im Jahr 1794 angestellten Versuchen hat es sich ergeben, daß der Widerstand des Wassers gegen den hintern Theil eines darin vorschreitenden Körpers, wodurch sein Gang aufgehalten wird, dann am kleinsten ist, wenn die Oberfläche des Körpers einen Winkel von 13° 17′ mit der Mittellinie desselben macht (vergl. S. 2166 u. 2229). Nach diesem Resultate entwarf Chapman die Achtertheile seiner Schiffe.

4 Er bildet die allgemeinen Regeln, nach denen Länge und Breite vermöge seines Systems aus dem Wasserraum hergeleitet werden sollen, auf folgende Art.

Die größte Breite in der Wasserebene für alle Linienschiffe sei = B; die Länge der „Konstruktions-Wasserlinie" (welcher Ausdruck S. 2326 erklärt wird) sei = l. Darauf entwarf Chapman mit der größten Sorgfalt Baurisse für Linienschiffe, und bildete folgende Tabelle:

	110 Kan.	94 Kan.	66 Kan.
Wasserraum = D . . . . =	152875	128297	88722
Länge = l . . . . =	207,59	196,65	175,48
Breite = B . . . . =	56,27	53,32	48,46

Um die Länge l aus dem Wasserraum für alle Linienschiffe zu finden, ist das Schiff von 94, und das von 66 Kanonen gebraucht worden.

Man setzt deshalb $\mathbf{D} = 128297$; und $D = 88722$; ferner $\mathbf{l} = 196,65$ und $l = 175,48$. Man hat alsdann:

$$\mathbf{D}^v : D^v = \mathbf{l} : l.$$

daher der Exponent $v = \frac{\text{Log } \mathbf{l} - \text{Log } l}{\text{Log } \mathbf{D} - \text{Log } D} = \frac{\text{Log } 196,65 - \text{Log } 175,48}{\text{Log } 128297 - \text{Log } 88722}$

Log 196,65 . . .	= 2,2936940	Log 128297 . . .	= 5,1082165
Log 175,48 . . .	= 2,2442276	Log 88722 . . .	= 4,9480313
	0,0494664		0,1601852

Log 0,0494664 . . . . = $\bar{2}$,6943103

0,1601852 . . . . = $\bar{1}$,2046224

Log v = $\bar{1}$,4896879; also v = 0,3088.

Log 5,1082165 = 0,7082694

Log (v · Log **D**) = 0,1979573; also v · Log **D** = 1,5774172.

Log **l** = 2,2936940

abgezogen v · Log **D** . . . . = 1,5774172

Logarithmus des Koeffizienten = 0,7162768; also Koeffizient = 5,2033.

Log 4,9480313 = 0,6944324

Log v = $\bar{1}$,4896879

Log (v · Log D) . . . . = 0,1841203; also v . Log D = 1,5279520.

Log l = 2,2442276

abgezogen v . Log D . . . . = 1,5279520

Logarithmus des Koeffizienten = 0,7162756; also Koeffizient = 5,2033.

Also die Länge $l = 5,2033 \cdot \mathbf{D}^{0,3088}$ wird für alle Linienschiffe gelten.

Um die Breite B aus der Länge l für Dreidecker zu finden, bedient man sich derselben Methode.

Der Exponent für 110 und 94 Kanonen-Schiffe ist

$$v = \frac{\text{Log } 56,27 - \text{Log } 53,32}{\text{Log } 207,59 - \text{Log } 196,65}$$

also v = 0,9947; der Koeffizient ergiebt sich als ein Divisor = 3,5863; es ist also für alle Dreidecker die Breite

$$B = \frac{l^{0,9947}}{3,5863}$$

Um die Breite B aus der Länge l für Zweidecker zu finden, verfährt man folgendermaaßen.

Der Exponent für 94 und 96 Kanonen-Schiffe ist

$$v = \frac{\text{Log } 53,32 - \text{Log } 48,46}{\text{Log } 196,65 - \text{Log } 175,48}$$

also v = 0,8391; der Koeffizient ergiebt sich als ein Divisor = 1,5767; es ist also für alle Zweidecker die Breite

$$B = \frac{l^{0,8391}}{1,5767}$$

Hiernach ergiebt sich zu der vorher gegebenen Tafel noch folgende:

	80 Kan.	74 Kan.	52 Kan.
Wasserraum = D . . . . =	107400	96422	66753
Länge = l . . . . . . =	186,15	180,05	160,72
Breite = B . . . . . . =	50,92	49,51	45,01

5 Chapman bemühte sich zu entdecken, ob die Flächen der verschiedenen vertikalen Breitendurchschnitte, oder die verschiedenen Spantenflächen in gut konstruirtem Schiffe irgend einem Gesetze folgen; und wenn es der Fall wäre, auch dieses Gesetz zu finden. Er berechnete daher die Spantenflächen verschiedener Schiffe, und um die erhaltenen Zahlen bequemer zu machen, dividirte er diese Fläche durch die Breite des mittelsten Durchschnitts, oder des Hauptspants; darauf setzte er an ihren zugehörigen Stellen in der Zeichnung von der Wasserlinie aus Distanzen ab, welche den Quotienten gleich waren, und zog eine Kurve, welche die Fläche darstellte. Diese nannte er die **Kurve der Durchschnitte**. Darauf versuchte er die Gleichung für diese Kurve, oder vielmehr für diejenige zu finden, welche dem größten Theile nach mit ihr zusammenfiele. Er fand nun, daß wenn der Exponent und der Parameter einer Parabel so bestimmt würden, daß sie derselben möglich machen durch drei gegebene Punkte der Kurve der Durchschnitte zu gehen, so würden die beiden Kurven beinahe zusammenfallen. In dem Vorschiffe wurden die drei Punkte so genommen: einer vorne, einer bei dem Hauptspant, und einer in der Mitte zwischen jenen. In dem Achterschiffe wurden die drei Punkte ähnlich gewählt. In einigen Schiffen war der Exponent der Kurve höher im Achterschiffe als im Vorschiffe; in einigen war er für beide Theile gleich. Es fanden sich auch Schiffe, in denen die Kurve der Durchschnitte genau mit der Parabel übereinstimmte; und diese Schiffe hatten ohne Ausnahme die vortrefflichsten Eigenschaften. Hieraus schloß Chapman, daß, wenn die Flächen der verschiedenen Spanten eines Schiffs dem Gesetze der Abszissen einer Parabel folgten, dasselbe so gebaut werden kann, daß es die zum Schnellsegeln erforderlichen Eigenschaften besitzt; wodurch das ganze Konstruktionsverfahren sehr vereinfacht wird.

Aus dem Gesagten ergiebt sich, daß diese Methode auf alle Arten von Konstruktionen anwendbar ist; sie erfordert nur, daß die bezüglichen Spantenflächen von dem Hauptspant nach den beiden Enden hin in einem gewissen Verhältnisse abnehmen, welches unendlich verändert werden kann. Die Methode dient also ebenso wohl dazu, das schärfste Kriegsschiff, wie das vollstgehaltene Kauffahrteischiff zu konstruiren.

6 Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 314, ein Schiff gefunden, welches bei einer gegebenen Wasserlinie AC allen Erfordernissen in hohem Maaße entspricht. Es seien die Spantenflächen durch irgend eine konstante Größe dividirt, z. B. durch die Breite; es seien die Distanzen ab, cd u. s. w. gleich den Quotienten, um von der Wasserlinie aus auf den zugehörigen Spanten abgesetzt zu werden.

Zieht man alsdann eine Kurve durch diese Punkte b, d u. s. w., so ist sie die Kurve der Durchschnitte. Es findet sich dabei, daß sie an ihren beiden Enden konvex gegen die Wasserlinie wird.

7 Die Ordnung oder der Exponent derjenigen Parabel, welche dem größten Theile nach mit dieser Kurve zusammenfällt, wird leicht gefunden (vergl. S. 2123 u. S. 2264). Man kann die allgemeine Gleichung der Parabel so ausdrücken:

$$A) \quad y^n = ax.$$

Bezeichnet man den Parameter durch p, so ist $a = p^{n-1}$, woraus die allgemeine Gleichung $y^n = p^{n-1}x$ wird. Es läßt sich n und a immer so bestimmen, daß die Parabel durch zwei gegebene Punkte außer dem Scheitel geht. Es mögen nun irgend welche zwei Punkte zwischen b und C gewählt werden. Je weiter die Punkte von einander und von dem Anfangspunkte abstehen, desto länger wird die Parabel mit der Kurve der Durchschnitte zusammenfallen. Natürlich darf keiner der beiden Punkte in dem konvexen Theile der Durchschnittskurve liegen. Man sieht bald, daß g am äußersten Ende des konkaven Theils, und h in der Mitte zwischen b und g die zu wählenden Punkte sind. Man zieht eine Tangente an dem Punkte b der Kurve, welche mit der Wasserlinie parallel ist. Alsdann nimmt man mh und ng für Abszissen, und bm und bn für Koordinaten für eine Parallele welche durch b, h und g geht. Man setzt $mh = x'$, $ng = x''$; $bm = y'$ und $bn = y''$. Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung A für die Parabel, so erhält man (vergl. S. 561):

$$y'^n = ax'; \text{ und } y''^n = ax''; \text{ oder } n \cdot \text{Log } y' = \text{Log } a + \text{Log } x' \text{ und}$$
$$n \cdot \text{Log } y'' = \text{Log } a + \text{Log } x'';$$

$$\text{daher B)} \quad n = \frac{\text{Log } x' - \text{Log } x''}{\text{Log } y' - \text{Log } y''}; \text{ und C)} \quad a = \frac{y'^n}{x'}$$

$$\text{folglich D)} \quad \text{Log } a = \frac{\text{Log } x' \,.\, \text{Log } y'' - \text{Log } x'' \,.\, \text{Log } y'}{\text{Log } y' - \text{Log } y''}$$

Die Gleichung B erhält man durch folgende Subtraktion (vergl. S. 618):

Minuendus: $n \cdot \text{Log } y' = \text{Log } a + \text{Log } x'$

Subtrahendus: $n \cdot \text{Log } y'' = \text{Log } a + \text{Log } x''$

Rest: $n \cdot (\text{Log } y' - \text{Log } y'') = \text{Log } x' - \text{Log } x''$.

Hieraus ergiebt sich die Gleichung B. Die Gleichung C ist eine unmittelbare Folge des ersten parabolischen Ausdrucks.

Aus C erhält man:

$$\text{Log } a = n \cdot \text{Log } y' - \text{Log } x'.$$

Setzt man für n den Werth aus der Gleichung B, so ist:

$$\text{Log } a = \frac{(\text{Log } x' - \text{Log } x'') \cdot \text{Log } y'}{\text{Log } y' - \text{Log } y''} - \text{Log } x'$$

Bringt man die rechte Seite auf gemeinschaftliche Benennung, so hat man:

$$\text{Log } a = \frac{\text{Log } x' \cdot \text{Log } y' - \text{Log } x'' \cdot \text{Log } y' - \text{Log } x' \cdot \text{Log } y' + \text{Log } x' \cdot \text{Log } y''}{\text{Log } y' - \text{Log } y''}$$

Oder nach der gehörigen Reduktion:

$$\text{Log } a = \frac{\text{Log } x' \cdot \text{Log } y'' - \text{Log } x'' \cdot \text{Log } y'}{\text{Log } y' - \text{Log } y''}$$

wie die Gleichung D giebt.

Da man jetzt die Werthe von n und a, und durch den letztern auch den von x hat; denn nach der Gleichung A ist $x = \frac{y^n}{a}$, so kann man noch beliebig viele Abszissen berechnen und die Parabel ziehen.

Auf dieselbe Weise findet man auch den Exponenten und den Parameter derjenigen Parabel, welche der Durchschnittskurve des Achterschiffes am ähnlichsten ist. Gewöhnlich sind die Exponenten im Vor- und Achterschiff beinahe dieselben, wenn das Hauptspant nach der tiefer unten angegebenen Weise bestimmt wird.

In den mehrsten Fällen trifft die Parabel mit der Durchschnittskurve ziemlich genau zusammen; zuweilen geht die Parabel zwischen g und h, Fig. 314, ein wenig innerhalb der Durchschnittskurve, und an der Vorderseite von h außerhalb; seltener in entgegengesetzten Abweichungen. Die Parabel schneidet die Wasserlinie immer in einer geringen Entfernung von der Sponning; dieser Abstand ist gewöhnlich vorne größer als hinten.

8 Die Parabeln sind nach ihrem Exponenten und Parameter verschieden. Ist ein Schiff voll gebaut, so paßt ein großer Exponent dazu; ist es scharf gebaut, so gehört ein kleiner Exponent dazu. Dehnt sich die Breite des Schiffs ziemlich weit nach vorne und hinten aus, und verengern sich Vor- und Achterschiff mit rascher Abnahme, so hat man nur einen Theil des Mittelschiffs von der Vergleichung auszuschließen, um das System darauf anwenden zu können. Ist ein Schiff, wie gewöhnlich in der Englischen Handelsflotte, sehr tief im Verhältniß zu seiner Breite (vergl. S. 2278), so zieht man einen Theil des Schiffes unterhalb der Wasserlinie ab, und kann das System wieder anwenden.

Aus allem Vorherigen ergiebt sich, daß Schiffe völlig nach parabolischen Wasserlinien gebaut werden können, ohne von der durch Erfahrung gegebenen Form anerkannt vorzüglicher Schiffe abzuweichen. Auch sind Linienschiffe, Fregatten und Kauffahrteischiffe wirklich darnach gebaut worden, und haben die erwünschtesten Eigenschaften in hohem Grade besessen. Auch sind mehrere Amerikanische Kriegsschiffe, deren Vorzüglichkeit in der ganzen seefahrenden Welt bekannt ist, bei ihrer Ausmessung dem Systeme Chapman's entsprechend befunden worden.

9 Es ergiebt sich aus der Bildungsweise der Durchschnittskurve, daß ihr Flächeninhalt mit der Breite multiplizirt dem Wasserraume des ganzen Schiffes gleich sein muß; und daß der Schwerpunkt dieser Fläche in demselben vertikalen Breitendurchschnitt liegt, wie der Schwerpunkt des ganzen Schiffs. Es ist aber nach der Natur der Parabel (vergl. S. 2088 u. S. 2264) der Flächeninhalt dieser Kurve ein bekannter Theil des Rektangels aus der größten Ordinate und Abszisse. Läßt man also die Flächen der

Durchschnitte nach dem Verhältnisse der Abszissen in der Parabel abnehmen, so erhält man bestimmte Gleichungen zwischen diesen Größen.

Um diese Gleichungen zu finden, sei, Tafel XXXV, D, Fig. 315, ACB die parabolische, die Durchschnittslinie darstellende, Kurve, welche die Wasserlinie in einiger Entfernung von den Sponningen vorne und hinten schneidet; es sei C die Stelle des Hauptspants, und DC die größte Abszisse.

Es sei $AB = l$, und $DC = d$; und der Exponent der Parabel vorne und hinten $= n$; der Wasserraum $= D$.

Es ergiebt sich dann (vergl. S. 2088) für die Fläche der Parabel, d. h. $BDACB = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot d$; ferner wenn man die Breite mit B bezeichnet, der Wasserraum $D = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot d \cdot B$. Es ist aber $d \cdot B$ gleich der Fläche des Hauptspants; daher hat man:

$$\text{I)} \quad D = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot (\text{Fläche des Hauptspants}).$$

10 Die Wasserlinie AB, welche durch die Länge der, die Durchschnittskurve darstellenden, Parabel bestimmt wird, heißt die oben (S. 2321 Nr. 4) angeführte Konstruktionswasserlinie. Es sei ihr Mittelpunkt E, und F die Stelle des Schwerpunkts hinsichtlich der Länge; ferner sei ED der Abstand des Hauptspants vor dem Mittelpunkte der Wasserlinie, und zwar $ED = k$; der Abstand des Schwerpunkts F von jenem Mittelpunkte E, oder $EF = a$. Es soll nun die Stelle des Hauptspants in Bezug auf den Schwerpunkt F bestimmt werden.

Es stellt BCD den Wasserraum des Vorschiffs, CDA denjenigen des Achterschiffes dar; die Momente dieser beiden Theile geben das gemeinschaftliche Moment.

Zur Berechnung der Schwerpunkte der beiden parabolischen Flächen BCD und CDA dienen folgende Vorbereitungen (vergl. S. 1957 Nr. 20).

11 Es soll, Taf. XXXV, D, Fig. 316, der Schwerpunkt C der Ebene APM gefunden werden, welche zwischen dem Bogen AM und den beiden zugehörigen Koordinaten AP und PM liegt.

Angenommen der Raum $AMP = E$ wachse um den Raum PMNQP, so ist dieser letztere $= \Delta E$; es sei C′ der Schwerpunkt dieses hinzugekommenen Theils. Das Moment des Raumes E ist, in Beziehung auf die Axe AD, gleich $E \cdot CK$. Das Moment des hinzugekommenen Theils ΔE ist gleich $\Delta E \cdot C'R$. Dies letztere Moment ist offenbar die Zunahme des ersteren; also:

$$\text{A)} \quad \Delta(E \cdot CK) = \Delta E \cdot C'R.$$

In Beziehung auf die Axe AB ist das Moment des Raumes $E = E \cdot CO$, und für den hinzugekommenen Raum PMNQP ist das Moment $= \Delta E \cdot C'S$, welches wieder die Zunahme des erstern Moments ist; daher:

$$\text{B)} \quad \Delta(E \cdot CO) = \Delta E \cdot C'S.$$

Es nähere sich die Ordinate NQ unendlich der Ordinate MP; alsdann nähert sich auch der Punkt C' unendlich der Linie PM; es nähert sich damit auch C'R = AS dem Werthe von AP = x. Zugleich nähert sich der hinzugekommene Raum PMNQP der Größe eines Parallelogramms, dessen Schwerpunkt C' in der Mitte von PM liegt; es ist also $\frac{1}{2}$PM oder $\frac{1}{2}$y die Grenze von C'S (vergl. S. 1120 Nr. 8). Nimmt man also statt der Differenzen ihre Grenzen, d. h. die Differentialien, so erhält man aus den beiden Gleichungen A und B:

$$\text{C)}\quad d(E \cdot CK) = x \cdot dE; \text{ und D)}\quad d(E \cdot CO) = \frac{1}{2}\, y \cdot dE.$$

Es sei die krumme Linie AM eine gemeine Parabel, so ist (vergl. S. 2087 12 Nr. 15 und Seite 2088 Nr. 16); $dE = y \cdot dx$; und $y = \sqrt{px}$, wo p den Parameter bezeichnet; setzt man $\sqrt{px} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{x} = p^{1/2} \cdot x^{1/2}$, so wird die Gleichung bei C:

$$\text{E)}\quad d(E \cdot CK) = x \cdot dx \cdot p^{1/2} \cdot x^{1/2} = p^{1/2} \cdot x^{3/2} \cdot dx.$$

Es ist ferner in der Parabel $E = \frac{2}{3}\, xy = \frac{2}{3}\, x^{3/2} \cdot p^{1/2}$; es wird nach der vorigen Gleichung:

$$E \cdot CK = \int p^{1/2} \cdot x^{3/2} \cdot dx = \frac{2}{5} \cdot p^{1/2} \cdot x^{5/2}$$

Die Konstante ist 0, wenn man beim Ursprunge der Koordinaten den Raum anfangen läßt; aus der letzten Gleichung ergiebt sich, indem man für E seinen Werth setzt:

$$CK = \frac{\frac{2}{5} \cdot p^{1/2} \cdot x^{5/2}}{\frac{2}{3} \cdot p^{1/2} \cdot x^{3/2}}$$

Es heben sich oben und unten $p^{1/2}$, ferner reduziren sich die Exponenten von x auf die Einheit, und die beiden Bruchkoeffizienten ergeben durch die Division $\frac{3}{5}$; daher:

$$\text{F)}\quad CK = \frac{3}{5}\, x.$$

Die Gleichung bei D ergiebt durch ähnliche Substitutionen:

$$\text{G)}\quad d(E \cdot CO) = \frac{1}{2}\, y \cdot y \cdot dx = \frac{1}{2}\, y^2 dx = \frac{1}{2}\, pxdx;$$

daher:

$$E \cdot CO = \int \frac{1}{2}\, pxdx = \frac{1}{4}\, px^2.$$

Eine Konstante ist wieder nicht hinzuzusetzen; man hat, indem man für E seinen obigen Werth setzt:

$$CO = \frac{\frac{1}{4}\, px^2}{\frac{2}{3} \cdot p^{1/2} \cdot x^{3/2}} = \frac{3}{8} \cdot p^{1/2} \cdot x^{1/2}$$

Da $p^{1/2} \cdot x^{1/2} = \sqrt{p} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{px} = y$ ist, so hat man:

$$\text{H)} \quad CO = \frac{3}{8}\, y.$$

In Bezug auf die Ordinatenaxe AD ist also das gesuchte Moment $= \frac{3}{5}\, x$ und in Bezug auf die Abszissenaxe AB ist das gesuchte Moment der parabolischen Fläche $= \frac{3}{8}\, y$.

13 In der gemeinen Parabel ist der Exponent 2; nimmt man nun für die Gattung der Parabeln (vergl. S. 2123) den allgemeinen Exponenten n, so kann man nach Analogie der beiden Gleichungen bei F und H auch allgemeine Gleichungen für die Schwerpunkte parabolischer Flächen bilden.

Die beiden genannten Gleichungen für die gemeine Parabel lassen sich folgendermaaßen schreiben:

$$CK = \frac{2 + 1}{2 \cdot 2 + 1} \cdot x\text{; und } CO = \frac{2 + 1}{2 \cdot 2 + 4} \cdot y.$$

Daher, wenn man statt 2 den Exponenten n setzt, ist für jede Parabelfläche F:

K) Das Moment in Bezug auf die Ordinatenaxe $= \frac{n + 1}{2n + 1} \cdot x \cdot F$.

L) Das Moment in Bezug auf die Abszissenaxe $= \frac{n + 1}{2n + 4} \cdot y \cdot F$.

Läßt man aus beiden Ausdrücken den Multiplikator F, d. h. die Fläche selbst fort, so hat man die entsprechenden Entfernungen der Schwerpunkte allein.

14 Wendet man die letzte Gleichung L auf die beiden parabolischen Flächen BCD und DCA in Fig. 315 an, so hat man zuerst für die Fläche BCD, als Abstand ihres Schwerpunkts von der Abszisse DC:

$$\frac{n + 1}{2n + 4} \cdot DB;$$

es ist nämlich DB die größte Ordinate dieser Fläche.

Für die Fläche ACD ist der Abstand ihres Schwerpunkts von derselben Abszisse DC:

$$\frac{n + 1}{2n + 4} \cdot DA.$$

Will man jetzt das Moment beider Flächen in Bezug auf den Punkt E wissen, so hat man zu der obigen Entfernung für die Fläche BCD noch den Abstand $DE = k$ zu addiren; dagegen diesen selben Abstand von der obigen Entfernung für die Fläche DCA zu subtrahiren, und die Resultate mit den respektiven Flächen zu multipliziren. Demnach:

das Moment der Fläche DCB f. d. Punkt E $= \left(k + \frac{n + 1}{2n + 4} \cdot DB\right) \cdot DCB$;

das Moment der Fläche ACB f. d. Punkt E $= \left(\frac{n + 1}{2n + 4} \cdot DA - k\right) \cdot DCA$.

Man sieht ferner, daß die Fläche $DCB = \frac{n}{n+1} \cdot DC \cdot DB$, u. die Fläche $DCA = \frac{n}{n+1} \cdot DC \cdot DA$.

Nach der Lehre von den Momenten und Schwerpunkten (vergl. S. 1927, 1931, 1936, 1947, 2046, 2186—2206 u. 2267) wird die Entfernung des Schwerpunkts einer Ebene von dem Mittelpunkte oder der Axe der Momente gefunden, wenn man die algebraische Summe (oder den Unterschied) ihrer positiven und negativen Momente durch den Flächeninhalt der ganzen Ebene dividirt. Man hat also, da $EF = a$ diese Entfernung bezeichnen soll (vergl. S. 2326 Nr. 10), indem man die Flächen DCB und DCA durch ihre Produkt-Werthe ausdrückt, und den gemeinschaftlichen Faktor absondert:

$$EF = a =$$

$$\frac{\left(\frac{n}{n+1} \cdot DC\right) \cdot \left(\left(k + \frac{n+1}{2n+4} \cdot DB\right) \cdot DB - \left(\frac{n+1}{2n+4} \cdot DA - k\right) \cdot DA\right)}{\left(\frac{n}{n+1} \cdot DC\right) \cdot \left(DB + DA\right)}$$

Die gemeinschaftlichen Faktoren oben und unten heben sich; ferner ist $DB + DA = AB = l$, nach der obigen Bezeichnung (vergl. S. 2326 Nr. 9); nimmt man nun den Divisor l auf die andere Seite, so erhält man durch Ausführung der Multiplikation im Zähler:

$$al = k \cdot (DB + DA) + \frac{n+1}{2n+4} \cdot (DB^2 - DA^2).$$

Um einen gemeinschaftlichen Faktor zu erhalten, kehrt man die Zeichen im letzten Gliede um, und erhält:

$$al = k \cdot (DB + DA) - \frac{n+1}{2n+4} \cdot (DA^2 - DB^2).$$

Es ist aber $DA^2 - DB^2 = (DA + DB) \cdot (DA - DB)$; daher hat man:

$$al = (DA + DB) \cdot \left(- \frac{n+1}{2n+4} \cdot (DA - DB) + k\right)$$

Es ist aber $DA - DB = 2 \cdot ED = 2k$, und $DA + DB = l$; daher:

$$al = l \cdot \left(- \frac{n+1}{2n+4} \cdot 2k + k\right) = lk \cdot \left(1 - \frac{n+1}{n+2}\right)$$

$$a = k \cdot \frac{1}{n+2}; \text{ oder II) } \quad k = a \cdot (n+2)$$

Das Hauptspant wird also in einer solchen Entfernung $= k$ von dem Mittelpunkte der Konstruktionswasserlinie gestellt; alsdann wird sich der Schwerpunkt in F befinden.

Die beiden Gleichungen I (S. 2326 Nr. 9) und die eben bewiesene II, 15 d. h. die beiden Werthe:

der Wasserraum $D = \frac{n}{n+1} \cdot l$. die Fläche des Hauptspants;

die Entfernung k des Hauptspants von dem Mittelpunkte der Konstruktionswasserlinie $= a \cdot (n + 2)$;

diese bilden die Grundlage der ganzen parabolischen Konstruktionsmethode. In der ersten Gleichung kann jede der Größen gefunden werden, wenn man den andern bestimmte Werthe giebt; in der zweiten ist, wenn man dem a, d. h. der Entfernung des Schwerpunkts von dem Mittelpunkte der Konstruktionswasserlinie einen bestimmten Werth giebt, die Stelle des Hauptspants bekannt. Hat man ferner aus der ersten Gleichung den Exponenten der Parabel gefunden, so läßt sich jede beliebige Abszisse der Parabel, z. B. GH oder KL, Tafel XXXV, D, Fig. 315, finden. Z. B. es soll GH bestimmt werden.

In der Grundgleichung $y^n = ax$ ist n bekannt, also auch y und x in Beziehung auf einen bestimmten Punkt B, durch welchen die Parabel geht; der Werth für $y = DB$, und $x = DC$; daher:

$$a = \frac{DB^n}{DC}.$$

Setzt man $DB = f$, so hat man, weil nach obigen Bezeichnungen $DC = d$:

$$\text{III)} \quad a = \frac{f^n}{d}.$$

Giebt man CG einen bestimmten Werth, so läßt sich GH leicht bestimmen. Es sei CG oder irgend eine andre Ordinate $= y'$, und die zugehörige Abszisse $= x'$, alsdann hat man:

$$\text{IV)} \quad x' = \frac{y'^n}{a}.$$

Diese Gleichung genügt, um den Flächeninhalt aller Spanten des Vorschiffs zu berechnen. Für das Achterschiff setzt man in die Gleichung III $f = DA$; alsdann erhält man den Werth von a' oder von dem Parameter der Parabel für das Achterschiff. Setzt man diesen Werth statt a in die Gleichung IV, und giebt y' irgend einen Werth, z. B. CK, so erhält man den Werth der entsprechenden Abszisse LK. Auf diese Art lassen sich so viele Koordinaten bestimmen, als nöthig scheinen. Uebrigens sieht man sogleich ein, daß GH und LK von der größten Abszisse DC abgezogen werden müssen, um G'H und K'L zu geben, welche die Flächen der entsprechenden Spanten darstellen.

Man könnte die wahren Abszissen G'H und K'L auch gleich direkt so berechnen, daß man den Punkt D zum Ursprunge nimmt; es giebt aber keine Erleichterung; während die vorherige indirekte Weise sich durch ihre Einfachheit empfiehlt.

Man kann aber auch statt des Quotienten der Hauptspantfläche dividirt durch die Breite, die Fläche des Hauptspants selbst nehmen; alsdann erhält man sogleich die andern Spantenflächen selbst, statt der Linien die sie repräsentiren.

16 Nachdem die Prinzipien der parabolischen Methode dargestellt sind, läßt sich auch leicht zeigen, mit welchem Nutzen sie zur Vergleichung von Schiffen angewandt werden kann, mögen dieselben darnach gebaut sein oder nicht.

Aus der Gleichung I findet man, daß, wenn der Wasserraum, die Haupt-

spantfläche, und die Konstruktionswasserlinie bekannt sind, der Exponent der mit der Durchschnittskurve am nächsten zusammenfallenden Parabel leicht gefunden wird. Setzt man die Hauptspantfläche $= M$, so hat man, weil $D = \frac{n}{n+1} \cdot l \cdot M$:

$$\frac{n}{n+1} = \frac{D}{l \cdot M}; \; n = \frac{Dn + D}{l \cdot M}; \; n - \frac{Dn}{l \cdot M} = \frac{D}{l \cdot M}; \; n\,(lM - D) = D;$$

$$\text{also A)} \quad n = \frac{D}{l \cdot M - D}$$

der Werth von n zeigt, wie voll das Schiff gebaut ist.

17 Die parabolische Methode kann auch gebraucht werden, um die relative Ausbugt oder Geräumigkeit des Hauptspants, oder irgend einer beliebigen Wasserlinie, oder den Wasserraum mit Bezug auf solche Wasserlinien, und verschiedene andere Elemente zu zeigen.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 317, ABC ein Hauptspant, und EF eine Tangente an dem Punkte C, wo die Krümmung des Flachs beginnt. Die kleine Fläche CED hat zu geringe Bedeutung, und kann daher vernachlässigt werden. Ist das Hauptspant dem gewöhnlichen ähnlich, so läßt sich durch die Punkte B und C eine Parabel legen, welche nahe mit der wirklichen Kurve des Spants übereinstimmt, und auch sehr nahe denselben Flächeninhalt hat; so daß sich durch den Exponenten über die relative Schärfe oder Geräumigkeit entscheiden läßt.

Es sei die Breite der Wasserlinie $AB = \frac{1}{2} B$; die Tiefe $AE = h$; und die Fläche $ABE = \frac{1}{2} M$. Es sei ferner m der Exponent der Parabel, welche dieselbe Fläche hat.

Man erhält alsdann (vergl. S. 2326 Nr. 9):

$$\frac{m}{m+1} \cdot \frac{1}{2} B \cdot h = \frac{1}{2} M;$$

$$\frac{m}{m+1} = \frac{M}{Bh}; \; m = \frac{m \cdot M}{Bh} + \frac{M}{Bh};$$

$$m \cdot \left(1 - \frac{M}{Bh}\right) = \frac{M}{Bh}; \; m \cdot \left(\frac{Bh - M}{Bh}\right) = \frac{M}{Bh};$$

$$\text{V)} \quad m = \frac{M}{Bh - M}.$$

In gleicher Weise läßt sich der Exponent für die Wasserlinie finden; indem man eine Parabel annimmt, welche ihren Scheitel in der größten Breite hat, und durch die Punkte geht, in denen die Wasserlinie die Mittellinie schneidet. Es sei der Exponent dieser Parabel $= r$; die Länge der Wasserlinie $= L$; die Breite, wie vorher, $= B$; alsdann hat man für die Fläche der Wasserlinie $= W$ folgenden Werth:

$$\frac{1}{2} W = \frac{r}{r+1} \cdot L \cdot \frac{1}{2} B; \quad \text{VI)} \quad r = \frac{W}{BL - W}$$

Man nehme endlich an, daß die Flächen der verschiedenen Wasserlinien, von der Ladewasserlinie abwärts in dem Verhältniß der Abszissen einer Parabel abnehmen; der Exponent sei $= s$; die Tiefe von der Wasserlinie bis zur Tangente des Hauptspants $= h$; der Wasserraum $= D$; und die Fläche der Wasserlinie $= W$, alsdann ist:

$$\frac{s}{s+1} \cdot Wh = D; \text{ also VII) } s = \frac{D}{Wh - D}$$

18 Wenn man diese verschiedenen Exponenten für schon gebaute, und durch vorzügliche Eigenschaften ausgezeichnete Schiffe berechnet: so wird man eine genaue Vorstellung von ihrer ganzen Gestalt bekommen, welche man bei der Konstruktion neuer Schiffe benutzen kann. Nach einer kurzen Uebung wird der Baumeister im Stande sein, nicht allein die Hauptdimensionen, sondern auch die Umrisse des Schiffsgebäudes vor der Zeichnung zu bestimmen.

Man weiß jetzt vermittelst solcher Berechnungen den Werth der Exponenten für die verschiedenen Klassen der Schiffe, und für den verschiedenen Dienst, zu dem sie bestimmt sind. Im Allgemeinen sind demnach große Schiffe voller als kleine, und haben also größere Exponenten; Kauffahrteischiffe haben aber größere Exponenten als Kriegsschiffe von derselben Größe.

Es zeigt sich ferner, daß kleine Schiffe viel größere Dimensionen im Verhältnisse zu ihrem Wasserraume haben, als große.

Bei den Berechnungen wird der Wasserraum und die Breite ohne die Außenplanken genommen; die Länge ist die der Konstruktionswasserlinie (vergl. S. 2326 Nr. 10), welche bei Schwedischen Schiffen $1/84$ kleiner ist, als die Länge zwischen den Sponningen. Von diesem Unterschiede oder Abzuge kommen $7/10$ nach vorne und $3/10$ nach hinten. Um den Exponenten für die Wasserlinie zu finden, wird dieselbe in ihrer ganzen Länge zwischen den Sponningen genommen.

19 Die angegebenen Exponenten bestimmen übrigens die Geräumigkeit nur in einer Richtung; sie können aber auf solche Art kombinirt werden, daß sie zu gleicher Zeit die Geräumigkeit in der Länge und Breite ausdrücken. Zu diesem Zwecke muß die Fläche des Hauptspants $= \frac{m}{m+1} \cdot Bh$ in die Gleichung I (S. 2326) substituirt werden; daher:

$$\text{B)} \quad \frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{m+1} \cdot l \cdot Bh = D.$$

Substituirt man den Werth von $W = \frac{r}{r+1} \cdot BL$ in Gleich. VII, so ist:

$$\text{C)} \quad \frac{r}{r+1} \cdot \frac{s}{s+1} \cdot L \cdot B \cdot h = D.$$

In diesen Gleichungen zeigen die Produkte $\frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{m+1}$ und $\frac{r}{r+1} \cdot \frac{s}{s+1}$ die relative Geräumigkeit der verschiedenen Schiffe in Vergleich mit

dem umschriebenen Parallelepipedon. Wenn die Konstruktionswasserlinie der ganzen Wasserlinie gleich ist, so hat man:

$$\frac{n}{n+1} \cdot \frac{m}{m+1} = \frac{r}{r+1} \cdot \frac{s}{s+1}$$

Durch diese letzte Gleichung läßt sich leicht ein jeder Fehler in der Bestimmung der Exponenten finden; auch bei Anwendung der ganzen Gleichungen B und C lassen sich Fehler in den Dimensionen oder Exponenten entdecken.

Durch Interpolation (vergl. S. 1690—1704) lassen sich leicht anwendbare Formeln herleiten, durch welche man die Tiefe des Schwerpunkts des Wasserraums unterhalb der Wasserlinie, die Höhe des Metazentrums, und verschiedene andere Elemente, ohne die gewöhnlichen langwierigen Rechnungen annähernd finden kann. Auf solche Weise lassen sich die mehrsten berechenbaren Eigenschaften der Schiffe bestimmen und vergleichen, und mit geringer Mühe vor der Zeichnung des eigentlichen Baurisses ändern. 20

§. 343. Allgemeine Erklärungen der bei dem Seiten-, Spanten- und Senten- oder wasserpassen Risse vorkommenden Linien.

Bei den drei Hauptbaurissen eines Schiffes (vergl. S. 2260—2262) werden mehrere Linien gebraucht, die sich auf den verschiedenen Rissen bald als krumme, bald als gerade darstellen. 1

1. Die Wasserlinien (Water lines), bezeichnen den Durchschnitt der Wasserebene mit dem Körper des Schiffes. Auf dem wasserpassen Risse bilden sie Kurven, Tafel XL, Fig. 3, WL1, WL2, WL3 u. s. w., mit mehr oder weniger Krümmung, je nachdem die schneidende Wasserebene näher an der größten Breite des Schiffs, oder näher am Kiele gedacht wird. Die Ladewasserlinie LWL1 ist die am höchsten liegende, und zeigt an, bis zu welcher Stelle das vollgeladene Schiff einsinken darf. Auf dem Seiten- und Spantenrisse, Fig. 1 u. 2, zeigen sich nur die Projektionen der Wasserlinien als gerade Linien, WL2, WL3 u. s. w. Denkt man sich das Schiff mehr und mehr von seiner Ladung befreit, so kommen allmälig die untern Wasserlinien in die wirkliche Wasserebene hinein, d. h. es hebt sich das Schiff um so viel hervor. Die Ladewasserlinie wird auf den Rissen gewöhnlich mit grüner Farbe aufgezogen, um sie von allen übrigen sogleich zu unterscheiden. Hat das Schiff eine Steuerlastigkeit, d. h. liegt es hinten tiefer als vorne, so können die Wasserlinien natürlich nicht mit dem Kiel parallel gehen; da man aber der übrigen Zeichnung wegen auch Parallellinien mit dem Kiel gebraucht, so zieht man in solchem Falle alle Wasserlinien grün aus, und die Ladewasserlinie stärker.

Bei dem Seitenrisse bildet die über die Sponning des Kiels gezogene Horizontallinie die Basis; ist das Schiff nicht achterlastig, so gehen die Wasserlinien, wie Fig. 1, sämmtlich parallel mit der Basis. Hat aber das Schiff Achter- und Steuerlastigkeit, so weichen sie auf den verschiedenen Spanten in verschiedenem Grade von der Parallelrichtung mit der Basis ab, und bilden eine Art Kurven.

2 2. Kielparallel-Linien (Level lines), sind den Wasserlinien ähnlich, ausgenommen, daß sie nicht mit dem Wasserspiegel, sondern mit dem Kiele parallel gehen. Um nicht zu verwirren, werden sie in dem Seitenriß ausgelassen. Soll das Schiff keine Achterlastigkeit haben, so fallen sie ganz mit den Wasserlinien zusammen.

3 3. Sentenlinien (Ribband lines) geben die Gestalt der Senten, oder der, in der Mitte des Schiffs dünneren, am Vorder- und Achtertheile stärkeren Latten, welche die Spanten des noch im Bau begriffenen Schiffes so lange zusammenhalten, bis die Planken daran befestigt werden. Sie haben (vergl. S. 2261) eine doppelte Biegung, eine Ausbugt, wie die Wasserlinien, und eine Niederbugt, indem sie sich in der Mitte dem Kiele nähern, und gegen die beiden Steven aufsteigen. In dem Seitenrisse zeigt sich natürlich nur ihre Niederbugt, weil sie da auf der Ebene des vertikalen Längendurchschnitts projizirt sind. In dem wasserpassen, nach ihnen gewöhnlich so genannten Sentenrisse, zeigt sich nur ihre Ausbugt, weil sie da auf der horizontalen Ebene des nach der größten Länge und Breite des Schiffs gemachten Durchschnitts projizirt sind. Sie haben auf diesem Risse die größte Aehnlichkeit mit den Wasserlinien, weil eben ihre Niederbugt nicht zu sehen ist; dürfen aber nicht mit den Wasserlinien verwechselt werden, und müssen daher in der Zeichnung, wenn sie mit denselben zusammen auf einem wasserpassen Risse dargestellt sind, eine leicht erkenntliche Unterscheidung erhalten; es geschieht am besten dadurch, daß die Wasserlinien grün gezogen werden.

Auf dem Spantenrisse werden sie für einen in der Verlängerung des Kiels stehenden Beobachter auf die Ebene des Hauptspants projizirt und können daher von ihrer Ausbugt so gut wie Nichts zeigen; ihre Niederbugt von den Steven nach der Mitte zu wird sich aber als eine schräge Linie darstellen, welche von dem Haupt- oder Mittelspante, als dem äußersten Umrisse des Spantenrisses, gegen die Vor- und Achterspanten aufsteigt. Dieser schrägen Stellung wegen nennt man die Sentenprojektionen auf dem Spantenrisse Diagonalen. Tafel XL, Fig. 3 ist im Sentenrisse eine Sente, bezeichnet durch Diag. 1F, neben den Wasserlinien dargestellt; auf dem Spantenrisse, Fig. 2, zeigt sie sich auf den Vorder- und Achterspanten unter derselben Bezeichnung. Die verschiedenen Arten der Senten, wie Herzsente, Flursente u. s. w. sind schon oben (S. 2261) angeführt; weiter unten kommt noch etwas Genaueres vor.

4 4. Diagonalen (Diagonal lines) sind, wie eben erklärt, die Projektionen der Senten auf dem Spantenrisse, Tafel XL, Fig. 2, FH, 1F, 2F, 3F, MB.

5 5. Herzsente, Sente des größten Weits oder Scheersente (Main breadth line), ist die Kurve, welche der größten Weite des Schiffs folgt, oder durch alle die Punkte geht, wo die einzelnen Spanten ihre größte Weite haben; Tafel XL, Fig. 2 u. 3, MB (vergl. die folgende Nr. 7).

6 6. Bugten des Spantenbelaufs (Sweeps) sind die verschiedenen Bogen oder Abschnitte von Kreisen und Parabeln, welche zusammen den Umriß oder Belauf eines Spants ausmachen.

Jedes Spant besteht aus mehreren Stücken, deren Zahl von der Größe

und Höhe der Schiffe, oder der Länge der Spanten abhängt. Das unterste, quer auf dem Kiel liegende, heißt der Lieger oder das Bauchstück, Tafel XXXVIII, Fig. 6, TT. Die Bauchstücke in der Mitte des Schiffs haben wenig Krümmung, wie in der eben genannten Figur; daher heißen sie auch flache Bauchstücke. Die an diese grenzenden haben schon mehr Krümmung, und heißen krumme Bauchstücke; auf diese kommen die eingezogenen Lieger, welche einen noch weniger stumpfen Winkel machen; endlich kommen die dem Vor- und Achtersteven zunächst stehenden, welche schon eine gabelförmige Gestalt, fast wie ein Y haben, und Piekstücke oder Twillen heißen, Tafel XXXVII, Fig. 6, U, U, U ist ein krummes, ein eingezogenes Bauchstück, und ein Piekstück zu sehn.

Das nächste Stück zu beiden Seiten des Liegers heißt Sitzer, Tafel XXXVII, Fig. 6, V, V. Die Sitzer liegen mit der Hälfte ihrer ganzen Länge neben dem Bauchstück oder Piekstück, und werden mit demselben verbolzt; gegen die andere überragende Hälfte des Sitzers kommt dann, sich auf den Top des Liegers stützend, das dritte Stück des Spants, der erste Auflanger. Man unterscheidet die Sitzer in zwei Arten: Sitzer des Flachs, deren runde Bugt nach Außen fällt, und die Geräumigkeit des Schiffs vermehrt; und verkehrt; Sitzer, deren runde Bugt nach Innen fällt, wodurch der Bauch des Schiffes eingezogen wird; die letzteren sitzen neben den Piekstücken.

Die auf die Sitzer folgenden Stücke des Spants heißen Auflanger; auf jeder Seite des Schiffs hat ein Spant je nach seiner Größe oder Höhe zwei, drei bis sechs Auflanger; Tafel XXXVII, Fig. 6, V, V und W, W. Die letzteren mit W bezeichneten, welche zu oberst sitzen, heißen die verkehrten oder Top-Auflanger, und haben eine Gestalt wie ein S, wodurch sich das Schiff nach oben zu wieder verengert.

Zwischen dem Sitzer und dem verkehrten Auflanger stehen halb neben, halb über einander die von unten herauf gezählten Auflanger. Der erste Auflanger steht mit seinem Fuße auf dem Top (Kopf) des Liegers, steigt neben dem halben Sitzer auf, und überragt ihn mit seiner halben Länge. Sitzer und erster Auflanger werden mit einander verbolzt. Der zweite Auflanger steht mit seinem Fuß auf dem Top des Sitzers, und steht mit seiner halben Länge neben dem ersten Auflanger, ist mit ihm verbolzt, und überragt ihn wieder. So stehen die auf einander folgenden Auflanger abwechselnd neben und übereinander: der dritte auf dem ersten und neben dem zweiten; der vierte auf dem zweiten und neben dem dritten u. s. f. Große Dreidecker haben bis fünf Auflanger; kleine Schiffe nur einen oder zwei.

Die Auflanger werden erst auf dem Werft je zwei und zwei verbolzt, und dann paarweise aufgesetzt. Der verkehrte Auflanger heißt auch zuweilen Aufstützer.

Man unterscheidet bei allen Bauhölzern die gemallte Seite, und die nicht gemallte Seite. Das Mall ist ein Modell von dünnem Holze, und stellt also nur diejenige Seite des Bauholzes dar, deren Umrisse eine bestimmte Form haben sollen. Bei den Spanten ist z. B. die gemallte Seite die vordere

und hintere, die sich beide in der Breitenrichtung des Schiffes ausdehnen, also die, Tafel XXXVIII, Fig. 6, sichtbare; die nicht gemallte Seite ist die, deren Umrisse parallel, oder sonst gleichgültig sind; bei den Spanten ist es die äußere und innere Seite, die sich in der Längenrichtung des Schiffes ausdehnen; welche Breite z. B. die neben einander verbolzten Lieger, Sitzer und Auflanger einnehmen, und dadurch zur Längenbildung der Schiffsseite beitragen, das hängt von der natürlichen Stärke des Holzes ab, und ist theilweise gleichgültig. Dagegen an der gemallten Seite, deren Umrisse den äußern und innern Belauf des Spants bestimmen, findet von unten nach oben hin eine Verjüngung statt, und zwar so, daß das obere Ende der Mallseite jedes Auflangers um ein Zehntel schmäler ist, als das untere. Das Spant, Tafel XXXVIII, Fig. 6, ist zwar von beiden Seiten mit dem Durchschnitte der Außen- und Innenplanken umgeben, aber dennoch bleibt seine Verjüngung nach oben erkenntlich. Am leichtesten läßt sich die ganze Bildung der Spanten Tafel XXXVII, Fig. 5 erkennen, wo das noch unbeplankte Schiff auf den Stapeln nur von Senten zusammengehalten wird.

Die Hölzer, welche das hinterste Spant oder Spiegelspant bilden, heißen die Randsomhölzer, Tafel XXXVII, Fig. 5, m, m, Fig. 6, O; in Fig. 5 sind n, n und in Fig. 6 P die Auflanger der Randsomhölzer.

Im Englischen heißen die Sitzer und Auflanger zusammen Futtocks; und zwar der Sitzer first futtock, oder lower f., oder ground f.; der erste Auflanger second futtock, der zweite third u. s. w.; die Randsomhölzer heißen fashion pieces; die Lieger oder Bauchstücke floor timbers; die Piekstücke crotches; die verkehrten Auflanger toptimbers.

Die verschiedenen Bugten des Spantenbelaufs erhalten besondere Namen. Tafel XXXVIII, Fig. 5 zeigt a'e' denjenigen Theil des Spants, welcher senkrecht ohne Biegung steht; von solchem Spant sagt man, es habe ein doppeltes Weit, und dient dazu, dem auf die Seite geneigten Schiffe einen größern Widerstand zu verschaffen. Die horizontale Linie oder Entfernung von a' bis zur Mittellinie FA heißt dann das obere (halbe) Weit oder die obere größte Breite; und die horizontale Entfernung von e' bis zur Mittellinie FA heißt das untere (halbe) Weit oder die untere größte Breite. Von der horizontalen, über die obere Fläche des Kiels hingehenden Grundlinie BC gemessen, heißt Ce' die Höhe der untern, und Ca' die Höhe der oberen Breite. Englisch heißen die beiden Breiten im Hauptspant the upper main breadth, und the lower m. b.

Von oben herab werden die einzelnen Theil des Spantenbelaufs folgendermaaßen unterschieden: der Bogen aaa heißt die hohle Topbugt, top timber sweep, oder hollow of the top timber; der Bogen bbb die obere Spantenbugt, upper main breadth sweep; der Bogen ccc die untere Spantenbugt, lower main breadth sweep; der Bogen ddd die Vereinigungsbugt, reconciling sweep; der Bogen eee die obere Liegerbugt, upper futtock sweep oder upper floor sweep; der Bogen fff die untere Liegerbugt the lower floor sweep; die beiden Bogen eee und fff zusammen heißen auch Flurbugt,

floor sweep. Wenn die Flur sehr wenig gekrümmt, oder eine gerade Linie ist, so heißt sie das Flach, the flat.

7. Nach diesen verschiedenen Abtheilungen des Spantenbelaufs werden die Hauptsenten sowohl hinsichtlich ihrer Stelle als ihres Namens bestimmt; z. B. die oben Nr. 5 genannte Herzsente, oder Sente des Weits, oder Scheersente (the main breadth line), folgt dem Belaufe der größten Weite des Schiffs, Tafel XL, Fig. 3, im Sentenriß mit MB bezeichnet; ebenso in Fig. 2 im Spantenriß, wo sie nach der oberen und unteren Breite zweimal bezeichnet ist. Auf dem Seitenrisse, Fig. 1, findet sie sich ebenfalls doppelt punktirt, von den Fenstern der Seitengallerie bis zu den beiden Klüsen. In der Mitte stehen die Linien am weitesten von einander ab, weil dort an der tiefsten Stelle derselben der perpendikuläre Belauf der Spanten am größten ist. Vorne und hinten aber, wo beide steigen, ist der Unterschied nicht mehr nöthig, und sie fallen dort beinahe zusammen. Dieses Zusammenfallen ist auch auf dem Spantenrisse, Fig. 2, zu erkennen, wo beide als Diagonalen MB dargestellt am hintersten und vordersten Spant zusammenlaufen. 7

8. Die Flursente, oder Sente der Schneidungen, oder des Scharfs (Rising line), läuft über die Köpfe oder den Top aller Lieger oder Bauchstücke, Tafel XL, Fig. 1, BL; Tafel XXXVIII, Fig. 3, bbb. Bei flachgebauten Schiffen läuft sie in der Gegend des Mittelschiffs eine Strecke nach vorne und hinten mit dem Kiel parallel; und die in dieser Gegend darunter befindlichen Lieger heißen die flachen Bauchstücke (vergl. S. 2334 Nr. 6), und bilden zusammen das Flach. Die Mittelpunkte der Flurbugten liegen beinahe alle in der Höhe der Flursente, so daß die Radien Horizontallinien von den betreffenden Mittelpunkten nach der Flursente bilden. Wenn ein Schiff mit einer erhobenen Flur gebaut wird, so haben die Flurbugten sämmtlich die gleiche Länge. 8

Will man die Flursente auf dem wasserpassen Risse darstellen, so nimmt man den Abstand von der Mittellinie aus dem Spantenriß. Denkt man sich die Lieger sämmtlich von gleicher Länge, was bei einer scharfen Flur namentlich der Fall ist (indem erst die Sitzer den bauchigeren oder eingezogenen Theil bilden: so kann man eine vertikale Ebene, parallel mit dem senkrechten Längendurchschnitte des Mittelschiffs, durch die Flursente legen; alsdann giebt die Projektion derselben auf dem wasserpassen Risse eine gerade Linie parallel mit der Mittellinie, wie Tafel XL, Fig. 3, BL, BL; auf dem Spantenrisse, Fig. 2, zeigt sich dann der Durchschnitt dieser Ebene mit sämmtlichen Spanten in den beiden, mit der Mittellinie der Steven parallel gehenden Perpendikeln BL. In dieser Darstellungsweise nennen die Engländer diese Linien Buttock and Bowlines; buttock heißt nämlich der abgerundete Theil des Achterschiffs unter den Randsomhölzern und dem Heckbalken, oder der eigentliche Spiegel, über welchem das Heck mit den Kajütsfenstern und den Gallerien liegt; bow heißt der Bug, oder der runde Theil des Vorderschiffs von der Fockrüste bis zum Steven.

9. Die Topsente (Top timber line) läuft über dem Top der obersten 9

oder verkehrten Auflanger an der untern Seite des Schandeckels, d. h. der Planke, welche in horizontaler Lage den Top der Auflanger bedeckt, und das Eindringen des Wassers von oben her zwischen die Spanten verhindert; Tafel XL ist die Topsente in den drei Rissen mit TB bezeichnet. Auf dem Senten- oder wasserpassen Risse heißt die Topsente gewöhnlich die Topbreite, (Top breadth, oder weil nur die Hälfte zu sehen ist, Top halfbreadth); Taf. XXXVIII, Fig. 4 ist DWX die Topsente. Durch sie ist zugleich der obere Rand des gemalten Ganges unter dem Schandeckel bezeichnet.

10 10. Die Sente der Verzeunung (Topside line) bezeichnet den obersten Rand des Schiffsgebäudes, d. h. den obersten Rand der Schanz- und Backbekleidung, oder hinteren und vorderen Brustwehr des obersten freiliegenden Verdecks, Tafel XL, Fig. 1 und 2 mit TS bezeichnet. Bei Linienschiffen, welche eine sehr hohe Verzeunung haben, giebt es mehrere Senten der Verzeunung, welche bei dem wirklichen Schiffe von Außen durch Leisten bezeichnet sind, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3 zu sehn. Die Leiste, welche zunächst unter dem Schandeckel dem Laufe der Topsente folgt, heißt die Raaleiste, oder das Raaholz, Sheerrail oder auch Waistrail.

11 11. Die Zwischensenten (Ribband lines between the rising-and the main breadth line), werden ihrer drei oder vier, oder nach der Höhe des Schiffs noch mehrere, zwischen der Flursente und der Sente des Weits angeordnet; sie richten sich gewöhnlich nach der Zahl und Höhe der verschiedenen Auflanger. Tafel XL, Fig. 2, im Spantenrisse der Fregatte, ist die Diagonale FH am Top der Lieger; 1F am Top der Sitzer; 2F am Top der ersten Auflanger; 3F am Top der zweiten Auflanger.

12 12. Die Kurve der Liegermitte (Cutting down line), läuft durch die Mittelpunkte der oberen Seiten der Lieger, und der vorderen und hinteren Kielklötze, oder des todten Holzes, und bildet demnach die untere Grenze des perpendikulären Längendurchschnitts des Schiffes, soweit er innerhalb des hohlen Raumes desselben fällt; Tafel XXXVIII, Fig. 3, aaa; Tafel XL, Fig. 1, CD. Die Kielklötze oder Slempklötze sind schwere Stücken Holz, die man auf den Kiel legt, theils um ihn zu verstärken, vorzüglich aber, um die Einziehung der Piekstücke und Twillen (vergl. S. 2335 Nr. 6) zu vermindern. Diese können nämlich nicht unmittelbar auf den Kiel gesetzt werden, weil sich Vor- und Achterschiff dort zu sehr verengern. Die Kielklötze vorne und hinten sind ungefähr zwei Drittel des Kiels breit, und so hoch, als es das Holz erlaubt, und die Verminderung der Einziehung der vordern und hintern Piekstücke es erfordert. Sie heißen im Englischen Dead wood, todtes Holz. Die vorderen fangen am Binnenvorsteven an, gegen den sie verschärft sind, und laufen bis zu dem Vorderspant, welches nach einem Mall mit einem Spant des Achterschiffs gebildet ist. Die hintern Kielklötze fangen am Binnenachtersteven an, und gehen bis zu demjenigen Achterspant, welches dem eben erwähnten Vorspant gleich ist. Sie werden auf dem Kiel festgespickert, und sind zuweilen durch eine 3 bis 5 Zoll dicke Bohle verbunden, welche der Gegenkiel heißt, und dazu dient, daß die Hielungen (Einschnitte) für die Lieger einge-

schnitten werden können, ohne den Kiel selbst zu schwächen. Tafel XXXVII, Fig. 6, sind e, e die beiden Kielklötze; auf derselben Tafel, Fig. 1, ist der hintere durch KIK bezeichnet, der vordere unter KS an den Laschungen oder Scherben erkenntlich; ebenso Tafel XXXVIII, Fig. 1, und Tafel XL, Fig. 1, unter CD vorne und hinten.

Das Kolschwinn oder Saatholz (Keelson, oder gewöhnlicher Kelson), Tafel XXXVII, Fig. 6, X, X, besteht aus drei bis vier schweren Stücken Holz, welche durch Laschungen wie der Kiel mit einander verbunden werden. Es liegt in der Mitte auf allen Liegern und Piekstücken parallel mit dem Kiel, und reicht vom Binnenvorsteven bis auf zwei Drittel der hintern Piekstücke, oder auch bis zum Binnenachtersteven. Ueber jedem Lieger ist das Kolschwinn anderthalb bis zwei Zoll, wie an der Figur zu sehen, eingeschnitten, und mit denselben Bolzen verbolzt, womit diese an den Kiel gebolzt sind.

Tafel XXXVII, Fig. 1, und Tafel XXXVIII, Fig. 1 ist das Kolschwinn mit KS bezeichnet, Tafel XL, Fig. 1 ist es über der Kurve der Liegermitte, welche mit CD bezeichnet ist, durch eine parallel mit ihr laufende Linie angedeutet; denn die Kurve der Liegermitte, oder die Cutting down line geht an der unteren Seite der Einschnitte des Kolschwinns hin, welche auf der oberen Seite der Bauchstücke aufliegen.

Es versteht sich von selbst, was auch Tafel XXXIX, Fig. 1 an der Darstellung der äußern Beplankung zu erkennen ist, daß die Kielklötze vorne und hinten ebenfalls mit Planken bedeckt werden.

Unter dem eigentlichen Kiel legt man noch einen falschen oder losen Kiel, durch welchen theils der Hauptkiel verstärkt, theils auch die Abtrifft des Schiffes vermindert wird, indem der Seitenwiderstand des Wassers durch diese Unterlage größer wird. Tafel XXXVIII, Fig. 1 ist er durch FK bezeichnet; Tafel XL, Fig. 1 durch die doppelte starke Linie unter dem Kiel.

13. Vor- und Achterschiff (Fore and after bodies) bilden zusammen das ganze Schiff; man scheidet sie durch einen vertikalen Breitendurchschnitt des Schiffs an der weitesten Stelle, und nennt diesen die Ebene des Hauptspants (midshipsection oder dead-flat). 13

14. Rechtwinkliger und schiefwinkliger Schiffstheil (Square and cant bodies); dies sind Unterabtheilungen von Vor- und Achterschiff; denn es giebt ein rechtwinkliges und ein schiefwinkliges Vorschiff, und ein rechtwinkliges und schiefwinkliges Achterschiff. In dem rechtwinkligen, vor und hinter dem Mittelspant bis zu einer gewissen Entfernung hin reichenden Theile, stehen die Spanten so, daß ihre gemallten Seiten in senkrecht gegen den Kiel stehenden Ebenen liegen; in dem schiefwinkligen Vor- und Achterschiffe stehen die Spanten so, daß ihre gemallten Seiten zwar vertikal sind, aber in solchen Ebenen liegen, welche schiefe Winkel mit dem Kiele machen. Diese Spanten heißen Hukspanten, und haben diese Stellung, um nicht der anzupassenden Planken wegen zu stark beschmiegt oder zu schräge behauen werden zu müssen. 14

15. Mallung und Schlichtung (Moulding and siding) sind gleichbe- 15

deutende Ausdrücke mit Dicke und Breite; die Mallung eines Bauholzes ist die Dimension derjenigen seiner Seiten, auf welcher das Mall gelegt wird, um seine Gestalt und Krümmung zu bestimmen; und giebt z. B. bei den Spanten die Dicke der Schiffsseite; die Schlichtung ist die von dem Mall unabhängige Seite, wie bei den Spanten deren Breite in der Richtung der Länge des Schiffs gemessen.

16 16. Facken (Room and space), sind die offenen Räume zwischen den Mallungen zweier nächster Spanten. Gewöhnlich beträgt dieser Abstand die Breite zweier Spanten, und noch zwei bis vier Zoll darüber. Die Facken aller Schiffe, welche Pforten haben, sollten eigentlich so geordnet werden, daß die Breite der Spanten auf beiden Seiten einer unteren Pforte, und die Breite der Pforte von vorn nach hinten gemessen, gleich dem Raume zweier Facken sei. Die Größe der Schiffe bestimmt natürlich die Größe der Facken.

Gewöhnlich dient ein einziges Mall für zwei Spanten, so daß danach die Vorderseite des einen und die Achterseite des andern gebildet wird. Denkt man sich beide Spanten an dieser Seite zusammengelegt, so passen ihre Ränder genau aufeinander, und bilden nur eine Linie, die Fuge (joint); man kann also auch die Facken den Abstand der Fugen nennen. Auf den drei Rissen eines Schiffes pflegt man nicht alle Spanten, aus denen das Schiff bestehen soll, zu zeichnen, sondern nur eine bestimmte Anzahl und zwar in gleichen Entfernungen von einander. Diese heißen dann die Richtspanten oder Scheerspanten; weil diejenigen Senten, welche um dieselben gelegt oder geschoren werden, den Belauf der Zwischenspanten, auch Füllungsspanten genannt, leicht angeben.

Das Hauptspant, welches den breitesten Theil des Mittelschiffs bestimmt, wird in den Rissen gewöhnlich mit dem Zeichen ⊕ ausgezeichnet; die Spanten des Vorschiffs erhalten alle große lateinische Buchstaben, A, B, C u. s. w. zur Bezeichnung; die Spanten des Achterschiffs Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. Zuweilen, wenn es Baurisse sehr großer Schiffe sind, unterscheidet man noch mit kleinen lateinischen Buchstaben a, b, c u. s. w. die vorderen Hukspanten, und durch kleinere Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. die hinteren Hukspanten. Man muß dann natürlich darauf achten, daß dieselben Spanten im Seiten-, Spanten- und Sentenriß auch immer dieselben Zeichen erhalten; auf Tafel XXXVII, Fig. 1, Fig. 2 und Fig. 3, und auf Tafel XXXVIII, Fig. 1 sind diese Bezeichnungen zu sehen. Ebenso Tafel XL, Fig. 1, Fig. 2 und Fig. 3. Man sieht auf allen drei Tafeln, daß die Vorspanten nur B, D, F, H u. s. w., und die Achterspanten nur 2, 4, 6, 8 u. s. w., und auf Tafel XL, 3, 5, 7, 9 u. s. w. bezeichnet sind. Diese Auslassung der Buchstaben und Zahlen deutet also an, daß ein solcher Abstand wie BD, oder DF, oder 3 bis 5, zwei Facken oder zwei Zwischenräume zwischen den Spanten darstellt.

17 17. Verschießender Scherben (Shift), heißt die Scherben zweier an einander liegender Hölzer, z. B. zweier Seitenplanken so ordnen, daß eine Scherbe sich nicht gerade über der andern, sondern wenigstens 5 bis 6 Fuß von dersel-

ben entfernt befindet. Dies ist zur guten Verbindung eines Schiffes unerläßlich. Je genauer ein solches Verschießen beobachtet wird, desto stärkere Verbindung erhält das Schiff; siehe Tafel XXXIX, Fig. 1, wo immer drei Planken zwischen zwei Stuvscherben oder zwei Quernathen zu liegen kommen. Bei Englischen Kriegsschiffen ist es Regel, zum Verschießen 6 Fuß zu nehmen, und drei Planken zwischen zwei perpendikulär unter einander befindlichen Stuvscherben zu lassen; auf solche Art laufen die Planken 24 Fuß lang. Das eben Gesagte läßt sich Tafel XXXIX, Fig. 1 mit dem darunter befindlichen Maaßstabe leicht abmessen.

Scherben heißen im Allgemeinen Fugenverbindungen zwischen zwei Planken oder Hölzern, welche einander verlängern sollen. Sind die Köpfe gerade abgeschnitten, und blos gegen einander gestoßen, wie bei den Planken, so heißt es eine Stuvscherbe (butt-scarf). Liegen ihre Enden aber in der ganzen Breite übereinander, und sind, so weit sie sich bedecken, der Breite nach keilförmig weggeschnitten, so daß beide zusammen nur die Dicke der Planken behalten, so heißt eine solche Verbindung eine Plattscherbe oder Plattlasching (scarf). Auf diese Art werden die Stücken der Berghölzer, (d. h. der stärkeren, vor den übrigen hervorragenden Außenplanken in der Gegend der größten Breite des Schiffs) mit einander verbunden. Werden Planken oder andere Hölzer der Länge nach übereinander gelegt, und durch keilförmig zugespitzte Ausschnitte so zusammengesetzt, daß sie zusammen nur eine Breite, wie bei den Planken, oder eine Höhe, wie bei dem Kiele ausmachen: so heißt solche Verbindung eine Langscherbe oder Langlasching, oder auch blos Lasching (long scarf); siehe Tafel XXXVII, Fig. 1, Li, Fig. 6, A, A, A.

18. Die Schmiegungen (bevellings) sind die Winkel, welche zwei aneinanderliegende Seiten eines behauenen Stückes Holz mit einander machen; bei den Spanten diejenigen Winkel, welche die Mallung oder gemallte Seite mit der schlichten Seite oder eigentlich der Rand der Mallung mit der Fuge macht. (Der rechte Winkel heißt dabei square, der stumpfe standing bevelling, der spitze under bevelling). 18

19. Die Schmiegzeichen (sirmarks) sind die Abtheilungszeichen auf den Mallen der Spanten, oder die Stellen, an denen die respektiven Schmiegungen angelegt werden müssen. Im Spantenriß sind sie durch die Diagonalen angegeben. 19

20. Zu allen genannten eigenthümlichen Linien und Zeichen kommen noch die horizontalen Grundlinien und die Perpendikel; beide Arten Linien werden gewöhnlich durch die Sponningen des Kiels nnd der Steven bestimmt. Eine Sponning (rabbet) ist eine fortlaufende Kerbe oder Vertiefung an einem starken Stücke Holz, um nachher die Kanten und Köpfe der Planken aufzunehmen. Der Kiel hat eine solche Sponning an seinen beiden Seiten der ganzen Länge nach; ihre Tiefe richtet sich nach der Dicke der Planken, welche den untersten Gang, oder den sogenannten Sandstrook bilden; sie kommen mit der untern Kante in die Sponning hinein. Der Vor- und auch der Achtersteven haben ebenfalls auf jeder Seite ihrer ganzen 20

Höhe noch eine Sponning, in welche die Köpfe der Seitenplanken und Berghölzer eingelassen werden. Auch der Heckbalken hat eine solche Sponning, in welche die Köpfe der sich am Spiegel heraufbiegenden Hautplanken eingelassen werden.

Im Seitenriß geht die horizontale Grundlinie durch den obern Rand der Kielsponning, und von ihr aus werden alle vertikalen Höhen abgemessen. Von den Perpendikeln in dem Seitenrisse geht der vordere durch den hintern Rand der Sponning des Vorstevens; der hintere durch den vorderen Rand der Sponning des Achterstevens; Tafel XL, Fig. 1, stößt bei AP der hintere Perpendikel mit der Grundlinie und bei FP der vordere mit ihr zusammen; bei den mehrsten Kriegsschiffen begrenzen die beiden Perpendikel die Länge des unteren Kanonendecks.

21 21. Gewöhnlich zeichnet man unter dem Seitenriß, wie Tafel XXXVII, XXXVIII und XXXIX, Fig. 1 zu sehen, einen genau eingetheilten, mit Diagonalen für die Zehntel versehenen, gleichtheiligen Maaßstab (vergl. S. 768 bis 772), welcher das nach dem Verhältniß der Zeichnung verjüngte Fußmaaß enthält.

§. 344. Erklärung der vorzüglichsten Bestandtheile eines Schiffsgebäudes.

1 Um die praktischen Regeln zur Zeichnung der Baurisse ganz zu verstehen, ist es unumgänglich nothwendig, Namen, Zweck und Lage der vorzüglichsten Bestandtheile eines Schiffsgebäudes zu kennen. Es dienen diese Angaben zugleich dazu, die nachfolgende Besteckl ehre und Baulehre (vergl. S. 2170) zu erleichtern und abzukürzen.

2 Sieht man die Spanten als Rippen des Schiffsgebäudes an, so kann man den Kiel den Rückgrad nennen, indem er die Länge des untern Gebäudes bestimmt. Er ist das erste auf den Stapel gelegte Stück, und besteht aus mehreren durch Laschingen und Bolzen verbundenen Balken, welche Tafel XXXVII, Fig. 6, A, A, A einzeln dargestellt sind; Fig. 5, b, b, b liegt er zusammengesetzt auf den Stapelblöcken, als der unterste Balken des ganzen Gebäudes. Seine Dimensionen werden in der Besteckl ehre angegeben. Hier ist nur zu bemerken, daß er an seiner perpendikulären Seite größere Dimensionen hat, als an seiner Breitenseite, theils weil er in der lothrechten Richtung mehr zu tragen hat, theils weil die Laschingen oder Scherben nach der Höhe eingeschnitten werden. Die Sponningen (Spündungen) für den untersten Plankengang werden so wenig tief als möglich gemacht, um den Kiel nicht zu schwächen.

3 Das Stück, welches den Kiel nach vorne beendigt, Tafel XXXVII, Fig. 6, f, heißt der Anlauf des Kiels zum Vorsteven, der Stevenlauf, oder auch zuweilen das Slempholz, Fig. 5, g. Der Stevenlauf ist an seinem Achterende horizontal, und mit dem Kiel durch Laschingen und Bolzen verbunden; an seinem Vorderende hat er eine nach der Bauart des Schiffes mehr oder minder flache Kniebugt, durch die er mit dem Steven verbunden ist.

Nur am Halse, d. h. in der Biegung selbst, ist er der Höhe nach stärker als der Kiel. Der aufwärts gehende vordere Arm ist mit dem Vorsteven verbunden, also von dessen Breitendimension. Am vordersten Backen erhält er einen Einschnitt oder auch einen Zapfen, um das Kehlstück des Galjonschegs darin zu befestigen. Zuweilen wird der horizontale Arm unter den Kiel, der stehende Arm vor den Steven gelegt, und dieser letztere kommt unmittelbar an das vordere Kielende; der untere lose Kiel und das Galjonsscheg gleichen dann die Vorragungen aus. In solchem Falle heißt der Anlauf Vorfuß (Fore foot).

Die Kielklötze oder Slempklötze, Tafel XXXVII, Fig. 6, ee, Fig. 1, KIK, sind (vergl. S. 2338 Nr. 12) zwei schwere Stücke Holz, welche vorne und hinten auf den Kiel gelegt werden; theils um ihn zu verstärken, theils um die Verengerung der Piekstücke geringer zu machen. Der vordere Kielklotz reicht vom Vorsteven bis zum vorderen Balancirspant; der hintere vom Achtersteven bis zum hintern Balancirspant. Dieser letztere Name wird den beiden Spanten gegeben, welche vorne und hinten stehend nach einem und demselben Mall gebildet sind. Einige nennen auch die Kielklötze Slempholz, welcher Name aber besser für den Stevenlauf gilt. 4

Bei einigen Nationen werden die beiden Kielklötze oberhalb des Kiels durch eine starke Bohle verbunden, welche der Oberkiel oder Gegenkiel heißt; mit dem Kiel selbst werden sie durch starke Spiker oder Bolzen verbunden, und von Außen ebenso wie die Spanten mit Planken bekleidet.

Der Gegenkiel oder Oberkiel ist eine auf den Kiel gebolzte starke Bohle, welche theils zur Verbindung der Kielklötze, theils dazu dient, den Kiel von den Einschnitten für die Bauchstücke der Spanten frei zu halten. Es werden diese Einschnitte, oder die Spuren für die Hielungen, oder untersten Theile der Spanten einige Zoll tief in den Gegenkiel gemacht. Gegen beide Enden ist der Gegenkiel stärker, um sich an die Kielklötze anzuschließen. Bei Schiffen, die keinen Gegenkiel haben, stehen die Spanten unmittelbar auf dem Kiel. 5

Der lose oder falsche Kiel wird nach der ganzen Länge unter den Hauptkiel gelegt; entweder erst dann, wenn der letztere beschädigt ist, zur Verstärkung; oder gleich beim Neubaue, um den Seitenwiderstand des Wassers dadurch zu vermehren, also die Abtrifft des Schiffes zu vermindern. Aus dem letztern Grunde erhalten zuweilen Schiffe einen doppelten falschen Kiel. Tafel XXXVII, XXXVIII und XL, Fig. 1 ist der falsche Kiel an der unteren doppelten Linie der Seitenrisse erkenntlich. 6

Der Vorsteven bildet den aufwärts gehenden, etwas gekrümmten Hauptbalken des Vorderschiffes, und besteht, je nach der Größe des Gebäudes, aus einem oder mehreren Stücken Krummholz; Tafel XXXVII, Fig. 6, C, C; Fig. 1, VS. Das unterste wird an den Stevenlauf mit Laschingen und Bolzen verbunden. 7

Die sich vorne endigenden Planken und Barkhölzer werden mit ihren Köpfen oder Vorderenden in die Sponning des Vorstevens gesteckt. Der Vorsteven erhält gewöhnlich eine lothrechte Fußeintheilung mit großen la-

teinischen Zahlen in weißer Farbe aufgetragen, um den jedesmaligen Tiefgang daran zu erkennen.

8 Der vordere Binnensteven, Tafel XXXVII, Fig. 6, H, H, Fig. 1, BVS, besteht gewöhnlich aus zwei Stücken Krummholz, paßt mit seiner Ausbugt oder konvexen Seite in die hohle Bugt oder konkave Seite des Vorstevens, und dient zu dessen Verstärkung und festeren Verbindung mit dem Kiel. Laschungen des Binnenstevens müssen möglichst weit von den Laschungen des Vorstevens entfernt sein, oder passend verschießen (vergl. S. 2340 Nr. 17). Nach der Breite des Schiffs gemessen ist er eben so breit wie der Vorsteven; nach der Länge gemessen nur zwei Drittel so stark, und wird mit dem Vorsteven durch starke Nägel verbunden.

Wenn sein unteres Stück aus einem Knie besteht, dessen liegender Arm mit den Kielklötzen bindet, und dessen stehender den Anfang des Binnenstevens macht: so nennt man dieses Stück das Knie des vorderen Binnenstevens.

9 Das innere Slempholz am Vordersteven, Tafel XXXVII, Fig. 6, I, I, besteht gewöhnlich aus zwei Stücken Krummholz, und paßt mit seiner Ausbugt in die hohle Bugt des Binnenstevens, obgleich nicht der ganzen Länge nach, und dient zur Verstärkung desselben. Mit seinem hintern Ende bildet es entweder den Anlauf des Kolschwinns, oder liegt auf demselben; im letztern Falle heißt es das Knie des vorderen Binnenstevens. Bei kleinern Schiffen liegt das innere Slempholz mit dem hinteren Ende unmittelbar auf den vordern Piekstücken, und schließt sich an das Kolschwinn als dessen Anlauf an.

10 Der Achtersteven bildet den in gerader Linie, wenn auch nicht ganz senkrecht aufsteigenden, Hauptbalken des Achterschiffes, und steht mit seinem Fuße oder seiner Hielung, und zwar vermittelst eines Zapfens, in einem beinahe am hintersten Ende des Kiels angebrachten Zapfenloche; Tafel XXXVII, Fig. 6, B, Fig. 1, SqA. Nach der Breite des Schiffs gemessen, hat er gleiche Stärke mit dem Kiel; nach der Länge des Schiffs gemessen verjüngt er sich von unten nach oben.

Die sich hinten endigenden Planken, welche die eingezogenen Flurhölzer bekleiden, werden mit ihren Köpfen oder hinteren Enden in die Sponning des Achterstevens gesteckt. Er erhält, wie der Vordersteven eine lothrechte Fußeintheilung, um den jedesmaligen Tiefgang des Achterschiffes daran zu erkennen.

Wie der Vordersteven eine besonders starke Verbindung verlangt, weil das Vorderschiff den ganzen Andrang der Wellen und den Zug des Ankertaues zu ertragen hat: so muß der Achtersteven eine sehr starke Verbindung erhalten, weil er das Steuerruder zu tragen, und dessen Wirkungen auszuhalten hat.

Kiel, Vordersteven und Achtersteven sind die drei Bauhölzer, durch welche der perpendikuläre Längendurchschnitt des Schiffes seiner Gestalt und seiner Fläche nach hauptsächlich bestimmt wird.

11 Der hintere Binnensteven ist ein starkes Stück Holz, das von innen her auf dem Achtersteven verbunden ist, und zu seiner Verstärkung, sowie na-

mentlich dazu dient, die Einschnitte für die Spiegelwrangen (welche tiefer unten erklärt sind) aufzunehmen; Tafel XXXVII, Fig. 6, C, in der Nähe des Achterstevens, an den vielen Einschnitten erkenntlich; sein unterer Theil steht entweder, wie der eigentliche Achtersteven in einem eigenen Zapfenloche des Kiels; oder er ist, wie in der genannten Figur, mit klein c bezeichnet, ein Stück Krummholz oder Knie, welches das hintere Binnenslempholz heißt, am oberen Ende durch eine Haakenscherbe mit dem hintern Binnensteven C verbunden, und mit dem unteren liegenden Arme auf dem Achterende des Kolschwinns befestigt ist (siehe Nr. 14 innere Slemphölzer).

12 Der lose Achtersteven oder Butensteven (Außensteven) ist ein gerades Stück Holz wie der Achtersteven, hinter welchem er, wenn das Schiff schon geplankt ist, angebracht wird, um die Beschläge für das Steuerruder, und somit dieses selbst zu tragen, so daß der Achtersteven durch ihn bedeutend verstärkt wird; Tafel XXXVII, Fig. 6, E. Der lose Achtersteven kommt nur bei schweren Schiffen vor. Er wird selten in den Kiel eingezapft; sondern ist unten stumpf abgeschnitten, und hat außer der Verbindung mit dem Hauptachtersteven noch folgende Befestigung: die unterste Planke des sogenannten Sandstrooks wird auf jeder Seite über den Achtersten hinaus verlängert, und in die am Butensteven seiner ganzen Breite nach befindlichen Einschnitte eingefügt. Nach der Breite des Schiffs hat der Butensteven dieselbe Dimension wie der Hauptsteven; nach der Länge des Schiffs gemessen ist er nur halb so breit, und verjüngt sich nach oben um die Hälfte.

13 Das Knie des Achterstevens oder Reitknie ist ein starkes Stück Holz, mit einem stehenden und einem liegenden Arme. Der letztere ist mit den hinteren Kielklötzen durch eine Lasching verbunden, oder liegt auf ihnen; so daß er die Höhe derselben bedeutend vermehrt, und dadurch den hinteren Piekstücken, welche auf ihm stehen, eine angemessene erhöhte Lage giebt; Tafel XXXVII, Fig. 6, G, Fig. 1, KIK. Der stehende Arm ist gegen den Binnensteven verbunden.

14 14. Die innern Slemphölzer vorn und hinten, Tafel XXXVII, Fig. 6, vorn I, I, hinten c, liegen vorn und hinten mit einem Arme auf dem äußersten Ende des Kolschwinns, und schließen sich mit dem stehenden Arme an die Binnensteven an; sie bilden die obersten und innersten Balkenverbindungen von Kiel und Steven. Das innere Slempholz hinten hat diesen Namen nur, wenn der hintere Binnensteven bis zum Kiel reicht (s. Nr. 11).

Um diese ganze Balkenverbindung deutlicher zu erkennen, merke man sich für fünf Stellen derselben diese Reihenfolge der genannten Stücke von unten nach oben für den Kiel, und von innen nach außen für die Steven.

In der Mitte des Kiels: der falsche oder lose (untere) Kiel; der Hauptkiel; der Ober- oder Gegenkiel (wenn einer da ist); die Lieger oder Bauchstücke; das (oben S. 2339 der Hauptsache nach schon erklärte, und tiefer unten vorkommende) Kolschwinn.

Am Vorderende des Kiels: der falsche Kiel (oder der Vorfuß, siehe Nr. 3); der Anlauf des Kiels zum Vorsteven oder das Haupt-Slempholz;

der vordere Kielklotz; die vordern Piekstücke; das Kolschwinn; das innere Slempholz vorne.

Am Achterende des Kiels: der falsche Kiel; der Hauptkiel; der hintere Kielklotz; das Knie des Achterstevens; die hintern Piekstücke; das Kolschwinn; das innere Slempholz hinten.

Am Vorsteven, in der Höhe des innern Slempholzes, und zwar von innen nach Außen: das innere Slempholz vorn; der vordere Binnensteven; der Vorsteven. Vor dem letzteren kommen dann noch die tiefer unten genannten Theile des Galjonschegs.

Am Achtersteven, in der Höhe des innern Slempholzes, und zwar von innen nach außen: das innere Slempholz; das Knie des Achterstevens; der hintere Binnensteven; der Achtersteven; der Butensteven, an welchen dann noch das Steuerruder in die an dem Butensteven befindlichen Fingerlinge gehängt wird.

15 Der Heckbalken, große Heckbalken oder untere, ist ein horizontalliegender Querbalken oben am Achtersteven, an dessen innerer Seite auf halbes Holz (von jedem die Hälfte) eingeschnitten. Er hat eine Ausbugt und eine Aufbugt; Tafel XXXVII, Fig. 6, L; am Achtersteven B ist der Einschnitt für ihn zu sehen; auf derselben Tafel, Fig. 1, und Tafel XXXVIII, Fig. 1 ist er mit HB bezeichnet, und zugleich etwas von seiner Ausbugt erkenntlich. Er liegt beinahe im Weit des Spiegelspants, reicht mit beiden Enden bis zu den Randsomhölzern (vergl. S. 2336), mit denen er ebenso wie mit dem Achtersteven verbolzt ist. Er bildet auf größern Kriegsschiffen gewöhnlich die unteren Trempel (Brüstungen) der Pforten in der Konstabelkammer. Er hat eine Sponning, in welche sich die hintern Enden der von unten heraufgebogenen Spiegelplanken endigen. Bei der in neuerer Zeit oft gewählten runden Bauart des Hecks, wie Tafel XL, Fig. 4, endigen sich die Planken in einen höher liegenden Querbalken des Hecks, welcher die große Gilling bildet.

Der Heckbalken scheidet die ganze hintere Fläche des Schiffs in zwei Haupttheile: der über ihm liegende, welcher die Kajütsfenster enthält, heißt das Heck (the stern); der unter ihm befindliche heißt der Spiegel im genaueren Sinne (the buttock); wo eine genauere Unterscheidung nicht nöthig ist, nennt man wohl auch die ganze hintere Fläche den Spiegel. In ganz alter Zeit baute man den Spiegel wie das Heck flach; später rundete man ihn ab; und in neuester Zeit baut man sogar auch das Heck rund, wie bei der Fregatte Tafel XL.

16 Die Worpen sind überhaupt horizontal liegende, mehr oder weniger gekrümmte Balken, namentlich am Spiegel; wenn sie, wie jetzt allgemein, gekrümmt sind, so heißen sie auch gewöhnlich Wrangen oder Spiegelwrangen. Sie liegen sämmtlich unterhalb des Heckbalkens, von diesem bis zum Lieger der Randsomhölzer. Die untersten bilden spitze Winkel, die oberen öffnen sich mehr und mehr in einem Bogen. Die ganz unterste Spiegelwrange wird zuweilen der Bauer genannt, und ist ein spitzwinkliges Knie. Tafel XXXVII und XXXVIII, Fig. 1, mit WB bezeichnet.

Diejenige Wrange, welche die Köpfe der Planken des unteren Decks trägt, heißt die **Deckwrange** oder das **Deckworp**; Tafel XXXVII und XXXVIII, Fig. 1, mit DW bezeichnet. Zwischen dem Deckworp und dem untersten oder Bauer befinden sich je nach der Größe des Schiffs zwei, drei oder mehrere Wrangen, welche von oben herab das erste, zweite u. s. w. heißen; in Fig. 1 auf den beiden genannten Tafeln mit W', W'' bezeichnet. Zwischen dem Deckworp und dem Heckbalken finden sich noch einige **Füllungswrangen**, in den genannten Figuren mit FW' und FW'' bezeichnet. Auf Tafel XXXVII, Fig. 6, sind M, N Worpen in geradliniger Projektion; auf derselben Tafel, Fig. 5, sind o, p, q Wrangen.

17 **Der obere Heckbalken** (gewöhnlich nur bei Französischer oder Spanischer Bauart) befindet sich einige Fuß über dem eigentlichen Heckbalken, und bildet die oberen **Trempel** der Kanonenporten in der Konstabelkammer. Er hat wie der Heckbalken eine horizontale Ausbugt, aber keine Aufbugt, sondern auf der obern Seite einen Ausschnitt, in welchem die Ruderpinne fährt. Tafel XXXVII, Fig. 6, K ist er in seiner geradlinigen Projektion zu sehn, und an dem Achtersteven B ist am obersten Ende der halbe Theil desselben, gegen welchen der obere Heckbalken anliegt. Auf derselben Tafel, Fig. 5, ist zuerst das **Hennegat**, d. h. das runde Loch zu sehen, in welchem der Achtersteven endigt, und durch welches das Steuerruder mit seinem obern Ende in das Schiff hineingeht, und den Achtersteven überragt, so daß die Ruderpinne über dem letztern hin und hergeht. Der horizontal liegende Balken, welcher durch dieses Hennegat unterbrochen erscheint, ist der obere Heckbalken; der darunter liegende ist der eigentliche Heckbalken.

18 **Die Gillingshölzer oder Gillingsknie**, Tafel XXXVII, Fig. 5, t, t, sind etwas gebogene, aber aufrechtstehende Hölzer, welche mit ihrem Fuße auf dem Heckbalken, mit der hohlen Bugt nach hinten, stehen, sich also mit ihrem oberen Ende über die vertikale Ebene durch die Länge des Heckbalkens hinausbiegen, und so den hohlen Theil des Achterschiffes bilden, welcher die **große Gilling** oder das **große Wulf** genannt wird. Taf. XXXVII, Fig. 1, reicht diese Gilling vom Heckbalken HB bis L, bis zur **untern Gillingsleiste**, welche von Außen den oberen Rand des Wulfs mit ihrem Vorsprunge bezeichnet; die beiden Buchstaben GG stehen in der Mitte der Gilling. In dem Wulf befindet sich das in der vorigen Nummer erklärte Hennegat, und zu beiden Seiten desselben befinden sich gewöhnlich bei Kriegsschiffen die Porten der Konstabelkammer. Mit dem obern Ende schließen sich die Gillingsknice an einen Querbalken des Hecks, welcher der **Gillingsbalken** (counter transom) heißt, und von außen durch die untere Gillingsleiste erkenntlich ist. Das Wulf oder die große Gilling muß so wenig als möglich, d. h. nur so viel ausspringen, als zum Hennegat, oder zur Aufnahme des Kopfs des Steuerruders erforderlich ist; damit sie dem Spiegel nicht zu großes Gewicht giebt, und damit die Kielgebrechlichkeit des Schiffs vermehrt.

Ueber der großen Gilling befindet sich noch die **kleine oder obere Gilling**, welche die Brüstung der Kajütsfenster ausmacht, daher weit niedriger

ist, und eine viel geringere Wölbung hat. Sie ist von außen durch die obere Gillingsleiste an ihrem obern Rande begrenzt; Tafel XXXVII, Fig. 1 ist sie durch gG bezeichnet, und reicht von L bis l. Dieselben Buchstaben finden sich in Fig. 4. Die kleine Gilling dient gewöhnlich dazu, den Namen des Schiffes mit großen Buchstaben und mancherlei Verzierungen zu tragen.

19 Die Heckseitenstützen oder Windveeringsstützen sind die obersten oder verkehrten Auflanger der Randsomhölzer (vergl. S. 2336); Tafel XXXVII, Fig. 6, P; Fig. 5, n, n; Fig. 4, K, K; im Englischen side counter timbers.

Zwischen den beiden Windveeringsstützen befinden sich die übrigen Heckstützen, als die perpendikulären Haupttheile des Hecks; Taf. XXXVII, Fig. 6, d; Fig. 5, u, u; sie schließen sich an die Gillingskniee an, und sind gleichsam deren Auflanger; zugleich bilden sie die Seitenpfosten der Kajütsfenster, Fig. 4, Kj, und reichen bis zum Heckbord.

Wenn, wie es nicht allein bei den Kriegsschiffen, sondern gegenwärtig auch bei allen größeren Kauffahrern der Fall ist, das Achterschiff Seitengallerien hat, so schließen sich, als die hinterste Grenze derselben, an die Windveeringsstützen noch die sogenannten Termen oder Galleriestützen an, Englisch Quarter pieces, Tafel XXXVII, Fig. 1 und 4 mit S, S bezeichnet, sie stehen etwas hinter den Windveeringsstützen zurück, namentlich wenn das Heck rund gebaut ist. Zwischen ihnen und den Windveeringsstützen liegen die hintern Fenster der Seitengallerien; oder wenn ein größeres Schiff eine Heckgallerie, d. h. einen hervorspringenden offenen Balkon vor den Kajütsfenstern hat, so befinden sich zuweilen auch die auf den Balkon führenden Glasthüren an dieser Stelle. Tafel XXXVIII, Fig. 3, ist EF die Backbords-Gallerienstütze; in der Mitte ist die hervorragende Heckgallerie oder der Balkon eines Linienschiffs zu sehen. Tafel XL, Fig. 1 und 4 sind die Seitengallerien deutlich zu erkennen, und namentlich das Zurücktreten der Galleriestützen hinter den Windveeringsstützen. Ueber den Kajütsfenstern hat das Heck noch zwei Abtheilungen, die gewöhnlich mit allerhand Verzierungen und Leisten geschmückt sind. Die obere größere Abtheilung, Tafel XXXVII, Fig. 4, H, heißt der Heckbord (the taffarel); die untere kleinere mit G' bezeichnete heißt die Heckbordgilling (the cove).

Die Seitengallerien sind, wie Erker an den Häusern, hervorstehende Anbaue an den Seiten des Achterschiffes, welche Nebengemache für die Kajüte enthalten; bei Fregatten und Kauffahrteischiffen von einem Stockwerke, bei Linienschiffen von zwei Stockwerken, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3; nur bei den letztern pflegen sich Heckgallerien, und zwar bei den Zweideckern nur eine, hinter der obern Kajüte, bei Dreideckern zwei zu finden. Bei hinten rundgebauten Schiffen, wie bei der Fregatte Tafel XL, sind die Seitengallerien ebenfalls rund. Die obere kuppelartige Bedeckung, welche sich an den Bord der Schanze (des oberen Hinterdecks) anschließt, heißt die Kappe der Seitengallerie; Tafel XXXVII, Fig. 1, K'. Der ganze untere, in der genannten Figur zwischen L'' und Sz liegende Theil der Seitengallerie, welcher sich ebenfalls an

die Schiffsseite anschließt, und der Kappe ähnlich ist, nur in umgekehrter Stellung, heißt der Drücker der Seitengallerie; Drücker bedeutet nämlich in der Schiffersprache dasselbe, was in der Architektur Konsole oder Kragstein heißt. Das unterste Ende des Galleriedrückers, der Theil Sz heißt die Schnecke oder der Schwanz der Seitengallerie. Die Seitengallerie hat eine Anzahl von Leisten, welche durch ihre Vorsprünge eine architektonische Verzierung bilden. In der zuletzt genannten Figur heißt l' die obere Kappenleiste; l'' die untere Kappenleiste; L' heißt die obere Stuhlleiste; unter Stuhl versteht man die horizontal von der Schiffsseite hervorragenden Planken, welche die Decke und den Fußboden der Seitengallerie bilden; L'' heißt die Galleriefensterleiste; L''' die untere Stuhlleiste; L'''' die Schwanzleiste der Gallerie. Hat ein Schiff zwei Seitengallerien übereinander, so finden sich noch zwei Leisten in der Mitte, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3, von denen die oberhalb D befindliche die obere Galleriefensterleiste, und die unterhalb D die mittlere Stuhlleiste heißt. Die bei E befindliche heißt dann die untere Galleriefensterleiste.

Bei der hintern oder Heckgallerie besteht die Brustwehr oder das Geländer, wie in der letztgenannten Figur rechts von D, außerhalb der Galleriestützen zu sehen, aus einer oben und einer unten hervorragenden Latte, zwischen denen die Stäbe des Geländers senkrecht feststehen. Eine jede solche Latte, auch bei den Brustwehren die sich auf dem Borde des Schiffs befinden, heißt eine Regeling oder Reiling, und zwar die obere und die untere; zwischen ihnen stehen die Reilingsstützen oder auch Stieper; die Leisten heißen die obere und die untere Reilingsleiste der Heckgallerie.

Die Fensterpfosten oder Fensterstützen der Kajüte am Heck werden von den Heckstützen gebildet; die Fensterstützen an den Seitengallerien heißen im Englischen the munnions oder mullions.

Die Spanten oder Inhölzer sind ihrer Gestalt und Zusammensetzung nach schon oben (S. 2334 Nr. 6) hinlänglich erklärt. Von den Bauchstücken oder Liegern ist hier noch zu erwähnen, daß die mittleren unmittelbar auf dem Kiel, oder auf dem Ober- oder Gegenkiel; die vorderen und hinteren auf den Kielklötzen und auf dem Knie des Achterstevens oder dem Reitknie stehen. Jeder Lieger wird auf dem Stück, auf welches er tritt, mit zwei starken Bolzen befestigt. 20

Die Sitzer heißen auch Kimmsitters (vergl. S. 2335); unter Kimm des Schiffes versteht man den Theil des Schiffes, wo die Flursente liegt, also am Top sämmtlicher Bauchstücke. Die Sitzer des Flachs, deren Bucht nach Außen geht, wie in der Mitte des Schiffs, heißen auch Stecher; die verkehrten Sitzer haben ihre Bucht nach innen, um mit den Piekstücken verbunden werden zu können. 21

Unter den Auflangern (vergl. S. 2335) sind noch besonders die Klüsen oder Bug-Auflanger oder Ohrstützen zu erwähnen. Sie stehen im Vorschiffe, welches die mehrste Gewalt zu ertragen hat, so nahe an einander, daß sie sich berühren, und haben ihren Namen davon, daß die Klüsen 22

(die runden Löcher, durch welche die Ankertaue zum Schiffe hinausgehen) durch sie hindurch geschlagen werden.

Zuweilen sind die zu einem Spante bestimmten Holzstücke weder lang noch krumm genug, um unmittelbar durch Laschungen mit einander verbunden werden zu können. In solchem Falle vervollständigt man die Laschungen durch kleinere mit Haakenscherben versehene Stücke Holz, welche Kalven heißen. Wenn die Laschungen der nebeneinander liegenden Theile des Spants gehörig gegen einander verschießen, so ist die Verbindung der Kalven völlig hinreichend. Tafel XXXIX, Fig. 3, I, L, M.

23 Die Katsporen oder Katspuren sind eine Art Binnenspanten, welche zur Verstärkung der Schiffsseiten von innen auf den Wegerungen angeordnet werden. Die von Innen auf den eigentlichen Spanten befestigten Planken heißen Weger, und bilden die innere Haut des Schiffes. Auf der Innenseite derselben befestigt man die Katsporen, welche, wie die eigentlichen Spanten, ihre Lieger, Sitzer und Auflanger, und zwar in ähnlicher Weise (vergl. S. 2335) mit einander verbunden haben. Sie müssen so angeordnet werden, daß sie senkrecht unter der Mitte des Raums zwischen zwei Pforten der untersten Lage gerade auf ein eigentliches Spant treffen, und daß ihre Laschingen niemals gegen die Laschingen der Spanten fallen. Die Balken des unteren Decks und deren Kniee veranlassen es bisweilen, daß die oberen Auflanger der Katsporen von ihnen getrennt werden müssen. Wo die Katsporen mit dem Kolschwinn und den Wegerungen zusammentreffen, werden sie eingeschnitten; außerdem werden sie durch starke eiserne Nägel und durch Bolzen befestigt, welche von Außen herein durch die Hauptplanken, eigentlichen Spanten, Wegerungen und Katsporen gehen, und inwendig auf Platten verklunken sind. Den Kauffahrteischiffen giebt man höchst selten Katsporen, weil ihre schwere Ladung in den untern Raum kommt; höchstens erhalten sie eiserne Katsporen-Lieger und Sitzer. Dagegen die Kriegsschiffe, deren Spanten durch die so hoch liegenden Geschütze so sehr angestrengt werden, können diese Verstärkung durch die Katsporen nicht entbehren.

24 Das Kolschwinn, Kolsem oder Saatholz (vergl. S. 2339 Nr. 12) besteht aus drei bis vier schweren Stücken Holz, welche gleich den Theilen des Kiels durch Laschungen verbunden sind. Es dient dazu, die Lieger und Piekstücke gegen den Kiel zu befestigen, und liegt deshalb parallel mit dem Kiel in der Mitte über denselben, und reicht vom vorderen bis zum hinteren Binnensteven. Ueber jedem Lieger ist das Kolschwinn anderthalb bis zwei Zoll eingeschnitten. Es hat die gleiche Breite wie der Kiel, ist aber, ohne den Einschnitt zu rechnen, nur halb so hoch wie derselbe; Tafel XXXVII, Fig. 6, X, X.

Wenn Lieger und Sitzer auf dem Kiel liegen, wird ein Spant um das andere, eines durch den Lieger, das andere durch den Sitzer mit dem Kiel verbolzt. Darauf wird das Kolschwinn aufgelegt, und bei den Spanten, deren Lieger vorher mit dem Kiel verbolzt worden, werden jetzt die Bolzen durch Kolschwinn und Sitzer in den Kiel getrieben; bei den Spanten aber, deren Sitzer mit dem Kiel verbolzt worden, kommen jetzt die Bolzen durch Kolschwinn und

Lieger in den Kiel. An der Stelle, wo der Fuß des großen Mastes zu stehen kommt, wird das Kolschwinn einige Zoll breiter, als an allen übrigen gemacht.

Die Spuren der Masten sind Zusammenfügungen von starken Stücken Holz, die man da anbringt, wo der Fuß eines Mastes auftreten soll. Die Stelle der Spur des großen Masts ist Tafel XXXVII und Tafel XXXVIII, Fig. 1 durch GM und Spr bezeichnet. Sie besteht der Hauptsache nach aus zwei Wangen, welche auf die Lieger der beiden dort nahe zusammenliegenden Katsporen eingeschnitten sind, und parallel mit dem Kiel liegen; sie werden von außen durch zwei in der Mitte zwischen den Katsporen befestigte Klampen vom Ausbeugen abgehalten; und von innen durch zwei andre dicht neben den Katsporen und quer über dem Kolschwinn liegende Klampen auseinandergehalten; so daß die beiden Wangen und diese beiden innern Klampen zusammen ein Viereck bilden, in welches die Pinne oder der unterste Fußtheil des Mastes hineingestellt wird. Zur völligen Befestigung, wie zur etwa nöthig befundenen Verrückung desselben dienen einige keilförmig zugehauene Brettchen, welche zwischen die Wangen und Klampen und den Mastfuß hineingetrieben werden. 25

Die Spur für den Fockmast ist in den beiden genannten Figuren ebenfalls mit FM und Spr bezeichnet, leicht zu erkennen, und unterscheidet sich von der vorigen dadurch, daß sie wegen der Enge des Schiffes in dieser Gegend nur von der einen Seite einen Katspornlieger, von der andern aber, d. h. nach vorne zu nur einen einfachen Klotz hat, welcher auf das Kolschwinn gebolzt ist.

Die Spur des Besahnmasts, in den genannten Figuren ist ebenfalls mit BM und Spr bezeichnet, liegt aber nicht auf dem Kolschwinn, sondern auf dem untern Deck, und wird durch Einlassung in die Deckbalken befestigt. Sie besteht auch bei größern Schiffen gewöhnlich nur aus einem dicken Stück Holz, in welches ein Zapfenloch für die Pinne des Mastfußes eingehauen wird. Bei kleineren Schiffen bestehen auch die Spuren der beiden andern Masten aus solchen einfachen auf dem Kolschwinn befestigten Klötzen.

Das Kissen des Bugspriets befindet sich ebenfalls auf dem untern Decke. Auf demjenigen Deckbalken, über welchem der Fuß des Bugspriets zu liegen kommt, und auf dem nächstvorderen kommen parallel mit dem Kiel zwei kurze Balken zu liegen, und werden auf denselben eingeschnitten oder verkammt. Auf beiden kommt über dem hintern Deckbalken das eigentliche starke viereckige hölzerne Kissen zu liegen, auf dem das Bugspriet mit seinem Fuße ruht. Auf den beiden (Backbords- und Steuerbords-) Seiten des Kissens werden zwei Klampen perpendikulär errichtet, und umfassen den Fuß, so daß sie über demselben zusammengefügt sind. Zuweilen stehen sie etwas schräg mit dem oberen Ende nach hinten geneigt, um mit dem Balken des drüberliegenden Decks verbunden zu werden; Tafel XXXVIII, Fig. 1, liegt der Fuß des Bugspriets BgS zwischen solchen schrägen Klampen. Die zweite Stütze erhält es durch die Klüshölzer-Toppe Kh (Knightheads oder Bollard timbers), welche zu beiden Seiten des Vorstevens hervorragende Enden der Klüshölzer sind, d. h. derjenigen Bugstücke oder vordersten Spanten, durch welche die Klüsgatten KG geschlagen sind. 26

27 Die Spuren der Gang-Spille werden zwischen zwei Balken desjenigen Decks angebracht, auf welchem sie stehen; wenn sie nämlich klein sind, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1; das hinter der Achterlucke AL befindliche größere, und das hinter der Vorlucke VL befindliche kleinere Gangspill, beide mit GSp bezeichnet. Die Spuren selbst sind einfache.

Ist ein Gangspill groß, oder gar, wie auf Kriegsschiffen das größere, ein doppeltes, mit zwei übereinander auf zwei verschiedenen Decken befindlichen Trommeln: so reicht die Welle unter das untere Deck, und dreht sich dort mit ihrer eisernen Pinne in einer eisernen in der Spur befindlichen Pfanne. Die Spur selbst ist dann bedeutend stärker, und in die Balken des untern Decks eingelassen, und wird zuweilen noch durch eine auf dem Kolschwinn stehende und bis zum untern Deck reichende Stütze gehalten. (Von den Betungen überhaupt und den Betungen des Bratspills, so wie von den Fischungen der Masten und Spillen folgen die Erklärungen tiefer unten.)

28 Die Bugbänder, oder Krop-Wrangen, oder Brustbänder sind starke Stücke Krummholz, welche auf verschiedenen Höhen des Vorschiffes beinahe horizontal liegend so angebracht sind, daß sie den Vorsteven und die Klüshölzer beinahe senkrecht durchschneiden, gegen dieselben genau anschließen und mit ihnen durch Bolzen verbunden sind, welche durch die Außenplanken, Klüshölzer und Bugbänder reichen, und von Innen auf den letzteren verklunken sind. Je nach der Größe und Höhe des Schiffes liegen dergleichen Bugbänder bis vier oder fünf vom Kolschwinn bis zum unteren Deck, dessen Planken mit ihren Vorderenden auf dem obersten dieser Bänder ruhen; Taf. XXXVII, Fig. 6 ist R eines der unteren Bugbanden, S ein Bugband zwischen Deck; Tafel XXXVIII, Fig. 1, sind vom Kolschwinn aufwärts drei Bugbänder mit BgB bezeichnet; das Deckbugband unter den Planken des unteren Decks mit DB; ein Brustband zwischen Decks mit BgB, und das Deckbugband unter den Planken des oberen Decks mit DB; endlich das oberste, nahe unter dem Bugspriet wieder mit BgB.

Die untersten sind wegen der dortigen Schärfe des Schiffs spitzwinklig wie die Piekstücke gestaltet; je weiter sie sich über dem Kiel befinden, desto offener wird ihre Biegung, nach der sich oben hin erweiternden Gestalt des Vorschiffes. Der Hals der Bugbänder, welcher mit dem Vorsteven verbolzt ist, behält die ganze Stärke des natürlichen Holzes. Die Arme erhalten die Dicke der Deckbalken.

Das Bugband großer Schiffe, welche ihre Klüsen zwischen Deck haben, und welches nur um einige Zoll unter denselben liegt, heißt dann das Klüsbugband. Dasjenige, welches unter dem Bugspriet liegt, heißt das Bugsprietband. Von den unter den Deckplanken liegenden heißt das eine das untere, das andere das obere Deckbugband.

Auf Kriegsschiffen ordnet man sie auch so an, daß sie die Untertrempel derjenigen Kanonenpforten bilden, unter denen sie zu liegen kommen, um so die Verbindung des Vorschiffes zu verstärken.

Je weiter die Brustbänder mit ihren Armen in das Schiff hineinreichen,

oder sich seitwärts vom Vorsteven an die Spanten anschließen, desto mehr tragen sie zur Verstärkung bei, welche bei der mannigfaltigen Gewalt der Wellen und Anker, die das Vorschiff auszuhalten hat, höchst nothwendig ist.

Die Hautplanken oder Außenplanken bekleiden die ganze Außenseite der Spanten, um das Eindringen des Wassers zu verhindern. Sie werden auf die Spanten genagelt, endigen sich vorne in der Sponning (Spündung) des Vorstevens, hinten in der Sponning des Achterstevens und des Heckbalkens, und unten in der Sponning des Kiels. Sie passen nur genau aneinander, ohne gefedert oder gefaset zu sein. Die Fugen zwischen ihnen, oder die Nathen, werden mit Werg ausgefüllt oder kalfatert. Außer der Befestigung durch Nägel auf den Spanten werden sie noch auf den Katsporen verbolzt. Man giebt darauf Achtung, daß die Quernathen, d. h. die Fugen, wo die Enden zweier Planken zusammenstoßen, immer auf Spanten treffen; und daß die Quernathen zweier nächsten Gänge gehörig gegen einander verschießen (vergl. S. 2340 Nr. 17), wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu sehen, wo immer drei Gänge zwischen zwei perpendikulär übereinander stehenden Quernathen liegen. Auch vermeidet man sorgfältig, daß keine derselben unmittelbar unter oder über eine Geschützpforte zu liegen kommt. 29

Unter Gang versteht man eine Reihe mit ihren Enden aneinander gefügter Planken vom Vorsteven bis zum Achtersteven. Man rechnet danach auch die Seitenneigungen eines Schiffes; z. B. sagt man: ein Schiff sei acht Gänge gekielholt (zur Ausbesserung auf die Seite gelegt), wenn acht Gänge, die vorher unter Wasser waren, jetzt über demselben sichtbar sind.

Unter dem (in der folgenden Nummer erklärten) Bergholz oder Barkholz, d. h. unmittelbar unter der größten Breite des Schiffs, haben die Außenplanken beinahe dieselbe Dicke, wie diese; die tieferen auf einander folgenden Gänge bis auf vier Fuß unter der Ladewasserlinie nehmen an Dicke gleichförmig ab. Der unterste Gang, dessen untere Kante in der Sponning des Kiels steckt, und Sandstrook heißt, ist nur halb so dick, wie der nächste unter dem Barkholz. Die übrigen Gänge zwischen dem Sandstrook und dem vier Fuß unter der Ladewasserlinie befindlichen Gange haben gleiche Dicke. Diese Verhältnisse sind an den Plankendurchschnitten außerhalb des Mittelspants, Tafel XXXVIII, Fig. 6, A, A, A, und Tafel XXXIX, Fig. 3, erkenntlich. Im Allgemeinen werden die Planken so lang und breit genommen, als sie das Holz giebt.

Die Verdecksplanken, und die Planken auf Back und Schanze werden etwa ein Viertel so dick genommen, als die Balken, auf denen sie liegen; im Fall sie nicht wegen des Kalfaterns dicker genommen werden müssen. Denn dazu müssen die Planken wenigstens zwei Zoll dick sein, weil sonst das Werg dazwischen nicht festhält. Die mit Werg ausgefüllten Näthe werden mit heißem Pech überzogen, und das neben den Näthen sitzende mit Schrapen abgeschabt. Bei ganz kleinen Fahrzeugen, deren Planken zu dünne sind, legt man diese an den Kanten übereinander, und kalfatert sie von unten auf.

Bei manchen Nationen, deren Häfen seicht sind, in denen also die Schiffe

oft auf dem Trocknen sitzen, macht man den Sandstrook und die Bodenplanken stärker, als die Planken von der Kimm bis zum Bergholz.

Die über dem Bergholz liegenden Plankengänge nehmen nach oben hin an Dicke ab; die über dem Reeholz oder Raaholz, d. h. der auf Tafel XXXVII, Fig. 1, mit Sd bezeichneten, von vorne bis hinten um das Schiff gehenden starken Leiste, liegenden Planken sind nur zwei Zoll dick. Die Planken der Verzeunung an Back und Schanze, in der angegebenen Figur Bk und Sd, sind, um oben Alles so leicht als möglich zu machen, von Föhren- oder Fichtenholz; die übrigen Planken dagegen von Eichenholz. Die Planken am Bug sind eben so stark, wie die Berghölzer; theils um das Vorschiff möglichst zu verstärken; theils um das Aufsetzen der Anker zu erleichtern, welche an den Vorsprüngen leicht aufgehalten werden. Da wo die Rüsten, die horizontal von der Schiffsseite abstehenden Planken, an denen die Wanten und Pardunen (Seitentaue der Masten und Stengen) befestigt werden, angebracht sind, in der angegebenen Figur BR, GR, FR, haben die Außenplanken ebenfalls die Dicke der Berghölzer.

Weil die Bugplanken starke Krümmung haben, so schneidet man sie zuweilen nach einem Mall aus stärkerem Krummholz. Zuweilen bringt man die Planken über starkes Feuer, und indem man sie fortdauernd mit Wasser besprengt, giebt man ihnen durch die an den Enden angebrachten Beschwerungen allmälig die erforderliche Krümmung; dies nennt man die Planken brennen.

Auf sorgfältig eingerichteten Werften hat man aber zu diesem Beugen der Planken eigene Einrichtungen, die sogenannten Stooven oder Kochflotten. Eine Stoove ist ein aus handdicken Planken zusammengesetzter und mit starken eisernen Klammern verbundener Kasten, von der Breite und Länge der zu beugenden Planken, welcher mit einem Deckel zugemacht werden kann. Er steht auf mehreren anderthalb Fuß hohen, nach seiner Breite gerichteten Mauern, welche immer einige Fuß von einander entfernt sind. Zwischen diesen Mauern ist die untere Fläche und ein Theil der Seite des Kastens mit Kupfer beschlagen; die Mauern selbst stehen auf einem Floß oder Flott, um in einem Hafen von einem Ort zum andern gebracht werden zu können. In den Kasten werden die Planken hineingelegt, und ganz mit Wasser bedeckt. Zwischen den Mauern wird ein Feuer angemacht, und die Planken werden so lange gekocht, bis sie völlig biegsam geworden sind.

Zuweilen ist der Kasten dicht verschlossen, und durch eine Röhre wird der Dampf eines in der Nähe siedenden Wasserkessels hineingelassen, wodurch die Erweichung der zu biegenden Planken bewirkt wird. Uebrigens ist das Kochen nicht so vortheilhaft wie das Brennen, weil die gekochten Planken mürber werden und Spalten bekommen. Das Dampfen kann nur bei dünnen Planken angewendet werden.

30 Die Barkhölzer oder Berghölzer sind breitere, und noch einmal so dicke Planken wie die übrigen; sie bilden einige hervorspringende Gänge auf verschiedenen Höhen rund um das Schiff, und dienen eben so sehr zur Verstärkung der Verbindung, als durch ihren Vorsprung zur Zierde. Sie werden

nicht blos an einander gestoßen, wie die gewöhnlichen Planken, sondern durch Haaken-Scherben, oder Haaken-Laschingen mit einander verbunden. Auf den Spanten werden sie mit Nägeln befestigt; wo sie auf Katsporen oder auf Balkenkniee treffen, werden sie mit denselben verbolzt und verklunken. Gewöhnlich liegen unter jeder Geschützlage zwei Barkhölzer, von denen so wenig als möglich durch Pfosten unterbrochen werden dürfen.

Tafel XXXVIII, Fig. 6 sind die Berghölzer an beiden Seiten des Hauptspants im Durchschnitt mit B bezeichnet. P ist der Schandeckel, oder seiner Lage wegen auch der Flachbord genannt. O ist das Raaholz oder die Raaleiste (im Englischen Sheer-Rail); B ist das oberste oder kleine Bergholz (Waist Rail); in der Höhe der Rüsten liegen zwei Berghölzer B, B; in der Gegend der größten Breite liegen wieder zwei Berghölzer B, B, welche wie die beiden ersten eine andre Planke zwischen sich haben, die auch mit B bezeichnet ist. Man zählt sie gewöhnlich von unten herauf, und nennt das unter dem untersten Deckrande befindliche das erste; das darüberliegende das zweite u. s. f. Das oberste unter der Raaleiste befindliche heißt dann das fünfte Bergholz. Einige nennen dieses fünfte Bergholz auch schon Raaholz, und die darüber liegende Leiste nur Raaleiste. Die zwischen den Berghölzern in der Rüstengegend liegenden Planken heißen die Füllungsplanken. In der Englischen Bauart haben die Berghölzer keine Füllungsplanken zwischen sich, sondern schließen sich dicht an einander an.

Die drei unteren Berghölzer in der größten Breite heißen zusammen im Englischen Main-Wale, das große Bergholz, und die beiden in der Rüstenhöhe zusammenliegenden Channel-Wale, das Rüsten-Bergholz; das oberste unter der Raaleiste allein liegende heißt dann, wie schon angegeben, Waist-Rail. Die Englische Bauart, keine Füllungsplanken zwischen die Berghölzer zu nehmen, ist für die Stärke der Verbindung viel vortheilhafter, und Schiffe mit solchen zusammenhängenden Berghölzern brechen den Rücken weit seltener, als die mit Füllungsplanken gebauten. Für Kriegsschiffe hat man bei dem Englischen Schiffbau eine doppelte Raaleiste; und das oberste Bergholz oder Waist-Rail geht als eine, je nach der Größe der Schiffe mehr oder weniger breite Leiste ungefähr durch die Mitte der obersten Pforten; so ist sie auch mit RI bezeichnet auf Tafel XXXVII, Fig. 1 bei dem Kauffahrteischiffe zu sehen. Tafel XXXVIII, Fig. 3 ist LQZ das große oder untere Bergholz, DRX das zweite Bergholz, SWS das oberste Bergholz, durch die Mitte der oberen Pforten gehend. Wegen des Springs, d. h. der an den Enden des Schiffs vorkommenden Erhebung der Berghölzer schneiden die Geschützpforten der untersten Lage etwas in das große oder untere Bergholz ein, wie in der genannten Figur zu sehen ist.

Die Wäger, Weger oder Weiger sind die Binnenplanken, d. h. sie 31 bedecken die Spanten von innen. Damit sie zugleich die Stärke der Verbindung vermehren, so sorgt man nicht blos dafür, daß die Quernathen zweier aufeinander folgender Gänge, wie bei den Hautplanken um fünf bis sechs Fuß von einander entfernt sind; sondern daß auch die Quernathen der ähnlich

liegenden Außenplanken von denen der entsprechenden Weger um eben so viel entfernt bleiben. Wenn diese letztere Sorgfalt auch nicht bei allen Wegern erforderlich ist, so muß sie doch bei den Setz- und Balkwegern beobachtet werden, welche der Länge nach mit den Berghölzern übereinstimmen.

Die Wegerung, d. h. Belegung mit Wegern, geschieht bei verschiedenen Nationen auf verschiedene Weise. Bei einigen wird halb voll, halb offen bewegert, d. h. man läßt zwischen zwei aufeinander folgenden Gängen einen der Wegerbreite gleichen Zwischenraum offen, damit die Luft an die Spanten kommen, und sie austrocknen kann. Bei andern werden nicht blos diese Zwischenräume mit Wegern ausgefüllt, sondern dieselben werden auch wie die Außenplanken gekalfatert. Zuweilen bleiben auch einige Weger lose, so daß man sie leicht herausnehmen kann, um die Spanten zu sehen; solche leicht beweglichen Weger heißen Füllungen. Namentlich geschieht dieß mit den Wegern über den Loggatten, oder Rüstergatten und den Wassergängen in den Liegern (welche tiefer unten erklärt sind), durch welche das eingedrungene Wasser zu den Pumpen läuft, und die daher oft gereinigt werden müssen; die Reinigung zu erleichtern sind die Füllungen darüber leicht herauszunehmen.

Zuweilen werden die Weger auf den Spanten eingeschnitten; sie heißen dann eingelassene Weger oder Bandweger; zuweilen werden sie nur platt aufgenagelt; dann werden Keile oder Stöße zwischen die Spanten geschlagen. Bei schweren Schiffen findet man zuweilen alle die Weger, welche auf die Laschungen der Spanten treffen, stärker als die andern, und eingeschnitten.

Einige Schiffbauer legen die Weger parallel mit dem Kiel, wie die Außenplanken; andere aber legen sie schräge, so daß sie gegen die Steven zu steigen; diese Lage vermindert die Kielgebrechlichkeit. Wenn die Bewegerung parallel mit dem Kiele läuft, so nennt man die dem Kiel zunächstliegenden die Flurweger, Bauchdennungen oder Bauchdielen, auch Weger im Flach. Die dem Kolschwinn zunächst liegenden, Taf. XXXIX, Fig. 3, F (the limber-strake) sind stärker als die folgenden, und haben von demselben einen Abstand von zehn bis eilf Zoll; so daß auf jeder Seite des Kolschwinns eine Art von Kanal oder Wassergang für das eingedrungene Wasser offen bleibt, durch den es zu den Pumpen laufen kann; dieser Wassergang heißt auch Rüstergatten, oder die oberen Rüstergatten (the limber passage), in der genannten Figur zu beiden Seiten des Kolschwinndurchschnitts schwarz bezeichnet. Der Gang wird mit den Füllungen der Rüstergatten E bedeckt; sie bestehen aus dünnen und kurzen Eichenplanken, deren eine Kante in eine Sponning der Flurweger paßt, und deren andere Kante schräge zugeschnitten gegen das Kolschwinn anliegt, so daß sie leicht zur Reinigung der Rüstergatten aufgehoben werden können; es befindet sich an ihren Enden gewöhnlich eine Schraube zum Anfassen. Um die Verwechselung zu verhüten, befinden sich gleiche Nummern auf den Füllungen und den Flurwegern. Da wo Schotten stehen, d. h. senkrechte Abtheilungswände des Raumes, müssen natürlich die Köpfe der Füllungen endigen, um nicht unter die Schotten zu kommen.

Es haben auch die Bauchstücke oder Lieger der Spanten an ihrer unteren Seite viereckige Löcher, durch welche das Wasser unmittelbar über den unteren Hautplanken oder dem Sandstrook den freien Zugang zu dem eben genannten Wassergange hat; diese Löcher heißen auch die Nüstergatten, oder die unteren Nüstergatten; sie stehen etwa neun Zoll von jeder Seite des Kiels ab. Auf manchen, namentlich Englischen Kriegsschiffen, gehen eiserne Ketten von vorne bis hinten durch alle diese Nüstergatten der Lieger, und werden, um die Verstopfung zu verhüten, zuweilen hin und her gezogen. Auf Kauffahrteischiffen, deren Ladung durch eine Ansammlung des Wassers an irgend einer Stelle leicht verdorben werden kann, sind diese unteren Nüstergatten ebenfalls nöthig.

Die den Flurwegern zunächst liegenden heißen Stauchweger; die nächstfolgenden Kimmweger; sie beginnen in der genannten Figur bei H; die hierauf folgenden heißen die Garnierungen im Raume.

Die Dicke der eingeschnittenen oder Bandweger beträgt ein Viertel der Kieldicke; die übrigen sind etwas schwächer. Im Allgemeinen läßt man den Wegern ihre volle Breite und Länge.

Die Verdecke oder Decke sind die übereinander liegenden Boden, welche die verschiedenen Geschosse des Schiffs bilden. Sie dienen eben so sehr zur Verbindung der Seiten des Schiffes, als auch das schwere Geschütz zu tragen, und in den Zwischenräumen die Wohnungen der Mannschaft darzubieten. Auf Kauffahrteischiffen dienen sie auch dazu, solche Waaren hinein zu stauen, welche keine Nässe vertragen. Die Zahl der Decke hängt von der Größe und Tiefe der Schiffe ab. 32

Auf Linienschiffen vom ersten Range finden sich drei ganze mit Kanonen besetzte Decke, und davon haben sie den Namen Dreidecker; außerdem haben sie aber noch mit Kanonen besetzte Halbdecke; ferner unter dem untersten Kanonendeck noch ein leichtes Deck, welches durch verschiedene Bretterverschläge oder Schotten in mehrere Abtheilungen getheilt ist, in denen der Mundvorrath aufbewahrt wird, um nicht der Nässe im Raume ausgesetzt zu sein; auch andre vor der Nässe zu hütende Schiffsbedürfnisse werden darauf gestaut; ein Theil dient auch der Mannschaft zur Wohnung; während der Schlacht befindet sich der Schlachtverband daselbst, d. h. die Verwundeten werden dort verbunden.

Das unterste Kanonendeck heißt das erste, ist das breiteste und stärkste von allen und mit den schwersten Geschützen besetzt; spricht man nur von den Kanonen, so heißt auch dieses Deck die erste Batterie; und ihre ganze Reihe nur auf einer Seite die halbe Batterie.

Das mittlere Kanonendeck heißt das zweite, weniger breit und stark als das vorige, und mit leichteren Geschützen besetzt, welche zusammen die zweite Batterie ausmachen.

Das oberste ganze Kanonendeck heißt das dritte, noch schmäler und schwächer als das vorige und mit noch leichteren Geschützen besetzt, welche die dritte Batterie ausmachen. Dieses oberste Kanonendeck bleibt einem Theile

nach, von dem großen Mast bis zur Fockerüst unbedeckt; dieser unbedeckte Theil heißt die Kuhl; nur an beiden Seiten geht ein schmaler Gang, die Laufplanken, von der Schanze zur Back, welcher auf kleinen Knien ruht.

Ueber dem dritten, oder bei Zweideckern über dem zweiten Deck befinden sich zwei halbe Decke.

Das eine heißt die Schanze (the quarter-deck); es reicht von dem Heck bis zum großen Mast; es wird auch das Halbdeck genannt, und hieß früher das Achterkastell. Es ist ebenfalls, aber mit den leichtesten Kanonen besetzt, und dient den wachthabenden so wie auch den übrigen Offizieren und Kadetten zum Aufenthalt. Am hinteren Ende der Schanze befindet sich die obere Kajüte, deren mittleres Fenster als eine Glasthüre auf die hintere oder Heckgallerie führt. Diese Kajüte heißt auch die Hütte (the round house); ihre Decke reicht bis zum Besahnmast, ragt um vier bis fünf Fuß über die vorderen Schotten hervor und ruht auf Säulen; in dieser Vorhalle steht das Steuerrad. Die Decke selbst, das höchste (Viertel-) Deck des ganzen Schiffes, heißt die Kampanje, und wird zu astronomischen Beobachtungen gebraucht. Von der Kampanje führt an jeder Seite eine kleine Treppe auf das Halbdeck und einige Stufen von diesem auf die Laufplanken; von diesen kann man auf Treppen, von denen sich in jeder der vier Ecken der Kuhl eine befindet, auf das obere Kanonendeck gelangen. Die Schanze hat an ihrem Vorderrande ein verziertes Geländer, oder eine Brustwehr; auch der Vorderrand der Kampanje ist durch ein kleines Geländer bezeichnet. Diese Geländer heißen Bogen.

Das andere Halbdeck von den Krahnbalken bis zur Kuhl, d. h. bis zum Hinterrande der Fockerüst, heißt die Back oder das Vorkastell (the forecastle); sie ist gleichfalls mit leichteren Kanonen besetzt, und nach vorne zu mit einem eigenen Geländer umgeben. Unter der Back, am vordersten Ende des obern Kanonendecks, befindet sich eine Thür, durch welche man in das Galjon, d. h. in den vorderen gallerieartig, aber spitz zulaufenden Raum treten kann, welcher sich von dem Vorsteven aus zur Unterstützung des Bugspriets und zur leichteren Durchschneidung des Wassers nach vorne hin erstreckt; Tafel XXXVII, Fig. 1 mit GS, Gln und GSg bezeichnet; Tafel XXXVIII, Fig. 3 mit Z, Z und X, X (vergl. tiefer unten Galjon). Zu beiden Seiten dieser Thür befinden sich unter der Back einige Kammern, welche das Hospital der kranken oder verwundeten Matrosen oder Seesoldaten ausmachen. In früheren Zeiten baute man die Backen ziemlich hoch; jetzt aber, um die Kielgebrechlichkeit und den Windfang zu vermindern, baut man sie so niedrig als möglich, so daß man ohne Stufen von der Back auf die Laufplanken treten kann.

Kauffahrteischiffe haben größtentheils nur ein unteres Deck, das sogenannte Zwischendeck, und ein oberes, das sogenannte Verdeck. Um den Raum zwischen Deck zu sparen, kommt oft die Kajüte als Hütte aufs Achterdeck, und ihre Decke heißt dann auch die Kampanje, genauer das Hüttendeck. Gegenüber der Hütte ist vorne auch eine Back, die der Mannschaft zur Wohnung, oder nach gewöhnlichem Ausdrucke zum Volkslogis dient. Diese letztere Einrichtung ist bei dem Kauffahrteischiffe, Tafel XXXVIII, Fig. 1, H u. Bk zu erkennen;

die Hütte reicht von dem obersten Querbalken des Hecks T, welcher zuweilen die Schwieping genannt wird, bis vor den Besahnmast; ihr Deck bis zG, wo an der Seite der sogenannte zerbrochene Gang mit einer gewundenen Leiste aufhört. Alle Decke haben eine doppelte Bugt: sie sind in der Mitte höher als an den beiden Seiten, damit das hinaufgekommene Wasser dahin ab, und durch die Speigatten, die dazu am Bord gemachten, und mit Blei oder Kupfer ausgefütterten Löcher ablaufen kann; zweitens heben sich die Decke von der Mitte nach den beiden Enden zu, oder haben einen Spring; theils um das an den Seiten abrinnende Wasser nach der Mitte derselben zu bringen, theils um die Zwischendecksräume hinten und vorne höher zu erhalten. Die genannte Aufbugt und den Spring macht man in neuerer Zeit geringer als früher. Tafel XXXVIII, Fig. 1 ist die Aufbugt des Hüttendecks dadurch bezeichnet, daß die Mitte eine doppelte punktirte Linie und die Buchstaben ML, Mittellinie erhalten hat; die Seitenlinie SL liegt darunter, und ruht auf den viereckigen Durchschnitten der leichten Deckbalken; H gilt als Bezeichnung des ganzen Hüttendecks. Der Kopf des Ruders reicht bei diesem Kauffahrteischiff ganz durch bis über das Hüttendeck, wo eine hölzerne Kappe, das sogenannte Ruderhaus denselben bedeckt; die Ruderpinne Rp erstreckt sich bis nahe zum Besahnmast, und vor demselben befindet sich das Steuerrad Sr, mit dessen Welle die Pinne oder der Helm regiert wird. Tafel XXXVII, Fig. 1, ist das Hüttendeck mit He, und seine Mitte und Seite durch m und s bezeichnet.

Die Back dieses Kauffahrteischiffs reicht, Tafel XXXVIII, Fig. 1, von Rg bis Kh, d. h. von einigen Fuß hinter dem Fockmast bis zu den Klüshölzern am Bugspriet; ihr Deck Bk hat auch die Bezeichnung von m und s für Mitte und Seite, welche letztere auf den Durchschnitten der leichten Deckbalken Db ruht. Dicht vor der Back befindet sich auf dem oberen Deck das Bratspill BSp.

Die genannte Figur zeigt also die sämmtlichen Decke dieses Kauffahrteischiffes: das untere Deck, gewöhnlich das Zwischendeck genannt (obgleich dies eigentlich der Raum zwischen dem oberen und unteren Deck ist), mit UDk, m und s bezeichnet, vom Deckworp oder der Deckwrange DW bis zum unteren Deckbugband DB reichend; das obere Deck, gewöhnlich das Verdeck, von der kleinen oder obern Gilling gG am Heck bis zum oberen Deckbugband DB, ebenfalls mit doppelter Mittellinie und einfacher Seitenlinie; darüber hinten von T bis zG das Hüttendeck, und vorne von Rg bis zu Kh das Deck der Back. Tafel XXXIX, Fig. 3, liegt im mittleren Breitendurchschnitte über DM das untere, und über A das obere Deck. Tafel XXXVIII, Fig. 6, zeigt der mittlere Breitendurchschnitt eines Zweideckers die Kuhbrücke oder den Orlop CC, das untere oder erste Kanonendeck EME, und darüber das obere oder zweite Kanonendeck ENE. Tafel L unter den Nachtsignalen ist ein Theil einer Batterie zu sehen. Die Lucken, von denen die Decke durchbrochen werden, sind tiefer unten erklärt.

Bei Schiffen, welche keine Kuhl haben, wie die Kauffahrer, heißt der Theil des Decks zwischen dem großen Mast und dem Bratspill die Last.

Ueber dem Raaholz oder der Raaleiste ziehen sich noch mehrere Leisten

an der Schanze, Hütte und Back hin, welche die zerbrochenen Gänge zieren, d. h. die stufenweise übereinander liegenden Planken, welche nicht ganz durchgehen. Die Schnörkel, mit welchen diese Leisten am Ende der zerbrochenen Gänge endigen, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, zG und VG, und Fig. 3, heißen auch die Gillingen oder besser, um sie von denen am Heck zu unterscheiden, die Seitengillingen (the drifts); die hintere heißt die Schanz-Gilling; die mittlere die große Gilling; und die vordere an der Back die Back-Gilling. Die Leisten erhalten auch hiernach ihre Namen: die Schanz-Gillingsleiste; die große Gillingsleiste und die Back-Gillingsleiste; im Englischen heißen sie sämmtlich drift-rails.

Wenn ein Schiff keine Hütte, Schanze oder Back, also auch keine Kuhl hat, so sagt man, es habe ein glattes Deck; der Schandeckel, d. h. die platt auf dem Top der obersten Auflanger liegende starke Planke, läuft dann um das ganze Schiff herum, und bildet den festen Bord desselben. Sind aber Schanze, Hütte und Back da, so haben diese ebenfalls ihre eigenen Schandeckel; im Englischen heißt dann der mittlere Theil, zwischen der großen und Back-Gilling gunwale oder gunnel; und die Theile an Schanze oder Hütte und Back planksheers.

Man nennt zuweilen Schanze, Hütte und Back zusammen die Verzennung eines Schiffs; man versteht aber auch überhaupt unter diesem Namen den ganzen Theil des Schiffsgebäudes der sich vorne und hinten über dem Raaholz befindet.

Um den äußersten Rand der obersten freiliegenden Decke und halben Decke läuft noch eine Brustwehr oder ein Geländer herum, welches im Allgemeinen die Reilings, oder auch die Schanzkleidung genannt wird, obgleich diese Namen eigentlich nur auf einzelne Theile passen. Sie werden auf sehr verschiedene Weise gebildet.

Die eigentlichen Regelingen oder Reilings (the rough tree-rails) sind lange starke Latten oder hölzerne Riegel, nach der Krümmung des Deckrandes theilweise gebogen, und in angemessenen Entfernungen von hölzernen oder eisernen Stützen getragen, welche bald Reilingsstützen, bald Finknetzstützen heißen. An diese Stützen kommt dann die Schanzkleidung, welche entweder von Holz, oder von bemaltem Segeltuch, oder von Netzen gemacht ist. Die hölzernen Kleidungen sind wie die Kanonenpfortenlucken gebildet, nur länger, von dünnen Brettern zusammengefügt, hängen mit ihrem obern Rande in Angeln oder Scharnieren an den Reilings, und werden mit Haaken an den Reilingsstützen gehalten. Sollen sie geöffnet werden, so haakt man diese Haaken aus, und schiebt den unteren Rand heraus, um Taue oder dergleichen um die dahinter befindlichen Pöller nehmen zu können, d. h. um die noch über den Schandeckel hervorragenden obersten Enden der verkehrten Auflanger, welche zum Belegen stärkerer Leinen und Trosse bestimmt sind. Die Reilings auf der Back, oder dem vorderen Theile des glatten Decks, bleiben gewöhnlich ohne Kleidung, weil dort beinahe immer Taue belegt sind, und die Arbeit mit den Ankern fortwährend freien Bord erfordert. Die Reilings zwischen der großen

und der Backgilling, oder zwischen dem großen und Fockmast, sind loose auf ihre Stützen gelegt, so daß sie zusammt der Kleidung fortgenommen werden können, wenn Lasten über Bord, hinein oder hinaus, geheißt werden, was immer in der Gegend der großen Lucke oder der Mitte der Kuhl geschieht. Der Name Schanzkleidung paßt eigentlich nur für die Kleidung auf der Schanze, wird aber auch für diese Kleidung in der Gegend der Last gebraucht.

Statt der hölzernen Kleidung hat man auch zuweilen starkes mit Oelfarbe bemaltes Segeltuch in Rahmen gespannt. Zuweilen hat man statt des Segeltuchs nur Netze von dünnen Leinen in den Rahmen, welche Finknetze heißen, wovon dann die Stützen den oben genannten Namen erhalten.

Auf Kriegsschiffen läßt man gewöhnlich die Reilingslatten fort, und stellt dafür immer doppelte eiserne Finknetzstützen am innern und äußern Rande des Schandeckels auf. Durch das an ihrem obern Ende befindliche Auge scheert man eine etwas starke Leine, einen sogenannten Leiter. Diese doppelten Leiter vertreten die Stelle der Reilingslatten, und zwischen ihnen und den Stützen spannt man die Finknetze aus. Zwischen die beiden Netze werden, bei schönem Wetter zum Auslüften, und beim Gefecht um eine Art elastischen Wall zu haben, die zusammengerollten Hängematten der Mannschaft gestaut. Diese Einrichtung ist den hölzernen Reilings darum vorzuziehen, weil die letztern von Kugeln getroffen, mit ihren Splittern häßliche Wunden bereiten.

Auf kleinen Kauffahrteischiffen hat man, namentlich in der Gegend der Last, oft eiserne Reilingsstützen, oben mit gabelförmigen Armen; in diese werden entweder die Reserveraaen und Spieren, oder eigens dazu gemachte, sogenannte Wanderspieren gelegt. Ueber der Kuhl wird auch zuweilen von den Reservespieren eine Art leichter Kuhbrücke gebildet, um Boote u. dgl. darauf zu stellen.

Ueber die Schanzkleidung des Heckbords ragt an jeder Seite ein Balken hervor, an dessen äußerem Ende ein Haakenblock auf und nieder gezogen werden kann, um ein vor dem Heck hängendes Boot, gewöhnlich die Heckjolle genannt, niederzulassen oder in die Höhe zu heißen, und während der Fahrt des Schiffs dort hängen zu lassen. Diese Balken heißen die Davits oder Bootsbalken. Linienschiffe und größere Fregatten haben außerdem noch zwei eiserne bogenförmig nach Außen gekrümmte Davits an jeder Besahnrüste, und zwei dergleichen an jeder großen Rüste, so daß sie während des Segelns fünf Böte an sich hängend tragen. Korvetten und Briggen führen außer der Heckjolle nur an jeder Besahnrüste noch ein Boot, also in allem drei; kleinere Schiffe nur die Heckjolle und ein Boot auf Deck.

Da wo die große Gilling endigt, also in der Gegend des großen Masts, steigt man gewöhnlich von außen auf das Schiff; die Schanzkleidung besteht dort aus einer kleinen Thür, welche sich um eine senkrechte Axe dreht; sie heißt die Fallreepsthür (the gangway). Auf See ist sie an die eine Reilingsstütze festgehaakt, und über den obern Rand wird der um eine horizontale Axe bewegliche Theil der Reiling festgelegt. An der Außenseite des Schiffes führt eine Treppe hinauf; diese ist oft eine bloße Strickleiter, die sogenannte

Sturmleiter; aus einem Tau gemacht, welches doppelt genommen mit jedem Ende durch die Enden kleiner schmaler, in gehörigen und gleichen Entfernungen durch Knoten befestigter Brettchen geht, und so die beiden Seiten der Leiter bildet, während die Brettchen die Stufen ausmachen; von der oberen Bugt, die an einen Deckbolzen in der Fallreepsthür gehaakt wird, hängt in der Mitte noch ein drittes Tau hinab, welches zum Anhalten beim Hinauf- und Hinuntersteigen dient, und deshalb in verschiedenen Entfernungen mit Knoten versehen ist. Dieses Tau heißt das Fallreep, und giebt dem Eingange den obigen Namen.

Man hat aber auch ganz hölzerne Treppen, die mit ihrem oberen Ende in der Fallreepsthüre angehängt, und unten durch eiserne Stäbe etwas von der Schiffsseite abgehalten werden, um nicht ganz senkrecht niederzuhängen; sie haben ein Fallreep in der Mitte, oder eines an jeder Seite, gewöhnlich mit farbigem Tuche bekleidet. Diese mehr zu einem festlichen Empfange bestimmten Treppen heißen Fallreepstreppen.

Endlich hat man noch, namentlich bei Kriegsschiffen, Trepp-Klampen, d. h. kurze und schmale Tritte von Holz, welche an der Außenseite in gehörigen Entfernungen untereinander von der Gegend der Kuhbrücke bis an die Fallreepsthür gespickert werden, und auf denen man mit Hülfe eines Fallreeps an Bord steigt.

Vorne am Schiff ragen von dem Deck der Back noch an jeder Seite des Schiffs zwei starke Balken beinahe horizontal doch so heraus, daß sie mit der Längenaxe des Kiels ungefähr einen Winkel von 45° machen, und Krahnbalken heißen; Tafel XXXVII, Fig. 1, Kb; Tafel XXXVIII, Fig. 3, ee; sie dienen zum Anker werfen und Anker lichten, Tafel XXXVI, A, Fig. 8, c, und werden tiefer unten genauer erklärt.

33 Die Deckbalken machen das Hauptgebälke der Decke, und ruhen auf den nachher erklärten Balkwegern, welche, stärker als die andern Weger, von vorne bis hinten auf beiden Seiten des Schiffs gehen, und mit den Balken durch Schwalbenschwänze verbunden sind.

Außerdem sind die Köpfe der Deckbalken durch zwei Kniee mit den Spanten verbunden, die man bald von Holz, bald von Eisen macht; doch sind die hölzernen besser als die eisernen, welche letzteren sich leicht verbiegen.

Der Deckbalken, welcher in der größten Breite des Hauptspants liegt, heißt der Segelbalken oder große Balken; er ist der längste von allen, und giebt für viele Dimensionsbestimmungen der Schiffstheile das Grundmaaß. Tafel XXXVII, Fig. 6, liegen, sämmtlich mit D bezeichnet, sechs Deckbalken eines Dreideckers in geradliniger Projektion übereinander; der unterste ist der unter der Kuhbrücke; der nächste der Segelbalken; der folgende des zweiten oder Mitteldecks; der folgende des obern oder dritten Decks; der fünfte ist der Deckbalken der Schanze; der sechste der Deckbalken der Kampanje; Tafel XXXVIII, Fig. 6 ist EDME der Segelbalken eines Zweideckers; auf derselben Tafel, Fig. 2 sind die halben Deckbalken leicht erkenntlich; ebenso Tafel XXXIX, Fig. 2 sind die Deckbalken unter den Deckplanken punktirt, und von vorne nach hinten mit Zahlen bezeichnet.

Je nach der Größe eines Schiffes liegen mehr oder weniger Deckbalken unter dem untersten Deck; auch richtet sich ihre Zahl nach der Güte des Holzes, indem starkes und gesundes bei geringerer Anzahl eben so viel trägt, als schwaches und mürbes bei größerer.

Das zweite Deck hat wegen des Falls des Hecks, d. h. wegen der Neigung desselben nach hinten, zwei bis drei Balken mehr. Sie sind übrigens nicht in gleichen Entfernungen nach der ganzen Länge vertheilt, wie Taf. XXXVIII, Fig. 1 an den Querdurchschnitten, und Fig. 2 an den halben Längen zu sehen ist. Die mancherlei andern Baustücke und deren Befestigung machen eine von der regelmäßigen Entfernung abweichende Anordnung nöthig; die Masten, die Betungen, die Lucken, die Knechte u. s. w. erfordern bald hier und da ein näheres Zusammenliegen von zwei Balken.

Wenn hiedurch zwei Balken zu weit auseinander kommen, so legt man parallel mit den eigentlichen Deckbalken gehörig starke halbe Balken dazwischen, welche Ribben oder Rippen genannt, und auf eine tiefer unten angegebene Art befestigt werden. Tafel XXXVIII, Fig. 2, Rb, Rb.

Die Deckbalken haben einige Aufbugt, damit das Wasser nach den Seiten der Decke zu den Speigatten ablaufen kann; und auch damit die Geschütze weniger Rücklauf haben, und leichter wieder gegen den Bord gebracht werden können. Die Balkenbugt beträgt beim untern Deck 2 bis 3 Linien für jeden Fuß ihrer Länge; beim zweiten Deck 4 Linien.

Das Viereck der Balken der Kuhbrücke beträgt 3 Linien und 6 Punkte für jeden Fuß ihrer Länge; das Viereck der Balken des untersten Decks 4 Linien für jeden Fuß ihrer Länge, so daß ihre Stärke nach vorne und hinten wegen der geringeren Länge auch abnimmt. Das Viereck der Balken des zweiten Decks verhält sich zu demjenigen der Balken des ersten wie 4 zu 5; dies Verhältniß bleibt das nämliche für jedes der obern Decke zu den nächstunteren.

Wenn das natürliche Holz nicht stark genug für die erforderlichen Vierecke ist, so setzt man die Balken aus mehreren Stücken zusammen, ohne ihrer Haltbarkeit zu schaden.

Der Balken der Vorpflicht oder das Schloßholz des Bugspriets, dient sowohl zur Unterstützung des Bugspriets, als auch zum Untertrempel des Ausgangs in das Galjon; auf ihm ruhen also die aufrechtstehenden Stützen der Vorpflicht, d. h. des Raumes zwischen dem Deck der Back und dem darunter liegenden Deck. 34

Die Klamaien sind kurze Balken, welche nach der Länge des Schiffs liegen, und von einem Deckbalken zum andern reichen, wo sie mit ihren Enden eingelassen sind. Sie dienen auch zur Unterstützung der Ribben und Stützen der Decke, wie Tafel XXXVIII, Fig. 2 bei Rb, Rb zu sehen, und haben gewöhnlich 4 bis 5 Zoll im Viereck; an den Fischungen der Masten, d. h. an den Oeffnungen der Decke, durch welche die Masten gehen, sind sie breiter; eben so bei den Fischungen der Pumpen, und unter der Stelle, wo die Kombüse, d. h. die Schiffsküche steht. Die Klamaien bilden mehrere parallele Reihen auf 35

jeder Seite der Mittellinie, Tafel XXXVIII, Fig. 2, sind zwei solcher Reihen zu sehen; die eine derselben ist mit SchS bezeichnet.

36 Die Deckniee oder Kniee der Deckbalken sind starke Kniee, welche die Deckbalken mit den Spanten verbinden; Tafel XXXVII, Fig. 6, F, F, deren beide Arme je nach der Spantenbugt, bei welcher sie liegen, spitze, oder stumpfe, oder rechte Winkel bilden; die letzteren heißen im genaueren Sinne Winkelkniee; die mit spitzen binnen dem Winkel, und die mit stumpfen außer dem Winkel.

Sie werden bald aufrechtstehend gestellt, und heißen dann hängende oder Stechkniee, wie Tafel XXXVIII, Fig. 6, E, E; bald horizontalliegend, und heißen dann schlafende oder auch blos Winkelkniee, wie Tafel XXXVIII, Fig. 2, WKb, und die übrigen zwischen den Deckbalken sichtbaren.

Bei den hängenden Knieen ist der obere horizontalliegende Arm an die perpendikuläre Längenseite des Deckbalkens mit verklunkenen Bolzen befestigt, und der senkrechte Arm auf gleiche Weise mit dem zunächstliegenden Spant verbunden; zuweilen sind beide Arme in die genannten Hölzer eingelassen. Theils die Pforten, theils die natürliche Gestalt des Kiels machen es oft nöthig, dem mit einem Spante zu verbolzenden Arme eine etwas schiefe Lage zu geben. Nur da, wo gerade keine starke Verbindung nöthig ist, gebraucht man auch eiserne Kniee, welche aber den hölzernen darin nachstehen, daß sie sich leicht losreißen oder gar verbiegen. Solche aufrechtstehende Kniee sind auf Tafel L unter den Nachtsignalen in der Batterie neben den Pforten erkenntlich.

Bei den schlafenden Knieen liegen beide Arme horizontal; der eine ist mit der vertikalen Längenseite des Deckbalkens, der andere mit mehreren Spanten verbolzt, über welche er sich erstreckt.

Zuweilen werden schlafende und hängende Kniee zugleich gebraucht, so daß an der einen Seite der Deckbalken schlafende, an der andern hängende angebracht sind, wie Tafel XXXVIII, Fig. 2, in der Mitte WK ein schlafendes, und auf der andern Seite ANK ein hängendes Kniee ist. Sie werden vermittelst derselben Bolzen mit den Deckbalken verbolzt, wie bei WKb zu sehen ist. In der Mitte bei K schließen sich zwei schlafende Kniee aneinander; im Englischen Schiffbau heißen diese Lockknees; dann liegen nach vorne zu die schlafenden Kniee alle links, die hängenden rechts von den Deckbalken; nach hinten zu die schlafenden rechts, die hängenden links.

Verkehrte Kniee heißen solche vertikalstehende Kniee, deren senkrechter Arm sich an den senkrechten Arm der hängenden anschließt, und deren horizontal liegender Arm auf dem drunter liegenden Deckbalken und den nächsten Deckplanken ruht, wie Tafel XXXVIII, Fig. 6, C, C; im Englischen heißen diese standard-knees oder standards.

37 Die Balkweger, auch Bandweger (vergl. S. 2356) bilden eine Art von Wandrahm, und sind starke Stücken Holz, die von dem Vorsteven bis zu den Randsomhölzern liegen, und der Gestalt des Schiffes dicht unter den Decken folgen. Sie liegen dicht an den Spanten, und sind mit diesen so wie mit den Knieen und Katsporen durch Spitzbolzen verbolzt. Sie tragen

die durch Schwalbenschwänze mit ihnen verbundenen Köpfe der Deckbalken. Ihre einzelnen Stücke hängen durch Haakenlaschingen zusammen, welche gegen die Laschingen der Barkhölzer und der nachher erklärten Leibhölzer gehörig verschießen müssen, und auch nicht unter Geschützpforten treffen dürfen.

Die Balkweger des untersten Decks sind doppelt so stark als die übrigen Weger, oder beinahe zwei Drittel von der Stärke der Spanten, an denen sie liegen. Die Balkweger der oberen Decke haben immer drei Viertel der Stärke der nächstunteren; ihre Breite ist die natürliche des Holzes. Tafel XXXIX, Fig. 3, im Breitendurchschnitt: ist ihre größere Breite an dem unteren Deckbalken leicht erkenntlich.

Der Binnenkloß der Leibhölzer bildet zugleich den Rand der horizontalliegenden Deckplanken, und den Rand der senkrechten Wegerung; er läuft also innen rund um das ganze Deck, und ist auf den Deckbalken und Rippen, und gegen die Katsporen auf halbes Holz eingeschnitten und verbolzt, und ruht auf den Schlüsseln, welche Stücke Holz sind, die zwischen den Balkenköpfen gegen den Bord befestigt sind. Er ist nach innen zu der Länge nach ausgehölt, und bildet den Abzugskanal des von der Mitte des Decks nach den Seiten ziehenden Wassers; in ihn werden auch die Speigatten oder Spülgatten, d. h. die runden, mit Blei oder Kupfer ausgefütterten runden Löcher gehauen, durch welche das Wasser außer Bords abläuft. Tafel XXXVIII, Fig. 6, ist der Binnenkloß bei W, und Tafel XXXIX, Fig. 3, an den Seiten des oberen Decks erkenntlich. Obgleich er stärker als die Deckplanken ist, so machen doch die Einschnitte auf halbes Holz, daß seine obere Seite gleiche Höhe mit den anliegenden Planken hat. Der Weger zunächst über dem Binnenkloß heißt Setzweger; ohne die Erhöhung durch den Binnenkloß könnte er nicht kalfatert werden. 38

Die Wassergänge oder Leibhölzer sind die zunächst an dem Binnenkloß anliegenden Deckplanken, welche ebenfalls stärker als die andern Deckplanken zu sein pflegen, wie Tafel XXXVIII, Fig. 6, bei W und C zu sehen ist. Ihre Laschungen dürfen nicht auf dieselben Balken treffen, damit die Verbindung des Schiffs der Länge nach, welche zum großen Theile auch auf dem Binnenkloß und den Leibhölzern beruht, so stark als möglich bleibt. 39

Auf kleineren Schiffen hat man den Binnenkloß nicht, sondern nimmt zum Leibholz ein so starkes Plankenstück, daß der Wasserlauf gleich daran eingehauen werden kann. Die Innenseite wird so behauen, daß sie mit den anliegenden Deckplanken gleiche Dicke erhält. Auf mittleren Schiffen legt man, wie auf größern, noch einen eichenen Plankengang, der Wassergang im genaueren Sinne, neben das Leibholz.

Die Schließstücke unter den Balkwegern sind etwas stärkere Weger, als die darunter liegenden, schließen sich an die Balkweger an, und werden auch auf die Stücke eingeschnitten, an welche sie anschließen; sie heißen deshalb auch die Bandweger im genaueren Sinne; obgleich man mit diesem Namen auch die Balkweger benennt. Sie sind Tafel XXXVIII, Fig. 6, und Tafel XXXIX, Fig. 3, leicht unter den Balkwegern aufzufinden. 40

41 Die Schaarstöcke oder Scheerstöcke sind ebenfalls Deckplanken, aber weit stärker als die übrigen, und laufen wie diese parallel mit der Längenaxe des Schiffs. Auf jeder Seite der großen Lucke liegen zwei Gänge, und zwei andere Gänge, immer dicht neben einander, liegen zwischen den vorigen und den Wassergängen. Sie sind auf den Kanonendecken ein Drittel so dick wie die Balken, auf denen sie eingeschnitten und festgenagelt werden, und noch einmal so breit als dick. Sie dienen zu einer starken Verbindung des Schiffes seiner Länge nach, und wirken der Kielgebrechlichkeit entgegen. Zugleich sind die Ringbolzen in ihnen befestigt. Tafel XXXVIII, Fig. 6, ist der Durchschnitt der Schaarstöcke an den Lucken mit F und u und den Ringbolzen bezeichnet. Die mittleren Gänge sind an ihrer größeren Stärke unter dem gebogenen Theile des Raperts (der Laffette) erkenntlich, und auch mit F bezeichnet. Taf. XXXIX, Fig. 2, ist ein Theil der Scheerstöcke neben der Lucke mit FF bezeichnet, und an den Ringbolzen bei K erkenntlich.

42 Die Lucken sind größere und kleinere viereckige Oeffnungen in den Decken, um von einem Deck zum andern kommen, oder in die verschiedenen übereinanderliegenden Räume des Schiffsgebäudes gelangen zu können. Die Fallthüren, oder Deckel, mit denen sie verschlossen werden können, heißen auch Lucken. Der Rand der Lucken wird von starken Latten umgeben, welche die Scheerstöcke der Lucken heißen, und von fünf bis eilf Zoll breit sind, und sich von zwei bis viertehalb Zoll über dem Deck erheben. Diejenigen Lucken, welche zur Ladung führen, werden zur Verhütung des Eindringens von Wasser mit sogenannten Stülplucken verschlossen, welche mit ihren senkrechten Rändern die Scheerstöcke umschließen; über diese werden noch Persennings, d. h. Decken von getheertem Segeltuch gelegt, und diese selbst wieder mit den Luckenschalmen, d. h. dünnen hölzernen Latten festgehalten, welche letztern man neben den Scheerstöcken auf das Deck spickert.

Die Klappe oder die Stülplucke der Vorlucke oder Kabelgattslucke bleibt gewöhnlich nur lose aufgelegt; in den Scheerstöcken derselben befinden sich halbkreisförmige Ausschnitte, über welche die Ankertaue fahren; an der Luckenkappe selbst befinden sich entsprechende Löcher, welche mit den sogenannten Schülpen bedeckt werden, d. h. mit hölzernen Kappen in Gestalt eines ausgehöhlten Kegels.

Ueber der Lucke, welche zur Kajüte führt, so wie auch gewöhnlich über derjenigen, durch die man in das Volkslogis steigt, befindet sich eine genauer sogenannte Kappe, d. h. ein etwa drei Fuß hoher Ueberbau von hölzernen Schotten, oder aufrechtstehenden dünnen Brettern, an der vorderen Seite mit einer Flügelthüre, durch die man auf die Kajütstreppe steigt, und oben mit einem halbrunden Dache, das bei schönem Wetter halb aufgeschoben werden kann. An der Steuer- und Backbordsseite befinden sich gewöhnlich Bänke. Der hintere Theil der Kajütskappe enthält gewöhnlich das sogenannte Nachthaus, d. h. an den beiden Seiten Vertiefungen für die Kompasse, und in der Mitte zwischen diesen eine mit Glasscheiben versehene Abtheilung für die Lampe, die bei Nacht die Kompasse für die Steuernden beleuchtet.

Die Lucke zum Volkslogis hat entweder eine ähnliche Einrichtung, oder eine an Scharnieren bewegliche Fallthüre oder Klappe.

Einige Lucken haben statt eines dichten Deckels nur eine Art Gitterwerk von hölzernen Latten, Rösterwerk genannt, welches bei regnigtem Wetter oder bei Sturzseen mit einer Persenning bedeckt wird.

Weil die hinteren Kajütsfenster, namentlich bei Kauffahrteischiffen, nur im Hafen geöffnet bleiben, in See aber mit dichten Pforten gegen die von hinten anschlagenden Wellen verschlossen werden: so befindet sich in dem Kajütsdeck eine Lucke, durch welche das Licht hineinfällt; sie heißt das einfallende Licht oder Scheilicht, und wird mit einer Stülplucke zugedeckt, welche mit Fensterscheiben versehen ist, die an der oberen Seite durch ein darüber gespanntes Drathnetz gegen Beschädigungen geschützt sind.

Die Zahl der Lucken auf einem Deck richtet sich nach der Größe des Schiffs. Auf einem Kauffahrteischiff mittlerer Größe, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1 und 2, welches eine Hütte und eine Back hat, finden sich auf jedem Deck drei Lucken: die Achterlucke AL, die große Lucke GL, und die Vor- oder Kabelgattslucke VL. Um nicht nöthig zu haben, die Lucken des obersten Decks, namentlich die große immer ganz zu öffnen, so finden sich in denselben zuweilen kleine Lucken, durch welche ein Mann steigen kann; diese werden Springlucken, oder loose Lucken genannt.

Auf Kriegsschiffen, namentlich auf Linienschiffen haben die Decke eine größere Zahl von Lucken; z. B. das unterste Deck hat deren sechs: ganz hinten die Piek- oder Kotlucke; der zunächst die Lucke zur hintern Pulverkammer, dicht hinter dem Besahnmast; die große Lucke, auch die Wasserlucke genannt, zwischen dem großen Mast und dem großen Gangspill; die Kabelgattslucke hinter dem Fockmast; die Lucke zur vorderen Pulverkammer; und die Lucke zur vorderen Piek, oder zur sogenannten Hölle; zuweilen giebt es noch einige Lucken mehr, die zu den Proviantkammern führen. Die Zahl und Anordnung der Lucken ist jedoch sehr verschieden.

43 Die Fischungen oder Fissen heißen alle runden Oeffnungen in den Decken, durch welche die Masten, Pumpen und Gangspille nach ihren Spuren hinunter gehen; auch werden so die dicken Hölzer selbst genannt, welche das Deck bei diesen Oeffnungen verstärken. Die Fischungen haben auf großen Schiffen beinahe einen Fuß mehr im Durchmesser als der Mast selbst, um ihm einigen Spielraum zu geben; damit aber kein Wasser durch dieselben einlaufe, wird um den Mast an dieser Stelle ein breiter runder oder achteckiger hölzerner Reif gespickert, und eben so um die Fischung ein schmälerer Reif, über welchem jener zu liegen kommt, und bei der Bewegung des Masts spielen kann; daher heißt er Spiel- oder Wandelkragen. Ueber demselben wird alsdann ein doppelter Kragen von getheertem Segeltuch oder Persenning gespickert, welcher der Mastkragen heißt. Statt des hölzernen Spielkragens wird auch häufig ein sogenannter Leguan, d. h. ein starker Stropp, wie Tafel XXXII, A, Fig. 84, um die Fischung befestigt. In der Fischung des untersten Decks wird der Mast mit halbrund ausgehöhlten Keilen, den soge-

nannten Mastenkeilen befestigt. Tafel XXXVIII, Fig. 2, ist die Fischung des großen und des Fockmasts mit F, die Kragen mit R bezeichnet; Tafel XXXIX, Fig. 2, ist BM die Fischung des Besahnmasts, GM des großen, und FM des Fockmasts. Die Scheerstöcke, welche zur Verstärkung des Decks neben den Fischungen liegen, sind auf der zuerst genannten Figur mit FK bezeichnet.

Die Fischungen der Gangspille sind in ähnlicher Weise gebildet; in ihnen liegt aber ein platter eiserner Bügel, damit die Fischung nicht durch die Reibung, die an einer Stelle stärker ist, als an der andern, ihre Rundung verliert; Tafel XXXIX, Fig. 2, C, C.

44 Die Fischungen der Pumpen befinden sich vor derjenigen des großen Masts, und werden außerdem von dem Pumpenkoker, oder auch Pumpensood umgeben. Pumpensood heißt eigentlich die tiefste Stelle im Raume, wo der Fuß der Pumpenröhre hineinreicht; um die beiden Pumpenröhren, von denen die eine etwas schräg hinter dem großen Mast an Steuerbordsseite, die andere an Backbordsseite steht, wird ein viereckiger hölzerner Verschlag gemacht, um sie vor Beschädigung zu schützen; dieser Verschlag heißt eigentlich Pumpenkoker, wird aber gewöhnlich auch Pumpensood genannt; Tafel XXXVIII, Fig. 2 ist die Fischung der Backbordspumpe mit P, und der Pumpensood mit Psd bezeichnet; Tafel XXXIX, Fig. 2, die Fischung der Backbordspumpe mit P; Tafel XXXVIII, Fig. 1, ist die Pumpe ihrem ganzen Durchschnitte nach mit P, P, und der Pumpensood mit Psd bezeichnet. Auf großen Schiffen stehen auch zwei Pumpen am Besahnmast; in dem Pumpensood derselben hängt dann die Laterne, welche durch eine im Pumpensood angebrachte Oeffnung die Pulverkammer erleuchtet.

Kleine Schiffe haben gewöhnlich keinen Pumpensood; ihre Pumpenröhren sind nur mit Tauwerk umwunden oder bewuhlt.

Gewöhnlich reicht der Pumpensood nur von der Mastspur bis zum untersten Kanonendeck, weil dort wegen der schweren Fässer und des Ballasts am leichtesten Beschädigungen der Pumpenröhren vorkommen können. Bei Kauffahrteischiffen befindet sich auch wohl zwischen Deck eine vier Fuß hohe Fortsetzung des Pumpensoods.

45 Die Deckstützen oder Schooren sind aufrechtstehende hölzerne Pfeiler oder Säulen, welche in der Mitte des Schiffs von zwei zu zwei oder auch unter jedem einzelnen Balken angebracht sind, um die Decken in der Mitte zu unterstützen; Tafel XXXIX, Fig. 3, in dem Breitendurchschnitte ist eine Stütze im Raume, und eine zwischen Decks zu sehen. Die in der Nähe der Gangspille sind oben mit Hängen versehen, so daß sie während des Windens aufgehoben werden können; nachher läßt man sie wieder tragen; diese letzteren sind oft von Eisen, und stehen dann mit ihren Füßen in eigenen Spuren. Man setzt auch eine starke Stütze unter den Besahnmast, und überhaupt da, wo die Decke besonders beschwert sind. Die Stützen im Raum und zwischen den Decken die an den Kanten und Lucken stehen, haben gewöhnlich doppelte Lippen, d. h. an beiden Seiten Vorsprünge oder Zähne, um als Treppen zu dienen.

Die Wasserback oder Pisback ist ein mit Planken abgeschoorner und dicht kalfaterter Platz hinter den Klüsen, in welchem das bei schwerem Stampfen des Schiffs durch die Klüsen eindringende, oder von dem eingewundenen Ankertaue mit hereingebrachte Wasser aufgefangen wird; die Wasserback hat an beiden Seiten größere als die gewöhnlichen Speigatten zum Ablaufen des Wassers, und wird gewöhnlich mit Blei ausgefüttert. 46

Dicht hinter der Wasserback stehen mehrentheils zwei Rollen, über welche die Kabelaring fährt.

Das Pumpendaal ist eine hölzerne Röhre, welche das ausgepumpte Wasser aus der Pumpenback nach den Speigatten führt; die Pumpenback, Tafel XXXVI, C, Fig. 8, A, ist ein hölzerner Kasten, in welchen die Pumpen das Wasser ergießen. Kauffahrteischiffe haben selten ein eigenes Pumpendaal. 47

Die Geschützpforten, oder Stück- oder Kanonenporten sind die Oeffnungen oder Schießscharten für die Kanonen an den Seiten des Schiffs. Die Klappen oder Lucken, mit welchen sie geschlossen werden, heißen die Pfortlucken, oder auch nur die Pforten; sie sind mit ihrer oberen Kante an der Seite des Schiffs durch Hängen und Häspen befestigt, so daß sie von unten nach oben geöffnet werden können. Die obersten Kanonen haben gewöhnlich keine Pfortenlucken. Die Bargenstücke oder inneren Seiten der Pforten heißen Trempel, und zwar Ober-, Seiten- und Untertrempel. Die Größe der Pforten richtet sich natürlich nach der Größe oder dem Kaliber der darin liegenden Geschütze; sie sind gewöhnlich einige Zoll breiter oder weiter als hoch. Die auf einem Deck befindlichen Pforten stehen einander an beiden Seiten genau gegenüber; dagegen treffen die Pforten zweier zunächst liegender Decke immer in die Mitte der Zwischenräume der beiderseitigen Reihen, wie Tafel XXXVIII, Fig. 3 zu sehen. Die an den Seiten befindlichen Pforten heißen die Seitenpforten, wie Tafel XL, Fig. 1; die hinteren die Achter- oder Kreuzpforten, Fig. 4; und die vorderen die Jagdpforten, Fig. 5, weil sie besonders dazu dienen, ein verfolgtes oder gejagtes Schiff zu beschießen. Die neuere Bauart, wie auf Tafel XL, dem Heck und dem Bug mehr Rundung zu geben, macht eine gegen frühere Zeiten vortheilhaftere Vertheilung der Geschütze hinten und vorne möglich; so daß ein Schiff von allen Seiten eben so viel Geschütz als Fläche darbietet, während es nach der älteren Bauart vorne und namentlich hinten beinahe wehrlos war. 48

Bei schlechtem Wetter werden die Pforten geschlossen, und haben in neuerer Zeit runde Löcher in der Mitte, so daß die Kanonen nicht erst vom Bord zurückgezogen zu werden brauchen, wie es noch Tafel XXXVIII, Fig. 6, links auf dem untern Deck zu sehen ist.

Die Lade- und Lichtpforten der Kauffahrteischiffe im Raume werden während der Seereise auch noch dicht kalfatert.

Der Bogen oder Schild vor der Back ist die vordere Bekleidung des Raumes unter der Back (vergl. S. 2358), und besteht aus folgenden Theilen: dem Balken der Vorpflicht, welche den Untertrempel oder 49

die Schwelle des Ausgangs auf das Galjon bildet; dem vordersten Deckbalken der Back; den Backstützen, oder aufrechtstehenden Pfosten, welche mit ihrem Fuße auf dem Balken der Vorpflicht, mit ihrem Kopfe an dem eben genannten Deckbalken befestigt sind; dem Brustbalken der Back, oder der Brüstung, welche einige Fuß über der eigentlichen Back oder ihrem Decke hervorragt, und bis zu welchem die Stützen reichen; endlich aus den Vorderschotten der Back, oder den aufrechtstehenden Planken, welche die mehr oder weniger runde Vorderwand der Vorpflicht, oder des Zwischendecks unter der Back bilden. In diesen Schotten sind einige Kanonenpforten, und der Ausgang auf das Galjon angebracht. Die Brüstung enthält ebenfalls einige Kanonenpforten.

Nach hinten zu hat die Back der Brüstung gegenüber ebenfalls ein Geländer, wie die Schanze und Kampanje nach vorne zu, an dessen beiden Seiten kleine Treppen auf die Laufplanken führen; diese Geländer werden ebenfalls Bogen genannt. Der Schild vor der Back entspricht eigentlich dem Heck hinten, und hat auch eine Art Gallerie vor sich, das Galjon.

50 Das Galjon ist ein Ausbau am Vorderschiffe, welcher mit seinem oberen Theile den Seiten- und Hintergallerien des Achterschiffs entspricht; mit seinem unteren Theile aber hauptsächlich drei Zwecke erfüllt: zuerst das Durchschneiden des Wassers zu erleichtern; ferner die Unterstützung des Bugspriets durch die Wuhling zu verstärken; endlich durch seine hervorragende Seitenfläche den Seitenwiderstand des Wassers gegen das Vorderschiff zu vergrößern, und dadurch zu machen, daß das Schiff besser bei dem Winde segelt, oder weniger abtreibt. Es ist aus folgenden Bestandtheilen zusammengesetzt.

1. Der Schaft oder das Schegg des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 6, die beiden untern mit Y, Y bezeichneten Stücke; auf derselben Tafel, Fig. 1, Gsg; Tafel XL, Fig. 1, &. Es besteht aus mehreren Stücken, welche da, wo sie den Vorsteven berühren, gleiche Dicke mit ihm haben, und je weiter sie sich von ihm entfernen, an Dicke abnehmen, um das Durchschneiden des Wassers zu erleichtern; im Englischen heißt es deshalb the cutwater. Das unterste Stück, welches bei großen Schiffen selbst wieder aus mehreren aneinander gelaschten Theilen besteht, ruht auf dem Anlauf des Kiels zum Vorsteven, oder auf dem Vorfuß, in einem daselbst gemachten Einschnitte, und ist mit demselben durch mehrere, inwendig verklunkene Bolzen verbunden. Bei kleinern Schiffen ruht es auf einem ähnlichen Einschnitte des Fußes des Vorstevens selbst. Besteht es aus mehreren Stücken, die vor einander liegen, so wird nur der unmittelbar am Vorsteven befindliche Theil verbolzt, und die vorderen nur an dieses gespickert; damit das Schiff bei etwaigem Verlust des Scheggs nicht beschädigt wird. In der Gegend der Höhe des unteren Decks, oder desjenigen, auf welchem sich die Klüsen befinden, entfernt sich das Schegg von dem Vorsteven, und bildet eine große Bugt oder Kehlung, die sich im Maaße der Entfernung vom Steven mehr erhebt, und sich endlich am Bilde des Galjons endigt. Der äußere und untere Belauf des Scheggs bildet auf solche Weise eine Art von Kragstein. Im oberen Theile desselben befindet sich eine Deff-

nung in horizontaler Länge, durch welche die Wuhling des Bugspriets geht, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 4 und 13.

2. Der Ausleger oder Lieger des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 6, die beiden obern mit Y, Y bezeichneten Stücke, besteht aus mehreren aneinander gelaschten Stücken, und dient dazu, die Breite des obern Theils des Scheggs zu vergrößern, indem er auf der oberen Seite desselben hinläuft, also dieselbe Biegung macht, und sich mit ihm am Bilde des Galjons endigt.

3. Das verkehrte Knie des Galjons, oder das verkehrte Scheggknie, Tafel XXXVII, Fig. 6, &, dient dazu, das Schegg nach oben zu mit dem Schiffsgebäude zu verbinden; deshalb schließt sich der stehende Arm an den Vorsteven, gegen den er mit inwendig verklunkenen Bolzen verbolzt ist; der liegende Arm paßt in die Kehlung des Auslegers, und ist darauf mit Nägeln befestigt. Der stehende Arm hat nach vorne zu eine haakenförmige Gestalt, und dient zur Befestigung des Fockstagkragens.

4. Die Schloikniee, oder Schließkniee, oder Backenkniee des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 6, Z; auf derselben Tafel, Fig. 1, Slk, Slk dienen dazu, den Ausleger des Galjons von der Seite zu umfassen, und mit dem Bug des Schiffes zu verbinden. Auf jeder Seite des Galjons liegen deren zwei; der, Fig. 6, Z, gebogene Arm liegt mit seiner hohlen Bugt gegen den Bug des Schiffes, und zwar auf dem Bergholz, der andere Arm ist mit dem Ausleger verbolzt. Jedes Sloiknie läuft als eine sich allmälig verjüngende Leiste bis zum Bilde des Galjons hin, wo es sich mit einer Schneckenwindung endigt. Der Raum zwischen beiden Sloiknieen heißt der Kamm; er wird wie die Sloikniee selbst mit allerhand Schnitzwerk verziert. Bei größern Schiffen liegen die Klüsen gewöhnlich zwischen den am Bug befestigten Armen der Sloiknie, wie Tafel XL, Fig. 1; bei kleineren Schiffen liegen sie dagegen oberhalb beider Sloikniee, wie Tafel XXXVII, Fig. 1, Kg.

5. Die Riegelungen oder Reilings des Galjons, Taf. XXXVII, Fig. 1, r und r′, sind die gekrümmten Stücke, welche beinahe parallel mit der Krümmung der Sloikniee vom Bug nach dem obern Ende des obern Sloiknies zusammenlaufen, jedoch an keinen festen Stücken vorbeigehen, sondern freien Raum zwischen sich haben. Auf kleinern Schiffen giebt es auf jeder Seite zwei, welche mit Simsgliedern oder Leisten und anderem Schnitzwerk verziert sind. Die oberen liegen weiter auseinander, die untern liegen ziemlich nahe zusammen. Auf größern Schiffen liegt noch eine kleinere, nicht verzierte, zwischen ihnen, wie Tafel XL, Fig. 1 und Fig. 5. Nach Englischer Bauart reicht die untere Reiling oder die mittlere bis unter den Drücker der Krahnbalken, wie in den beiden genannten Figuren. Die Reilings des Galjons entsprechen den Querbalken des Hecks. Die Schneckenwindung vorne am Bilde, wo sich das obere Sloiknie mit dem Ende der Galjonsreiling vereinigt, wird zuweilen das Krull genannt.

6. Die Reilingsstützen, oder stehende Reilings, oder Tarmen des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 1, GS, GS, sind aufrechtstehende, aber von unten nach oben sich auswärtsbiegende Stücke, welche den Gillings-

knieen des Heckwulfs entsprechen. Ihre auswärtsgehende Gestalt ist Tafel XI., Fig. 5 zu sehen. Sie dienen den Reilings zur Unterstützung und Befestigung, welche ohne sie nur an beiden Enden fest wären.

7. Die Flur des Galjons, Tafel XXXVII, Fig. 3, Rw, ist gewöhnlich von Rösterwerk, um weniger Beschädigung durch die See zu erleiden. Sie wird auf die obersten Reilings gelegt, und dient zum Fußboden des gallerieartigen Theils des Galjons, in welchem mancherlei das Deck verunreinigende Arbeiten, wie Waschen schmutziger Wäsche, Schlachten von Schweinen und Federvieh u. dgl. vorgenommen werden. Auch sind in dem Galjon die Abtrittssitze für die Mannschaft, A, angebracht (die für die Offiziere und Kajütspassagiere in den Seitengallerien). Das Rüsterwerk hat einen Hauptbalken B, welcher mit einem schlafenden Knie k an die oberste oder Hauptreiling befestigt ist. Von der Schneckenwindung des obersten Sloiknie̊es geht eine gerade starke Latte bis zum Drücker des Krahnbalkens, welche der Papageienstock heißt; zwischen ihm und der obersten Reiling befindet sich eine Schanzkleidung, welche zur Brustwehr und zur Verhüllung des Galjonraumes dient. Die Schanzkleidung dient in neuern Zeiten auch oft zum Namenbrett, so daß nicht allein am Heck, in der obern Gilling, sondern auch an jeder Seite des Galjons der Name des Schiffs zu lesen ist. Bei den Engländern ist der Papageienstock gewöhnlich von Eisen, und heißt deshalb iron horse. Tafel XI., Fig. 1 ist der Papageienstock ohne Schanzkleidung, Fig. 5 mit derselben zu sehen; in der letzteren Figur zeigt sich auch das ganze Galjon von vorne gesehen am deutlichsten.

Auf den Hauptbalken der Galjonsflur und der obersten Reiling wird auf jeder Seite der Butluf eingelassen und verbolzt, und gegen die Klüshölzer oder Klüsenknechte an beiden Seiten des Bugspriets mit Klampen befestigt, Tafel XXXVII, Fig. 3, BLf. Der Butluf ist eine starke Spiere, welche in der Richtung aus dem Galjon ragt, die die Fockraa dann hat, wenn sie scharf bei dem Winde gebraßt ist, und dazu dient, den Fockhals so weit als nöthig ist nach vorne zu bringen. Viele Kauffahrteischiffe haben keinen Butluf; statt seiner gebrauchen sie den Krahnbalken.

8. Der Blasebalken ist ein aus starken Planken bestehendes dreieckiges Stück, welches in schräger Richtung unter das untere Sloiknie gespickert ist; mit der untern Spitze liegt es in dem Winkel, den der Bug mit dem Vorsteven macht; mit der oberen Seite schließt er sich an den vorragenden Rand des untern Sloiknie̊es, und füllt mit seiner Fläche den Raum aus, welcher sonst den Wellen gegeben wäre, gegen das Sloiknie zu stoßen; an der schrägen Fläche des Blasebalkens brechen sich die Wellen in sanfter Weise.

In älteren Zeiten gab man dem Galjon eine viel größere Länge, oft den zehnten Theil derjenigen des ganzen Schiffs; gegenwärtig giebt man ihm höchstens den zwölften, auch wohl nur den fünfzehnten Theil, um sein zur Kielgebrechlichkeit beitragendes Gewicht soviel als möglich zu verringern. Man bestimmt seine Länge hauptsächlich nach der Unterstützung, welche das Bugspriet bedarf, und nach der Lage, welche der Butluf erhalten muß; die Breite des Scheggs

richtet sich nach der Verminderung der Abtrifft, welche dadurch erlangt werden soll.

9. Das Bild des Galjons, Tafel XXXIII, B, Fig. 13, ist eine aus Holz ausgehauene Figur, welche dem Namen des Schiffes entspricht; man giebt ihr meistens einen weißen Anstrich. Weil häufig der Name der Schiffs nicht auf solche Art dargestellt werden kann, so wählte man sonst in solchem Falle gewöhnlich einen Löwen zum Bilde, hauptsächlich als Bestandtheil des Landeswappens, oder überhaupt als eine gern gesehene Bildhauerfigur; davon schreibt es sich her, daß zuweilen jedes Bild, mag es vorstellen was es will, der Löwe genannt wird.

Viele Schiffe haben statt eines Bildes eine bloße Schneckenwindung, in welche sich die Sloikniee und Reilings gemeinschaftlich endigen. Kleinere Schiffe haben entweder gar kein Galjon, oder nur ein ganz leichtes, ohne eigentlichen Gallerieraum, und nur mit einer Schneckenwindung am Ende.

Die Rüsten oder Rusten sind dicke Planken, welche platt und horizontal an den Außenseiten des Schiffs, und zwar etwas hinter jedem Mast an Steuer- und an Backbord, in der Höhe des Raaholzes; Tafel XXXVII, Fig. 1, BR die Besahnrüste; GR die große Rüste; FR die Fockrüste. Sie dienen dazu, die Jungfern oder runden Blöcke ohne Scheiben zu befestigen, an welchen die Wanten oder starken Seitentaue der Masten gespannt werden; auf solche Art werden nämlich die Wanten gehörig von den Reilings der Schanze und Back entfernt gehalten; und außerdem wird auch der Winkel, den die Wanten mit dem Maste machen, etwas größer, also zur Unterstützung der Masten durch die Wanttaue vortheilhafter. Die Dicke der Rüsten beträgt je nach der Größe des Schiffes 3 bis 6 Zoll; die Breite ist ungefähr ¾ Zoll für jeden Fuß des Segelbalkens oder mittelsten Deckbalkens, oder was dasselbe ist, für jeden Fuß der größten Breite des Schiffs. Doch hängt die Breite größtentheils von der Höhe der Masten und der Segel ab, und davon, eine wie große Unterstützung man dem Maste geben will. 51

Die Länge der Rüsten richtet sich nach der Anzahl von Wanttauen, welche daran befestigt werden sollen. Auf Kriegsschiffen sind sie verhältnißmäßig länger als auf Kauffahrteischiffen, weil die Wanttaue wegen der Kanonenpforten der Back und Schanze weiter auseinander stehen müssen, wie Tafel XL, Fig. 1 zu sehen.

Die Rüsten werden mit Bolzen gegen die Spanten befestigt, welche durch die ganze Breite der Rüsten und durch die Dicke der Spanten reichen, und inwendig auf Platten verklunken, oder mit Splinten befestigt sind. Außerdem sind sie noch durch auf und unter denselben liegende Kniee gegen die Seiten des Schiffs befestigt. Diese Kniee werden Drücker genannt, und ebenfalls mit den Spanten verbolzt. Anstatt der hölzernen Kniee nimmt man gegenwärtig eiserne Drücker, deren Dimensionen in Tafel CV, Bd. III, S. 458 und 459 angegeben sind.

An dem äußern Längenrande der Rüsten, welcher etwas weniger stark als der innere an der Schiffsseite anliegende ist, werden Einschnitte gemacht, worin

die Beschläge der Jungfern zu liegen kommen. Ueber diese Einschnitte und Beschläge wird eine starke, mit Simsgliedern verzierte Leiste gelegt, welche dann den äußern Rand wieder herstellt.

Für die Pardunen der Stengen und Bramstengen, d. h. für die langen starken Taue, welche von den Toppen der genannten oberen Mastverlängerungen hinter ihren Wanten bis auf beide Seiten des Schiffs herabgehen, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen, werden die Jungfern entweder ebenfalls an den hinteren Theilen der Rüsten angebracht, wie Tafel XXXVII, Fig. 1; oder man hat auch, wie auf einigen Kauffahrteischiffen, besondere kleine Rüsten dazu, so daß die Pardunen noch weiter nach hinten, oder achterlicher, zu stehen kommen, und den Stengen und Bramstengen noch stärkere Haltung geben.

Die Jungfern, Tafel XXXII, B, Fig. 13, sind runde platte Stücken Holz oder Blöcke ohne Scheiben, welche an dem äußern Rande eine Vertiefung oder eine Keep haben, in welche hinein das Wanttau oder sonst ein starkes Tau zu liegen kommt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 30 und 31. Durch die platten Seiten sind drei runde Löcher gebohrt, welche ein Dreieck bilden, und durch welche die Taljereepen, d. h. die dünneren Taue geschoren werden, mit denen man die Wanttaue, wie in der genannten Figur 31 anspannt, oder steif setzt. Zu jedem Wanttau gehören demnach zwei Jungfern, von denen die untere vermittelst des Püttingseisens an der Rüste befestigt ist, und die obere das Wanttau in seiner Keep liegen hat. Das Keep selbst geht bei diesen nicht ganz herum; sondern da wo die beiden Parten des Wanttaus mit dem Hartbindsel aneinander geforrt sind, hört die Keep auf, damit das Bindsel gegen das feste Holz desto fester anliegen kann.

Die Püttings oder Pyttingen, Tafel XXXVII, Fig. 1, sind die langen starken Kettenglieder, welche von den Jungfern an den Rüsten nach der Seite des Schiffs hinabreichen. Die einzelnen Theile einer Pütting haben folgende Namen: Tafel XXXIX, Fig. 3, heißt der um die Jungfer U gehende Bügel der Püttingsbügel oder Püttingsstropp; ein Auge, welches durch den Einschnitt der Rüste T reicht, das oberste Glied; das nächste Glied S das mittlere, und das darauf folgende R das untere Glied. Das längs der Schiffsseite festanliegende Glied P heißt, weil es platt ist, die Püttings-Klappe; sie hat oben und unten ein Auge oder Loch, und wird dadurch gegen die Berghölzer verbolzt; der untere dieser beiden Bolzen O heißt der Klappbolzen; der obere Q, welcher zugleich das untere Glied der Pütting befestigt, heißt der Püttingsbolzen.

52 Das Steuerruder, oder Ruder, oder Steuer, Tafel XXXVII, Fig. 6, T, und Fig. 1, Rr, welches dazu dient, das Schiff rechts oder links zu drehen, besteht bei großen Schiffen gewöhnlich aus drei Stücken Holz, dem Pfosten, der Klick, und der Hacke; die beiden letztern zusammen heißen auch wohl das Schegg.

1. Der Pfosten, Tafel XXXVII, Fig. 6, T, ist der hintere mit p bezeichnete Theil; er hat die Länge und Dicke des Achterstevens, und trägt die Haaken, mit denen das Ruder in die am Achtersteven befindlichen Finger-

linge eingehängt wird. Die innere Seite desselben nach dem Steven zu, ist von oben bis unten keilartig zugehauen, so daß das Ruder einen freieren Spielraum um seine Haaken in den Fingerlingen des Achterstevens erhält. Früher spitzte man diese Seite des Ruderpfostens allgemein so zu, daß die dadurch entstandenen schrägen Seiten an der Mittellinie bis auf ein Fünftel der Dicke des Pfostens nach der Breite des Schiffs zusammentrafen, oder eine ziemlich scharfe Ecke bildeten. Dies ist aber eine unnöthige Verjüngung des Haupttheiles des Ruders; denn selbst bei der möglichst weitesten Drehung des Ruders bleibt die schräge Seite desselben beinahe einen Zoll von dem Achtersteven entfernt. Um dies zu vermeiden, läßt man die Vorderseite, d. h. die am Steven liegende, so breit, wie die Ruderhaaken erfordern, und läßt erst von dem Rande dieser Seite an die schräge Seite laufen; dafür spitzt man auch den Achtersteven etwas zu, ungefähr bis auf ein Viertel seiner Dicke nach der Breite des Schiffs gemessen; alsdann kann der Ruderpfosten um so weniger zugespitzt werden. An dieser zugespitzten Seite sind die starken eisernen Ruderhaaken angebracht, deren Beschlagbänder oder Federn beinahe über die ganze Breite des Ruders reichen, Tafel XXXVII, Fig. 1, mit Rh bezeichnet. An dem Achtersteven befinden sich die entsprechenden Fingerlinge oder Angelringe mit ähnlichen Federn, F, F, welche über die ganzen Seiten des Achterstevens reichen. Tafel XXXVI, Fig. 7, ist bb ein Ruderhaaken, aa ein Fingerling, ccc die zu beiden gehörigen Federn. Je nach der Höhe des Schiffs hat das Ruder fünf bis sieben Haaken. Tafel XXXVII, Fig. 1, a ist ein horizontaler Durchschnitt des Achterstevens und Ruders durch den Rand des Hennegatts, d. h. der runden Oeffnung gesehen, durch welche das Ruder ins Schiff geht; A ist der hinten zugespitzte Achtersteven; R der Pfosten des Ruders; HG das Hennegat, unter welchem die Hacke oder der breitere untere Theil des Ruders hervorragt; MN ist die Mittellinie der Pfosten- und Stevendicke; bc, bc sind die schrägen Seiten des zugespitzten Pfostens; dc, dc diejenige des Stevens.

Damit das Wasser nicht in das Hennegat dringt, wird ein Brohk, d. h. ein getheertes Segeltuch um das Hennegatt und um das Ruder gespickert; damit aber das Steuer nicht in seinen Bewegungen durch den Brohk gehindert wird, muß dieser wie ein Beutel lose herabhängen; zuweilen hat man einen doppelten Brohk. Von dem Seewasser wird aber das Segeltuch bald steif, und bricht bei den Bewegungen des Steuers. Alsdann dringen die Wellen oft mit gefährlicher Gewalt in das Hennegat, und richten in dem Heck, als dem schwächsten Theile des Schiffs, Verwüstungen an, die schon zum völligen Untergange desselben geführt haben.

Um diesem Uebel abzuhelfen, giebt man in neuerer Zeit dem Ruderpfosten oben eine cylindrische Gestalt, und eine etwas nach vorne, d. h. in das Schiff hineingehende Biegung, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1 zu sehen ist; die Drehungsaxe geht alsdann nicht, wie bei der andern Art, durch den Mittelpunkt der Ruderhaaken, oder längs der Achterseite des Achterstevens, sondern längs der punktirten perpendikulären Linie PL. In dem Hennegatt GG dreht sich der cylindrische Theil des Pfostens um seine geometrische Axe, und bedarf also keines

so weiten Spielraums, als wenn ein breiter Ruderpfosten sich um eine seiner Kanten drehen muß. Damit indessen die Gillingsbalken und Kniee nicht in Gefahr kommen, beim plötzlichen Aushaaken des Ruders fortgerissen zu werden, so macht man das Hennegatt etwas weiter als den Durchmesser des cylindrischen Ruderpfostens, und bedeckt den Zwischenraum mit einem an die Gilling angespickerten Holzrande. Dieser kann bei dem Aushaaken des Ruders leicht mit fortgerissen werden, ohne daß die Gilling selbst dadurch leidet. Außerdem, daß der Rand sich schon ziemlich nahe an den Ruderpfosten anschließt, und das Wasser abhält, kann auch noch eine lederne Mamiering oder spitz um den Pfosten zulaufender Schlauch an den Rand angespickert werden, wodurch dann jeder bemerkbare Andrang abgehalten ist.

2. Die Klick, Tafel XXXVII, Fig. 6, T ist das mittlere Stück q des Steuers, welches an die hintere Seite des Pfostens gefügt wird; es hat die Gestalt eines Keils, dessen Spitze nach oben gekehrt ist.

3. Die Hacke, r, ist das dritte oder hinterste Stück des Ruders, welches, wie schon vorher angegeben, mit der Klick zusammen das Schegg heißt. Das Schegg dient nur dazu, das Ruder unten breiter zu machen, und dadurch für die Kraft der verschiedenen Wasserschichten einen längeren Hebelarm zur Drehung des Schiffes darzubieten; es ist deshalb nur von leichtem Holz, gewöhnlich von Föhren oder Fichten; der Ruderpfosten dagegen von Eichen, und der vordere keilförmige Theil gegen den Steven zuweilen von Ulmen.

Die beiden Stücke des Scheggs werden sowohl mit Bolzen, die durch ihre ganze Breite gehen, als auch vermittelst der Federn der Ruderhaaken mit dem Pfosten verbunden. Unten am Fuße ist das Ruder am breitesten, und hat dort bei Kriegsschiffen eine Breite, welche dem achten Theile der größten Breite des Schiffs gleich kommt; bei Kauffahrtei- und bloßen Lastschiffen dem siebenten Theile. Diese Breite nimmt nach oben hin allmälig ab, und beträgt etwa einen Fuß hoch über der Ladewasserlinie bei Kriegsschiffen drei Viertel der untersten Breite, und bei Kauffahrtei- und Lastschiffen zwei Drittel derselben. An dieser Stelle bildet das Schegg, wie Tafel XXXVII, Fig. 1, gewöhnlich eine eingebogene Stufenabtheilung, welche die Gilling des Ruders heißt; Linienschiffe haben zuweilen noch eine zweite darüber liegende Gilling, in der Höhe des untersten Decks. In neuester Zeit läßt man die Gillingen ganz fort, indem die Breite auch ohne sie abnehmen kann, wie Tafel XL, Fig. 1. Die beiden Theile des Scheggs haben auch nicht die Dicke des Ruderpfostens, wie an dem horizontalen Durchschnitte, Tafel XXXVII, Fig. 1 a, an dem von R nach M hin verlängerten Theile, und an den Dimensionen, Tafel CV, S. 457 zu sehen ist.

Den untern Rand des Ruders läßt man nicht horizontal gehen, sondern vom Kiel nach der hintersten Ecke aufwärtssteigen, wie Tafel XL, Fig. 1, und Tafel XXXVII, Fig. 1.

4. Der Kopf des Ruderpfostens ist am stärksten, weil auf Kriegsschiffen zwei viereckige Löcher (auf Kauffahrteischiffen eines) in denselben gehauen werden, die Ruderpinne, d. h. den Hebel aufzunehmen, vermittelst dessen

das Steuerruder gedreht wird. Der Kopf ist deshalb auch mit vier bis fünf eisernen Bändern beschlagen, zwischen denen die Löcher angebracht sind.

5. Die Sorgleinen sind zwei Taue, von denen jedes an einer Kette befestigt ist, die sich an jeder Seite des Steuers oben an der Klick an einem Augbolzen befindet. Beide fahren über das Heckbord auf das Deck, wo sie festgelegt werden. Sie dienen dazu das Ruder für den Fall zu halten, wenn es durch einen heftigen Wellenstoß aus den Fingerlingen gehoben wird, und ohne die Sorgleinen verloren gehen würde.

6. Der Ruderstropp ist ein kleiner Brohk oder halber Stropp, welcher durch den unteren Theil des Ruderpfostens gezogen, und an beiden Seiten des unteren Theils des Achterstevens an Ringbolzen befestigt, und seiner vielfachen Reibung wegen mit Leder bekleidet ist. Er dient zur stärkeren Haltung des unteren Rudertheils.

7. Der Ruderlichter ist ein längeres Tau, welches, ebenfalls mit Leder bekleidet, durch ein Loch im Ruderpfosten fährt; das eine Ende ist an den Billen des Schiffs, d. h. den runden Theilen desselben befestigt, welche den Spiegel mit den Seiten verbinden; das andere Ende fährt durchs Hennegatt aufs Deck hinauf, wo es angeholt werden kann; es dient nämlich der Ruderlichter dazu, das Steuer ein wenig in die Höhe zu heben, oder zu lichten, wenn es sich zu tief in die Fingerlinge eingedrückt hat, und die Bewegungen wegen der Reibung schwer werden.

8. Die Ruderpinne oder der Helm, Tafel XXXVIII, Fig. 1, Rp ist ein langer Hebel von Eichenholz, mit welchem das Steuerruder gedreht wird. Das eine Ende der Ruderpinne steckt in dem viereckigen Loche am Kopfe des Ruderpfostens, und ist dort mit einem Bolzen befestigt. An dem andern Ende befindet sich das Steuerreep, oder das Tau, vermittelst dessen die Ruderpinne bewegt wird. Es kann nämlich nur bei Booten und ganz kleinen Fahrzeugen die Ruderpinne mit der Hand regiert werden; bei größern Schiffen dagegen kann es nur mit Hülfe einer Talje geschehen, welche das Steuerreep oder auch die Rudertalje heißt, von der sogleich beim Steuerrad das Genauere folgt. Zur Länge der Ruderpinne nimmt man gewöhnlich 5/6 der größten Breite des Schiffs. Wenn sie auf dem obersten Verdecke fährt, so giebt man ihr häufig am vorderen Ende eine gebogene Gestalt, oder einen sogenannten Schwanenhals. Fährt sie zwischen Decks, so muß sie ganz gerade sein; man läßt ihr aber auch oft diese gerade Gestalt auf dem obersten Verdecke.

Bei Kauffahrteischiffen reicht der Ruderpfosten gewöhnlich, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, ganz durch bis über das Deck der Schanze. Zur Bedeckung des Hennegatts und des Ruderkopfs steht dann dicht am Heckbord das sogenannte Ruderhaus, von dünnen Brettern der Kajütskappe ähnlich gebildet; vorne mit einer Oeffnung zum Spielraume der Ruderpinne; an den Seiten mit kleinen Behältnissen zum Aufbewahren von Oelfarbe u. dgl.

Auf Kriegsschiffen reicht der Ruderpfosten bis über das unterste oder erste Kanonendeck, und zwar bis nahe an das zweite, wo für die Ruderpinne ein eigenes Gehäuse oder kleines Zwischendeck gemacht ist, in welchem sie sich hin und her bewegt. Hiedurch bleibt das Deck völlig frei von ihr, und sie selbst

ist besser vor jeder Beschädigung geschützt. Der Hauptttheil dieses Gehäuses ist der sogenannte Leuwagen. Dies ist ein unter dem zweiten Kanonendeck (also an der oberen Bedeckung des untersten) in der Konstabelkammer befestigter starker Kreisbogen von Holz, welcher das Gewicht der Ruderpinne bei ihren Bewegungen trägt. Entweder fährt dieselbe unmittelbar auf seiner oberen Seite; oder sie geht an seiner unteren Seite, und wird von einem eisernen Bande, dem sogenannten Trager gehalten, welcher auf dem Leuwagen hin und hergeht. Damit die Reibung so geringe als möglich sei, wird der Leuwagen mit Eisen belegt, und dieses mit Talg und Seife bestrichen. Auf Linienschiffen vom ersten Range, wo die Ruderpinne eine bedeutende Länge hat, befindet sich noch ein zweiter Leuwagen hinter dem ersten.

Damit bei den Kriegsschiffen das Brechen oder Zerschossenwerden der Ruderpinne so wenig Unterbrechung im Steuern wie möglich verursache, so hat, wie vorher (S. 2376 Nr. 4) angegeben, der Kopf des Ruderpfostens über dem untern viereckigen Loche noch ein zweites, um schnell eine zweite Ruderpinne einstecken zu können.

53 Das Steuerrad, Tafel XXXVIII, Fig. 1, Sr, dient als eine Art von Spill, um die Ruderpinne großer Schiffe desto leichter bewegen zu können. Es besteht aus einer Welle WB, deren Axenenden sich in zwei aufrecht stehenden Stützen Ss und Ss bewegen; die Wellenaxe geht parallel mit der Länge des Kiels. An dem vorderen Ende der Welle befindet sich das eigentliche Rad; es besteht aus den an der Welle festsitzenden Spaaken Sk, welche noch über die Felgen oder den Umkreis des Rades hinausreichen; der hinüberreichende Theil jeder Spaake bildet einen bequemen Handgriff für den zur Seite des Rades stehenden Mann, um dasselbe zu drehen. Bei ganz großen Schiffen befindet sich am hinteren Wellenende noch ein zweites ganz ähnliches Rad, so daß bei starkem Sturme, wo das Ruder eine große Kraft erfordert, vier Mann zugleich, an jedem Rade zwei, steuern können.

Das Steuerreep ist von besonders gutem Leinengarn gemacht und ungetheert. Die Mitte desselben wird auf die Mitte der Welle festgespickert, so daß beide Enden herabhängen; jedes dieser Enden wird mit einigen Schlägen um die Welle genommen, und zwar so, daß bei dem Umdrehen des Rades sich das eine Ende auf die Welle auf-, das andere sich von ihr abwickelt.

Auf großen Schiffen, bei denen die Ruderpinne zwischen Deck spielt, fahren beide Enden durch ein unter der Welle im Deck befindliches Scheibengatt, d. h. ein Loch mit einer darin befindlichen drehbaren Scheibe. Dicht an jedem Scheibengatt unter dem Deck befindet sich ein einscheibiger Block; durch diesen fährt das betreffende Ende des Steuerreeps, und das eine geht darauf nach Steuerbord, das andere nach Backbord, wo ein andrer einscheibiger Block, und zwar in der Höhe des Leuwagens dicht am Bord befestigt ist. Durch diesen Block hindurch geht jedes Ende nach dem Kopfe der Ruderpinne und ist dort befestigt. So wie nun das Rad gedreht wird, muß sich durch die Auf- und Abwickelung des Steuerreeps die Ruderpinne nach der einen Seite hin bewegen. Drückt z. B. der an der Backbordsseite des Rades Stehende die Spaaken

abwärts, so wickelt sich das an derselben Seite herabhängende Ende von der Welle ab, und das an der Steuerbordsseite befindliche Ende auf dieselbe hinauf; die Ruderpinne muß also nach Steuerbord hingehen, und hinten die Backbordfläche des Steuerruders selbst einen spitzen Winkel, die Steuerbordsfläche desselben einen stumpfen Winkel mit der Breitenlinie des Kiels machen.

Auf solchen Schiffen, deren Ruderpinne auf dem obersten Deck spielt, befinden sich keine Scheibengatten im Deck; sondern unter der Welle befinden sich die beiden einscheibigen Blöcke, zu denen die Steuerreepsenden senkrecht hinabgehen, unmittelbar auf Deck, und das Steuerreep fährt durch sie hindurch nach den an Steuer- und Backbord am Schandeckel befindlichen einscheibigen Blöcken, und durch diese nach dem Kopf der Ruderpinne.

Bei kleineren Fahrzeugen, deren Ruderpinne zwar keines Rades bedarf, aber doch auch nicht mit der bloßen Hand gelenkt werden kann, geht ein Taljereep von dem Kopfe der Ruderpinne nach den Blöcken am Schandeckel, und wird mit der Hand geholt.

Das Steuerrad steht auf den Kriegsschiffen unter der offenen Säulenhalle welche die Kampanje mit der Schanze oder dem Quarterdeck bildet. Bei Kauffahrteischiffen steht es an der entsprechenden Stelle, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, dicht vor dem Besahnmast, und dicht hinter dem Nachthause, so daß der Steuernde den Kompaß unmittelbar vor Augen hat. Um die Aussicht möglichst frei von den Segeln zu haben, stellt sich der Steuernde, oder wenn mehrere zugleich am Rade drehen müssen, der Hauptsteuernde, dem die andern nur zu helfen haben, auf die Luvseite. So oft nun der Wind oder der Kurs sich ändert, muß der Stand des Steuernden gewechselt werden; um nicht erst den Kompaß auf die andre Seite hinüber tragen zu müssen, befinden sich im Nachthause zwei Kompasse, auf jeder Seite einer, getrennt vom andern durch das Behältniß für die Lampe. Man hat indessen dieses nahe Zusammenstehen zweier Kompasse wegen ihrer gegenseitigen Anziehung als nachtheilig für ihr richtiges Zeigen erkannt.

Das Bratspill ist eine lange, gewöhnlich achteckige Welle von leichtem Holz, deren Durchmesser ungefähr anderthalb bis zweimal so groß ist, als der Umfang der Ankertaue, die damit eingewunden werden sollen. Tafel XXXVI, C, Fig. 4 ist es mit einem Theile des Vorderdecks, auf dem es steht, perspektivisch dargestellt. Tafel XXXIX, Fig. 2, BS seine Backbordshälfte von oben gesehen; Tafel XXXVIII, Fig. 1, BSp sein Steuerbordskopf von der Seite; Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 69, seine Backbordshälfte für den Fall, daß das Schiff statt eines Ankertaues eine Ankerkette führt, deren Schläge um den vertieften Theil gehen. 54

Die Länge der Welle geht parallel mit der Breite des Schiffs, und ist auf einige Entfernung von ihren Enden rund herum bis auf die Hälfte ihrer Dicke eingeschnitten, so daß die Stellen dieser Einschnitte einen runden Zapfen bilden. Das mittlere Stück zwischen diesen beiden Zapfen heißt eigentlich das Spill, und die beiden äußern Enden jenseits der Zapfen heißen die Köpfe des Spills, Tafel XXXVI, C, Fig. 4, e, e.

Die Zapfen selbst passen in zwei halbkreisförmige Ausschnitte, welche in zwei starke aufrechtstehende Stützen oder Steilen gemacht sind, welche bis zu einer gewissen Entfernung unter das Deck, zuweilen bis auf den Boden des Schiffes reichen; Tafel XXXVIII, Fig. 1, Bg; diese Stützen oder Steilen erhalten eine starke Bolzenverbindung mit allen Balken, bei denen sie nahe genug vorbeigehen. Sie stehen an der hintern Seite der Zapfen, so daß ihr halbkreisförmiger Ausschnitt sich nach vorne hin öffnet; an diese Vorderseite der Steilen schließen sich an Backbord und an Steuerbord starke aufrechtstehende Kniee, welche mit den unter ihnen liegenden Deckbalken und den Steilen verbolzt sind. Diese Kniee haben ebenfalls halbkreisförmige Ausschnitte, deren hintere Oeffnung genau an die der Steilen paßt, so daß die Zapfen des Spills sich in geschlossenen Kreisöffnungen drehen.

Die beiden Seitenstücke, Steilen und Kniee zusammen, heißen die Beting des Bratspills (zuweilen heißen so auch die Steilen allein). Um den Rücklauf des Spills beim Winden zu verhüten, befinden sich, je nach der Größe des Spills, zwei Reihen oder auch nur eine Reihe von Löchern, die Palgatten genannt, eingehauen, so daß der senkrechte Durchschnitt des Spills an dieser Stelle sich wie ein Sperrad oder gezahntes Rad darstellt; Tafel XXXVI, C, Fig. 4, Nebenfigur b; Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 69, an der rechten Seite. In jeder der acht Seiten des Spills pflegen zwei solcher Pallgatten zu sein, in welche zwei über einander angeordnete Sperrkegel, Pallen genannt, einfallen.

Diese Pallen sind an ihrem oberen Ende vermittelst eines Scharniers, oder beweglichen Gehängés, entweder am Fockmast befestigt, oder an einem eigenen dazu aufrechtstehenden starken Kniegerüste, der sogenannten Pallbeting befestigt; wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, Pbg, und Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 69. Die Steilen dieser Beting reichen auch tiefer ins Schiff hinab, und werden mit allen nachliegenden Balken verbolzt. Die eisernen Platten, mit denen die Pallgatten belegt sind, heißen die Küsen. Die Pallbeting dient gewöhnlich, wie Tafel XXXVI, C, Fig. 4, dem Glockengalgen zum Fundament. Von den beiden Seitenbetingen des Bratspills bis zu der Pallbeting reicht die sogenannte Nagelbank, in welcher die sogenannten Kovien- oder Karveelnägel zum Belegen laufenden Tauwerks gesteckt werden; Tafel XXXVI, C, Fig. 5 ist ein Theil dieser Nagelbank zu sehen. Durch das Spill, wie durch die Köpfe desselben sind viereckige Löcher, die Spillgatten, gemacht, in welche die Handspaaken oder Spillspaaken, d. h. die hölzernen Hebel gesteckt werden, mit denen das Bratspill umgedreht wird. Man bringt in neuerer Zeit auch noch im Deck einige Pallen an, wie Taf. XXXVI, C, Fig. 4, b. Das Ankertau fährt in zwei bis drei Schlägen um das eigentliche Spill, und wird um die Beting belegt. (Vergl. im Wörterbuche die Artikel Bratspill, zu Anker gehen.)

55 Das Gangspill, Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 54, 1, ist ein senkrecht stehender abgekürzter Kegel, dessen Obertheil, die sogenannte Trommel, mehrere Spillgatten hat, in welche ebenfalls Handspaaken gesteckt werden,

welche aber horizontal zu liegen kommen, und an denen die Leute im Kreise herumgehend das Gangspill drehen.

Die schwersten Schiffe haben drei Spille. Das große, welches eigentlich aus zwei Spillen übereinander auf einem gemeinschaftlichen Schaft besteht, hat seine Stelle auf dem ersten oder unteren Deck hinter dem großen Mast. Sein Schaft reicht bis unter die Balken des untersten Decks, und dreht sich in einer eigenen Spur, welche an die genannten Balken gebolzt ist. Nach oben zu geht der Schaft zwischen den Balken des oberen Decks durch und bildet dort ein zweites Spill, so daß auf beiden Decken daran gewunden werden kann.

Das zweite Spill steht auf dem oberen Deck einige Fuß hinter der Kabelgattslucke. Das kleinste steht auf der Back. Kauffahrteischiffe, und solche die ein Bratspill haben, führen nur zwei Gangspille, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1, GSp, dicht an der Hütte, hinter der Achterlucke, und GSp nahe hinter der Vorlucke. Kleinere Kauffahrteischiffe haben gewöhnlich nur ein Gangspill.

Die Haupttheile eines Gangspills sind: der Schaft, die Klampen, und die Pallen. Der Schaft dreht sich mit seinem Fuße, d. h. mit einem starken eisernen Zapfen in einer in der Spur liegenden eisernen Pfanne, und oben in der Fischung der Decke. Unter der Trommel und gegen den Schaft sind acht starke eichene Bohlestücke befestigt, deren Gestalt Tafel XXXVI, B, Fig. 54, 1 zu sehen ist; sie heißen die Spillklampen; um ihren unteren Theil kommt das einzuwindende Tau zu liegen. Unter diesen Klampen ist eine Art Sperrrad angebracht, in welches die hölzernen oder eisernen Sperrkegel einfallen, um den Rücklauf des Gangspills zu hindern.

Die Gangspille werden zu vielen Arbeiten des Windens gebraucht; hauptsächlich auch zum Lichten der Anker; doch kommt nicht das Ankertau selbst darum zu liegen, sondern ein dünneres Tau, entweder die Kabelaring oder der Jigger, welches an dem Ankertau selbst befestigt ist. Die Kabelaring ist es auf großen Schiffen, die kein Bratspill haben, also den Anker allein mit dem großen Gangspill lichten; der Jigger wird auf Schiffen gebraucht, welche eine Bratspill haben. (Vergl. im Wörterbuch Gangspill, zu Anker gehen, Ankerlichten.)

Die doppelten Gangspillen, welche auf zwei Decken zugleich gedreht werden, finden sich nur auf Schiffen, welche kein Bratspill haben.

Die Ankerbeting oder große Beting ist eine Verbindung von starken Hölzern, welche sich etwas hinter dem Fockmast befindet, und zur Festlegung oder Belegung der Ankertaue dient, wenn dasSchiff kein Bratspill hat. Sie besteht, Tafel XXXVIII, Fig. 6, bb, und Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 51, aus zwei starken viereckigen und aufrechtstehenden Pfosten, welche die Betingsteilen oder Betingsspehnen heißen; sie stehen in einer eigenen Spur, welche sonst auf dem Kolschwinn, jetzt aber unter den Balken der Kuhbrücke liegt. Die Toppenden der Steilen ragen vier bis fünf Fuß über das Deck. Gegen alle Balken, an welchen die Steilen anliegen, werden sie verbolzt. Auf dem obersten Deck liegt vor jeder Steile ein starkes Knie mit dem senkrechten

Arme an die Steile, mit dem liegenden an das Deck gebolzt. An der hinteren Seite der Steilen liegt parallel mit dem Deck ein starker Querbalken, die beiden Steilen rechtwinklig kreuzend, und mit ihnen verbolzt; in der letztgenannten Figur a; er heißt der Betingsbalken.

Die Steilentoppe und der Betingsbalken befinden sich stets auf demjenigen Decke, an dessen vorderem Ende die Klüsen, d. h. die runden Löcher liegen, durch welche die Ankertaue außer Bords gehen. Damit sich die Ankertaue weniger reiben, wird der Betingsbalken auch wohl an seiner hinteren Seite mit einem abgerundeten weichen Stück Holz bekleidet, welches das Betingskissen heißt.

57 Man hat noch kleine Betingen und Knechte zur Belegung des laufenden Tauwerks, von denen auch einige Kreuzhölzer heißen.

1. Der große Knecht ist ein starkes Stück Holz, welches einige Fuß unter dem untersten Deck anfängt, und sich einige Fuß über das oberste Verdeck erhebt; er steht am ersten Balken hinter dem großen Mast, und wird an einem Balken des untersten, und einem des obersten eingeschnitten und verbolzt; er ragt ungefähr vier Fuß über das oberste Verdeck. Ueber die in seinem Kopfe befindlichen Scheiben wird ein Kardeel geschoren, welches dazu dient, die große Raa zu heißen. Ein Knecht unterscheidet sich von einer Beting dadurch, daß er kein Querholz hat.

2. Der Fock-Knecht ist dem großen ganz ähnlich, und dient zum Heißen der Fockraa; deshalb steht er hinter dem Fockmast.

3. Der Besahns-Knecht steht hinter dem Besahnmast zum Heißen der Bagienraa, der untersten am Besahnmast, welche keine Segel führt, und nur zur Spannung der Kreuzschooten dient.

4. Die kleinen Betingen oder Kreuzhölzer finden sich nur auf großen Schiffen, um das laufende Tauwerk der beiden Marssegel zu belegen; die eine steht hinter dem großen, die andere hinter dem Fockmast. Sie bestehen gewöhnlich nur aus zwei mit den Deckbalken verbolzten Knieen, an deren stehenden Armen ein Querholz befestigt ist, welches ebenfalls Betingsbalken heißt, wie bei der großen Beting. Auf kleinen Schiffen finden sich diese Betings nicht. Die Marsschooten werden auf starken Karveelnägeln belegt, welche durch starke, zu beiden Seiten der Masten angenagelte Klampen, die Marsschootenklampen, befestigt werden.

58 Die Krahnbalken, Tafel XXXVI, A, Fig. 8, c, Tafel XXXVII, Fig. 1, Kb, sind zwei starke viereckige an Steuerbord und an Backbord vorn auf der Back horizontal über den Bord aber auf die Art hervorragende Balken, daß sie mit der Längenaxe des Schiffs etwa einen Winkel von 45° machen. Der auf der Back ruhende Theil ist auf den Balken derselben eingeschnitten und verbolzt, und mit starken eisernen Klampen, sogenannten Schleifen befestigt. Der über Bord hervorragende Theil wird durch einen sogenannten Drücker, in der zuletzt genannten Figur Dkr, d. h. durch eine Art Kragstein, der an der Seite des Schiffs befestigt ist, unterstützt. Auf kleinen Schiffen besteht dieser Drücker nur aus einem kleinen Knie; auf manchen ist auch der ganze Krahn-

balken nur ein Knie, dessen einer Arm gegen die Balken und Spanten verbolzt ist; und dessen andrer Arm den hervorragenden Theil bildet.

Der Krahnbalken dient dazu, den Anker beim Auswerfen und beim Lichten gehörig weit vom Schiffe abzuhalten, damit er die Hautplanken nicht beschädigt. An seinem vorderen Ende hat der Krahnbalken mehrere Scheiben, über welche der sogenannte Kattläufer, d. h. der Läufer des Kattblocks geht, an dessen Haaken der Anker hängt, ehe er fallen soll, oder wenn er eben gelichtet worden. (Vergl. im Wörterbuch: Anker lichten und zu Anker gehen.)

59 Die Reibhölzer oder Leiter sind an die Außenseite des Schiffs angepaßte, und über den Barkhölzern eingeschnittene starke Leisten, welche senkrecht stehend vom Wasserspiegel bis zum Schandeckel oder Dollbord reichen, und mit der Außenseite der Topauflanger einerlei Belauf haben. Sie dienen zum Schutz der Hautplanken, wenn man Wasserfässer, Rapperte u. dgl. an Bord heißt. Sie werden je nach der Größe des Schiffs drei bis fünf auf jeder Seite, mit starken Nägeln auf die Barkhölzer gespickert. Auf kleinen Schiffen sind sie ganz loos, und werden nur dann, ähnlich wie die Fallreepstreppe, außer Bords angehängt, wenn eben Etwas aufgeheißt werden soll; in dieser Form heißen sie dann Schlitten oder Wreifhölzer; gleich nach dem Gebrauch werden sie wieder geborgen, d. h. an Bord genommen, und zwischen Decks verwahrt.

60 Die Halsklampen sind zwei Löcher, eines an Steuerbord, eines an Backbord, durch welche die Halsen in das Schiff kommen, und liegen um die Länge des Segelbalkens vor dem großen Mast. Man bekleidet sie zur Schonung des Tauwerks mit weichem Holze, z. B. mit Pappelholz, und verziert sie auch gewöhnlich von Außen mit Bildhauerarbeit.

61 Der Raum heißt der innere Theil des Schiffs vom untersten Deck oder der Kuhbrücke bis zum Kolschwinn, und vom Vor- bis Achtersteven; er ist gleichsam der Keller eines ganzen Kriegsschiff, und das Hauptgelaß für die Ladung eines Kauffahrteischiffs.

Der Theil, in welchem das Wasser und die übrigen Lebensmittelvorräthe (mit Ausnahme des Brods) aufbewahrt werden, heißt im genauesten Sinne der Raum. Man macht dann noch mehrere Abtheilungen durch Errichtung verschiedener Schotten oder Bretterwände, die zum Theil Kammern genannt werden; z. B. die Brodkammern, welche um das Brod frisch zu erhalten, mit Blech ausgeschlagen werden; die Pulverkammern, welche ein doppeltes Schott haben, und durch eine an beiden Seiten des Glases mit Drathgittern versehene Laterne erleuchtet werden; diese Laterne steht überdem in einer mit Blei ausgefütterten Kumme oder Cisterne, in der sich unten Wasser befindet. In der Mitte der Pulverkammer befindet sich häufig der Pumpensood der am Besahnmast stehenden Pumpe, oder sonst ein viereckiger hölzerner Verschlag, welcher bis über die obere Decke der Pulverkammer, d. h. bis in die Konstabelkammer hinaufreicht, und an den Seiten mit Glas versehene Fensteröffnungen hat. In diesen Verschlag wird die Laterne so weit herabgelassen, daß sie durch die Fenster hindurch die Kammer erleuchtet. In der Nähe der Pulverkammer

befinden sich die Keller für die Kapitains- und Offizierskajüte; der hinterste Raum heißt das Kot oder die Piek, auch Achterpiek und das Scharf genannt, und dient gewöhnlich zur Aufbewahrung der Konstablervorräthe, des Ladezeugs, Taakelage zum Geschütz u. dgl.; der vorderste Raum heißt die Vorderpiek oder die Hölle. Auf der Kuhbrücke und den eigentlichen Decken befinden sich noch eine Menge anderer Verschläge, für die Küche oder Kombüse, die Schmiede, die Segelkoje, das Kabelgatt, die großen und kleinen Kajüten u. s. w.

Bei Kauffahrteischiffen ist die Einrichtung viel einfacher, außer der Kajüte, den Steuermannskammern, dem Volkslogis, der Segelkoje, dem Kabelgatt, den Provisionskammern, und dem Raum für den Wasservorrath bedarf es nur noch weniger Abtheilungen, welche dann nach Umständen für längere oder kürzere Zeiten durch Schotten gebildet werden.

62 Die hölzernen Nägel sind große hölzerne Pinnen, welche man statt der eisernen Nägel so weit als das Schiff im Wasser geht, und hauptsächlich dazu gebraucht, die Planken gegen die Inhölzer zu befestigen. Sie haben den Vorzug daß sie nicht rosten, müssen aber von gutem, gesundem und starkem, recht ausgetrocknetem und nicht mürbem Eichenholz sein, weil sie sonst leicht faulen, und die Bohrlöcher nicht durch Aufquellen genau ausfüllen. Für 100 Fuß Schiffslänge macht man sie ungefähr ein Zoll im Durchmesser stark.

63 Der Kupferbeschlag des Schiffsbodens besteht in kupfernen Platten von der Dicke starken Eisenblechs, welche reihenweise auf die Außenplanken mit kupfernen Nägeln befestigt werden. Er reicht von dem Kiel bis zur Ladewasserlinie, und dient dazu, das Schiff vor den schädlichen Seewürmern zu schützen, die in das Holz eindringen und es zernagen. Er gewährt auch den Vortheil, daß sich der Boden sehr rein hält; während sich an einem bloßen Holzboden leicht faserige Seegewächse, Muscheln, Schnecken und andre Seethiere ansetzen, und durch ihre Menge die Geschwindigkeit des Schiffes sehr vermindern, indem sie die Reibung am Wasser außerordentlich vermehren.

Wegen der Kostbarkeit des Kupfers werden nur Kriegsschiffe und solche Kauffahrteischiffe damit beschlagen, welche zu weiten Reisen und zwar nach solchen Gegenden bestimmt sind, in denen sie dem Wurmfraß besonders ausgesetzt sind. Man hat auch mancherlei andere Ueberzüge, von denen tiefer unten etwas Genaueres vorkommt.

64 Die Unterlage für das zu erbauende Schiff ist entweder eine sogenannte Helling oder ein Stapel.

1. Die Helling ist ein langes, etwas über dem Erdboden der Schiffswerfte auf einem starken Pfahlwerk ruhendes und von der Landseite nach dem Wasser ziemlich geneigtes Holz-Gerüst aus zwei Reihen starker Eichenstämme. Seine Länge muß derjenigen des Kiels entsprechen; und außerdem noch so weit ins Wasser reichen, daß das fertig gewordene Schiff völlig in dasselbe ablaufen kann. Zu diesem Zwecke, so wie auch zum Aufwinden eines völlig auszubessernden Schiffes, ist die obere Seite der Helling wie eine Rinne ausgehöhlt.

2. Der Stapel besteht aus großen Holzklötzen, welche in gewissen Ent-

fernungen, und zwar so übereinander gelegt sind, daß eine schräge Linie dadurch entsteht, indem, wie Tafel XXXVII, Fig. 5, a, a, a, der am weitesten vom Wasser entfernte Stapel aus 5, der nächste aus 4 u. s. w. besteht. Die einzelnen Klötze heißen Stapelblöcke oder Stapelklötze. Der Stapel wird für jedes Schiff besonders eingerichtet; die Helling bleibt immer unverändert.

3. Da wo Docken sind, d. h. ausgemauerte Wasserbassins oder Wasserbecken, welche durch Schleusen mit dem Hafen in Verbindung stehen, und nach Belieben trocken gelegt oder mit Wasser gefüllt werden können, läßt man zur Zeit der Ebbe das Wasser ab, schafft das noch übrig gebliebene Wasser mit Pumpen heraus, und schließt die Schleusen. Ist das Schiff so weit fertig, daß es schwimmen kann, so werden die Schleusen zur Fluthzeit geöffnet, und das eindringende Wasser hebt das Schiff empor, so daß es aus der Dock in den Hafen auslaufen kann. Auf dem Grunde der trocken gelegten Dock befinden sich auch Stapelgerüste, die aber natürlich keine Neigung haben. Auf die Stapelblöcke oder die Helling kommt zuerst der Kiel zu liegen.

4. Ist das Schiff auf einer Helling oder einem Stapel fertig geworden, so muß es ablaufen. Die Vorrichtungen dazu sind fast in jedem Hafen, und noch mehr bei jeder Nation verschieden. Die Hauptverschiedenheit besteht darin: ob das Schiff auf einem sogenannten Schlitten, oder unmittelbar von der Helling ablaufen soll.

Der Schlitten ist ein eigenes Gerüst, das unter dem Boden des Schiffs angebracht wird, auf diesem ruht es und gleitet mit demselben allmälig ins Wasser. Es kommt über das Ablaufen tiefer unten noch etwas Genaueres vor.

§. 345. Zeichnung des Seitenrisses eines Schiffes.

Zuerst wird die Länge zwischen dem vordersten und hintersten Perpendikel bestimmt und abgemessen, Tafel XXXVII, Fig. 1, und Tafel XL, Fig. 1, FP und AP, welche man beide bis auf den unter dem Risse befindlichen Maaßstab verlängert. Die einzelnen Stücke werden hinsichtlich ihrer Proportion, Stärke und Schönheit beinahe sämmtlich nach dieser Länge geregelt.

Diese Länge wird meistentheils in der Höhe des unteren Kanonendecks von dem Hinterrande der Vorstevensponning bis zum Vorderrande der Achterstevensponning genommen. Auf Kauffahrteischiffen von der Hinterseite des Achterstevens in der Höhe des Heckbalkens bis zur Vorderseite des Vorstevens in derselben Höhe.

Wenn die vorderste und hinterste Kanonenpforte bestimmt, so findet man die Stellen der mittleren sehr leicht; sie haben alle dieselbe Entfernung.

Die vorderste Pforte muß so weit nach vorne liegen, als es die Umstände erlauben, und so daß die Wasserback genügenden Raum erhält. Sie erhält einen langen Topauflanger an der Vorderseite, und einen langen dritten Auflanger an der Achterseite. Die aufeinander folgenden Pforten müssen immer

zwei Spanten zwischen sich haben. Die hinterste muß so gelegt werden, daß die Seitengallerie frei von ihr bleibt.

Bei Kauffahrteischiffen ist natürlich die Anordnung hinsichtlich der Spanten einfacher.

2 Zweitens ist, da es bei dem Seitenriß nicht unmittelbar auf die Breite ankommt, die Tiefe des Hols zu bestimmen. Sie hängt von der Lage des unteren Decks ab, und wird gewöhnlich von der oberen Seite des unteren Deckbalkens im Hauptspant oder des Segelbalkens bis zur oberen Seite der Stauchweger (S. 2357), d. h. der zweiten Weger vom Kiel gemessen. Sieben Sechszehntheile der größten Breite auf den Inhölzern, d. h. ohne die Hautplankendicke, ist die mehrentheils gewählte Tiefe für Linienschiffe; sieben Zwanzigtheile für Fregatten. Die Breite selbst beträgt beinahe drei Eilftheile der Länge für Kriegsschiffe, und drei Zwölftheile für Kauffahrteischiffe; nur Kutter und einige andre kleine Fahrzeuge sind breiter. Die Tiefe des Hols bei Kauffahrern hat kein bestimmtes Maaß. Nur bei Ostindienfahrern findet man gewöhnlich diese Tiefe 14 Fuß und 9 Zoll, so daß sieben Lagen Thee, oder neun Lagen China gestaut werden können. Westindienfahrer haben gewöhnlich zwölf Fuß Holtiefe, so daß sie zusammen mit dem Zwischendeck fünf Lagen Zucker stauen können. Nach den verschiedenen Bestimmungen der Handelsschiffe muß man das Zwischendeck so legen, daß es den jedesmaligen Raum erforderlich groß läßt.

3 Die über dem Hol liegenden Theile müssen so niedrig und so enge gehalten werden, als es die übrigen Erfordernisse zulassen. Die Länge des Hüttendecks oder der Kampanje bestimmt die Höhe der Bordlinie hinten; die Hütte selbst darf nicht länger sein, als wie es die nothwendigen Einrichtungen und Gemächer erfordern; je kürzer die Hütte ist, desto niedriger wird die Verzeunung hinten sein; ein niedriges und enges Heck gilt immer für das schönste.

Wird ein Schiff beinahe gerade hinsichtlich seines obersten Bords gebaut, so hat es bei weitem mehr Kielgebrechlichkeit. Je mehr also diese Linie nach vorne und hinten aufsteigt, und auf einem je größern Raume die hinten und vorne liegende Last vertheilt werden kann, desto stärker wird das Schiff. Dies ist namentlich bei stark bemannten Schiffen zu beobachten, für deren zahlreiche Offiziere viele Einrichtungen nöthig werden. Bei kleineren und geringer bemannten Schiffen kann die Bord- und Decklinie viel weniger gekrümmt, oder der Spring viel unbedeutender sein.

4 Von den verschiedenen Höhen ist diejenige der Topsente (S. 2337) an ihrer niedrigsten Stelle, d. h. am Mittelspant oder in der Mitte des Schiffs zu bestimmen. Bei Dreideckern nimmt man wohl sieben Dreißigsttheile der Länge; bei Zweideckern und kleinern Schiffen ein Fünftel der Länge; bei Kauffahrteischiffen fünf Dreiundzwanzigsttheile; diese letzte Bestimmung ist jedoch sehr willkürlich.

5 Die Höhe der Ladewasserlinie wird bei Dreideckern auf zwölf Dreiundzwanzigsttheile, oder etwas weniger als die Hälfte der Höhe der Topsente gelegt; bei Zweideckern auf drei Fünftel derselben Höhe; bei andern Schiffen

im Allgemeinen auf fünf Achtel der Höhe der Topsente an ihrer niedrigsten Stelle. Die Höhe der Ladewasserlinie muß übrigens von der Unterseite des Kiels abgesetzt werden.

6 Die Höhe des Unterrandes des Bergholzes, und die Höhe der unteren größten Breite (S. 2336) in der Mitte des Schiffs wird allgemein beinahe in dieselbe Stelle gesetzt, wie die Ladewasserlinie; einige Schiffbauer erheben sie jedoch um einige Zoll. Die untere größte Breite wird vorne und hinten ungefähr auf die Höhe der Klüsgatten vorne, und ein wenig über den Heckbalken hinten erhoben; oder wie sonst die ganze Gestalt es erfordern mag.

7 Die bisher genannten Bestimmungen sind die Hauptpunkte zur Proportionenbestimmung des Schiffes im Allgemeinen und des Seitenrisses im Besondern. Die übrigen Punkte werden je nach der Bestimmung des zu bauenden Schiffes mancherlei Abänderungen erhalten. Wenn z. B. die Holtiefe größer sein muß, als die vorher angegebene, so kann ihr Zusatz nur dadurch erlangt werden, daß die Höhe der Decke etwas verringert wird, da es von der höchsten Wichtigkeit ist, das Schiff über Wasser verhältnißmäßig so niedrig als möglich zu halten.

8 Die Berghölzer, als ein so wichtiger Bestandtheil des Schiffsgebäudes, kommen zunächst in Betracht.

Das große Bergholz (S. 2355) kommt in der Gegend der größten Weite des Schiffs zu liegen, wo das Gebäude die größte Anstrengung auszuhalten hat. Höhe und Spring oder Bugt der Berghölzer geht dem Spring oder der Bugt der Topsente völlig oder doch beinahe parallel, und muß so wenig als möglich von den Pforten eingeschnitten werden.

Das zweite oder Rüsten-Bergholz liegt zwischen der Pfortenreihe des untersten Kanonendecks und derjenigen des zunächst darüberliegenden. Der untere Rand dieses Bergholzes muß in der Mitte so niedrig als möglich zu liegen kommen, damit die darüber befindlichen Pforten, mit Ausnahme der zwei oder drei hintersten, nicht in dasselbe einschneiden. Der Einschnitt dieser letzteren kann durch die Deckniee darüber und die Verbolzung der Berghölzer an den Seiten der Pforten unschädlich gemacht werden.

Das kleine Bergholz oder dritte bei Dreideckern folgt derselben Regel.

9 Die Rüsten werden gewöhnlich so angeordnet, daß ihr oberer Rand mit dem oberen Rande der Raaleiste zusammentrifft; oder so, daß die Püttings-Klappe (S. 2374) auf dem Rüsten-Bergholz befestigt wird, und der Püttings- und der Klappbolzen auf den obern und den untern Rand dieses Bergholzes trifft. Jede einzelne Pütting muß einestheils frei von den Pforten unter den Rüsten bleiben, und anderntheils diejenige, bald senkrechte bald schräge Richtung erhalten, welche zu der Richtung des zu ihr gehörigen Wanttaues paßt.

10 Die Flursente, Rising line, (S. 2337), kann sowohl in ihrer Niederbugt wie in ihrer Ausbugt nicht nach gleichbleibenden Verhältnissen bestimmt

werden, da sie sich nach der jedesmaligen, besondern Zwecken entsprechenden, Bauart der Schiffe richten muß.

11 Die Kurve der Liegermitte, Cutting down line, hängt ebenfalls von der speziellen Zweckbestimmung des Schiffsgebäudes ab. In Tafel CIV, Bd. III, S. 422 ist für Vor- und Achterschiff des auf Tafel XXXVII, XXXVIII und XXXIX gezeichneten Kauffahrteischiffes die Höhe dreier Hauptlinien für den Seitenriß auf den einzelnen, mit besondern Zeichen und Buchstaben bezeichneten Spanten angegeben: die Auflanger-Top-Linie oder Topsente, Top timber-line (S. 2337 Nr. 9), die Bord-Linie oder Sente der Verzeunung, Top side-line (S. 2338 Nr. 10), und die Bauchstück-Linie oder Kurve der Liegermitte, Cutting down line (S. 2338 Nr. 12).

12 Das Galjon (S. 2370—2373) bedarf der sorgfältigsten Zeichnung, weil es am mehrsten dazu beiträgt, dem Schiffe ein schönes oder ein häßliches Ansehen zu geben. Außer den Rücksichten der Schönheit kommen dabei auch diejenigen in Betracht, welche zur Unterstützung des Bugspriets, und zur Spannung der Vorsegel gehören. Bei Dreideckern hat das Galjon eine bedeutende Tiefe, und muß daher, um eine schöne Form zu erhalten, eine mehr als gewöhnliche Länge erhalten. Um sein Gewicht zu vermindern, müssen alle bloßen Verzierungen möglichst leicht gemacht werden. Das untere Schloiknie muß völlig oder beinahe auf den obersten Gang des großen Bergholzes treffen, weil die Klüsen auf dem untern Deck zwischen den Schloiknieen liegen. Die Entfernung der Schloiknie von einander auf dem Vorsteven beträgt bei Dreideckern ungefähr drei Viertel der Entfernung zwischen dem untern Schloiknie und der obern Galjons-Reiling auf dem Vorsteven. Bei Kauffahrteischiffen, deren Klüsen auf dem obern Deck liegen, wie Tafel XXXVII, Fig. 1, erhalten die Schloiknie natürlich eine andere Lage in dieser Beziehung. Eine der mittleren Reilings verbindet sich in der Englischen Bauart mit dem Drücker unter dem Krahnbalken, wodurch die Kanonenpforten im Bug am leichtesten frei gehalten werden. Die Reilingsstützen sind gewöhnlich ihrer drei oder vier vor dem Vorsteven; bei sehr großen Schiffen befindet sich noch eine fünfte hinter dem Steven. Die Haupt- oder oberste Reiling wird an der tiefsten Stelle ihrer Niederbugt so niedrig und eben gehalten, als es angeht, um dem Rösterwerk der Flur eine bequeme Lage zu geben; doch darf sie nicht niedriger als das obere Deck liegen, von welchem aus man auf die Flur steigt. Die Reilingsstützen werden so angeordnet, daß die vorderste mit dem Fuße des Bildes oder der Figur zusammentrifft; und die hinterste mit ihrer Achterseite in derjenigen Ebene liegt, welche durch den Vorderrand des Vorstevens geht; die letztere heißt deshalb auch die Vorstevenstütze. Die mittleren Stützen kommen in gehörigen Entfernungen zwischen die beiden äußersten; nach diesen Entfernungen richtet sich der Abstand der hinter dem Vorsteven stehenden Stütze von ihm. Die Reilings selbst, zwischen der obersten und dem oberen Schloiknie, können in gleichen Distanzen auf jeder Reilingstütze abgesetzt werden. Uebrigens macht die Anordnung der Galjonstheile nur bei Dreideckern einige Schwierigkeit; bei Zweideckern und kleinern Schiffen ergiebt sie sich mit größter

Leichtigkeit. Die oberste Reiling liegt an der tiefsten Stelle der Bugt und gegenüber dem Vorsteven in der Höhe der Untertrempel der Kanonenpforten des oberen Decks, oder des erhöhten Theils dieses Decks, auf welchem die Jager, d. h. die zum Jagdmachen auf ein feindliches Schiff vorne zu beiden Seiten des Stevens befindlichen Kanonen stehen. Dieser erhöhte Decktheil, den die Engländer beakhead nennen, heißt im Deutschen die Vorpflicht, kann aber auch das Jagerdeck genannt werden. Das obere Schloiknie kann bei diesen Galjon am Steven genau in der Mitte zwischen dem unteren Schloiknie und der obersten Reiling liegen. Die übrigen Theile kann man ganz nach den Umständen einrichten; nur muß man die vorderen Enden der Reilings und der Galjons-Ausleger in einer gefälligen Krümmung aufwärts steigen lassen, so daß sie dem Spring des Schiffs einen zierlichen Schlußbelauf geben.

Bei Fregatten und Kauffahrteischiffen, wie Tafel XL und Tafel XXXVII, läßt sich dem Galjon die gefälligste Form geben. Der obere Rand des oberen Schloikniees, wie bei dem Kauffahrteischiff Tafel XXXVII, oder des unteren Schloikniees, wie bei der Fregatte Tafel XL, muß stark genug sein, um ungefähr vier Zoll volles Holz zum Ankertaukissen vor den Klüsen zu haben, welches die Reibung des Kabeltaus verhindert. Bei den größern Schiffen dieser Art liegen die Schloikniee in der Gegend der Klüsen größtentheils 1 Fuß und 10 Zoll auseinander; bei kleineren Schiffen 1 Fuß und 4 Zoll.

Die Klüsenknechte oder Klüsenpöller, d. h. die über dem Vorsteventopp dicht zu beiden Seiten des Bugspriets hervorragenden Toppe der Klüshölzer (Knightheads oder Bollard timbers) müssen hoch genug sein, damit zwischen ihnen noch eine Klampe oder Kalbe über dem Bugspriet zu dessen Befestigung eingetrieben werden kann.

13 Die Pöller, Tafel XXXVII, Fig. 1, P, P, längs der Back müssen so angeordnet werden, daß sie aus den Topauflangern der Vorderspanten gebildet werden können, welche über die Pforten des oberen Decks reichen. Namentlich müssen sie bei solchen Schiffen in gehörigen Entfernungen und an geeigneten Stellen geordnet werden, bei denen nach der neueren Bauart die Vorspanten so hoch hinaufreichen, daß die oberste Reiling der Back auf ihre Toppe gelegt wird.

Ein Pöller von größerer Höhe, Tafel XXXVII, Fig. 1, Pp, kommt dicht vor den Krahnbalken zu stehen, um den Kattblock daran zu bolzen, und an dasjenige Spant, von welchem er gebildet ist, wird die oberste oder Hauptreiling des Galjons gebolzt, wie an der genannten Figur zu sehen ist. Auf jeder Seite der Back müssen zwei bis drei Kanonenpforten kommen, deren Seitentrempel von den nächsten Pöllern gebildet werden; diese Pforten müssen so angeordnet sein, daß sie frei oder klar von den Wanten bleiben. Nach der neuern Bauart, wo Back und Schanze rund sind, kommen auf jeder Seite noch zwei Pforten zwischen dem Vorsteven und dem Krahnbalken, wie Tafel XL, Fig. 5.

14 Die Vorderseite des Galjonsceggs muß durch eine gefällige Schlangenlinie gebildet werden, welche an ihrem untern Theile nicht zu voll gehalten

werden darf, damit sich nicht die Ankertaue, besonders beim Schwaien (Schwenken vor dem Anker) am Schegg zu heftig reiben. Es muß also das Schegg unterhalb des untern Schloikniees nicht mehr Holzmasse enthalten, als nöthig ist, um die Gatten für das Wasserstag, Tafel XXXIII, B, Fig. 13, m, n, am Knie des Bildes, einbohren zu können. Auch muß die Vorderseite zur weiteren Sicherung der Ankertaue gut abgerundet werden.

15 Das Heck sollte bei allen Arten von Schiffen so niedrig und so enge gehalten werden, als irgend mit der Größe und Stärke der ganzen Gebäude vereinbar ist. Das Heck (vergl. S. 2346—2349) wird oben von dem Heckbord, unten von der Gilling, und an den Seiten von den Gallerie-Termen (quarter-pieces) begrenzt, und enthält bei großen Schiffen die Fenster oder Lichter der großen (Offiziers-) Kajüte, der Kommandeurkajüte und die Gallerien; bei kleinen Schiffen nur die Kajütsfenster.

Was das Galjon für die Schönheit des Vordertheils, das ist das Heck für das Achterschiff. Um ihm eine gefällige Gestalt zu geben, müssen die Gillingsleisten eine angemessene Aufbugt, und eine entsprechende Ausbugt erhalten. Jede der Gillingsleisten muß je höher sie aufsteigt, eine desto rundere Aufbugt erhalten.

Man hat in neueren Zeiten angefangen, die Heckgallerien ganz wegzulassen, was sowohl zur Verstärkung des Achtertheils, als auch dazu beiträgt, die hintersten Kanonenpforten besser anzuordnen.

Wird das Heck, wie bei Dreideckern unvermeidlich tief, so müssen auch die Gillingen verhältnißmäßig tief gemacht werden; die Fenster ebenfalls tiefer, dafür aber weniger an Zahl. Zwischen dem Heckbord und dem oberen Rande der Fenster müssen einige Verzierungen angebracht werden, um diesen Theil nicht zu tief erscheinen zu lassen.

Im Verhältniß zu dem ganzen Heck muß natürlich auch die große Gillingsleiste gelegt werden, welche die große und kleine Gilling scheidet.

Will man den Fenstern die erforderliche Tiefe geben, so müssen die Decke hinten einen angemessenen Spring erhalten, und demgemäß muß auch ihre Aufbugt sein.

16 Die Seitengallerieen hängen hinsichtlich ihrer Höhe von dem Heck ab; damit sie ein schönes Ansehn bekommen, muß die Galleriefenster-Leiste (Tafel XXXVII, Fig. 1, L'') so lang als möglich sein, und darf sich erforderlichen Falls selbst bis um einige Zoll innerhalb der größten Breite erstrecken; denn ist diese Leiste zu kurz, so erscheint die ganze Gallerie verkrüppelt.

17 Die Dimensionen und die Gestalt des Ruders sind Seite 2376 ausführlich angegeben; namentlich ist auf die obere einwärtsgehende Biegung des Ruderpfostens, und auf die Gillungen des Ruderscheggs zu achten, wenn man die letzteren beibehalten will.

18 Was die Mittelpunkte der Mastendurchmesser oder die Stellen der Masten anbetrifft, so kann man sie im Allgemeinen folgendermaaßen bestimmen: der Fockmast steht bei Kriegsschiffen etwa um ein Neuntel der Schiffslänge zwischen den Perpendikeln hinter dem vordersten Per-

pendikel; bei Kauffahrteischiffen um zwei Dreizehntheile dieser Länge dahinter; der große Mast bei allen Schiffen um fünf Neuntel jener Länge hinter dem vordersten Perpendikel; und der Besahnmast bei großen Schiffen vier Fünfundzwanzigsttheile jener Länge vor dem hintersten Perpendikel; bei kleinern Schiffen, wie Fregatten u. s. w., um vier Sechsundzwanzigsttheile jener Länge davor.

Bei Briggen und andern zweimastigen Schiffen steht der Fockmast ein Achtel der genannten Länge hinter dem vordersten Perpendikel, wenn das Schiff scharf gebaut ist; hat es einen vollen Bau, so steht er um ein Siebentheil jener Länge dahinter; der große Mast steht um drei Fünftel jener Länge hinter dem vordersten Perpendikel.

Bei Kuttern und andern einmastigen Schiffen steht der Mast um ein Drittel jener Länge hinter dem vordersten Perpendikel.

Alle diese Bestimmungen sind indessen nur ungefähre, und müssen durch die S. 2292—2311 gegebenen Lehren über die Stellung der Masten und die Wirkungen der Segel nach den höhern Prinzipien der neueren Schiffsbaukunst zweckgemäß abgeändert werden. Für die ersten Uebungen geben sie indessen eine leichte Uebersicht.

§. 346. Erstes Beispiel. Zeichnung des Seitenrisses eines dreimastigen Kauffahrteischiffs von 330 (Englischen) Tonnen.

Tafel XXXVII, Fig. 1.

Zu dieser Zeichnung dienen neben der genannten Figur die beiden Besteck- 1 tafeln CIV und CV, Bd. III, S. 422 u. 423. Nachdem man den gleichtheiligen Maaßstab mit der möglichsten Genauigkeit abgetheilt, und die Abtheilungen an seinem oberen Rand von vorne nach hinten, d. h. hier von rechts nach links, die an seinem untern Rande von hinten nach vorne, d. h. hier von links nach rechts numerirt hat, zieht man zuerst die Horizontallinie oSK, welche den oberen Rand der Kielsponning darstellt. Sie muß so weit von dem oberen Rande des Maaßstabes entfernt sein, daß dieser obere Rand die untere Seite des losen oder falschen Kiels darstellen kann. Der Maaßstab selbst muß noch so weit von dem untern Rande des Papiers entfernt bleiben, daß der Sentenriß oder horizontale halbe Breitenriß unter dem Maaßstabe Platz hat. Darauf errichtet man das vorderste Perpendikel in dem Nullpunkte der oberen, oder von rechts nach links gezählten Abtheilungen des Maaßstabes. Dieser Nullpunkt muß vom rechten Rande des Papiers genug entfernt bleiben, um für die über jenes Perpendikel hinausreichenden Zeichnungen der Galjonstheile hinreichenden Platz zu lassen. Von diesem Perpendikel aus wird die in der Besteckstafel CV, S. 423 angegebene Länge, 103 Fuß 3¾ Zoll, nach links hin abgesetzt, und dort das hinterste Perpendikel errichtet. Zu bemerken ist, daß Tafel XXXVIII, Fig. 1, die obere 100 richtig, nämlich über der unteren 3 steht, in Tafel XXXVII aber um eine Abtheilung zu weit links steht;

es ist demnach die Entfernung der beiden äußersten Perpendikel wirklich 103 Fuß und 3¾ Zoll.

Manche ziehen erst die Horizontallinie, welche den oberen Rand der Kielsponning darstellt, errichten auf ihr die beiden äußersten Perpendikel in der erforderlichen Entfernung, und zeichnen dann erst den Maaßstab hin, welcher aber natürlich schon auf einem Nebenblatt fertig sein muß.

Hätte man nicht das Kauffahrteischiff, sondern das in derselben Bestecktafel enthaltene Linienschiff oder die Fregatte zu zeichnen, so müßte man eine der beiden zuerst stehenden Längen, 176 Fuß für das Linienschiff, oder 137 Fuß für die Fregatte, zur Entfernung zwischen den beiden Perpendikeln nehmen.

Es wird übrigens immer vortheilhaft sein, wenn man die Abtheilungen des Maaßstabes in einem bestimmten Verhältnisse zu einem wirklichen natürlichen Fußmaaße nimmt; so ist auf Tafel XXXVII, XXXVIII und XXXIX ein Fuß des verjüngten Maaßstabes gleich einem Fünftel eines wirklichen Englischen Zolls.

2 Darauf zeichnet man den Vorsteven. Die Stelle des Mittelpunkts, von welchem aus seine Bogenkrümmung beschrieben werden muß, ist in der Bestecktafel CV, S. 424 angegeben, nämlich 16 Fuß über dem oberen Rande der Kielsponning, und 17 Fuß 6 Zoll hinter dem vordersten Perpendikel; Tafel XXXVII, Fig. 1 ist mit zwei kleinen Kreuzen die Stelle dieses Centrums angedeutet, nahe an der unteren größten Breite, in der Gegend des Fockmasts. Man setzt den einen Zirkelfuß in den Mittelpunkt, den andern in den Oberrand der Kielsponning, und zieht den Bogen aufwärts bis zum vordersten Perpendikel. Darauf nimmt man die Spannung um so viel größer, als die Mallseite, oder die nach der Länge des Schiffs gemessene Breite des Vorstevens betragen soll, und zieht einen zweiten Bogen außerhalb und parallel mit dem ersten. Aus demselben Mittelpunkte müssen dann noch zwei Bogen zwischen jenen beiden gezogen werden, welche die Sponning oder Dicke der Hautplanken bezeichnen. Darauf setzt man die Höhe des Vorsteventopps gleich 27 Fuß von der Horizontallinie, d. h. von dem obern Rande der Kielsponning ab. Hat man sich nun über die Gestalt des Vorstevens über Wasser entschieden, ob und wie weit er mit seiner obersten Vorderkante vor dem vordersten Perpendikel stehen soll, so bezeichnet man diesen Punkt auf dem Höhenstriche, mißt von da aus rückwärts die Mallbreite des Stevens ab, und macht dort einen zweiten Punkt. Darauf zieht man von beiden Endpunkten der Stevenhöhe zwei Kurven, welche ohne Knick mit den beiden vorher als Vor- und Achterrand des Stevens gezogenen Kreisen zusammentreffen. Alsdann ist der Vorsteven, bis auf den unteren nachher anzugebenden Theil, oder den Anlauf, fertig.

3 Um den Achtersteven zu zeichnen, nimmt man die Dimensionen desselben aus der Bestecktafel CV, S. 425, setzt zuerst am hintersten Perpendikel die Höhe des Heckbalkens über dem obern Rande der Kielsponning ab, und zieht eine Horizontallinie in dieser Höhe; parallel mit dieser und unter ihr zieht man eine andere an dem Rande oder der unteren Seite der Heckbalkenleiste (tuck-rail). Auf dieser setzt man einen Punkt für den Hinterrand der Achter-

stevensponning ab, wie die Besteckctafel sie giebt. Ebenso setzt man einen Punkt auf dem Oberrande des Kiels ab, und verbindet beide Punkte durch eine gerade Linie. Diese bezeichnet dann den Hinterrand der Vorstevensponning. Eine Parallellinie mit dieser und zwar von ihr, der Dicke der Hautplanken angemessen, giebt den Vorderrand der Achterstevensponning; wo dieser Vorderrand die obige Horizontallinie schneidet, ist die Achterseite des Heckbalkens. Hat man auf der Horizontallinie und auf dem Kiel von dem Hinterrande der Sponning die in der Besteckctafel angegebene Entfernung der Hinterseite des Achterstevens abgesetzt, und die beiden Punkte durch eine gerade Linie verbunden: so giebt diese Linie die Hinterseite des Achterstevens.

4 Darauf setzt man die in der Besteckctafel CIV, S. 422 enthaltenen Entfernungen für die Richtspanten ab; das Hauptspant ist mit ⊕, die vorderen sind mit D, H u. s. w., die hinteren mit 4, 8, 12 u. s. w. bezeichnet; in den entsprechenden Punkten errichtet man Perpendikel, und bezeichnet sie mit denselben Zeichen; sie gehen durch die Mitte der Richtspanten. Hierbei ist zu bemerken, daß die Entfernung des Hauptspants ⊕ vom vordersten Perpendikel in der Besteckctafel 42 Fuß 8 Zoll, in der Zeichnung, Tafel XXXVII, 40 Fuß 8 Zoll ist.

5 Hierauf setzt man die verschiedenen Höhen ab, und zwar sämmtlich von der Horizontallinie, welche den Oberrand der Kielsponning darstellt; zuerst die Höhe des untern Decks auf den drei Hauptperpendikeln, d. h. auf dem vordersten, hintersten, und demjenigen, welches das Hauptspant darstellt. Zieht man durch diese drei Punkte eine Kurve, so bezeichnet sie den Oberrand des untern Decks.

In gleicher Weise zieht man die Kurve für das obere Deck. Bei beiden Decken nimmt man alsdann ihre in der Besteckctafel gegebene Dicke, und zieht zu den beiden Kurven Parallellinien, alsdann sind die Decke in der Mitte fertig.

6 Darauf setzt man die Höhe der untern Gilling an der Mittellinie ab, und zieht mit Bleifeder eine Horizontallinie; auf dieser setzt man die Entfernung ab, um welche die Ausbugt der untern Gilling hinter dem hintersten Perpendikel absteht; sie ist in der Besteckctafel enthalten; von dem Punkte dieser Entfernung bis dahin, wo der Vorderrand der Achterstevensponning die Linie für den Oberrand des Heckbalkens durchschneidet, zieht man eine Kurve; diese stellt die Einbugt oder Wölbung der untern Gilling an der Mittellinie dar.

Darauf setzt man die Höhe der oberen Gilling an der Mittellinie ab, und zieht eine Horizontallinie. Auf dieser setzt man die Entfernung ab, um welche die Ausbugt der oberen Gilling hinter dem hintersten Perpendikel absteht. Von dem Punkte dieser Entfernung zieht man eine Kurve zum äußersten Oberrande der untern Gilling; diese Kurve stellt dann die Einbugt oder Wölbung der oberen Gilling dar.

7 Man setzt darauf die Höhe des obersten Heckbords nach der Besteckctafel ab, und zieht daselbst eine Horizontallinie. Auf dieser setzt man die Entfer-

nung ab, um welche der oberste Theil der mittelsten Heckstütze hinter dem hintersten Perpendikel absteht. Von dem Punkte dieser Entfernung zieht man eine gerade Linie nach dem Oberrande der oberen Gilling; alsdann stellt diese Linie die mittelste Heckstütze dar.

Weil das Heck eine doppelte Bugt, nämlich eine Auf- und eine Ausbugt hat, so muß die Heckseitenstütze von der mittelsten abweichen. Man nimmt aus der Bestecktafel um wieviel die obere Gilling Aufbugt hat, setzt diese Entfernung unterhalb ihres Ausbugtrandes ab, und zieht dort eine Horizontallinie; darauf nimmt man die Größe der Ausbugt, und setzt diese auf der eben gezogenen Horizontallinie, und zwar nach vorne hin, ab; alsdann hat man den äußersten Seitenrand der oberen Gilling an der Seite.

Ebenso bestimmt man den Seitenrand der unteren Gilling, und zieht eine Kurve, ähnlich der vorigen an der Mittellinie; diese stellt die obere Gilling an der Seite dar.

Um die untere Gilling an der Seite zu zeichnen, nimmt man die Aufbugt dieser Gilling aus der Bestecktafel, setzt dieselbe unterhalb der am Heckbalken gezogenen Horizontallinie ab, und zieht eine Parallele mit dieser. Man nimmt darauf die Ausbugt des Heckbalkens, und setzt sie nach vorne zu auf der ersten Horizontallinie ab, und zwar von der hinteren Seite des Heckbalkens aus gemessen; von dieser Entfernung aus fällt man einen Perpendikel auf die untere Horizontallinie, der Durchschnittspunkt giebt den äußersten Seitenrand des Heckbalkens. Zieht man nun eine Kurve, ähnlich der für die Wölbung der untern Gilling an der Mittellinie, so erhält man ihren Belauf an der Seite.

Um die Heckseitenstütze zu zeichnen, zieht man zuerst eine beliebige gerade Linie, auf welcher man die Breite des Hecks an der oberen Gilling abmißt; in der Mitte dieser Breite setzt man die Ausbugt der oberen Gilling ab; darauf zieht man eine Kurve oder einen Kreisbogen, welche durch den an der Mitte abgesetzten Punkt und durch die beiden Endpunkte der Breite geht; alsdann wird die Ausbugt des Hecks für jeden Theil seiner Breite oberhalb der oberen Gilling beschrieben sein; darauf nimmt man die Breite des Hecks an der Topsente aus der Bestecktafel, und setzt dieselbe auf jeder Seite der Mitte ab, wo sie die Ausbugt durchschneiden wird. Darauf zieht man eine Parallellinie mit der ersten; die Entfernung zwischen der letztgezogenen und der Kurve an der Mitte ist die Entfernung, welche die Heckseitenstütze von der mittleren Heckstütze auf einer Horizontallinie haben wird, die man in der Höhe der Topsente zieht.

8 Nachdem man auf diese Weise den Fall oder die nach hinten zugehende schräge Stellung der Heckstützen bestimmt hat, vollendet man die Zeichnung der Decke, indem man die Schanze oder das Quarterdeck und die Back durch Kurven darstellt, deren Höhen und Längen aus der Bestecktafel genommen werden. Ebenso zieht man auch die Kurve für das Deck der Hütte oder die Kampanje.

Das bisher von den Decken Gezeichnete hat nur ihre Höhe an der Mittel-

linie des Schiffs gegeben. Es müssen nun auch ihre Höhen an der Seite gezeichnet werden. Hiezu nimmt man die Aufbugt der Deckbalken aus der Bestecktafel, und setzt sie in der Mitte einer beliebig gezogenen Linie ab. Auf jeder Seite der Mitte dieser Linie setzt man die halbe Breite im Hauptspant ab, und zwar in der Höhe des betreffenden Decks. Darauf nimmt man die halbe Breite in der Höhe des Decks an irgend einem andern Spant in dem Spantenriß, und setzt sie ebenfalls von der Mitte der Aufbugt ab, bis sie die Kurve schneidet; von dem Schnittpunkt zieht man eine Parallellinie mit der zuerst gezogenen; der Abstand zwischen der zuletzt gezogenen Linie und der Aufbugt in der Mitte giebt die Aufbugt des Deckbalkens an dieser Stelle. Hat man auf solche Art für eine beliebige Anzahl von Spanten die Aufbugt der Decke gefunden, so setzt man dieselbe unterhalb der vorher gezogenen unteren Kurve des Decks an der Mittellinie auf den betreffenden Spantenperpendikeln im Seitenriß ab. Eine Kurve durch diese Punkte gezogen giebt die Decke an der Seite. Dabei hat man jedoch zu beachten, daß die Decke hinten einen gehörigen Spring oder eine gehörige Erhebung bekommen müssen, um mit der Aufbugt des Hecks über den Kajütenfenstern übereinzustimmen. Tafel XXXVII, Fig. 1 sind die betreffenden Kurven für die Mitte und die Seite mit Dkm und Dks, und ebenso für das Hüttendeck unterschieden; dasselbe ist auch auf Tafel XXXVIII, Fig. 1 geschehen. Die Seitenlinien der Decke werden nur einfach gezogen, und bezeichnen ihre Unterseite, oder den Oberrand der Deckbalken an der Seite.

Man kann jetzt die Topsente (top timber line) zeichnen. Ihre Höhen für die verschiedenen Spanten finden sich in der Bestecktafel CIV, wo sie Auflanger-Top-Linie genannt ist; hat man diese Höhen auf den einzelnen Spanten abgesetzt, und die Punkte durch eine Kurve verbunden, so ist diese die gesuchte Topsente. 9

Zunächst sind die Pforten zu zeichnen. Man zieht mit Bleifeder zwei Kurven vorne und hinten für die untern und oberen Ränder der Pforten, indem man ihre Höhen und Tiefen aus der Bestecktafel nimmt. Die Kurven müssen parallel mit der Seitenlinie des betreffenden Decks gehen; wobei man sich aber zu erinnern hat, daß die Deckseitenlinie nur die Unterseite des Decks bezeichnet, daß man also noch erst die Dicke der Deckplanken hinzu zu fügen hat, ehe man die Höhen der Unter- und Oberränder der Pforten abmißt. 10

Die Vorder- und Achterränder der Pforten werden alsdann zwischen den beiden Kurven senkrecht aufgestellt, indem man die aus der Bestecktafel angegebenen Entfernungen abmißt.

Bei der Seitenrißzeichnung eines Kriegsschiffs zeichnet man zuerst die Pforten des untern Decks.

Bei den Zeichnungen der Pforten auf Back und Schanze hat man natürlich auf die freien Räume zwischen den Püttingsjungfern zu sehen; indem man aber die Pforten in diese freien Räume zeichnet, muß man sie doch so viel als möglich in gleiche Entfernungen zu bringen suchen, oder wenigstens die Ungleichheit möglichst geringe machen.

11 Nachdem man das Hüttendeck oder die Kampanje gezeichnet hat, zieht man eine Kurve parallel mit der Topsente, welche das Hüttendeck an der Seite berührt und zwar an ihrem vorderen Theile, und bis nach hinten geht. Ueber dieser setzt man die Dicke des Schandeckels ab, und zieht eine Parallellinie mit der vorigen; alsdann hat man hinten die äußerste Höhe der Sente der Verzeunung (S. 2338); man verlängert diese Kurve bis zum Vorderrande der Hütte, und läßt sie dort mit einer Schneckenwindung auf dem Schandeckel endigen. Damit ist die Höhe der Seite längs dem Vordertheile der Schanze oder des Quarterdecks vollendet. Der Schandeckel selbst endigt sich auch mit einer Schneckenwindung gerade über dem großen Mast am Fallreep, und bildet den zerbrochenen Gang (vergl. S. 2360).

12 Man hat zunächst die Sente der Verzeunung vorne, oder die oberste Bordhöhe auf der Back zu zeichnen. Man folgt dabei dem Kurvengange der Topsente und der übrigen angegebenen Linien, und läßt die Back an ihrem Achterende mit einer gleichen Schneckenwindung endigen, wie die Schanze an ihrem Vorderende.

13 Man nimmt aus der Besteckrafel die Höhen des ersten oder großen Bergholzes vorne, in der Mitte, und hinten, und zieht durch die drei Punkte die Kurven, welche den obern und untern Rand des Bergholzes bezeichnen. Ist ein Kriegsschiff zu zeichnen, so ist das mittlere oder Rüsten-Bergholz zu bestimmen. Zuletzt kommt das kleine Bergholz. Bei den Kauffahrteischiffen ist natürlich diese Zeichnung einfacher. Endlich zieht man noch die Raaleiste. Diese Kurven liegen sämmtlich parallel.

14 Aus der Besteckrafel nimmt man hierauf die obere und untere größte Breite (vergl. S. 2336), in ihren verschiedenen Höhen, setzt sie auf den entsprechenden Spanten ab, und zieht zwei punktirte Kurven, welche die beiden größten Breiten rund um das ganze Schiff bezeichnen.

15 Darauf nimmt man aus der Besteckrafel die Höhe der Wassertracht vorne und hinten, welche bei diesem Kauffahrteischiff gleich ist, nämlich (Tafel CV, S. 423) gleich 14 Fuß 3 Zoll. Diese Höhe muß natürlich vom untersten Rande des losen Kiels, und nicht etwa von der Kielsponning, auf den beiden äußersten Perpendikeln abgesetzt werden; beide Punkte verbindet man durch eine mit grüner Farbe gezogene Horizontallinie, welche die Ladewasserlinie ist. Beim Hauptspant liegt sie nahe am unteren Rande des untern Bergholzes. Zwischen ihr und dem oberen Rande der Kielsponning zieht man noch, namentlich bei Kriegsschiffszeichnungen, wie Tafel XL, Fig. 1 zu sehen ist, vier oder noch mehr Wasserlinien, und zwar in gleichen Entfernungen von einander.

16 Zunächst setzt man die Mittelpunkte der Masten auf den verschiedenen Decken ab, indem man zugleich auf ihre etwaige Neigung Rücksicht nimmt. Dasselbe geschieht mit dem Bugspriet.

17 Hierauf kommen die Pöller auf dem Schandeckel der Back, und die Klüsholz-Pöller (knight-head), von denen im Seitenrisse natürlich immer nur einer, bei diesem Schiffe der an der Steuerbordsseite, zu sehen ist.

Es folgen die Rüsten; ihre Dimensionen findet man in der Besteckfafel, 18 und ebenso ihre Stellen; man legt ihren oberen Rand in eine Linie mit dem obern Rande des Raaholzes dicht unter dem Schandeckel. Darauf zeichnet man die Jungfern, und stellt sie so, daß die Püttingen nicht die Pforten verschließen. Die Püttingsklappen kommen bei Kriegsschiffen so zu liegen, daß der Püttingsbolzen auf den obern, der Klappbolzen auf den untern Rand des Rüstenbergholzes zu liegen kommt. Jede Pütting und jede Püttingsklappe hat eine eigenthümliche; bald perpendikuläre, bald schräge Stellung, je nach der Richtung des zu ihr gehörenden Wanttaues. Um diese Richtung zu finden, zieht man erst eine gerade Linie, als die Axe des Masts. Auf dieser setzt man seine Länge bis zum untern Theile seines Topps ab, wo nachher die Wanten befestigt werden. Von diesem Punkte zieht man eine gerade Linie durch den Mittelpunkt des Jungfernblocks; ihr unterer Theil giebt die Richtung, in welcher die Kettenglieder und die Klappe der Pütting zu liegen kommen.

Man muß hiebei zugleich darauf sehen, daß die Fockrüste zwar die gehörige Länge habe, um die zum Ankerlichten gehörigen Taue, wie die Rüstleine, Pentertalje u. s. w. aufzunehmen, doch aber so, daß der Bord zum Aufstauen der Ankerspitze und die Ankerfütterung Raum findet. Man mißt daher die Länge des Ankers bis zur Spitze, und giebt noch etwas für den Kattblock zu. Darauf setzt man diese Länge von dem Krahnbalken nach hinten zu ab; und die Kurve, welche die Ankerspitze annahmsweise beschreibt, giebt die Mitte der Ankerfütterung. Der hintere Theil kann perpendikulär sein, der vordere folgt der Kurve, welche der Anker beschreibt. Der Ankerbord kann alsdann aufwärts von dem Oberrande der Rüste bis zum Bord über dem Schandeckel aufgeführt werden. Die Ankerfütterung beginnt bei dem oberen Rande des Ankerkissens, welches bei Linienschiffen auf gleicher Höhe mit dem oberen Rande des Rüstenbergholzes liegt, und an der vordern Seite lang genug ist, daß ein Mann darauf stehen kann. Im Englischen heißt das Ankerkissen bolster, die Ankerfütterung anchor-lining, und der Ankerbord billboard.

Sollen noch feste Wreifhölzer an die Schiffsseite kommen, was in 19 neuerer Zeit selten der Fall ist, so legt man sie der großen Lucke gegenüber, zu welcher die schweren Lasten hinauf geheißt zu werden pflegen. Ihr Abstand von einander richtet sich nach dem Zwischenraume, den die oberen und unteren Kanonenpforten darbieten. Ihre Länge reicht vom Schandeckel bis zum obern Rande des großen Bergholzes. Die große Halsklampe, Tafel XXXVII, Fig. 1, HK, liegt nahe am Hinterrande der Fockrüste, um die halbe Länge der großen Raa vor der Mitte des Masts, damit die Halsen des großen Segels gehörig zugezogen werden können. Bei Linienschiffen reicht die Klampe vom Schandeckel bis zum Oberrande des Rüstenbergholzes; bei Kauffahrteischiffen vom Schandeckel bis zum obern Deck.

Bei Kriegsschiffen kommen noch in der Gegend des Fallreeps die festen Stufen an die Seite; sie stehen um sechs Zoll auseinander, sind drei Fuß lang und fünf Zoll breit; sie reichen vom Schandeckel bis zum Unterrande des großen Bergholzes.

20 Zur Zeichnung des **Galions** zieht man zuerst eine Horizontallinie in der Höhe der Untertrempel oder des untern Randes der Pforten des obersten Decks; auf dieser setzt man vom Vorderrande des Vorstevens nach hinten zu die in der Besteckstafel gegebene Länge des **Jagerdecks** ab (vergl. S. 2389); darauf errichtet man ein Perpendikel, welches das Vorderende des Jagerdecks, und zugleich das Vorderende der Back darstellt. Man läßt in neuern Zeiten diese Jagerdecke fort, und führt den runden Bug des Schiffs bis zum Schandeckel der Back.

Darauf setzt man die Länge des Galjons vom Vorderrande des Vorstevens ab, und zieht da ein Perpendikel, wo sich die äußersten Grenzen des Galjonbildes finden. Innerhalb dieses Perpendikels kann man noch eines oder mehrere andere ziehen, welche die einzelnen Theile absondern.

Darauf zeichnet man zuerst **die Sloiknie** nach ihren Höhen und Dimensionen, indem man sie von dem Spring der Berghölzer in gefälligen Kurven aufsteigen läßt. Der untere Rand des untern Sloiknies geht allmälig in das Perpendikel am Vorderende des Bildes über; der untere Rand des obern Sloiknies geht sanft in das Perpendikel am Hinterende des Randes über; dieser Rand bildet die Vorderseite desjenigen Galjontheils, den die Engländer hair-bracket nennen. Man zieht darauf die obern Ränder der Sloiknie, indem man die letztern in gehöriger Weise sich nach oben zu verjüngen oder dünner werden läßt. Das obere Sloiknie wird da, wo die Schulter der Figur hinkommt, mit einer Schneckenwindung beendigt.

Will man den Block, den nachher der Bildhauer zum Bilde ausarbeitet, der Höhe nach bestimmen, so muß man darauf achten, daß der Kopf des Bildes zwischen vier und sechs Zoll von der Unterseite des Bugspriets entfernt bleibt. Man zieht darauf die oberste oder Hauptreiling. Ihren mittleren Theil hält man so horizontal wie möglich, und läßt ihre beiden Enden aufsteigen.

Um die Verjüngung der Reilings wie der Sloiknie möglichst regelmäßig zu erhalten, beobachtet man folgendes Verfahren: man theilt das zu verjüngende Stück vom hintersten bis zum vordersten Ende in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, z. B. jeden von zwei Fuß, und numerirt dieselben; darauf zieht man eine beliebige gerade Linie, und setzt auf ihr dieselbe Zahl von gleichen Theilen ab. Alsdann setzt man am Vorder- und Achterende des Stücks die Dicke oder Tiefe nach der Besteckstafel ab, und zieht durch diese Punkte eine andere gerade Linie, welche gegen die schon gezogene eine schräge Stellung hat; die Entfernung zwischen den beiden Linien giebt für jede Abtheilung die entsprechende Verjüngung. Darauf nimmt man bei jeder Abtheilung ihre Verjüngung, und setzt sie bei den entsprechenden Abtheilungen der schon gezogenen Kurve nach oben zu ab.

Das Achterende der Hauptreiling muß hoch genug hinaufgehen, um sich mit dem Pöller dicht vor dem Krahnbalken verbolzen zu lassen.

Die Galjonsstützen werden zunächst gezogen; ihre Projektion erscheint auf dem Seitenrisse geradlinig, weil die Aufbugt nicht zu sehen ist; die hinterste

oder Stevenstütze steht so, daß ihr Hinterrand mit dem Vorderrande des Stevens in einer Ebene liegt; sie wird ganz perpendikulär gezeichnet; die Vorderseite der vordersten Stütze steht über der Ferse des Bildes. Wenn dieser Stütze an ihrem obern Ende ein wenig Neigung nach vorne gegeben wird, so erhält das ganze Galjon dadurch einen Anblick von Leichtigkeit. Von der Länge des Bildes kann ein Perpendikel von dem untern Theil des untern Sloiknies nach der untern Seite des obern Sloiknies gezogen werden; dieses begrenzt dann das vorderste Ende des untern Sloikniees, und untere Ende des hair-bracket's. Man kann darauf die Dicke der beiden genannten Stützen zeichnen; die eine oder die mehreren mittleren Stützen werden in gleichen Entfernungen dazwischen gestellt. Bei großen Schiffen kommt auch noch eine Stütze hinter den Vorsteven, das untere Ende derselben kommt auf den oberen Rand der untern Reiling zu stehen.

Darauf zeichnet man die eine oder die mehreren Reilings zwischen der Hauptreiling und dem obern Sloiknie, indem man diesen Zwischenraum in gleiche Entfernungen theilt, die man auf jeder Galjonsstütze absetzt; die Kurven durch diese Abtheilungspunkte geben den Belauf der Reilings; die unterste endigt hinten, sobald sie die Seite des Schiffs berührt.

Der Krahnbalken kommt zunächst; man läßt ihn von der Hinterseite des Topps der Hauptreiling ungefähr um vier Zoll für jeden Fuß außerhalb Bords sich von der mit der Längenaxe des Schiffs parallelen Linie abbiegen, so daß er senkrecht auf die Tangente zu stehen kommt, die in dieser Gegend an die Biegung des Bugs gezogen wird; man läßt den Krahnbalken auch etwas aufwärts steigen, nämlich fünf und einen halben Zoll für jeden Fuß Länge. Die untere Seite kommt auf die Planken des Backdecks. Der Drücker unter dem Krahnbalken muß eine gefällige Biegung haben, und mit dem hintern Ende der mittleren, oder bei Kauffahrteischiffen der untern Reiling zusammentreffen. Die Klüsgatten kommen bei großen Schiffen zwischen die Sloikniee, ihre Stellen müssen aber erst auf dem wasserpassen oder Sentenrisse bestimmt werden. 21

Das Galjonsschegg beginnt man oben an der Brust des Bildes und zieht eine gefällige Schlangenlinie bis etwa sechs Fuß unter der Ladewasserlinie, wo die Linie dem Vorsteven am nächsten kommt, oder das Schegg seine schmälste Stelle hat. Von da an läßt man die Schlangenlinie je weiter nach unten um desto mehr sich vom Vorsteven entfernen, und erhält so den Scheggfuß (the gripe), welcher durch seine Breite das Abtreiben des Schiffs vermindert. Das unterste Ende des Scheggrandes trifft mit dem Unterrande des falschen Kiels in einer sanften Biegung zusammen. Der hintere Theil des Scheggs wird durch den Anlauf des Kiels zum Vorsteven beendigt.

Um diesen Anlauf zum Vorsteven zu zeichnen, welcher bei der eben angeführten Art des Scheggs von den Engländern forefoot, im Deutschen Kinnback des Kiels genannt wird, setzt man zuerst von der, den Oberrand der Kielsponning darstellenden Horizontallinie die Höhe oder Tiefe des Kiels nach der Besteckstafel ab, und zieht parallel mit der vorigen eine zweite Horizontal- 22

linie, welche den Unterrand des Kiels darstellt. An der Stelle, wo der Bogen für die Innenseite des Vorstevens sich über die Sponningslinie so hoch wie der Kiel tief ist, erhebt, errichtet man auf der Linie des untern Kielrandes ein Perpendikel nach der Vorderseite des Stevens; dort verbindet man dieses Perpendikel durch eine gerade Linie mit dem Hinterrande des Vorstevens, und hat auf solche Art das vorderste Ende des Kiels. Die Scherbe oder Lasching des unteren Steventheils setzt man ihrer Länge nach von dem Vorderrande des Kiels rückwärts ab, und läßt an der Stelle ein Perpendikel bis auf die Hälfte der Kieldicke fallen. Von dort zieht man eine Horizontallinie, parallel mit dem untern Kielrande, aber nur bis auf ein Drittel der Entfernung nach dem vordersten Kielende; bei diesem Drittel trifft die Horizontallinie mit der Vorderseite des Stevens zusammen, und der Anlauf ist vollendet.

Von dem Unterrande des Kiels muß man vorne und hinten die Dicke des falschen Kiels absetzen, und eine Horizontallinie ziehen: diese stellt den Unterrand des falschen Kiels dar; sein Vorderende kann um drei Zoll über das Vorderende des Hauptkiels hervorragen.

23 Von den Windveeringsstützen (S. 2348) oder Heckseitenstützen setzt man die Länge der Gallerien ab. Um indessen das Heck und die dazu gehörigen Stücke, welche für das Achterschiff so wichtig sind, in einer deutlichen Zeichnung darzustellen, hat man folgende Reihenfolge zu beachten. Man zieht vier Horizontallinien: an der oberen Seite des Heckbalkens; an dem oberen Rande der untern oder großen Gilling; an dem oberen Rande der kleinen oder obern Gilling; und endlich in der Höhe der Topsente, wenn man dieselbe auf dem Seitenrisse da aufsucht, wo sie die Windveeringsstütze trifft. Von der Mittellinie setzt man nach beiden Seiten die halbe Breite des Hecks auf den verschiedenen Höhen ab; ebenso die Dicke der entsprechenden Stücke, und zieht auf diese Art die Innenseite des Spiegelspants oder der Windveeringsstützen, und die übrigen Heckstützen.

Man nimmt die Höhen aus dem Seitenrisse; zuerst von der obern Seite des Heckbalkens bis zu den Oberrändern der untern und obern Gilling an der mittleren Heckstütze. Diese Höhen setzt man in dem Heck- oder Spiegel-Plan, Tafel XXXVII, Fig. 4, von der entsprechenden Horizontallinie aus auf der Mittellinie ab. Darauf zieht man Kurven, welche die Höhen an der Mittellinie und an den halben Breitenpunkten des Hecks treffen. Diese Kurven werden dann die Gillingsbiegungen aller Heckkniee oder Gillingskniee darstellen.

Um den Plan des Hecks, oder nach gewöhnlicher Benennung des Spiegels, welcher dasselbe, wie die genannte Figur 4, in perpendikulärer Zeichnung darstellt, zu vollenden, bedarf es keiner besondern Regeln; eine einfache Ueberlegung wird es immer leicht ergeben, wo Horizontallinien zu ziehen, Perpendikel auf ihnen zu errichten, und die besondern Höhen abzumessen sind. Kurven durch die Höhenpunkte gezogen, geben die entsprechenden Aufbugten der Gillingsleisten u. s. w. Die über Fig. 4 mit HzRG bezeichnete Kurve stellt die horizontale Ausbugt des Hecks an der oberen Gilling dar.

Bei der Zeichnung der Gillingsleisten muß man diese zu beiden Seiten der

Mittellinie so weit verlängern, daß sie Raum für die Zeichnung der Seitengallerien darbieten.

Die Decke welche sich im Heck endigen, wie das Quarterdeck und die Kampanje, haben eben sowohl eine Ausbugt als eine Aufbugt. Einige Sorgfalt verlangen die Fenster und Fensterpfosten des Hecks; namentlich hat man darauf zu sehen, daß die letzteren eine desto größere Seitenneigung bekommen, je weiter sie sich von der Mittellinie entfernen. Um diese Neigung zu finden, thut man am besten, die Mittellinie des Spiegelplans nach oben hin beliebig zu verlängern; ebenso auch die Seitenlinien der Windveeringsstützen so weit nach oben hin fortzuführen, bis sie jene Mittellinie schneiden, der Schnittpunkt kann der Mittelpunkt des Hecks genannt werden; befestigt man nämlich eine Leine oder ein Lineal an diesem Punkte, und zieht nach den Punkten der betreffenden Kurven, wo die Fensterpfosten hinkommen sollen, die verschiedenen Radien: so giebt ihre Lage die Neigung der Fensterpfosten an.

Um eine wohl proportionirte Höhe oder Tiefe der Fenster zu erhalten, nimmt man ihre untere Weite im Lichten, und errichtet dieselbe als Perpendikel auf dem unteren Rande; darauf zieht man die Hypotenuse zu den beiden Weitenlinien als Katheten; diese Hypotenuse setzt man auf der Seite des Fensters ab, und hat die Höhe desselben. Sollen die Fenster Schiebfenster sein, so müssen die Schiebrinnen an der Innenseite der beiden Seitenpfosten dennoch ein Parallelogramm machen, damit auch die breitere Unterhälfte des Fensters hinaufgehen kann; es müssen also jene Rinnen je weiter nach oben, desto tiefer gemacht werden.

24 Um die hinteren Galleriestützen oder Quarterpieces (S. 2348) zu zeichnen, setzt man an der Außenseite der Windveeringsstützen die untere Breite der Kajütsfenster ab, und bildet den Seitenrand des falschen Lichts (mock light), d. h. des hintersten Fensters der Seitengallerie. Von diesem Seitenrande die halbe Breite der übrigen Fensterpfosten (munnions) abgesetzt, giebt den innern Rand der Galleriestützen, Tafel XXXVII, Fig. 4 mit S bezeichnet. Setzt man nach Außen hin die Breite dieser Stützen an ihrem Fußende ab, so erhält man die äußersten Enden der oberen Gillingsleiste im Spiegelplan. An diese äußern Enden fügt man noch die Hohlkehlen und andern Verzierungsleisten. Innerhalb der letzteren setzt man die Dicke der Plankenbedeckung für die Galleriestützen ab, wodurch man dann den Biegungsrand dieser Stützen an der Außenseite der Seitengallerie erhält. Eine gerade Linie von dem Biegungsrande unter der obern Gillingsleiste nach der Außenseite der Planken am Heckbalken gezogen giebt den Biegungsrand an der Außenseite der Seitengallerie an der untern Gillingsleiste.

25 Nachdem man die obere und untere Gillingsleiste in dem perpendikulären Spiegelplane dargestellt hat, trägt man sie auf den Seitenriß über, und zieht außerdem die verschiedenen Leisten für die Seitengallerie, die Fenster-, Stuhl- und Schwanzleiste (vergl. S. 2349). Die Dimensionen der Leisten und Galleriefenster finden sich in der Besteckstafel CV, Bd. II, S. 456. Nachdem man die Breite der hinteren Galleriestütze, und auch den Hinterrand der

mittleren Heckstütze auf dem Seitenrisse dargestellt hat, zeichnet man, wenn es ein Linienschiff sein soll, die Heckgallerie oder den Balkon.

26 Für die Kappe und den Drücker der Seitengallerie sind noch einige Angaben nöthig. Der Drücker wird unterhalb der untern Stuhlleiste mit einer leichten und gefälligen Schlangenlinie gebildet, die noch von der Schwanzleiste durchschnitten wird. Die Kappe wird etwas kürzer als die obere Stuhlleiste, indem man ihren vorderen Rand mit einer gefälligen Schlangenlinie bildet, welche von der oberen Stuhlleiste nach der untern Kappenleiste geht.

27 Um das Ruder zu zeichnen (vergl. S. 2374—2376) setzt man zuerst seine Breite am unteren Ende von der Achterseite des Achterstevens nach hinten zu ab, wodurch man den unteren Anfangspunkt seines hinteren Randes erhält. Darauf nimmt man die Höhe und Breite der Rudergilling (bei Linienschiffen der unteren), und verbindet diesen Punkt mit dem unteren Breitenpunkte, so hat man den Achterrand des Ruders unterhalb der Gilling. Darauf nimmt man die Dicke des Ruders oberhalb der Gilling aus der Bestecktafel und zieht den hinteren Rand des Ruderpfostens, indem man ihn durch eine Niederbugt mit dem Gillingsrande verbindet. Von den Haaken und Fingerlingen bestimmt man zuerst den obersten Fingerling, dessen (eisernes oder kupfernes) Band rund um ein Stechknie geht, und zwar in der Höhe der Hennegatswrange, wenn es ein Linienschiff ist; bei Kauffahrteischiffen etwas niedriger, unterhalb des Heckbalkens in der Gegend der Füllungswrangen. Den untersten Fingerling legt man ungefähr einen Fuß über dem Oberrande des Kiels. Die übrigen vertheilt man in gleichen Zwischenräumen zwischen dem obersten und untersten. Bei Linienschiffen wird der zweitoberste dicht unter dem ersten oder untersten Kanonendeck gelegt, und zwischen diesem und dem untersten werden die übrigen eingeordnet. Die Dimensionen der Haaken, Fingerlinge und Bänder oder Hängen finden sich in der Bestecktafel CV, S. 457. Die Bänder erscheinen in dem Seitenrisse alle in ihrer natürlichen Länge.

§. 347. Zeichnung des Spanten- und Sentenrisses eines Schiffs.

Erstes Beispiel: Kauffahrteischiff.

1 Der Spanten- und der Senten- oder wasserpasse Riß sind beide zur Vervollständigung des Seitenrisses erforderlich. Der Sentenriß muß zuerst gezeichnet werden. Man legt ihn, wie Tafel XXXVII, XXXVIII und XL zu sehen, unter den Seitenriß, und zieht zuerst eine gerade Linie parallel mit der Kielsponningslinie des Seitenrisses, und in gehöriger Entfernung von derselben, um die größte halbe Breite darüber setzen zu können, ohne den Kiel und den Maaßstab zu berühren.

Auf dieser Grundlinie, welche die Mittellinie der Breite des Schiffs darstellt, errichtet man alle die Perpendikel, welche die Fugen der Spanten im Sentenrisse bis dahin verlängert darstellen, so daß diese Stellen beider Risse

übereinstimmen. Zuweilen verlängert man auch die beiden äußersten Perpendikel des Seitenrisses bis auf diese Grundlinie des Sentenrisses.

Man sucht sodann in dem Seitenrisse die Stelle auf, wo die Höhen des 2 größten Weits, oder der obern und untern größten Breite, den hinteren Rand der Vorstevenspunning erreichen, und zieht von da ein Perpendikel auf die Grund- oder Mittellinie des Sentenrisses; ebenso ein Perpendikel von dem Vorderrande des Vorstevens. Darauf setzt man die halbe Dicke des Vorstevens, an seiner Schlichtung, oder nach der Breite des Schiffs gemessen, auf den beiden gezogenen Perpendikeln von der Mittellinie aus ab, und verbindet die beiden Punkte durch eine Horizontallinie; so hat man die halbe Breite des Vorstevens auf dem Sentenrisse. Man nimmt darauf die Dicke der Hautplanken, und beschreibt damit die Sponning auf dem Sentenrisse, welche sich, Tafel XXXVII, Fig. 3, als ein kleiner Winkel darstellt.

Man zieht ferner ein Perpendikel auf die Mittellinie des Sentenrisses, 3 und zwar von da, wo die Höhe der größten Breite im Seitenriß das Randsomholz trifft. Von diesem Perpendikel wird ein Theil nachher die halbe größte Breite der Gilling darstellen. Zieht man von dem Schnittpunkte dieses Perpendikels und der Mittellinie eine Kurve nach dem Belaufe der Ausbugt des Hecks, so wird dieselbe die halbe größte Breite der Gilling darstellen, in der genannten Figur 3 die Kurve i.

Man nimmt die halbe größte Breite des Hautspants ⊕ aus der Besteck- 4 tafel CIV, nämlich 13 Fuß 6 Zoll, und setzt sie in dem Sentenrisse von der Mittellinie aus auf dem entsprechenden Perpendikel ab. Dasselbe thut man mit den halben größten Breiten der übrigen Spanten im Vor- und Achterschiffe, wie sie Tafel CIV angegeben sind. Darauf zieht man von dem Endpunkte der größten halben Breite der Gilling durch alle bezeichneten Punkte der Spantenbreiten bis zum Hinterrande der Vorstevenspunning eine Kurve, welche die halbe größte Breitenlinie sein wird; sie ist Tafel XXXVII, Fig. 3 mit SdW bezeichnet, und stellt die Projektion der größten halben Breite auf einer Horizontalebene dar, und darf also nicht mit einer Wasserlinie verwechselt werden.

Man nimmt darauf aus der Bestecktafel CIV die halbe Breite der Topsente (top timber-line), setzt sie auf den verschiedenen Spanten ab, und zeichnet die Kurve wie vorher.

Bei Kriegsschiffen nimmt man alsdann die halbe Breite der Flursente, oder der Kurve am Top der Lieger (vergl. Bestecktafel CX und CXI); bei Kauffahrteischiffen, namentlich bei kleinern, ist diese Breite nicht nöthig.

Nachdem der Sentenriß so weit gezeichnet worden, muß man zum Span- 5 tenriß übergehn. Man zieht eine Horizontallinie am Achterende des Seitenrisses, und zwar als eine Fortsetzung der Kielsponningslinie; wenn nämlich Raum genug auf dem Papier dazu vorhanden ist. Diese Stellung des Spantenrisses ist indessen nicht so wesentlich, als wie die Stellung des Sentenrisses unter dem Seitenrisse; daher sind auch die Spantenrisse auf Tafel XXXVII und XL ganz abgesondert von den Seitenrissen dargestellt. Hat man indessen Raum

dazu, so ist die Stellung dicht hinter dem Seitenrisse in vielen Beziehungen sehr vortheilhaft. Angenommen diese letztere Stellung sei möglich, so errichtet man auf der Kielsponningslinie ein Perpendikel, und zwar an dem Ende, welches dem Seitenrisse zunächst liegt; doch so, daß es von dem Heck des letzteren frei bleibt. Von diesem Perpendikel aus setzt man die größte halbe Breite des Hauptspants ab, und errichtet daselbst ein zweites Perpendikel; dieselbe größte halbe Breite mißt man von dem zweiten Perpendikel aus ab, und errichtet das dritte Perpendikel. Diese drei senkrechten Linien haben besondere Namen. Tafel XXXVII, Fig. 2 heißt die rechts liegende oder zuerst gezogene und mit SL bezeichnete die Seitenlinie des Vorderschiffs; das zweite Perpendikel, von K bis zum Schnittpunkte der beiden Bogen, heißt die Mittellinie; und das dritte Perpendikel, auch mit SL bezeichnet, die Seitenlinie des Achterschiffs; die über die Kielsponning gezogene Horizontallinie heißt die Grundlinie oder Basis des Spantenrisses. Mit Hülfe dieser vier Linien, von denen alle Höhen und Breiten abgesetzt werden müssen, läßt sich der ganze Spantenriß zeichnen.

6 Darauf setzt man auf der Mittellinie von der Grundlinie aus die Höhen der Diagonalen ab, welche in der Bestecktafel CIV, Bd. II, S. 422 in der mittleren Abtheilung angegeben sind; ebenso setzt man die Abstände der Diagonalen von der Mittellinie auf der Basis ab; und zieht alsdann die Diagonalen selbst, von ihren Höhenpunkten auf der Mittellinie nach ihren Distanzpunkten auf der Seitenlinie und der Basis.

7 Nächstdem nimmt man die Höhe der untern größten Breite von dem Seitenrisse, zuerst im Achterschiffe, hinten und in der Mitte, setzt sie auf der Mittellinie und auf der Seitenlinie des Achterschiffes ab, und verbindet die beiden Punkte durch eine gerade Linie von der Mittel- nach der Seitenlinie.

Darauf nimmt man die Höhe der obern größten Breite im Achterschiffe hinten und in der Mitte, setzt sie gleichfalls auf Mittel- und Seitenlinie ab, und verbindet die beiden Punkte durch eine gerade Linie. Hiebei versteht es sich von selbst, daß die auf dem Seitenrisse in der Mitte oder am Hauptspant befindliche Höhe auf die Seitenlinie des Spantenrisses kommt; und die auf dem Seitenrisse am Achtersteven befindliche auf die Mittellinie des Spantenrisses.

8 Hat man ein Kriegsschiff, oder ein großes scharf gebautes Kauffahrteischiff zu zeichnen, so muß man jetzt die Höhen der Flursente, rising line, oder Bauchstück-Toplinie aus der Bestecktafel (vrgl. Taf. CX, Bd. II, S. 467) nehmen, und sie zuerst auf dem Seitenrisse über dem obern Rande der Kielsponning auf den entsprechenden Spanten absetzen, und durch die gefundenen Punkte eine Kurve ziehen, welche die Flursente auf dem Seitenrisse darstellt.

Hierauf nimmt man aus der Bestecktafel die Flursentenhöhe am Hauptspant, setzt sie auf dem Spantenrisse ab, und zieht eine Horizontallinie. Darauf nimmt man alle die Flursentenhöhen von dem Seitenrisse, setzt sie in dem Spantenrisse über der Horizontallinie ab, welche die Flursentenhöhe im Haupt-

spant bezeichnet, und zieht durch alle diese Höhenpunkte ebenfalls Horizontallinien.

Ferner nimmt man aus dem Senten- oder wasserpassen Risse die halben Breiten der Flursente, und setzt sie in dem Spantenrisse von der Mittellinie aus auf ihren entsprechenden Höhen ab; dies giebt die Mittelpunkte der Flurbogen oder Flurbugten für die entsprechenden Spanten.

Man nimmt hierauf aus dem Sentenrisse die halbe größte Breitenlinie, und setzt sie in dem Spantenrisse von der Mittellinie aus ab, und zwar auf den entsprechenden schon gezogenen Linien, welche die Höhen der unteren größten Breite darstellen. Von da, wo diese Linien jetzt getroffen werden, setzt man die Längen ihrer entsprechenden unteren Breiten-Bugten ab. 9

Aus der Bestecktafel CIV nimmt man hierauf die Entfernung eines jeden Spants von der Mittellinie auf den Diagonalen, und setzt sie von der Mittellinie auf ihren zugehörigen Diagonalen im Spantenrisse ab. Nachdem die Flur- und die unteren Breitenbugten gezeichnet, und auch jene Abstandspunkte bestimmt worden, kann jetzt der Belauf der Spanten unterhalb der untern größten Breite folgendermaaßen gebildet werden. 10

Zuerst zeichnet man das Hauptspant, indem man die eine Zirkelspitze in den Punkt setzt, welcher für die Länge der untern Breitenbugt gefunden ist, und die andere Zirkelspitze in den Punkt, welcher die Breite in der Seitenlinie begrenzt; mit dieser Zirkelspannung beschreibt man einen Bogen abwärts: dieser wird durch die Punkte gehen, welche auf den obern Diagonallinien abgesetzt sind, indem man ihn so weit hinabgehen läßt, als man für passend hält. Darauf setzt man die eine Zirkelspitze in den Mittelpunkt der Flurbugt, und die andere Zirkelspitze in den Punkt, welcher auf der dem Liegertop zunächst stehenden Diagonale abgesetzt ist, und beschreibt mit dieser Spannung einen Bogen, welcher so viele Punkte auf den Diagonalen durchschneiden kann, als man will; alsdann zieht man eine Kurve, welche von dem Rücken der untern Spanten- oder Breitenbugt (vergl. S. 2336) durch die Punkte auf den Diagonalen bis zum Rücken der Flur- oder Liegerbugt geht; man läßt alsdann eine andre Kurve durch die Punkte auf den untern Diagonalen so gehen, daß sie den oberen Rand der Kielsponning schneidet. Das Hauptspant unter der unteren Breite ist auf diese Art fertig. In gleicher Weise lassen sich die übrigen Spanten unterhalb der unteren Breite bilden.

Um die Spanten oberhalb der unteren Breite zu bilden, setzt man zuerst aus dem Seitenrisse die Höhen der oberen Breite ab; zu diesen Punkten zieht man Perpendikel, und mißt von da an die Länge der oberen Breiten- oder Spantenbugt ab. Darauf setzt man eine Zirkelspitze in die Endpunkte der oberen Spantenbugt, die andere Spitze in den Endpunkt des Perpendikels, welches die beiden Breitenpunkte verbindet, und zieht einen Zirkelbogen aufwärts; darauf nimmt man aus dem Seitenrisse die Höhen der Topsente, und setzt sie in dem Spantenrisse ab; man zieht Horizontallinien durch diese Linien und setzt auf ihnen die halben Breiten der Topsente oder Auflanger-Toplinie aus der Bestecktafel CIV für die entsprechenden Spanten ab.

Zieht man darauf Kurven von dem Rücken der oberen Breiten- oder Spantenbugt, so daß sie durch die halben Breiten der Topsente geht, so ist das Spant von der Kielsponning bis zum Top der Auflanger fertig. Man nimmt jetzt noch aus der Bestecktafel die Höhen der Sente der Verzeunung (topside line) oder der Bordlinie, und bildet den obersten Theil der Spanten.

Um den untersten Theil derselben zu zeichnen, setzt man zuerst in dem Spantenriß von jeder Seite der Mittellinie die halbe Schlichtung oder halbe nicht gemallte (d. h. bei dem Kiele die horizontale) Breite ab, und ebenso seine Tiefe unter dem obern Rande der Kielsponning. Hierauf mißt man noch die Dicke der Bodenplanken vom oberen Sponningsrande ab.

Die eine Zirkelspitze setzt man in den Punkt, in welchem die Linie für die Breite des Kiels die Grundlinie schneidet, und beschreibt mit der andern Zirkelspitze einen Zirkelbogen, welcher die Kiellinie und die Grundlinie schneidet. Hierauf setzt man eine Zirkelspitze in den Punkt, wo der eben beschriebene Bogen die Seitenlinie des Kiels durchschneidet, und mit der andern Spitze beschreibt man einen Bogen, von da wo der Kiel die Grundlinie durchschneidet, bis zum vorher gezogenen Bogen. Von dem Schnittpunkte beider Bogen zieht man eine gerade Linie bis zum Schnittpunkte des Kiels und der Grundlinie; und noch eine andere Linie bis zum Schnittpunkte des untern Bogens mit der Seitenlinie des Kiels, wodurch die Kielsponning im Hauptspante beschrieben ist. Da wo der obere Kielsponningsrand die Grundlinie durchschneidet, endigen sich alle diejenigen Spanten, deren Lieger oder Bauchstücke unmittelbar auf dem Kiel selbst liegen, und kein todtes Holz oder Kielklötze unter sich, oder keine Erhebung haben. Wenn aber die Spanten sich zu erheben beginnen, so endigen sich ihre unteren Theile in dem Mittelpunkte der Sponning, d. h. in dem Schnittpunkte der beiden Bogen.

Solche Spanten, welche dem Achterende des Kiels nahe kommen, müssen auf die Art geendigt werden, daß man die halbe Breite der Hieling am Achtersteven im wasserpassen Riß absetzt, und die Verjüngung des Kiels durch die Kielklötze beschreibt; darauf nimmt man bei den entsprechenden Spanten die halbe Breite des Kiels, und setzt sie in dem Spantenrisse ab; darauf verfährt man wie vorher, um die Sponning zu beschreiben, indem man jedes Spant da endigen läßt, wo sich die beiden Bogen für die Sponning endigen.

11 Man geht alsdann zur Zeichnung des Spiegelspants. Zuerst nimmt man die Höhe des Heckbalkens, der unteren und der oberen Gilling, und der Topsente an der Seite von dem Seitenrisse, und trägt sie auf den Spantenriß über, indem man auf allen diesen Höhen Horizontallinien zieht. Ebenso werden zwei Horizontallinien mit gleichen Abständen zwischen dem Heckbalken und der unteren Gilling gezogen, und eine dritte, ebenfalls in gleichem Abstande zwischen der oberen Gilling und der Topsente in dem Seitenriß; diese überträgt man dann auf den Spantenriß.

Da wo die Achterseite des Spiegelspants den Heckbalken an der Seite in dem Seitenrisse durchschneidet, zieht man sie perpendikulär auf die Mittellinie des Senten- oder wasserpassen Risses hinab; ebenso zieht man ein Perpendikel

von der Biegungskante oder dem Grenzrande der oberen und unteren Gilling herab; ferner ein Perpendikel von da, wo das Spiegelspant die beiden dazwischen gezogenen Horizontallinien durchschneidet; und von da, wo dasselbe Spant die Horizontallinie zwischen der oberen Gilling und der Topsente schneidet. Nach Fällung aller dieser Perpendikel müssen in dem wasserpassen Risse die Kurven gezogen werden, welche die Gestalt des Schiffskörpers auf allen diesen Höhen bestimmen.

Man fängt mit der Horizontallinie an, welche die Höhe des Heckbalkens in dem Spantenrisse bezeichnet, legt einen Streifen Papier an dieselbe, und bezeichnet darauf die Stelle der Mittellinie, und ebenso die Stellen der Spanten 25, 24 u. s. w., welche letztern die halbe Breite derselben auf dieser Höhe angeben. Darauf legt man diesen Streifen auf den wasserpassen Riß, so daß der darauf bemerkte Mittellinienpunkt genau an die Mittellinie des letztern paßt, und indem man den Streifen weiter schiebt, so daß sein bezeichneter Rand nach und nach an die für die einzelnen Spanten gezogenen Perpendikel zu liegen kommt, setzt man auf jedem die entsprechende halbe Breite ab, und durch die so erhaltenen Punkte zieht man eine Kurve, welche den horizontalen Umriß des Achterschiffs auf einer Seite in dieser Höhe darstellt. 12

Auf gleiche Weise verfährt man mit den übrigen Horizontallinien in der Höhe der Gillingen und in den zwischenliegenden Höhen u. s. w., und erhält so die horizontalen Umrisse der einen Seite des Achterschiffs auf diesen verschiedenen Höhen.

Diese Kurven durchschneiden zugleich die vorher von den verschiedenen Stellen der Heck- und Spiegelseite auf die Mittellinie des Sentenrisses gefällten Perpendikel; die von diesen Schnittpunkten nach der Mittellinie des Sentenrisses gemessenen Entfernungen geben die halben Breiten des Spiegelspants auf seinen verschiedenen Höhen; setzt man nun diese Breiten in dem Spantenrisse auf den entsprechenden Horizontallinien ab: so erhält man die Punkte, durch welche eine Kurve gezogen wird und das Spiegelspant in dem Spantenrisse darstellt.

Man nimmt hierauf aus dem Seitenriß die Aufbugten des Heckbalkens und der oberern und untern Gilling, und setzt sie bei der Mittellinie oberhalb ihrer zugehörigen Horizontallinien in dem Spantenrisse ab; alsdann können die ihnen entsprechenden Kurven gezogen werden. 13

Die Ausbugt des Heckbalkens kann ebenfalls aus dem Seitenrisse genommen, und in dem wasserpassen Risse bei der Mittellinie nach hinten zu von der perpendikulären Linie abgesetzt werden, welche den Heckbalken in dem Seitenrisse darstellt; eine Kurve durch diesen abgesetzten Punkt gezogen giebt die horizontale Krümmung oder Ausbugt des Heckbalkens.

Nachdem so das Achterschiff vollendet worden, kann man in gleicher Weise das Vorschiff in dem Spantenrisse zeichnen. Die von der Zeichnung des Achterschiffes abweichenden Eigenthümlichkeiten sind folgende. 14

Die Hielung oder die Stellung der untersten Theile der vordersten Spanten unterscheidet sich von derjenigen der Achterspanten, weil sie sich auf

dem Vorsteven endigen. Man zieht in dem Spantenrisse eine Linie parallel mit der Mittellinie, aber um die Hälfte der Vorstevenbreite (d. h. seiner vorderen, nicht gemallten, Seite oder Schlichtung) von ihr entfernt. Darauf nimmt man aus dem Seitenrisse die Höhe, wo das Spant, dessen Ende man sucht, den unteren Rand der Vorstevensponning durchschneidet, und setzt dieselbe auf der vorher als Seitenrand des Vorstevens im Spantenrisse gezogenen Linie ab. Darauf nimmt man mit dem Zirkel in dem Seitenrisse die Entfernung von da, wo das Spant den untern Rand der Vorstevensponning schneidet, bis zu der Stelle, wo es den obern Rand derselben trifft. Die eine Zirkelspitze setzt man sodann in den bezeichneten Punkt im Spantenrisse, und beschreibt mit der eben angegebenen Spannung einen Zirkelbogen; die Spanten können alsdann über den Rücken dieses so beschriebenen Bogens gehen. Man legt darauf ein kleines Lineal an das Spant, und läßt seinen Rand durch den vorher für den untern Sponningsrand abgesetzten Punkt gehen; auf solche Art wird der untere Sponningsrand des Stevens beschrieben, und zugleich das Ende des Spants.

15 Der Top der vordersten Spanten unterscheidet sich ebenfalls bedeutend von demjenigen der Achterspanten. Nach vorne zu behält nämlich das Schiff ziemlich weit seine Breite in der Höhe der Topsente. Daher fallen die vordersten Spanten mit ihren Topauflangern über ihre größte Breite hinaus, und heißen deshalb Ohrspanten (Knuckle-Timbers). Man zeichnet sie folgendermaaßen.

Nachdem man die Höhe der Topsente in dem Spantenriß abgesetzt hat, mißt man auf ihr die halbe Breite ab, wie man sie für diese Stelle des Ohrspants aus dem wasserpassen Risse genommen, und errichtet in diesem Punkte einen Perpendikel. Darauf nimmt man aus dem Seitenrisse die Höhe der Verzeunungssente (topside), und setzt sie auf der perpendikulären Linie im Spantenriß ab. Ebenso nimmt man aus dem Seitenriß die Breite der Raaleiste an der Topsente, und setzt sie unterhalb der letzteren im Spantenrisse an der perpendikulären Linie ab; dadurch ist die Zeichnung des geraden Theils des Ohrspants bestimmt; von diesem letzten Punkte an bestimmt man alle übrigen Punkte des Belaufs dieses Spants bis zur oberen größten Breite, und erhält dann die hohle Biegung, durch welche der obere Theil des Ohrspants über die größte Breite hinausragt. Der darüber liegende Theil bis zur Topsente oder Verzeunungssente ist gerade.

16 Nach Vollendung des Achter- und Vorschiffs auf dem Spantenrisse folgt die Zeichnung der Wasserlinien auf demselben; von da müssen sie alsdann auf den wasserpassen Riß übertragen werden, um die Schönheit des ganzen Gebäudes zu erkennen.

Weil in der Bestecktafel CV, S. 423, die Wassertracht vorne und hinten gleich ist, nämlich 14 Fuß 3 Zoll, so laufen in diesen Zeichnungen die Wasserlinien alle parallel mit dem Kiel; ihre Höhe nimmt man aus dem Seitenrisse, wenigstens diejenige der Ladewasserlinie, welche immer auf demselben gezogen wird, und in Tafel XXXVII, Fig. 1, mit WL bezeichnet ist. Ist ein Schiff achterlastig, so gehen die Wasserlinien natürlich nicht parallel mit dem Kiel des

Seitenrisses; ihre Höhen müssen dann auf jedem einzelnen Spant abgemessen, in dem Spantenriß auf den entsprechenden Spanten abgesetzt, und die Punkte durch Linien verbunden werden.

Man nimmt darauf die Entfernungen von der Mittellinie bis zu den verschiedenen Punkten, wo die Wasserlinien die einzelnen Spanten schneiden, und setzt diese in dem Sentenrisse auf den entsprechenden Spantenlinien ab. Von da wo die Wasserlinien in dem Seitenrisse den Vorderrand der Achterstevensponning durchschneiden, zieht man ein Perpendikel auf den wasserpassen Riß herab, und auf diesem setzt man die halbe Breite der Achterstevenschlichtung (d.-h. seiner nicht gemallten, nach der Breite des Schiffs gemessenen Seite) an der entsprechenden Wasserlinie, und zwar von der Mittellinie aus, ab. Man muß dabei aus dem Spantenriß die halbe Dicke des Stevens an seiner Hielung, und die an seinem Top von der Mittellinie aus, absetzen, und beide Punkte durch eine gerade Linie verbinden; da wo diese von der Wasserlinie geschnitten wird, findet man die Verjüngung des Stevens, welche an der betreffenden Stelle stattfindet. Man spannt darauf den Zirkel bis zur Dicke der Planken, setzt die eine Spitze in den Punkt, in welchem die halbe Dicke des Stevens die perpendikulär herabgezogene Linie durchschneidet, und mit der andern Zirkelspitze beschreibt man einen Bogen, von dessen Rücken die Wasserlinien durch die entsprechenden Punkte gehen, und sich am Vordertheile des wasserpassen Risses endigen. In gleicher Weise verfährt man mit dem Hintertheile.

Der Hinterrand der Achterstevensponning kann ebenfalls perpendikulär bis zur halben Dicke des Achterstevens herabgezogen werden; man hat alsdann die Sponning; in gleicher Weise endigen sich die Wasserlinien in der Sponning des Vorstevens.

Sobald alle Wasserlinien gezogen sind, läßt sich die Angemessenheit und Schönheit des ganzen Gebäudes beurtheilen, und läßt sich entscheiden, ob die Spanten irgend eine Aenderung erforderlich machen, welche dann ausgeführt werden kann.

17 Die Huckspanten sind diejenigen, deren Ebenen nicht perpendikulär auf der senkrechten Ebene der Schiffslänge stehen, sondern mit ihr einen schiefen Winkel bilden; dagegen stehen auch sie senkrecht auf der Horizontalebene, welche durch die Oberseite des Kiels geht. Um die Hukspanten des Achterschiffes auf dem wasserpassen Risse zu zeichnen, muß man zuerst die schräge Stellung der Randsomhölzer bestimmen. Hat man die Ausbugt des Heckbalkens in dem wasserpassen Risse dargestellt, und ebenso die Gestalt einer Horizontallinie in der Höhe des Heckbalkens, so setzt man die Breite des Heckbalkens an seinem Ende ab, und bezeichnet dieselbe auf der eben genannten Horizontallinie durch einen Punkt: dies ist die Stelle, wohin der Top des Randsomholzes kommt. Um nun die schräge Stellung zu finden, muß man die Gestalt des Holzstückes in Betracht ziehen; denn es muß auf die Weise gestellt werden, daß es die möglichst größte Geradheit für die Bildung des Spants behält; denn je gerader es ist, desto größer wird die Stärke des Spants;

kommt es dagegen sehr gekrümmt zur Anwendung, so muß es sehr stark gegen den Strich behauen werden. Ferner muß man beachten, daß das Holz so wenig als möglich beschmiegt, d. h. mit schiefen Winkeln behauen werde. Nach diesen beiden Rücksichten läßt sich die schräge Stellung leicht bestimmen.

Man muß also die Hielung oder den Fuß des Randsomholzes von der Mittellinie aus so absetzen, daß sie etwa vier Fuß vor dem Spant 25 zu stehen kommt; darauf zieht man von da eine gerade Linie nach dem auf der Horizontallinie für den Heckbalken abgesetzten Punkte; auf solche Art ist die schräge Stellung des Randsomholzes, und sein für die obigen Zwecke erforderlicher Ort gefunden.

Nachdem die schräge Stellung des Randsomholzes (fashion piece) gefunden, ist es leicht auch diejenige der andern Spanten zu bestimmen. Man zieht dasjenige Spant, welches zunächst vor dem vordersten Hukspant des Achterschiffes steht, mit Bleifeder, und sieht, wie viele Spanten zwischen diesem senkrechtstehenden und dem Randsomholz enthalten sind; darauf theilt man den Raum zwischen dem senkrechten Spant und dem Randsomholz in eben so viele weniger eine gleiche Abtheilungen, welche man auf der Mittellinie absetzt, und verfährt mit den halben Breiten dieser Abtheilungen wie vorher; zieht man darauf gerade Linien von den Abtheilungen auf der Mittellinie nach denen der halben größten Breitenlinie: so hat man die schräge Stellung aller Hukspanten des Achterschiffs; sie sind Tafel XXXVII, Fig. 3, mit cp, qr, st, uv, wx bezeichnet.

Die für die schräge Stellung des Randsomholzes gezogene Linie stellt die Hinterseite desselben dar, welches an das Ende der Wrangen kommt. Um aber die Umwandlung der senkrechten in die schräge Stellung auch für die unteren Wrangen eines großen Schiffs zu erhalten, kann man noch zwei Randsomhölzer hinter das vorher beschriebene stellen. Das vorher im wasserpassen Risse gezeichnete Randsomholz schließt sich nur an das Ende der drei obern Wrangen, d. h. des Heckbalkens, der Füllungswrange und der Deckwrange; das mittlere Randsomholz legt sich an die zunächst unter der Deckwrange, und das hinterste an die untersten Wrangen. Man setzt demnach in dem wasserpassen Risse die Achterkante der beiden hinteren Randsomhölzer ab, und zieht Parallellinien mit der ersten Randsomholzlinie; die Entfernung der Linien richtet sich natürlich nach der Stärke oder Dimension der nicht gemallten Seite der Randsomhölzer.

18 Die Randsomhölzer und Wrangen müssen nun noch in dem Seitenrisse dargestellt werden. Man bestimmt zuerst die Zahl der erforderlichen Wrangen; alsdann zieht man zuerst eine Horizontallinie, welche die Oberkante des Heckbalkens darstellt; von dieser abwärts setzt man die Schlichtung oder nicht gemallte, d. h. senkrechte Seite ab, und zieht eine zweite Horizontallinie, welche den untern Rand des Heckbalkens darstellt. Ebenso verfährt man mit der Füllungswrange, indem man aber zwei Zoll zwischen dem Unterrande des Heckbalkens und dem Oberrande der Füllungswrange frei läßt; und ebenso vier Zoll zwischen dem Unterrande der Füllungswrange und der Deckplanken.

Diese Abstände sind in der Figur des Seitenrisses auf Tafel XXXVII erkenntlich. Die Deckwrange richtet sich nach dem Deck, indem die untere Seite des Decks die obere der Wrange bezeichnet; nach unten hin setzt man wieder seine Schlichtung oder perpendikuläre Seite ab, und zieht dort die Horizontallinie für den untern Rand. Die Wrangen unter dem Deck können auch alle gleich geschlichtet werden. Es müssen auch Zwischenräume zwischen ihnen für den Luftzug gelassen werden, weil diese Spanten viel schwieriger als irgend welche andere neu einzusetzen sind; die Zwischenräume können etwa drei Zoll betragen; Horizontallinien für ihre Höhen und untern Seiten werden wie bei den andern gezogen.

Nachdem die Wrangen auf solche Art mit Bleifeder gezogen sind, muß man ihre Längen bestimmen, mit denen sie in dem Seitenrisse perspektivisch erscheinen, um sie dann mit Tusch oder Zeichentinte ausziehen zu können.

Das vorderste Randsomholz kann zuerst beschrieben werden, weil es die Länge des Heckbalkens und der obern Wrangen bestimmt. Man zieht eine genügende Anzahl von Horizontallinien; sind mehrere Wasserlinien auf dem Seitenrisse gezogen, so bedarf es nur einer Horizontallinie zwischen der obersten Wasserlinie und dem Heckbalken, und einer andern über dem letztern in der Höhe, bis zu welcher das Randsomholz reichen soll, d. h. zwischen drei oder fünf Fuß; darauf trägt man die Höhen dieser beiden Horizontallinien auf den Spantenriß über, und zieht sie auf dem wasserpassen Riß in ähnlicher Weise, wie die Wasserlinien. Von da, wo alsdann die im Sentenrisse für die schräge Stellung des Randsomholzes gezogene Linie die für den Top des Randsomholzes gezogene Horizontallinie durchschneidet, zieht man ein Perpendikel aufwärts nach dem Seitenrisse, und bezeichnet den betreffenden Punkt auf der entsprechenden Horizontallinie. Ebenso trägt man senkrecht den Punkt aus dem wasserpassen in den Seitenriß hinauf, wo die schräge Stellungslinie die für den Heckbalken gezogene Horizontallinie durchschneidet. Ferner trägt man die Stelle nach dem Seitenrisse hinauf, wo die schräge Stellungslinie die unter dem Heckbalken gezogene Horizontallinie durchschneidet; ebenso auch die Wasserliniendurchschnitte. Zieht man alsdann in dem Seitenrisse eine Kurve durch die abgesetzten Punkte, so erhält man die perspektivische Ansicht des Randsomholzes nach der Breite des Schiffs, wie sie sich auf dem Seitenrisse zeigen kann.

In gleicher Weise kann das mittlere und hinterste Randsomholz beschrieben werden, indem man das mittlere nicht höher als bis zur untern Seite der Deckwrange reichen läßt; und das hinterste Randsomholz nur bis zur untern Seite der vierten Wrange unter Deck; die Wrangen können alsdann mit Tusche ausgezogen werden, weil ihre Längen in dieser Ansicht durch die Randsomhölzer begrenzt sind.

Es läßt sich nun auch die Zeichnung des Achterstevens vollenden; 19 bis hieher ist nämlich seine Vorderseite und sein Top noch nicht gezeichnet. Man nimmt aus der Besteckstafel wie dick der Achtersteven, nach der Länge des Kiels gemessen, ist (Besteckt. CV, S. 425), und setzt diese Dicke auf dem Oberrande des Kiels von der Linie ab, welche den Achterrand des Stevens darstellt, und be-

zeichnet den Punkt. Alsdann muß der Top des Stevens bestimmt werden. Er darf nur so hoch reichen, daß das Ruder ins Hennegatt hineinkommen, und bei großen Schiffen die Ruderpinne zwischen ihm und den obern Deckbalken spielen kann. Man läßt ungefähr drei Zoll zwischen der Unterseite der Ruderpinne und der Oberseite des obern Heckbalkens oder der Hennegattswrange frei, und zwei Zoll zwischen der obern Seite der Ruderpinne und der untern Seite der oberen Heckbalken. Dies gilt natürlich nur für Schiffe deren Ruderpinne zwischen Decks spielt. Für Kauffahrteischiffe, wie das hier gezeichnete, bei denen die Ruderpinne auf dem Hüttendecke spielt, ist nur die (S. 2375) angegebene Einbiegung des Ruderpfostens zu beachten, wie sie am deutlichsten Tafel XXXVIII, Fig. 1 sich zeigt.

Der Top des Achterstevens ragt demnach um eine angemessene Höhe über den Heckbalken hinaus, wie Tafel XXXVII, Fig. 6, B, an dem Einschnitt für den Heckbalken zu erkennen ist, nämlich an dem unteren; der obere Ausschnitt ist für den oberen Heckbalken oder die Hennegattswrange. Man zieht eine Horizontallinie für den Steventop in dieser Höhe, und setzt auf ihr die Dicke des Achterstevens an dieser Stelle ab, wie man sie in der Bestecktafel findet. Von diesem Punkte zieht man eine gerade Linie nach dem vorher auf dem oberen Kielrande für dieselbe Dicke abgesetzten Punkte. Wenn man diese Linie auszieht, muß man sie nicht durch die Wrangenzeichnungen hindurchziehen, weil diese in der Wirklichkeit den Hinterrand des Achterstevens durchbrechen. Es wird also der auf solche Art gezeichnete Hinterrand des Stevens nur durch die Zwischenräume zwischen den Wrangen zu sehen sein.

20 Der Binnen-Achtersteven wird auf ähnliche Art gezogen, indem man seine aus der Bestecktafel genommene Dicke vom Vorderrande des Hauptstevens nach vorne zu absetzt. Bei großen Schiffen reicht er aber nur bis zur Unterseite der Deckwrange hinauf. Hiermit ist das Achterschiff vollendet.

21 Es folgen jetzt die Huckspanten des Vorschiffes. Von diesen muß zuerst das vorderste und das hinterste, und namentlich die schräge Stellung des vordersten bestimmt werden. Es ist auf dem wasserpassen Risse, Tafel XXXVII, Fig. 3, mit L bezeichnet. Seine schräge Stellungslinie trifft etwa um $1\frac{1}{2}$ Fuß hinter dem Perpendikel des mit R bezeichneten Spants auf der Mittellinie des wasserpassen Risses bei π ein; auf der halben größten Breitenlinie trifft sie beinahe $1\frac{3}{4}$ Fuß vor demselben Spant ein. Verbindet man beide Punkte L und π durch eine gerade Linie, so hat man die schräge Stellung des vordersten Hukspants. Das hinterste der Hukspanten des Vorschiffes ist $\alpha\beta$. Zwischen dem senkrechten Spant M und dem vordersten Hukspant L werden die übrigen $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ u. s. w. auf gleiche Weise wie die Hukspanten des Achterschiffs durch gerade Linien von der Mittellinie bis zur halben größten Breitenlinie dargestellt; die drei vordersten reichen noch über die größte Breitenlinie hinaus bis zur Topsentenlinie, die hier wegen der Gestalt der Ohrspanten über die größte Breite hinausragt.

22 Es folgen jetzt die Bugstücke, oder Bughölzer, oder Klüshölzer (hawse-pieces). Ihre Schlichtungen oder nicht gemallten Seiten sind entweder

parallel mit der Mittellinie, oder machen mit ihr einen schiefen Winkel. Man nimmt aus der Bestecktafel die Schlichtung oder nicht gemallte Seite des Binnenvorstevens, und setzt die Hälfte dieser Schlichtung parallel mit der Mittellinie ab; darauf zieht man eine Linie von der halben Breitenlinie bis zum vordersten Hukspant; diese stellt den Binnen- oder Vorderrand des Klüsholzpöllers (knighthead) dar; von ihr setzt man die nach der Breite des Schiffs gemessene Seite des Pöllers ab, und zieht die Linie für seinen Außen- oder Achterrand; Tafel XXXVII, Fig. 3, ist dieser letztere Rand mit v bezeichnet, und von der Topsente bis zum vordersten Hukspant gezogen. Die Bugstücke, durch welche die Klüsgatten oder Klüsen geschlagen werden, d. h. die eigentlichen Klüshölzer, in der genannten Figur mit ϱ, σ, τ bezeichnet (die Klüsgatten selbst sind mit den Diagonalfiguren angegeben), sind bei den mehrsten Schiffen ihrer vier. Man setzt ihre Schlichtungen oder nicht gemallten Seiten parallel mit den Klüsholzpöllern ab, und zieht von diesen Punkten gerade Linien nach dem vordersten Huckspant.

Darauf zeichnet man die Klüsgatten, und zwar so, daß sie die Klüshölzer so wenig als möglich schwächen; dies erreicht man, wenn der Mittelpunkt der Gatten gerade auf die Fuge zweier Stücke trifft; indem alsdann von jedem Stücke nur die Hälfte ausgeschnitten wird. Darauf nimmt man aus der Bestecktafel den Durchmesser der Gatten, und setzt zuerst das vordere, d. h. das der Mittellinie am nächsten liegende, auf der Fuge zwischen dem ersten und zweiten Klüsholz ab; darauf das hintere auf der Fuge zwischen dem dritten und vierten Klüsholz; darauf zieht man Diagonalen, welche sich gerade über der größten Breitenlinie durchkreuzen. 23

Wenn man nicht vier Klüshölzer hat, so setzt man zwischen dieselben mittlere Stücke, deren Schlichtseite sechs Zoll weniger breit ist als das Klüsgatt; von den beiden Hauptstücken wird dann jedes nur bis auf drei Zoll einzuschneiden sein.

Die Klüsgatten müssen darauf in dem Seitenrisse gezeichnet werden. Man bestimmt ihre Stellen darin, und setzt zuerst ihren senkrechten Durchmesser hin, indem man Holz genug zum Ankerkissen läßt, und zieht Linien für den obern und untern Rand parallel mit den Sloiknieen; um darauf ihre perspektivische Lage in dem Seitenrisse in Uebereinstimmung mit derjenigen im wasserpassen Risse darzustellen, muß man die Dicke der Außenplanken und der innern Weger absetzen; darauf zieht man aus dem wasserpassen Risse von den Punkten, wo die Gatten die Binnen- und Außenplanken bei der größten Breitenlinie durchschneiden, Perpendikel nach den Horizontallinien, die in dem Seitenrisse den Ober- und Unterrand der Gatten darstellen; diese geben dann ihre perspektivisch erscheinenden Vor- und Hinterränder; zwischen den geraden Grenzlinien zeichnet man alsdann ihre elliptisch erscheinenden Peripherien.

Es folgt jetzt die Zeichnung des Binnen-Vorstevens in dem Seitenrisse. Man setzt seine gemallte Seite vom Hinterrande des Vorstevens ab, und zieht ihn so weit hinab, daß seine Laschingen gehörig gegen die Laschingen des Vorstevens und des Anlaufs verschießen. 24

25 Es folgt die Kurve der Liegermitte oder die Bauchstücklinie, cutting down line (vergl. S. 2338). Man nimmt aus der Bestecktafel CIV ihre Höhen auf den verschiedenen Spanten, setzt dieselben auf dem Seitenrisse vom obern Rande der Kielsponning auf den entsprechenden Spanten ab, und zieht durch die Punkte vom Binnenachter- bis zum Binnenvorsteven die verlangte Kurve der Liegermitte.

26 Um die Flurweger (vergl. S. 2356) zu zeichnen, zieht man gemäß ihrer in der Bestecktafel gegebenen Dicke oberhalb der Liegermittelinie eine derselben parallele Kurve. Von dieser letzteren aus wird immer die Tiefe des Hols gemessen.

Gewöhnlich zeichnet man die Flurweger, das Kolschwinn, die Kielklötze und das vordere Binnenslempholz in dem wasserpassen Risse nicht, damit die andern Linien desselben desto deutlicher bleiben. Sobald aber der Seitenriß groß genug ist, kann es ohne Nachtheil geschehen, wie Tafel XXXVII u. XL.

27 Das Kolschwinn setzt man nach seinen Besteckdimensionen über der Liegermittelinie ab, und zieht mit dieser eine parallele Kurve.

28 Die Kielklötze und das Reitknie, sowie die innern Slemphölzer (vergl. S. 2344 u. 2345), lassen sich ohne alle Mühe nach dem Besteck bestimmen und zeichnen.

29 An den wasserpassen Riß schließt sich vorne der Plan des Galjons an, wie Tafel XXXVII, Fig. 1. Man verlängert dazu zuerst die Mittellinie des wasserpassen Risses bis zu einer beliebigen Länge, und zieht auf diese Verlängerung die verschiedenen Perpendikel von der Galjonzeichnung des Seitenrisses herab. Auf diesen Perpendikeln setzt man dann die halben Breiten der einzelnen Galjontheile ab.

Darauf zieht man die oberste oder Hauptreiling des Galjons, so wie sie von oben herabgesehen erscheint, oder in ihrer Projektion auf eine Horizontalebene; diese ist, in der genannten Figur r, geradlinig, indem die Niederbugt nicht zu sehen ist. Ihre nicht gemallte oder Schlichtseite an ihrem Achterende setzt man von der Außenseite der Planken und zwar an der Topsente am Vorderende des Jagerdecks ab, wenn ein Kriegsschiff gezeichnet wird; bei einem Kauffahrteischiffe von der Spitze des Winkels, den der Vorderrand des Krahnbalkens mit der Schiffsseite macht.

Die Schlichtseite am Vorderende der großen Reiling wird von der Außenseite des Bildes abgesetzt, und außerdem mit einem Perpendikel von der Vorderseite der Kroll (hair bracket) in dem Seitenrisse auf den wasserpassen Riß übertragen. Beim Ziehen der geraden Linien muß man noch die Dicke der inneren Fütterung dazu fügen, wie in der genannten Figur zu sehen ist.

Man trägt ebenso die Galjonsstützen mit Perpendikeln nach dem wasserpassen Risse über, und zwar von da ab, wo sie die Unterseite der großen Reiling durchschneiden, bis zur Mittellinie des wasserpassen Risses. Eben so zieht man Perpendikel von dem Vorder- und Achterrande des Klüsholzpöllers, und bei einem Kriegsschiffe die halbe Breite am Oberrande des Jagerdecks, und die Dicke der Außenplanken.

Ferner zieht man von der Mittellinie des wasserpassen Risses ein Perpendikel, zwei Zoll vom Vorderrande des Vorstevens entfernt; dies stellt den Hinterrand des Hauptbalkens der Galjonsflur dar, parallel damit zieht man den Vorderrand. In der genannten Figur ist dieser Balken mit B bezeichnet; desgleichen der vorderste Querbalken der Galjonflur (cross piece), welcher dicht an der vordersten Galjonsstütze steht. Gegen den hinteren Balken wird die Hauptreiling mit einem liegenden Knie verbunden; mehrentheils auch gegen den vorderen; bei beiden aber an deren Achterseite.

Parallel mit der Mittellinie des wasserpassen Risses zieht man auch den halben Durchschnitt des Bugspriets mit hB bezeichnet. Darauf legt man die Scheerstöcke so, daß sie von der senkrechten Ebene des Bugsprietrandes weit genug abstehen, um die Bugsprietwuhling frei durchzulassen.

Die Flur selbst besteht aus Latten oder Rösterwerk. Der Butenluf kann folgendermaaßen dargestellt werden. Man zieht von dem Centrum des Fockmastes auf dem obern Deck ein Perpendikel auf die Mittellinie des wasserpassen Risses; von dem Schnittpunkte zieht man eine gerade Linie, welche nach vorne zu einen Winkel von 36° mit der Mittellinie bildet; auf dieser schrägen Linie setzt man die halbe Länge der Fockraa ab; von dem Endpunkte dieser Länge läßt man ein Perpendikel auf die Mittellinie des wasserpassen Risses fallen. Darauf zieht man den Butluf parallel mit der schrägen Linie; er kommt beinahe über der mittleren Galjonsstütze zu liegen; sein Achterende ruht gegen den Klüsholzpöller; seine Länge an der oberen Vorderkante reicht bis an jenen für die halbe Fockraalänge gezogenen Perpendikel. Nachdem die Abtrittöffnungen freigelassen, wird die übrige Flur mit Latten gebildet.

Hiermit sind Seiten-, Spanten- und wasserpasser Riß soweit vollendet, als sie sein müssen, damit die Mallen auf dem Mallsaal gezeichnet und geschnitten, und das Spantenwerk errichtet werden kann. Zur Vervollständigung des Baurisses gehören noch ein Plan der Binnenbordsstücke, Pläne der Decke u. s. w. 30

§. 348. Zeichnung der Binnenbordsstücke.

Tafel XXXVIII, Fig. 1.

Zuweilen zeichnet man die Binnenbordsstücke auf dem Seitenrisse, wodurch aber die Hauptlinien desselben sehr verundeutlicht werden. Es ist daher am besten, sie auf einem eigenen Risse darzustellen. Zu diesem nimmt man aus dem Seitenrisse folgende Stücke: den Maaßstab; den Vorsteven; den Achtersteven; die Gillingskniee und Heckstützen; den Kiel; die Kurve der Liegermitte (cutting down-line); das Kolschwinn; den Binnenvorsteven; die Wrangen; das Randsomholz; die Decke; die Mittelpunkte der Masten; die zerbrochenen Gänge; den Schandeckel von vorne bis hinten; die Fugen der Spanten; und endlich die Pforten. 1

Sodann kommen die Deckbalken. Bei einem Kriegsschiffe müssen sie 2

so angeordnet werden, daß einer unter jeder Pforte, und einer unter die Mitte des Raums zwischen zwei nächsten Pforten zu liegen kommt. Diesem Gesetze muß man so weit folgen, als es wegen der Treppenlucken, Ladelucken und anderer Binnenbordsgegenstände irgend geschehen kann. Ist das nicht möglich, so muß an solcher Stelle wenigstens eine Ribbe eingelegt werden (vergl. S. 2363).

3 Man nimmt die Dimensionen der Deckbalken aus der Besteckstafel, und zwar zuerst die perpendikuläre Dicke der Balken des untersten Decks, und setzt sie unter der Linie ab, welche die Seite des Decks darstellt; darauf zieht man mit Bleifeder eine feine Linie parallel mit der Deckseitenlinie durch die abgesetzten Punkte der Balkendicke; diese Linie stellt alsdann die Unterseite der Balken dar. Auf gleiche Art zieht man die Unterseite der Balken des obern Decks, der Schanze, der Back und der Kampanje oder des Hüttendecks. Darauf nimmt man die Breite der nicht gemallten Seite der unteren Deckbalken, und legt einen unter jede Pforte, und einen zwischen zwei Pforten, vorne und hinten unter das ganze Deck, zieht sie aber sämmtlich nur mit Bleifeder.

4 Darauf setzt man die aus der Besteckstafel genommene Länge der großen Lucke, und zwar von dem Deckbalken ab, welcher den freien Raum vor dem großen Mast beschließt; am Ende der abgesetzten Länge zeichnet man einen Balken, dessen Achterseite den Vorderrand der großen Lucke bildet; diesen kann man sogleich mit Tinte oder Tusche ausziehen. Mitten zwischen beiden Balken kommt eine Rippe.

5 Darauf bestimmt man die Vorlucke; ihr Vorderrand muß mit dem Achterende der Back zusammentreffen; ihre Länge findet sich in der Besteckstafel. Die vor der Vorlucke liegenden Balken können alle an den zuerst erhaltenen Stellen liegen bleiben, wenn nicht die Ankerbeting eine andere Lage nöthig macht.

6 Die Achterlucke kommt mit ihrem Vorderrande an die Achterseite desjenigen Deckbalkens, welcher den freien Raum am großen Mast hinten beschließt.

7 Nur der drei genannten Hauptlucken wegen darf eine Aenderung der ursprünglichen Balkenanordnungen eintreten; dagegen die übrigen kleinern Lucken und Treppenöffnungen müssen sich nach der ersten Anordnung der Balken richten.

8 Das große oder hintere Gangspill kommt auf Kriegsschiffen zwischen die große und Achterlucke zu stehen; die dahinter liegenden Deckbalken behalten, mit alleiniger Berücksichtigung des Besahnmasts ihre ursprüngliche Lage.

9 Die Ankerbeting, oder das Bratspill mit seiner Beting muß so gestellt werden, daß die Vorderseite der Betingsspehnen, oder aufrechtstehenden Theile, sich an die Achterseite eines Balkens anschließt.

10 Darauf zieht man die Bugbänder oder Bugbanden, welche an der gemallten Seite so breit sein mögen, als das Holz zuläßt; ihre Schlichtseite richtet sich nach der Besteckstafel. Zuletzt kommen noch die Kniee u. s. w.

11 Bei der Zeichnung der obern Decke muß man den Balken soviel es

angebt eine solche Lage geben, daß sie genau oder doch möglichst nahe über den Balken der untern Decke zu liegen kommen; die angebrachten Deckstützen dienen dann zur gegenseitigen Unterstützung.

Die Lucken der verschiedenen Decke müssen natürlich genau übereinander liegen; daher kommen auch die Ribben genau übereinander. Kommt das Bugspriet mit seinem schräge liegenden Achterende, oder der Fockmast in den Weg. so daß zwischen dem Deckbugband und dem nächsten Deckbalken kein ganzer liegen kann, so muß eine Ribbe genau in die Mitte des Abstandes kommen. Die Treppenlucken müssen natürlich auch mit denen der untern Decke korrespondiren.

Die Stellung des doppelten Gangspills auf Linienschiffen und großen Fregatten, und diejenige des vordern kleinern läßt sich nach der Besteckafel bestimmen. Bei Schiffen, welche ein Bratspill führen, werden die schwersten Arbeiten mit diesem verrichtet. Das vordere Gangspill ist dann klein, hat eine eiserne Welle, und ist so eingerichtet, daß es nach Erforderniß nach vorne oder nach hinten gerückt werden kann.

Die Kombüse, oder der Feuerheerd und die Schiffsküche, wird bei Dreideckern gewöhnlich auf das mittelste Deck gelegt, wodurch auf der Back ein freier Raum gewonnen wird. Bei Zweideckern kommt sie unter die Back, weil das Hauptdeck darunter wegen der Ankerbetings einen zu beschränkten Raum darbietet. Auf Fregatten und kleinern Schiffen setzt man sie auch unter die Back zwischen die vordere und hintere Beting, und zwar der letztern so nahe als möglich, um einen möglichst geräumigen Kombüsenplatz zu erhalten. 12

Die großen Marsschooten-Betings verlangen einige genauere Bestimmungen. Die vorderste muß so angebracht werden, daß ihre Achterseite an die Vorderseite desjenigen Balkens kommt, welcher hinter der großen Lucke liegt; sie reicht bis zum unteren Deck, und steht auf einem Balken desselben. 13

Die Beting oder der Knecht des großen Kardeels liegt an der Vorderseite des Balkens hinter dem Mast, und hat ihre Spur auf dem Balken darunter. 14

Die Betingsbalken oder Querstücke der Betings müssen an der Vorderseite der vordern und an der Achterseite der hinteren Betings liegen, und sich so weit über dem obern Deck erheben, wie die Besteckafel angiebt; oder um ein Drittel des Abstandes zwischen dem obern und dem Quarterdeck.

Nachdem die Länge des Quarterdecks oder der Schanze bestimmt ist, welche zum Theil von der Stellung der hinteren Betings für die Kardeele abhängt, so hat man zuerst auf die Deckbalken der Schanze zu sehen. Man hat die darauf vorkommenden Treppenlucken, Rösterwerke und andern Gegenstände zu beachten. Scheerstöcke, mit Ausnahme der für die Lucken erforderlichen, giebt es auf der Back, Schanze und Kampanje nicht. Weil aber diese fehlen, so erfordern die genannten Decke ihrer Stärke wegen eine größere Zahl von Deckbalken, und eine gehörige Aufbugt. Die allgemeine Regel ist deshalb: auf der Schanze für dieselbe Länge doppelt so viele Balken zu haben, als auf dem obern Deck. Diese Regel ist in Tafel XXXVIII, Fig. 1 an dem 15

Hüttendecke zu erkennen. Sollen jedoch auf der Schanze eines Kriegsschiffes auch schwere Kanonen aufgestellt werden, so muß sie auch Scheerstöcke erhalten.

16 Man muß nun die Balken der Schanze in die möglichst vortheilhafte Lage bringen, welche die Lucken, Kappen, das einfallende Licht, das Steuerruder u. s. w. zulassen. Was die Treppenlucken anbetrifft, so muß sich eine an dem Vorderende der großen Kajüte für die Offiziere befinden, und eine an jeder Seite am Vorderende der Schanze nahe an den Laufplanken. Auf Linienschiffen sollten die Deckbalken von der Treppenlucke bis zum vierten Balken davor nicht mit einem festen Deck, sondern nur mit Rösterwerk bedeckt werden, um namentlich während der Schlacht mancherlei Gegenstände leichter von Deck zu Deck reichen zu können.

Auf jeder Seite des balkenfreien Raums hinter dem großen Mast (der gewöhnlich durch die Schanze oder das Quarterdeck fährt) kann eine kleine Springlucke angebracht werden, durch welche die Gien des Stengenwindreeps fährt, um in die Augbolzen auf dem oberen Deck eingehaakt zu werden. Zu beiden Seiten des großen Mastes werden ebenfalls kleine Springlucken angebracht, um die Pumpen auszuheben.

17 Man bestimmt darauf das Steuerrad, welches auf Kriegsschiffen unter dem Vorsprunge des Hüttendecks oder der Kampanje zu stehen kommt (vergl. Bestecktafel CV, S. 449). Bei dem Kauffahrteischiff, Tafel XXXVIII, steht es auf dem Hüttendeck. Wo es auch hinkommen mag, so müssen die darunter liegenden Deckbalken so angeordnet sein, daß die beiden Stützen der Radwelle in dieselben eingelassen werden können. Das Schott der Hütte hat eine Ausbugt nach hinten; demgemäß muß auch der darunter liegende Deckbalken zur Unterstützung desselben eine Ausbugt erhalten. Das Schott selbst wird bisweilen hinter die zur Seitengallerie führende Thür gestellt, was aber natürlich nur bei sehr großen Schiffen mit langen Seitengallerien geschehen kann.

18 Die Balken der Back richten sich nach den Springlucken u. s. w.; eine dergleichen ist für den Rauchfang der Kombüse da; eine oder zwei andre für den Abzug der Zwischendecksdünste. Die Vormarsschooten-Betings werden so angeordnet, daß ein Paar vor, eins hinter dem Fockmast liegt, und jede Betingssteile in die Seite des Deckbalkens der Back eingelassen wird, und ihre Spur auf einem Balken des obern Decks hat. Die hinteren Betings müssen so stehen, daß sie die Halsen von der Kombüse halten. An dem vorderen Theile der Back befindet sich auch eine Treppenlucke.

Nachdem man die genannten Gegenstände beachtet hat, muß man die Balken der Back so anordnen, daß deren im Ganzen vier oder eine noch größere Zahl mehr sind, als die Balken des obern Decks für die Länge der Back; wo sich ein größerer Zwischenraum, wie bei dem Fockmast ergiebt, muß eine Rippe angebracht werden. Der vorderste oder Katbalken muß breit genug sein, damit der innerhalb liegende Arm des Krahnbalkens darauf gehörig verbolzt werden kann; ferner um eine Sponning für die Deckplanken der Back, und die Einlassung der vorderen Backschotten aufzunehmen.

Die Deckbalken der Kampanje oder des Hüttendecks sind von 19 geringerer Stärke als diejenigen der Schanze; daher müssen sie auch wieder näher zusammenliegen, und ihrer etwa vier mehr sein, als die Balken der Schanze in der Länge der Hütte. Die Kampanje muß immer eine starke Aufbugt haben, sowohl der Stärke als der übrigen Angemessenheit wegen. Zu beiden Seiten des Besahnmasts kommen ein Paar Betingsknie, welche auf die Scheerstöcke der Mastfischung gebolzt sind. Es muß auch eine Fensterlucke oder ein einfallendes Licht (Scheileit) in der Mitte über dem Vorraume der Hütte auf Kriegsschiffen, und in der Mitte des Hüttendecks auf Kauffahrteischiffen angebracht werden.

Hinsichtlich der Anordnung der Deckbalken der Kampanje hat man nur auf die Stützen oder Steilen des Steuerrades, und auf den Besahnmast zu sehen; sind die hiermit in Berührung kommenden Balken gehörig angeordnet, so können die übrigen in passenden gleichen Entfernungen gelegt werden, wie Tafel XXXVIII, Fig. 1 zu sehen ist. Wegen der Ausbugt des Hüttenschotts muß auch der über demselben liegende Balken der Kampanje die entsprechende Ausbugt erhalten.

Große Schiffe haben unterhalb des unteren Kanonendecks noch eines ohne 20 Geschütz, die sogenannte Kuhbrücke. Die Höhe zwischen dem unteren Deck und der Kuhbrücke findet sich in der Bestecktafel, wie auch die Dicke der Planken, so daß die entsprechenden Kurven leicht gezogen werden können. Die Kuhbrücke reicht nicht ganz von vorne nach hinten, sondern nur bis zur zweiten Pforte des untern Decks von hinten und von vorne. Die Deckbalken der Kuhbrücke werden so angeordnet, daß sie genau unter denen des untern Decks liegen. Unten, parallel mit der Kurve der Liegermitte, zieht man in der Dicke der Flurweger eine Kurve, welche dieselben darstellt. Die drei Hauptlucken kommen genau unter denen der Kanonendecke zu liegen. Man zieht darauf den Pumpensood, von der Unterseite des untern Decks bis zur Oberseite der Kuhbrücke, und von deren Unterseite bis zu den Flurwegern. Darauf kommen die Spuren der Masten, indem man deren Axe bis zu den Flurwegern fortsetzt. Zwei Piekstücke kommen zwischen dem Besahnmast und dem hintern Ende der Kurve der Liegermitte; ebenso hat man nach der Bestecktafel die Zahl und Stärke der Bugbanden.

Hiemit sind die Profilzeichnungen der Binnenbordsstücke vollendet.

§. 349. Zeichnung der halben Decke.

Tafel XXXVIII, Fig. 2, und Tafel XXXIX, Fig. 2.

Man nimmt die Höhen der Decke bei jedem Spant aus dem Seitenrisse 1 und setzt sie in dem Spantenrisse von der Basis als senkrechte Linien ab. Darauf zieht man für den Riß eines jeden Decks eine Mittellinie der Länge nach, errichtet auf ihr die Perpendikel für die Stellen der rechtwinklig gegen den Kiel stehenden Spanten, und zwar auf beiden Seiten, d. h. nach oben und

unten; denn gewöhnlich zeichnet man die Hälften zweier verschiedenen übereinander liegenden Decke so nebeneinander, daß eine und dieselbe Mittellinie für beide gilt. Auf Tafel XXXVIII, Fig. 2 ist indessen nur das halbe Unterdeck dargestellt, und zwar ohne Beplankung; auf Tafel XXXIX, Fig. 2 das halbe Oberdeck mit der Beplankung.

Auf jedem Spantenperpendikel setzt man die aus dem Spantenrisse genommene halbe Breite des betreffenden Decks ab. Darauf zieht man ein Perpendikel aus dem Seitenrisse auf die Mittellinie des Deckrisses von den beiden Stellen herab, wo das betreffende Deck die Hinterseite des Vorstevens und die Vorderseite des Achterstevens an der Sponning durchschneidet. Auf diesen Perpendikeln setzt man die halbe Schlichtseitendicke der beiden Steven ab. Eine Kurve durch die sämmtlichen Punkte gezogen stellt den Rand des Decks auf der Außenseite der Spanten dar. Innerhalb dieser Randkurve setzt man die Mallseite der Spanten ab, wodurch die Länge der halben Deckbalken zwischen der Mittellinie und der Binnenseite der Spanten gegeben ist.

2 Aus dem Seitenrisse nimmt man die Vorder- und Hinterränder aller Pforten, und von dem Binnenbordsprofil die Vorder- und Hinterseite aller Deckbalken, und trägt sie auf den Deckriß über, indem man die Balken ganz durchzieht, und für die Pforten die entsprechenden Querlinien an dem Deckrande zieht.

3 Auf dem Decke setzt man alsdann die Spille, Lucken, Pumpen, Ankerbetings, kleinere Betings, Mastenfischungen, Mastenmittelpunkte u. s. w. ab. Alle auf dem Deck befindlichen Gegenstände müssen in der sogenannten Vogelperspektive, d. h. von oben herabgesehen dargestellt werden, wie Tafel XXXIX, Fig. 2 am deutlichsten zu sehen ist. Die Pforten sind sämmtlich durch Diagonalfiguren und mit Nummern, von vorn nach hinten gezählt, bezeichnet.

4 Zeichnet man ein Kriegsschiff, so kann man die Schanze, die Back und Kampanje einzeln darstellen, oder man stellt sie zugleich auf dem obern Deckrisse so dar, daß die darunter liegenden Gegenstände mit punktirten Umrissen und Linien als durchscheinend angedeutet werden. Durch leichte Tuschüberlage oder Schraffirung kann man die übereinander liegenden Decke noch leichter unterscheidbar machen.

§. 350. Von der Ausbreitung der Beplankung auf einer Ebene.

Tafel XXXIX, Fig. 1.

1 Um die Planken nach ihrer wahren Länge und Breite darzustellen, und die Stellen zu bestimmen, wohin ihre Quernathen kommen müssen, um gehörig gegen einander zu verschießen (vergl. S. 2340 und 2341), muß die krumme Oberfläche des Gebäudes in einer Ebene ausgebreitet werden. Dies geschieht vermittelst der Wasserlinien.

Man nimmt aus dem Seitenriß die Stellen der sämmtlichen Spanten, und den untern Rand der Kielsponning von der Achterseite der Achtersteven-

sponning bis so weit als die Kielsponning eine gerade Linie bleibt. Darauf setzt man alle Laschingen des Kiels auf dieser Kielsponningslinie ab, und bezeichnet sie, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu sehen, durch die Schnittpunkte der Diagonalfiguren. Um nun den Theil des Schiffsgebäudes auf der Ebene auszubreiten, welcher die senkrecht gegen die Kielebene stehenden Spanten enthält, so überträgt man die Höhen der obern und untern Bergholzränder, des gemalten oder farbigen Plankenganges unter dem Schandeckel, die obern und untern Ränder der Pforten, die Höhe der Decke an der Seite, und den untern Rand des Schandeckels von dem Seitenrisse auf den Spantenriß. Darauf überträgt man alle genannten Theile, Bergholz-, Planken-, Schandeckel-Ränder u. s. w. auf den wasserpassen Riß.

Auf diesem letztern stellt man schmale Streifen Papier mit ihrem scharfen Rande senkrecht an die gezogenen Linien und biegt die Streifen so, daß sie den Belauf jeder Kurve genau umschließen, und heftet sie dann fest, und zwar vor dem mit ⊕ bezeichneten Spant nach vorne und nach hinten zu. Auf jedem Streifen bestimmt man die Stelle jedes Spants, und die entsprechende Wasserlinie.

In gleicher Weise umgürtet man das Hauptspant in dem Spantenrisse, von der Innenseite der Kielsponning bis zur Verzeunung oder zum Top mit einem gebogenen Papierstreifen, und bemerkt auf diesem die einzelnen Wasserlinien, Ränder der Berghölzer und Pforten u. s. w.

Hierauf zieht man in dem Ausbreitungsrisse den Perpendikel für das Hauptspant; auf diesem setzt man unten zuerst die Mitte der Kielsponning ab, und befestigt in diesem Punkte den Papierstreifen, mit welchem das Hauptspant im Spantenriß umgürtet war, und zwar mit demjenigen Punkte desselben, welcher den Innenrand der Kielsponning, d. h. ihre Mitte bezeichnet; die Befestigung des Papierstreifens muß aber so geschehen, daß sein mit Punkten bezeichneter Rand genau an den Perpendikel für das Hauptspant paßt. Alsdann bezeichnet man dieselben Punkte auf dem Perpendikel für die Bergholzränder u. s. w. In gleicher Weise umgürtet man jedes einzelne senkrecht gegen die Kielebene stehende Spant im Spantenrisse mit einem Papierstreifen, bemerkt darauf die einzelnen Punkte, errichtet im Ausbreitungsrisse die entsprechenden Perpendikel, und setzt auf ihnen von der halben Kielsponning aus die Punkte des ausgebreiteten Papierstreifens ab.

Hierauf heftet man die andern Papierstreifen, mit denen die Wasserlinien umgürtet waren, in ihren verschiedenen auf dem Hauptspant bezeichneten Höhen fest, und streckt sie ohne alle Falten so aus, daß die Stellen der Spanten auf den Gürteln der Wasserlinien, und die entsprechenden Höhen der Wasserlinien auf den Gürteln der einzelnen Spanten genau zusammentreffen; mit angebrachten Nadeln hält man die Streifen in dieser Stellung. In den Durchschnitten jedes Paars macht man Punkte, welche die auf der Ebene ausgebreiteten Höhen und Längen aller Wasserlinien in dem rechtwinkligen Schiffstheile (vergl. S. 2339 Nr. 14) darstellen. Zieht man durch alle Punkte ge-

hende Kurve, so bilden diese die ebene Ausbreitung des rechtwinkligen Schiffstheiles.

2 Um das schiefwinklige Vorderschiff und die Klüshölzer auszubreiten, sucht man in dem wasserpassen Risse die Stellen auf, in denen die Wasserlinien, die Kurven der Berghölzer, die Topsente u. s. w. die Hukspanten durchschneiden, und trägt dieselben perpendikulär nach den entsprechenden Linien im Seitenrisse hinauf. Die so gefundenen Höhen trägt man nach dem Spantenrisse auf die entsprechenden Hukspanten über, und verlängert die letztern so weit nach unten zu und innerhalb der halben Schlichtseitenstärke des Vorstevens, als die Sponning in dieselbe eindringt. Ebenso verlängert man die Fugen der Hukspanten im Seitenrisse, bis sie die Mitte der Kiel- und Vorstevensponning durchschneiden. Darauf umgürtet man die verschiedenen Hukspanten im Vorschiffe mit Papierstreifen, auf denen man die Stellen bezeichnet, wo die untern Theile der Spanten die Innenseite der Sponning schneiden, wo die Wasserlinien, und die obern und untern Ränder der Berghölzer u. s. w. liegen; auf dem Gürtel des vordersten Hukspants bemerkt man die Höhen der Klüsholzhieling, indem man zugleich auf dem Papierstreifen die Zeichen der einzelnen Spanten angiebt. Auch ist für diese Zwecke eine besondere Linie zu merken, welche die Engländer bearding-line oder stepping-line nennen, und im Deutschen die Kurve der Piekstückhieling genannt werden kann; sie geht beinahe parallel mit der Bauchstücklinie aber auf den Kielklötzen oder dem Todtholz, und bildet den untern Rand der Einschnitte, welche in die Kielklötze gemacht werden, um den Piekstücken eine angemessene Einsenkung in das Todtholz zu geben, so daß sie sich nicht zu einer zu scharfen Kante zu verengern brauchen. Diese Piekstückhielingslinie wird ebenfalls auf den Papierstreifen angemerkt, wo sie die Hukspanten schneidet.

Mit andern Papierstreifen gürtet man die verschiedenen Wasserlinien in dem wasserpassen Risse, und bemerkt darauf die Fuge des Spants M, Tafel XXXVII, Fig. 2, d. h. des vordersten senkrecht gegen die Kielebene stehenden Spants; die Fuge jedes Hukspants; und den Durchschnittspunkt jedes Klüsholzes; ferner wo die Piekstückhielingslinie die Wasserlinie durchschneidet; und wo die Wasserlinie in der Sponning endigt. Der Gürtel an den Berghölzern, Pfortentrempeln oder Rändern, und an der Topbreite muß ebenfalls bezeichnet werden.

Mit einem andern Streifen muß die Kurve der Vorsteven- und Anlaufssponning umgürtet und darauf bemerkt werden, wo das senkrecht stehende Spant M diese Linie durchschneidet; ebenso giebt man die Durchschnitte derselben mit den übrigen Hukspantenfugen an; ferner bemerkt man die Höhen aller Wasserlinien, die Ober- und Unterkante der Berghölzer, der Pforten, des Jagerdecks und des Obertheils des Vorstevens.

Von dem wasserpassen Risse zieht man senkrecht von den Stellen, wo die Hielings der Klüshölzer die Fuge des Hukspants S durchschneiden, nach dessen Darstellung im Seitenrisse hinauf; diese Höhen überträgt man alsdann auf das Hukspant S im Spantenriß, und zwar ehe man dieses umgürtet; diese Punkte

geben die Hielings der Klüshölzer für die Ausbreitung. Die Papierstreifen der Wasserlinien bringt man alsdann, wie vorher, an das senkrechte Spant M im Ausbreitungsrisse, an die verschiedenen darauf bezeichneten Wasserlinien, und streckt sie in der vorher angegeben Weise aus. Darauf streckt man den Gürtel des Vorstevens aus, indem man den darauf bezeichneten Punkt M auf dem Spant M befestigt; darauf bringt man die Hielings der Hukspanten an ihre entsprechenden Punkte auf der Vorstevenkurve, und bewegt das Ganze, ohne Falten, bis die Vorderenden der Wasserlinien genau mit den Punkten ihrer Stellen auf dem Vorsteven zusammentreffen; ebenso bis die Stellen der Hukspanten und Wasserlinien übereinstimmen; endlich, wenn das ganze Vorschiff genau zusammenpaßt, befestigt man die Papierstreifen mit Nadeln. Auf dem Ausbreitungsrisse bemerkt man alsdann die Durchschnittspunkte aller Gürtel. Zieht man durch diejenigen der Spanten Kurven, so stellen diese ihre Mallränder dar; diejenigen der Wasserlinien zeigen diese auf der Ebene ausgebreitet; setzt man alsdann auf jeder Seite der Fuge die Dimensionen der Spanten ab, und verbindet diese Punkte durch Kurven, so stellen diese die Vorder- und Achterseiten aller Spanten dar.

Um das schiefwinklige Achterschiff und die Wrangen so weit darzustellen, als die Randsomhölzer reichen, befolge man ein ganz ähnliches Verfahren, wie für die Ausbreitung des schiefwinkligen Vorschiffs. 3

Wenn die Ausbreitungen dargestellt sind, zeigt man die Oeffnungen oder Facken zwischen den Spanten durch eine leichte Schattirung an; ebenso wie diejenigen zwischen den Klüshölzern und den Wrangen.

Um diese letztern zu zeichnen, nimmt man da, wo die Mallungsränder der Wrangen das vorderste schiefwinklig stehende Randsomholz im Spantenrisse durchschneiden, ihre Abstände in der Richtung des Randsomholzes, von irgend einem gegebenen Punkte; darauf setzt man diese Abstände in der Richtung der Achterkante des vordersten Randsomholzes ober- und unterhalb des besagten Punktes ab.

Es ist hier die passendste Stelle, um den Gebrauch der Billen-Linien, 4 bullock-lines (vergl. S. 2337) genauer zu zeigen. Die Billen eines Schiffs, bullock, heißt der runde Theil des Achterschiffs, welcher von dem hintersten senkrecht gegen den Kiel stehenden Randsomholz bis zum Achtersteven reicht, und oben von dem Heckbalken begrenzt wird. Durchschneidet man jetzt den Schiffskörper mit mehreren senkrechten Ebenen, welche sämmtlich mit dem senkrechten Längendurchschnitte des Schiffs durch die Mittellinie oder Längenaxe parallel sind: so bilden diese Ebenen in ihren Durchschnitten mit dem Boden des Schiffes Kurven, welche an den Billen des Schiffs beinahe parallel mit der Kurve der Liegermitte gehen werden; diese heißen die Billen-Linien, bullock-lines. Die Krümmung des Schiffsbodens von unten nach dem Heckbalken zu richtet sich zum großen Theile nach dem Belaufe des todten Holzes, oder nach dem Belaufe der Kurve der Liegermitte, cutting-down-line. Je näher die schneidenden Ebenen an der Mitte des Schiffs stehen, desto tiefer wird auch ihr Durchschnitt mit dem Boden des Schiffs fallen; je weiter die schnei-

denden Ebenen von der Mitte abstehen, desto höher müssen diese Durchschnitte liegen, wie man leicht an Tafel XL, Fig. 2 erkennen kann, wenn man sich zu der einen Billen-Linie, BL, mehrere Parallellinien denkt, von denen einige zwischen dem Achtersteven und BL, andere zwischen BL und dem Hauptspant liegen.

Hat man in dem Seitenrisse eines Schiffes eine oder mehrere Billen-Linien, so trägt man sie erst auf den Spantenriß über, und sucht auf diesem die Stellen, wo sie das vorderste senkrecht gegen die Kielebene stehende Randsomholz durchschneiden. Daraus findet man ihre Durchschnittspunkte mit dem vordersten der schiefwinklig stehenden Randsomhölzer, und stellt sie dar. Hierauf nimmt man ihre Abstände von dem obigen Punkte in der Richtung der Achterseite des vordersten Randsomholzes; hiedurch erhält man die Stellen der Billenlinien an der Achterseite des Randsomholzes für den Ausbreitungsriß.

Man umgürtet darauf mit Papierstreifen die Billenlinien 1, 2, 3, 4 u. s. w. in dem Seitenriß, und bemerkt die Seiten der Randsomhölzer, den obern und untern Rand aller Wrangen, und ebenso die Randlinie, wo die Billenlinien endigen.

Mit andern Papierstreifen umgürtet man die Wallseitenränder aller Wrangen, die man hiezu am besten auf einem eigenen Risse darstellt; ebenso ihre Unterseiten unter dem Heckbalken; auf diesen Gürteln bezeichnet man die verschiedenen Billenlinien, das vorderste und die übrigen Randsomhölzer, und die Innenseite der Achterstevenspónning. Dies giebt die größte Länge der ausgebreiteten Beplankung nach hinten, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 an dem unter der Gallerieseite hervorragenden Theile zu sehen ist.

Darauf streckt man die verschiedenen Gürtel der Billen- und Wrangenlinien aus, indem man die verschiedenen Punkte für das vorderste Randsomholz an die entsprechenden Punkte der Hinterseite desselben bringt. Man bewegt darauf die Gürtel, bis ihre entsprechenden Punkte mit denen für die Billenlinien und Wrangenränder zusammentreffen, heftet sie dann mit Nadeln fest, und bemerkt die Durchschnittspunkte jedes Gürtels. Zieht man alsdann Kurven durch diese Punkte, so stellen sie sowohl die Wrangenränder dar, als auch die Stellen, wo dieselben von den Billenlinien durchschnitten werden.

Die äußerste Plankenlänge um die Billen, oder den Spiegel im genauern Sinne, wird oben durch die Randlinie begrenzt; diese geht nämlich parallel mit der Oberseite des Heckbalkens, und ungefähr fünf Zoll unterhalb derselben; an dieser Randlinie endigen die Köpfe aller hinteren Bodenplanken, und werden durch die Spiegelleiste bedeckt. Die Achterseite der ausgebreiteten Spiegel- und Billenplanken wird durch die Achterstevenspónning auf dem Gürtel der Wrangen begrenzt. Man hat also nur noch die Achterstevenspónning bis zum Kiel zu vollenden.

Man legt einen Papierstreifen an die Achterstevenspónning im Seitenrisse, und bezeichnet darauf die Ober- und Unterseiten aller Wrangen, die Wasserlinien, und den untern Rand der Kielspónning. Darauf heftet man den Streifen auf den Ausbreitungsplan, indem man den Punkt für den untern Spon-

ningsrand genau an die Stevensponning auf der geraden Linie hält; hierauf bewegt man den Papierstreifen, bis die Wasserlinienpunkte auf ihm mit den schon gezogenen Wasserlinien zusammentreffen, und heftet ihn mit einer Nadel fest. Hierauf bewegt man den oberen Theil des Streifens ohne Falten, bis die Punkte für die Wrangen mit ihren entsprechenden Punkten zusammentreffen; eine Linie längs dem Rande des Papierstreifens beschrieben, wird dann die Ausbreitung der Planken unterhalb der Wrangen darstellen.

Die Gürtel der Kurven für die Topsente, die Decke u. s. w. oberhalb des großen Bergholzes werden in ähnlicher Weise ausgebreitet, und geben die Umrisse der Topseite bis zur Vorderseite der Vorstevensponning, und bis zur Achterseite der Achterstevensponning; ebenso die oberen und unteren Ränder der Berghölzer, Pforten u. s. w. 5

Nachdem so die ganze Seite des Schiffsgebäudes auf einer Ebene ausgebreitet worden, können die Planken mit ihren Längen- und Quernathen darauf gezeichnet werden. Man fängt am besten mit dem großen Bergholz an, oder mit den Gängen zwischen den Berghölzern und den Pforten; weil das Verschießen ihrer Scherben und Quernathen (vergl. S. 2340) die möglichst größte Festigkeit für die Pforten wie für die Planken selbst geben muß.

§. 351. Von der Zusammensetzung der Spantenstücke und der Anordnung der Spanten und Hautplanken.

Zur möglich größten Festigkeit der Spanten gehören eigentlich zwei Hauptbedingungen: die eine, daß sie so wenig als es angeht durch die Pforten der verschiedenen Decke eingeschnitten und unterbrochen werden; die andere, daß die zu den Seitenpfosten der Pforten bestimmten Spanten, wenn es angeht, ohne Lasching oder Verscherbung bis zur Reiling hinaufgehen. Da jedoch diejenigen Spanten, welche in der plötzlichen Biegung des Schiffsgebäudes liegen, eine zu große Krümmung in ihrer Längenrichtung zu machen haben; und diejenigen, welche bis zur obersten Reiling hinaufgehen, einer zu großen Länge bedürfen würden: so müssen die Laschingen unvermeidlich zugelassen werden. 1

Die Hukspanten vorne und hinten haben wegen ihrer Stellung weniger Krümmung, und auch eine Schmiegung, die sich dem rechten Winkel nähert. Beides ist ihrer Mallung vortheilhaft. Da ferner die Spantenstellen an der größten Breite dieselben bleiben, wie Tafel XXXVII, Fig. 2 zu sehen, so daß nur der untere Theil der Hukspanten eine schräge Richtung erhält: so wird nur der Spanten- und Fackenabstand auf dem Todtholze verkürzt, und werden nur die Hielungen zusammen gezogen. 2

Wie die einzelnen Stücke eines Spants gegen einander verschießen, ist oben (S. 2335) angegeben. Gewöhnlich werden die beiden dort angegebenen Reihen übereinander stehender Spantentheile dicht aneinander gefügt. Zuweilen aber hält man sie auseinander, um statt der Fugen einen Luftdurchzug zu haben; alsdann werden aber an den Stellen, wo die Bolzen von der einen nach der andern Reihe hinübergehen, und in diesem Falle natürlich länger als bei der

anliegenden Zusammenfügung sind, eichene gut getrocknete Klötze, sogenannten Kalben, dazwischen getrieben, so daß die Bolzen durch sie hindurch von der Mallseite der einen Reihe der Theile zur Mallseite der andern Reihe gehen.

3 Bei der Anordnung der Spanten hat man darauf zu sehen, daß zu jeder Seite der untersten Deckpforten eines zu stehen kommt; dadurch ist zugleich bei mehrdeckigen Schiffen für die Seiten der mittleren und oberen Deckpforten gesorgt. Ein dritter Auflanger und ein langer Topauflanger bilden auf diese Art die Seite jeder untern Deckpforte bei Zweideckern, und die Seite jeder obern Deckpforte bei Dreideckern. Ein langer Topauflanger und ein dritter Auflanger machen in gleicher Weise die Seiten der mittleren Deckpforten auf Dreideckern, und die Seiten der obern Deckpforten bei Zweideckern.

4 Alle Schiffe müssen, so weit es mit ihrer Dienstbestimmung vereinbar ist, in ihren oberen Theilen leicht gehalten werden. Ueber jeder Pforte genügt es daher zwei kurze Spanten zu stellen, welche so angeordnet sind, daß sie die Bolzen der hängenden oder senkrecht stehenden Kniee aufnehmen können.

5 Diejenigen Spanten, welche zur Seitenbildung der Schanzen- und Backpforten, oder bis zur obersten losen Reiling hinaufgehen, müssen wo möglich mit ihrem Fuße auf den Ober-Trempeln der oberen Deckpforten stehen. Die Seite längs der Kuhl, also in der Mitte des Schiffs zwischen der Raaleiste und dem obersten kleinen Bergholz, kann mit föhrenen oder fichtenen Spantenstücken ausgefüllt werden, welche nach der Länge des Schiffs gelegt, und mit einem Schwalbenschwanz in die Spanten eingelassen werden.

Die ganze Seite wird ferner genügend stark gefüllt sein, wenn Spantenstücke angebracht sind, um die Gallerietühren zu bilden, die Quarterseiten vom hintersten Spant bis zur Seite der Gillingskniee und Heckstützen, und die Bugseiten vom vordersten Spant bis zu den Klüshölzern zu füllen.

6 Alle Spantentheile in der Gegend der großen und der Fockrüste müssen bis zum obersten Bord hinaufreichen, und die Füllungsspanten in gleichen Zwischenräumen eingeordnet werden. Die Facken in der Gegend wo die Püttings- und Klappbolzen (vergl. S. 2374) eingetrieben sind, werden völlig mit trockenen eichenen Füllungsstücken ausgefüllt; ebenso über den Pforten des unteren und mittleren Kanonendecks, damit eine solide Bohrung für die Pfortentaue, für die Luftröhren, für die Tromptaubolzen und für die eisernen und stehenden Kniee da sei. Die Tromptaue sind die um den Kopf der Kanonen geschlungenen Taue, Tafel XXXVIII, Fig. 6, x, x.

Alle Lichtpforten, Ruderpforten u. s. w. müssen so angelegt werden, daß die Stärke des Gebäudes nicht vermindert wird. Ruder- oder Rojepforten sind kleine Pforten an den Seiten kleinerer Schiffe, namentlich kleiner Fregatten und Kaper, auch Schooner und Kutter, welche zwischen den Kanonenpforten angebracht sind, und durch welche bei Windstillen Ruder, oder nach dem Schifferausdrucke Riemen, gesteckt werden, um das Schiff weiter zu bewegen, wenn irgend eine Gefahr das Stillliegen unrathsam macht.

7 Zuerst überträgt man die Klüsgatten aus dem Seitenriß auf den Anordnungsriß; alsdann die Höhen aller Spantentoppe über der Grundlinie des

Spantenrisses, welche man über dem untern Sponningsrande des Kiels auf den entsprechenden Spanten des Anordnungsrisses abgesetzt. Alsdann werden Kurven durch die abgesetzten Punkte gezogen, welche die Spantentoppe darstellen.

Darauf zieht man senkrecht die Ränder oder Kanten der nicht gemallten Seiten der Spanten, welche zwischen den Hukspanten stehen. Weil die Pforten des obern Decks schmäler als diejenigen des untern sind, so muß der obere Theil der Spantenstücke bei der Fuge getrennt werden. Daher setzt man sie vom Kiel an auseinander, und treibt da, wo Bolzen hindurchgehen, Kalben dazwischen. 8

Die Spanten im rechtwinkligen Vorschiffe, wie das Hauptspant, und diejenigen im rechtwinkligen Achterschiffe, wie das Spant (2), haben einen einzelnen Spantentheil um gegen die Lieger bei (1) zu verschießen. Diejenigen in dem schiefwinkligen Vorschiffe, wie bei N, O, P u. s. w., und diejenigen in dem schiefwinkligen Achterschiffe, wie bei 21, 22, 23 u. s. w. folgen.

Die dritten Auflanger sind die längsten Spantentheile in einem Schiffe, und haben außerdem eine solche Gestalt, die sehr schwer mit ihrer ganzen Länge in natürlichem Holzwuchse zu finden ist, namentlich für Schiffe, die oben eine starke Einweichung (Biegung nach Innen) haben; es ist selbst schon schwierig, sie auch nur in solcher Länge zu erhalten, daß sie die Seiten der oberen Deckpforten bilden können, oder auch bei dieser Länge stark genug sind, um die gehörige Dicke, nach der Länge des Schiffs gemessen, zu haben. Sobald nun dergleichen dritte Auflanger erfordert werden, und doch nicht von Natur zu bekommen sind, so müssen sie natürlich aus mehreren Stücken zusammengelascht werden. Solche Lasching ist dann am sichersten mit einer Haakenscherbe zu machen, und muß gegen die betreffende Pforte und gegen andre Laschungen gehörig verschießen. Es können auch Seitenlaschungen gemacht werden. Die zweiten Auflanger, welche unter die Pforten des untersten Decks zu stehen kommen, müssen bis zur Unterseite der Untertrempel reichen. Wenn aber solche Stücke wegen der großen Krümmung, welche die zweiten Auflanger machen, nicht von gehöriger Länge in natürlichem Wuchse zu bekommen sind, so müssen sie auf die Art verscherbt werden, daß die Scherben in weit größerm Abstande gegen andre verschießen, als bei gewöhnlichen Verscherbungen.

Die Obertrempel der unteren Deckpforten liegen da am tiefsten, wo die Klappbolzen der Püttingsklappen hinkommen sollen; dies giebt die erste Anweisung zur Zeichnung dieser Pforten. Alsdann kommen die Blöcke, welche durch die Seite des Schiffs gehen, damit nicht lange Spantentheile für diese Gegend bestimmt und nachher durch die Blockgatten durchschnitten werden.

Die Vorderseite der Windveeringsstütze kann von der Bestecktafel, und die Gallerietküre von dem Seitenrisse genommen werden. Die Trempel und übrigen Theile des Achterschiffes finden sich leicht.

Sobald man alle Pforten u. s. w. berücksichtigt hat, muß man zunächst zu erlangen suchen, daß diejenigen Spanten, welche hinten und vorne hinaufgehen, um die Stützen der losen Reiling, die Pöller, die Seiten und Pforten der Schanze, und die Pforten der Back bilden, diejenigen kurzen Spanten- 9

stücke seien, welche auf den Obertrempeln der oberen Deckpforten stehen; und daß diejenigen, welche die Stützen der losen Reilings hinten machen, über den Schanzpforten stehen. Bei allen diesen Bestimmungen kommt es zur Schonung des seltenen und theuren Krummholzes darauf an, daß jeder Spantentheil so kurz als möglich genommen werde.

10 Die zur Einlassung frischer Luft bestimmten Oeffnungen zwischen den Decken können nach Bequemlichkeit in den Facken zwischen den Spanten angebracht werden, und zwar in denen, welche den mehrsten freien Raum gewähren, oder am wenigsten von den Knieen u. s. w. bedeckt sind. Was man für diese Luftpforten zu merken hat, ist, daß der eine Trempel derselben zwischen den Spanten an der Unterseite eines schlafenden Knies des untern Decks bei Linienschiffen, oder des obern bei Fregatten, liege, und der andere Trempel an der Unterseite des Plankenganges zwischen der Raaleiste und dem obersten kleinen Bergholz; oder an der Unterseite der schlafenden Kniee des Schanzen- und des Backdecks. Die Oeffnungen selbst können mit Pech, Theer oder Harpüs (gekochtem und abgeschäumtem Harz) bestrichen werden.

11 Die Beplankung ist ein so wesentlicher Theil seines ganzen Baues, daß Fehler, welche bei ihr gemacht werden, manche vorzügliche Eigenschaften des übrigen Gebäudes völlig nutzlos machen. Die Zusammenfügung, das Verschießen der Quernathen, das Befestigen der Planken auf den Spanten, das Kalfatern, und endlich die Güte des Holzes selbst müssen daher dem gebildeten Seemanne den Hauptsachen nach bekannt sein; weil er gerade hinsichtlich der Beplankung öfter in den Fall kommt, Ausbesserungen an seinem Schiffe in fremden Häfen vornehmen zu lassen.

12 Die Länge der Planken ist ein wesentlicher Berücksichtigungspunkt, weil von ihr die Möglichkeit eines guten Verschießens der Quernathen abhängt (vergl. S. 2340). Kann man nämlich die einmal begonnene Anordnung des Verschießens nicht bis zu den Berghölzern beibehalten, so wird die Beplankung eine sehr schwache.

Es ist, wie schon oben gesagt, allgemein angenommen, daß drei ganze Planken zwischen zwei senkrecht über einander stehenden Quernathen liegen, und daß die Quernathen zweier unmittelbar über einander liegender Gänge um sechs Fuß auseinander stehen müssen, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu sehen ist; auf diese Art brauchen die Planken nur vierundzwanzig Fuß lang zu sein. Ein so beplankter Boden gilt für einen sehr gut gearbeiteten.

Man kann indessen drei Lagen zwischen zwei nächsten Quernathen auf demselben Spant und dennoch ein sehr schlechtes Verschießen haben. Dies ist nämlich der Fall, wenn die Quernathen eine über der andern in regelmäßiger Reihe folgen. Es sind nämlich die Quernathen in der Topseite, d. h. in dem Theil der Seite über dem großen Bergholze, diejenigen, welche zuerst nachgeben; alle darunter liegenden sind dann sogleich geneigt, sich ebenfalls zu öffnen. Denn wenn das Schiff anfängt die Beplankung in der Mitte des Schiffs zu brechen, so werden die Quernathen vorne und hinten aller Wahrscheinlichkeit nach in einem gewissen Verhältnisse ebenfalls nachgeben. Es ist also rathsam, daß

eine Quernath zwischen den andern eine doppelte Verschuß-Entfernung, d. h. von zwölf Fuß habe. Alsdann ist die ununterbrochene perpendikuläre Reihenfolge der Quernathen vermieden, und die Planken werden vierundzwanzig Fuß lang. Die eben angegebene Regel wird bei Kriegsschiffen, namentlich der Englischen Flotte, genau befolgt. Weil aber solche Eichenplanken, welche in dieser Länge an ihren Kopfenden noch genügende Breite haben, selten sind, so läßt man die Beplankung der Kauffahrteischiffe in verschiedenen Entfernungen gemäß ihrer Dicke verschießen, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 an mehreren Stellen zu sehen, und theilweise in der Bestecktafel zu finden ist.

Die Berghölzer müssen in solcher Länge genommen werden, und ihre Quernathen so verschießen, daß sie den Pforten und einander selbst die stärkste Haltung gewähren; und um ihre Anordnung zu erleichtern, kann man dieselben in Ankerstockweise, oder Top- und Nathweise zusammenfügen. Die Planken laufen nämlich an ihrem Top oder oberen Ende ziemlich schmal zu, wenn man sie, wie es der Festigkeit wegen geschehen muß, völlig frei von dem Splint, d. h. der weißen und weichen Holzmasse zunächst der Rinde, frei halten will. Man legt deshalb das Topende jeder Planke um sechs Fuß von dem Topende der zunächst darunter oder darüber liegenden, während man jede einzelne Planke so breit läßt, als sie frei vom Splint ist. Auf diese Art kann natürlich nur jede zweite Längennath einen regelmäßigen, geradlinigen Verlauf haben, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 zu sehen; diese Beplankungsweise heißt Top und Nath (top and butt). Wo aber eine ganz besonders starke Verbindung erforderlich ist, wie bei den Berghölzern und den Setz- und Bandwegern (vergl. S. 2356) unter den Pforten der Kriegsschiffe, so wendet man die Top- und Nathverbindung in einer regelmäßigern Weise für zwei unmittelbar über einander liegende Gänge an. Man behaut jede Planke an der einen Seite von der Mitte nach den Enden zu schmäler, so daß sie an dieser Seite oder diesem Rande die Gestalt eines Ankerstocks erhält, wie Tafel XXXIX, Fig. 1 an einigen Planken zu sehen ist; darauf werden die so behauenen Planken der beiden zusammengehörenden Gänge auf die Art aneinander gefügt, daß der mittlere oder breite Theil einer jeden Planke unmittelbar über oder unter der Quernath zweier andern zu liegen kommt; dies ist die Ankerstocksweise (anchorstock-fashion); weil sie soviel Holz erfordert, so wird sie natürlich nur an den große Stärke erfordernden Stellen gebraucht. Besteht ein Bergholz, wie bei großen Kriegsschiffen, aus vier Plankengängen, so hat es in der Mitte eine geradlinige Längennath.

Was das Verschießen der Berghölzer anbetrifft, so müssen einige der in der Mitte des Schiffs liegenden Stücke über drei Pforten hin verschießen. Bei großen Schiffen hat man auch darauf zu sehen, daß eine Nath dem Speigatt des Pumpendaals (vergl. S. 2369) entspricht.

Wenn ein Bergholz aus drei Gängen besteht, so verbindet man die beiden untern durch Top und Nath; den obersten Gang läßt man mit parallelen Längennathen oder Seiten laufen.

Die Dickplanken (thick stuff), d. h. die Planken, welche (vrg. S. 2353) 13

vom untern Rande des Bergholzes beginnen, und mit allmälig abnehmender Dicke bis zu den Bodenplanken reichen, werden mit Top und Nath verbunden, da sie auch von Eichen sind. Man muß sie so bald als möglich von dem Verschießen der Bergholz-Quernathen zu der regelmäßigen Länge der Bodenplanken übergehn lassen.

14 Die Bodenplanken, welche bis zur dritten Wasserlinie, Tafel XXXIX, Fig. 1, LWL 3, reichen, sind auf Englischen Kriegsschiffen gewöhnlich Englische Eichenplanken, welche nur 24 Fuß Länge haben; die tiefer liegenden Ostseeeichenplanken, welche von 30 bis 50 Fuß Länge haben. Das Verschießen der letztern hat also weit größere Zwischenräume; die horizontale Entfernung der Quernathen zweier aneinander liegender Gänge darf natürlich auch nicht unter sechs Fuß betragen.

Ostseeplanken von 10 bis 11 Zoll Breite werden mit geradlinigen oder parallelen Seiten gearbeitet, ausgenommen vorne und hinten, wo Englische Eichenplanken genommen werden. Die vier oder sechs untersten dem Kiel zunächst liegenden Gänge können von Ulmen- oder Buchenholz sein. Die Ränder und Quernathen der Bodenplanken bei Ostindienfahrern werden mit Sponningen und Hohlfugen dicht aneinander gefügt, und feiner, in Theer getauchter Flanell wird dazwischen gelegt.

Man muß ferner darauf achten, daß die Quernathen des Sandstrooks, d. h. des untersten, in der Kielsponning sitzenden, Plankenganges auf keine Lasching des Kiels treffen; und daß ferner keine Quernath unter die Pumpen gelegt wird.

15 Bei der Beplankung des vordersten Bodentheils muß man die Breite der Gänge beachten; ebenso die Gestalt des Bugs; damit jeder Plankengang in der Sponning des Vorstevens endigt; so viel als möglich muß jede Planke davon freigehalten werden, daß sie einen gekrümmten Seitenrand erhält. Bei vollgebauten Schiffen, welche eine weite Flur und einen runden Bug haben, würde es aber unmöglich sein, jeden Gang ohne bedeutende Randkrümmung (snying) zur Vorstevensponning zu bringen. Es ist daher Gebrauch, in dem Bug zunächst unter dem Bergholz einen Aufbringer (steeler) einzusetzen, d. h. eine Planke, deren nach dem Steven zugekehrtes Ende sehr schmal zugeht, wodurch die Randkrümmung der darunter liegenden Planke vermieden wird; Tafel XXXIX, Fig. 1 ist K' ein solcher Aufbringer; eben ein solcher wird dann auch bei jedem vierten oder fünften Gange zunächst darunter angebracht. Alle zum Vorsteven gehenden Gänge erhalten dadurch eine hinreichende Breite. Je weiter der Aufbringer nach vorne gebracht wird, um desto mehr erfüllt er seinen Zweck. Unter dem Bergholz am Achtersteven wird auch zuweilen ein solcher Aufbringer angebracht.

Um geradlinige Ränder und Leichtigkeit im Anordnen der Planken zu erhalten, müssen die Achterenden der Planken nahe am Kiel breit gelassen werden.

16 Die Planken der Topseite, d. h. die über dem großen Bergholz liegenden, werden gewöhnlich in parallelen Breiten behauen; es ist deshalb am besten, wenn sie nicht breiter als acht Zoll sind, oder dieser Breite nahe kommen.

Die Topseite ist durch die Pforten, zerbrochenen Gänge u. s. w. vielfach unterbrochen. Deshalb ist es nothwendig, ihr die möglichste Stärke durch das Verschießen der Planken zu geben. Es darf daher keine Quernath anders unter oder über einer Pforte liegen, als wenn zwei Gänge dazwischen sind. Die Planken in der Gegend des großen Masts müssen über drei Pforten reichen oder verschießen. Die andern vor und hinter dieser Gegend brauchen nur über zwei Pforten zu reichen. Es giebt im Ganzen eine größere Festigkeit, die Quernathen zwischen die Pforten zu bringen; in diesem Falle genügt es auch, wenn eine Planke dazwischen kommt, einen Verschuß von fünf Fuß und sechs Zoll zu haben; und wenn zwei Planken dazwischen liegen, so sind auch fünf Fuß hinreichend; wenn aber keine Planke dazwischen liegt, so darf der Verschuß nicht weniger als sechs Fuß betragen.

Diejenigen Berghölzer, welche bei großen Schiffen über den mit Lucken versehenen Pforten liegen, müssen in der Mitte des Schiffs so weit herunter gehen, daß die Haaken und Hängen der Lucken auf ihnen angebracht werden können; und wo ihr Verlauf vorne und hinten höher hinaufsteigt, müssen sie mit einem keilförmigen Vorsprunge nach unten hin so weit verlängert werden, daß er auf beiden Seiten der Hängen sechs Zoll über dieselben hervorragt; hinter und vor diesen Hervorragungen kann ihr Unterrand wieder in die Hauptkurve zurücktreten. Bei den Klüsgatten müssen die Planken so behauen werden, daß ihre Längennath in die Mitte der Gatten kommt. Ferner muß man dafür sorgen, daß keine Längennath hinter die Sloikniee des Galjons zu liegen kommt.

17 Der Plankengang unter dem Schandeckel (sheer strake) giebt der Topseite die größte Stärke, und muß deshalb hinsichtlich seiner Quernathen sehr sorgfältig angebracht werden, um den Planken untereinander, und der ganzen Topseite zwischen den zerbrochenen Gängen die festeste Verbindung zu geben. Die einzelnen Planken werden daher mit parallelen Breiten behauen, und durch Haakenscherben mit einander verbunden; es zeigt sich deshalb auch Tafel XXXIX, Fig. 1 bei diesem Gange keine Quernath; die Scherben sind vier Fuß lang zwischen den zerbrochenen Gängen. Die hinter den Rüsten sind bei Englischen Schiffen Englische Eichenplanken; die andern wegen ihrer Länge Ostseeplanken; die ersteren haben ihrer Kürze wegen senkrechte Scherben.

18 Das Verschießen der Binnenplanken oder Weger erfordert eine Hauptrücksicht, daß nämlich die Setzweger, d. h. die obersten längs der Kuhl und dem obern Deck (im Englischen heißen sie strings) mit ihren Verscherbungen gehörig gegen diejenigen des äußern Plankenganges unter dem Schandeckel verschießen, um die Festigkeit der Topseite zu verstärken; und ebenso die Balkweger dieses Theils.

19 Alle Balk- und Setzweger über dem untern Kanonendeck müssen in der Mitte des Schiffs über drei Pforten verschießen. Die Balkweger müssen durch Haakenscherben verbunden werden, welche etwa vier Fuß lang sind; die Setzweger werden Top und Rath oder in Ankerstocksweise verbunden, so daß keine

Quernath hinter die Katsporen kommt. Eine Quernath kommt in die Gegend des Speigatts des Pumpendaals.

Die Balkweger auf Zwei- und Dreideckern werden über dem untern Kanonendeck zuweilen aus zwei Gängen gebildet; und die Setzweger in drei Gängen, und zwar in einander gefügt.

Die Balkweger des untern Decks können gegen das Achterschiff zu nicht ganz dem Laufe des Decks folgen, um den Deckbalken die Einlassung in die Spanten freizugeben; denn dieses würde sie zu sehr schwächen, oder eine zu große Seitenkrümmung hervorbringen; die Balkweger müssen sich deshalb ganz hinten mit einer leichten Beugung erheben; einige von den hintersten Deckbalken kommen alsdann natürlich auf die Balkweger.

20 Zur leichteren Uebersicht der ganzen Beplankung folgen hier die Erklärungen der auf Tafel XXXIX, Fig. 1 gebrauchten Buchstabenbezeichnungen.

Die Spantenbezeichnungen sind dieselben, wie auf dem Seiten-, Spanten- und Sentenrisse. Die Wasserlinien sind sämmtlich mit WL und mit Zahlen bezeichnet, die von unten herauf steigen. Die Ladewasserlinie hat außerdem ein G vor WL stehen, und die Wasserlinie des ungeladenen Schiffes ein L.

Das A' am Bord in der Mitte des Schiffs zwischen zwei Pforten bezeichnet Leisten, welche aus dem Holz der Planken selbst gehauen sind. Das darunter befindliche B' bezeichnet den schwarz angemalten Plankengang über dem Bergholz.

C'C' sind die Planken des Bergholzes. Das darunter stehende D' bezeichnet die Plankengänge von Englischen Eichen, welche mit Top und Nath verbunden sind. Die darunter befindlichen E'E' bezeichnen Ostseeplanken. Das weiter unten befindliche F' bezeichnet die untersten Plankengänge, welchen von Ulmen- oder Buchenholz sein können. Es versteht sich von selbst, daß alle Buchstaben von A' bis F' nicht blos für die Stellen, an denen sie stehen, sondern für den ganzen horizontalen Raum dieser Höhe von vorne bis hinten gelten.

H'1 und H'2 bezeichnet die Sloikniee des Galjons; I' die Klüshölzer; K' einen Aufbringer (steeler); M' die Klüsholzpöller.

Die kleinen Buchstaben am unteren Vordertheile bezeichnen die vorderen Hukspanten, welche Tafel XXXVII, Fig. 3 im wasserpassen Risse mit den griechischen Buchstaben bezeichnet sind, und zwar bezeichnet n das Hukspant, welches auf dem Sentenrisse mit $\alpha\beta$ angegeben ist, o das dortige $\gamma\delta$ u. s. f. Die kleinen Zahlen 1, 2, 3, 4 bezeichnen die Klüshölzer, welche auf dem wasserpassen Risse mit υ, τ, σ, ϱ angegeben sind.

§. 352. Einige besondere Bemerkungen über die Diagonallinien des Spantenrisses.

1 Die Diagonallinien auf dem Spantenrisse sind, wie oben (S. 2334) gesagt, die Projektionen der Senten auf der senkrechten Ebene des Hauptspants. In welcher Höhe man die Senten, welche so projizirt werden sollen,

nehmen will, das hängt zum Theil von der freien Wahl ab; sie dienen alsdann nur dazu, um die Höhen und übrigen Dimensionen der Diagonalen auf dem Spantenrisse zu erhalten, und den letztern danach zeichnen zu können (vgl. S. 2318 bis 2320). Ist der Spantenriß vollendet, so löscht man diese nur mit Bleifeder gezeichneten Diagonalen wieder aus. Von solcher Art sind auch die in den Bestecktafeln CIV, CX und CXI gegebenen Diagonalen. Daher finden sie sich auch auf dem Spantenrisse Tafel XXXVII, Fig. 2 nicht; und ihre S. 2404 angegebene Zeichnung ist nur als eine vorbereitende anzusehen.

Man hat aber auch Diagonalen, welche nicht von der willkürlichen Wahl abhängen, sondern nach den Stellen der einzelnen Spantentheile bestimmt werden, und dazu dienen, die eigentlichen Senten um die wirklich errichteten Spanten zu legen, und dieselben bis zur Beplankung zusammenzuhalten. Diese Diagonalen müssen nach der Ausreibung der ersteren mit Tinte, am besten mit rother, in den Spantenriß, und respektive in den Sentenriß eingetragen werden. Für große Schiffe hat man folgende neun eigentliche Sentendiagonalen. 2

Die erste liegt am tiefsten und heißt die unterste Diagonale (lower diagonal); sie liegt gewöhnlich in der Mitte zwischen dem Kiel und der Flursente; in ihrer Gegend werden die untersten Schmiegungen der Spanten gemessen.

Die zweite wird in der Mitte der Schiffsseite, bei kleinen Schiffen ungefähr achtzehn Zoll, bei großen zwei Fuß unter der Kimming (floorhead) gelegt; sie giebt die Stelle an, wo die Flursente in der Mitte der Schiffsseite angebracht wird; und ebenso die stärkeren Senten vorne und hinten (the harpins) für die Flur; sie heißt auch deshalb die Flursente (floor-ribband); Schmiegungen werden auf ihrer ganzen Länge nach vorne und hinten abgemessen.

Die dritte begrenzt die Länge der Flurstücke, und heißt deshalb die Diagonale der Kimming oder des Liegertops (floor-head); auf ihrer ganzen Länge werden ebenfalls Schmiegungen abgemessen. Ihre Lage ist von der höchsten Wichtigkeit für die Stärke des Schiffs, weil sie demjenigen Theile des Flachs so nahe liegt, welcher bei vorkommender Gelegenheit auf den Grund zu liegen kommt, und daher die größte Anstrengung auszuhalten hat. Man muß sie also in der Mitte der Schiffsseite so hoch legen, als es die Zusammensetzung der Spanten erlaubt. Vorne und hinten ist das weniger erforderlich.

Die vierte liegt in der Mitte zwischen der vorigen und der fünften; in ihrer Gegend wird eine Sente zur Sicherung der Sitzer angebracht; deshalb heißt sie die Diagonale der Sitzer (first futtock ribband). Schmiegungen werden ebenfalls auf ihrer ganzen Länge genommen; denn in dieser Gegend des Schiffsgebäudes weichen die Spanten am mehrsten von einander ab, und erhalten deshalb die stärksten Schmiegungen.

Die fünfte begrenzt den Top der Sitzer, und heißt daher die Diagonale des Sitzertops (first futtock-head); sie muß in passender Entfernung über der Kimming liegen, um dem untern Theile der zweiten Auflanger eine

genügende Lasching zu geben, was in den Besteckstafeln besonders bemerkt ist. Schmiegungen werden ebenfalls auf ihrer ganzen Länge gemessen.

Die sechste heißt die erste Auflanger-Sente (second futtock-ribband), und kommt in die Mitte zwischen der vorigen und der siebenten Diagonale; die eigentlichen Senten für die ersten Auflanger werden in dieser Gegend gelegt, und Schmiegungen auf ihrer ganzen Länge abgemessen.

Die siebente heißt die Diagonale des ersten Auflanger-Tops (second futtock-head), weil sie die Toppe der ersten Auflanger von vorne bis hinten an den senkrecht gegen die Kielebene stehenden Spanten, oder im rechtwinkligen Schiffstheile bestimmt. Vor und hinter diesen Spanten bestimmt sie den doppelten Auflangertop der vorderen und hinteren Hukspanten. In der Mitte der Schiffsseite muß sie so hoch über die Diagonale des Sitzertops gelegt werden, als die Diagonale der Sitzer über der Diagonale des Liegertops liegt; dadurch giebt sie dem untern Theile der zweiten Auflanger eben so viel Lasching als die Diagonale der Sitzer dem untern Theil des ersten Auflangers. Schmiegungen werden ebenfalls auf der ganzen Länge dieser Diagonale gemessen.

Die achte bezeichnet die Stelle derjenigen Sente, welche die zweiten Auflanger unterstützt, und wird deshalb zwischen der vorigen und der neunten in die Mitte gelegt; sie giebt auch Schmiegungen, und heißt die zweite Auflanger-Sente (third futtock-ribband).

Die neunte und letzte heißt die Diagonale des zweiten Auflangertops (third futtock-head), und wird in gleichem Abstande über dem ersten Auflangertop angebracht, wie dieser über dem Sitzer; sie begrenzt alle zweiten Auflangertoppe mit Ausnahme derer, welche unter die unteren Deckpforten kommen. Die letztern müssen bis zu den Unterseiten der Pforten reichen, weil man an diesen Stellen, welche die größte Stärke erfordern, keine kurzen Spanten legen darf. Diese Diagonale giebt auch die Schmiegungen für die zweiten Auflangertoppe.

Die Toppe der dritten Auflanger werden sämmtlich, vorne und hinten, durch die Unterseiten der oberen Deckpforten begrenzt; man legt auch hier eine Sente, ein wenig unterhalb der Untertrempel der oberen Deckpforten. Eine andre kommt auch noch in ähnlicher Weise unter die untern Deckpforten, und eine an der Topsentenlinie. Alle diese mit den vorher genannten Senten zusammen geben dem im Bau begriffenen, nur noch aus den unbeplankten Spanten bestehenden Gebäude die erforderliche Festigkeit und Haltung.

3 Von diesen genannten Diagonalen sind auf dem Spantenrisse des Kauffahrteischiffes, Tafel XXXVII, Fig. 2, nur drei dargestellt. Am Achterschiffe, d. h. auf der linken Seite der Mittellinie des Stevens, ist die unterste Diagonale ee die dritte am Flurtop oder der Kimming (floorhead); die mittlere dd ist die fünfte Diagonale des Sitzertops; cc ist die siebente Diagonale des ersten Auflangertops. Am Vorschiffe, d. h. auf der rechten Seite der Mittellinie ist kk die Flurtopp-Diagonale; ii die am Sitzertop; und hh die am ersten Auflangertop. Die Kurve bb am Achter-

schiff, und die Kurve gg am Vorschiffe bezeichnet die untere größte Breite; die Kurve aa am Achterschiff, und die Kurve ff am Vorschiff bezeichnet die Topsente (top timber-line). Die Spanten dieses Kauffahrteischiffes bestehen, wie in der Besteckstafel CV, Bd. II, S. 427 und 428 zu sehen ist, aus einem Lieger oder Bauchstücke, einem Sitzer, einem ersten Auflanger, einem zweiten Auflanger, und einem Topauflanger. Am Breitendurchschnitte, Tafel XXXIX, Fig. 3, ist G die Hielung des Sitzers am Kiel; H der Top des Liegers; K der Top des Sitzers; M der Top des ersten Auflangers; C auf der linken, und N über M auf der rechten Seite ist der Topauflanger. Neben N und N würde (vergl. S. 2335) der andere Auflanger zu liegen kommen. Die Entfernungen von der Mittellinie des Stevens an der Kielsponning nach H, K und M, oder die Chorden dieser Bogen auf den Spantenriß, Tafel XXXVII, Fig. 2 übertragen, giebt die zwischen der Mittellinie und den am Hauptspant beginnenden drei Diagonalen.

§. 353. Zeichnung des Seiten-, Spanten- und Sentenrisses eines Schiffes.

Zweites Beispiel: Fregatte. Tafel XL.

Die Hauptdimensionen diese Fregatte sind folgende: 1

Länge des Kanonendecks	176 Fuß	4	Zoll,	Englisch.
Länge des Kiels zur Aiche . . .	145 „	$7^5/_8$	„	„
Größte Breite auf den Außenplanken .	47 „	$10^1/_2$	„	„
Tiefe im Hol	14 „	4	„	„

Tonnengehalt: 1775 Englische Tonnen.

Die Bewaffnung derselben ist:

Auf dem untern oder Hauptdeck:

6 Stücke von 8 Zoll und	65 Centner Engl.;	9 Fuß	0	Zoll	Länge.
22 Stücke 32 Pfünder;	56 „ „	9 „	6	„	„

Auf Schanze und Back zusammen:

22 Stücke 32 Pfünder; 45 Centner Engl.; 8 Fuß 6 Zoll Länge.

Da der Englische Centner 112 ℔ hat (vergl. Tafel CXVI), so kommt das Gewicht der einzelnen Geschütze ziemlich demjenigen nahe, was Tafel CXXVII, Bd. II, S. 479 angegeben worden. Ueber das Kaliber und seine Messungen kommt tiefer unten etwas Genaueres vor.

Die in den drei Rissen der Tafel XL gebrauchten Buchstaben haben folgende Bedeutungen: 2

LWL Ladewasserlinie.

BL Billen- und Buglinien (Buttock- and bow-lines).

WL 2, 3, 4, 5 Wasserlinien.

MB, MB größte Breite.

TB Topsentenbreite.

TS Topseite.
CD Kurve der Liegermitte (cutting down-line).
QDk Schanze oder Quarterdeck.
FC-Dk Back oder Vorderkastell.
U-Dk Oberdeck; Hauptdeck.
L-Dk Unterdeck; Kuhbrücke.
FP Vorderer Perpendikel.
AP Hinterer Perpendikel.
FH Flurtop-Diagonale.
1F Sitzertop.
2F Erster Auflangertop.
3F Zweiter Auflangertop.

3 Der Sentenriß ist genau unter den Seitenriß gelegt; der Spantenriß ist über denselben gestellt. Der Fußmaaßstab enthält Englisches Maaß. Die Risse selbst sind von der Englischen Fregatte Vindictive. Bei der Erklärung dieser Risse und ihrer Zeichnung werden natürlich nur diejenigen Punkte ausführlich behandelt, welche von dem entsprechenden des ersten Beispiels wesentlich abweichen.

Eine besondere Aufmerksamkeit verdient der runde Bau des Hecks und der Back, wodurch die Fregatte auch vorne und hinten eine angemessene Bewaffnung erhalten hat; so daß sie auch an diesen, nach der alten Bauart so schwachen Stellen, verhältnißmäßig ebenso viel Geschütz als Fläche darbietet.

4 Im Allgemeinen hat man in neuerer Zeit, zur Ersparung des Holzes, die Länge der Spantentheile verkürzt, und dafür ihre Zahl vermehrt. So hat man die langen Lieger ganz abgeschafft, und statt ihrer kürzere eingeführt, die man Kreuzspanten (cross-timbers) nennt. An die Seiten derselben schließen sich, theils mit ihnen verscherbt, theils über sie hervorragend, und an sie gebolzt, Stücke, welche Halblieger heißen. Der Sitzer kommt alsdann auf den Top der Kreuzspante, der erste Auflanger auf den Top des halben Liegers zu stehen; der dritte Auflanger auf den Top des ersten, der vierte auf den Top des zweiten; der fünfte auf den Top des dritten; der sechste auf den Top des vierten; und zuletzt der Topauflanger auf den Top des fünften Auflangers. Wenn es die Anordnung und Bearbeitung der Spantentheile irgend nöthig macht, so werden zu den Topauflangern noch verlängernde Theile hinzugefügt.

Bei sorgfältig gebauten Schiffen ordnet man die Laschingen oder Scherben der Spanten so an, wie bei der äußern Beplankung; d. h. man läßt dieselben so verschießen, daß drei Spanten zwischen je zwei in derselben Höhe befindlichen Laschingen zu stehen kommen; nach der gewöhnlichen Bauart steht immer nur ein Spant dazwischen.

5 Die Spanten läßt man an der Seite nicht zusammenkommen, nimmt aber zur Bequemlichkeit der Zeichnung an, sie ständen dicht nebeneinander, und nennt diese eingebildete Berührung, wie oben (S. 2340) die Fuge (joint); und sie wird als vom Kiele bis zum Top reichend gedacht. Diese Fugen sind mit einer einzigen Ausnahme in gleichen Abständen geordnet. Tafel XL, Fig. 1 zeigt sich nämlich der Abstand zwischen der Fuge 3 und (2) größer als zwischen den andern Fugen. Diese Abänderung geschieht zu dem Zwecke, daß noch ein überschüssiges Spant, das einfache Spant (single timber), eingeführt werden kann; demnach befinden sich in dem Raume zwischen 3 und (2) fünf Spanten,

während in den andern Zwischenräumen zwischen den Fugenperpendikeln immer nur vier Spanten stehen. Dieser Zwischenraum 3 (2) wird deshalb auch die Fünfviertelöffnung genannt; ein Spant aber besteht auf diese Art aus drei neben einander liegenden Reihen von über einander stehenden Spantentheilen, während die übrigen alle nur zwei solcher Reihen enthalten. Der Grund zur Einführung dieses einfachen Spants ist folgender: die einzelnen Spantentheile, also namentlich die Auflanger, welche auf dieselbe Weise gegen einander verschießen, liegen in dem Vorschiffe auf der Vorder-, im Achterschiffe auf der Achterseite der Spanten; damit aber diese verschiedene Lage eintreten kann, muß das einfache Spant an die andre Seite des mittleren Spants gefügt werden, so daß dieses aus drei Reihen besteht, von denen die beiden äußern den Anfang zu den entgegengesetzten Theillagen machen.

Die Spanten des Vorschiffs sind wieder mit A, B, C u. s. w., diejenigen des Achterschiffes mit Ziffern 1, 2, 3, 4 bezeichnet. Die Hukspanten werden ebenfalls wieder schräge gesetzt. Bei dieser schrägen Stellung vermeidet man hauptsächlich zwei Nachtheile: erstlich darf man nicht der stärkeren Beschmiegung wegen stärkere Holzstücke nehmen, die von alten Bäumen herkommend, immer mürberes Holz enthalten; zweitens vermeidet man, daß die Bolzen und und Spicker, welche doch senkrecht hineingetrieben werden müssen, das Holz in schräger Richtung durchdringen. 6

Da sowohl der äußere als der innere Belauf der Wasserlinien oder horizontalen Schiffsdurchschnitte, namentlich vorne und hinten in krummen Linien geht: so ist es natürlich, daß die an solchen Stellen stehenden Spanten nicht rechtwinklig behauen sein können; denn sie würden auf solche Weise den nach der Krümmung der Wasserlinien gebogenen Planken keine Fläche zur anliegenden Befestigung darbieten. Mit Ausnahme des Haupt- oder Mittelspants, und einiger weniger in dessen Nähe, müssen also die Spanten schiefwinklig oder rautenförmig behauen werden. Der Winkel, den die Seiten dieser rautenförmigen Gestalt mit einander machen, heißt die Schmiegung oder Beschmiegung. Die Zimmerleute bestimmen die Größe derselben vermöge der Schmiege (bevel), d. h. eines mit einer beweglichen Zunge versehenen Maaßstabes. Auf dem Riß der schrägen Senten ziehen sie Parallellinien zu den Spantenlinien, so weit von ihnen entfernt, als die Spanten nach der Länge des Schiffs gemessen, d. h. an der nicht gemallten oder Schlichtseite, breit sein sollen. Darauf legen sie die Schmiege an die Spantenlinie und stellen die Zunge an den Belauf der Sente; alsdann giebt diese die Größe der Schmiegung für das betreffende Spant an dieser Stelle der gemessenen Sente. Das Auftragen der gemessenen Schmiegungen auf die Spanten selbst heißt das Beschmiegen.

Man sieht sogleich ein, daß alle Winkel, deren Schenkel sich gegen das Hauptspant öffnen, stumpf sein müssen; diese nennt man alsdann Schmiegungen außer dem Winkel (standing bevellings); alle andern Schmiegungen, deren Schenkel sich gegen die Steven zu öffnen, also spitzwinklig sind, heißen Schmiegungen innerhalb des Winkels (under bevellings). Die Namen kommen davon her, daß man den rechten Winkel vorzugsweise den

Winkel nennt. Die schräge Stellung (cant), welche man den Spanten gegen den vertikalen Längendurchschnitt giebt, macht natürlich, daß sich die Breiten- oder Schlichtseite der Spanten dem Parallelismus mit dem Sentenbelaufe nähert, und daher nur einer kleinen Beschmiegung bedarf. Auf der durch die Oberseite des Kiels gehenden Horizontalebene stehen aber die Spanten sämmtlich perpendikulär.

7 Die beiden äußersten Perpendikel sind von dem Hinterrande der Vorstevenspooning und von dem Vorderrande der Achterstevenspooning in der Höhe des untern nicht mit Kanonen besetzten Decks, oder der Kuhbrücke gefällt. Die übrigen Linien werden sämmtlich wie im ersten Beispiele gezogen.

8 Bei dem Zeichnen der Heckseiten- oder Windveeringsstützen muß man wohl beachten, ob und wie viel Einweichung (tumbling-home), d. h. Verengerung am oberen Theile das Schiff hat. Um nämlich die Last der oberen Deckkanonen der Mitte oder Längenaxe des Schiffs näher zu bringen, giebt man, namentlich bei Zwei- und Dreideckern, den Topauflangern eine Einbugt, welche die Einweichung genannt wird.

9 Das Heck über der oberen Gilling hat eine Cylindergestalt. Wird ein Cylinder von einer Ebene durchschnitten, welche durch die Axe desselben oder parallel mit ihr geht: so ist die Durchschnittslinie derselben mit seiner Oberfläche eine gerade, wie z. B. der Hinterrand der mittleren Heckstütze, welcher in dem Seitenrisse die äußerste Grenzlinie des Achterschiffs bildet. Wird aber ein Cylinder von einer Ebene durchschnitten, welcher mit seiner Axe einen Winkel bildet, oder schräge gegen sie gestellt ist: so wird ihr Durchschnitt mit der krummen Oberfläche eine Kurve, wie der Außenrand der Windveeringsstützen. Wird ferner ein Cylinder von einer Ebene durchschnitten, welche senkrecht auf seiner Axe steht: so bildet ihr Durchschnitt mit seiner Oberfläche einen Kreis; wird er dagegen von einer schräg auf der Axe stehenden Ebene durchschnitten: so bildet ihr Durchschnitt mit seiner Oberfläche eine Ellipse.

Auf dem wasserpassen Risse wird daher die Ausbugt einer solchen Ebene, welche auf dem Seitenrisse den Fall, d. h. die Neigung, des Hecks senkrecht durchschneidet, ein Kreisbogen; dagegen die Ausbugten aller der Ebenen, welche auf dem Seitenrisse den Fall des Hecks unter einem schiefen Winkel durchschneiden, stellen sich auf dem wasserpassen oder Sentenrisse als elliptische Bogen dar.

10 Es ist schon oben (S. 2369) gesagt, daß in neuerer Zeit das Heck rund gebaut wird. Wären die ersten Schiffe gleich mit Kanonen besetzt gewesen, so läßt sich mit aller Wahrscheinlichkeit behaupten, daß sie kaum anders als mit rundem Heck gebaut worden wären, weil diese Form der Stellung der Geschütze einen so großen Vortheil gewährt. Auch hinsichtlich der Festigkeit des Gebäudes selbst ist dadurch manchem Nachtheile abgeholfen. Bei einem viereckigen oder platten Hecke sind alle Enden der Wrangen ohne gehörige Sicherheit mit den Seiten des Schiffes verbunden; ferner ist die Verbindung zwischen den Heckstützen und den Wrangen ziemlich schwach; endlich hat die äußere Beplankung an den Seiten keine Verbindung mit der Beplankung des flachen Decks. Bei einem runden Heck dagegen bleiben die Spanten in der regelmäßi-

gen Reihenfolge, um gegenseitig die Laschungen in gehöriger Weise verschießen zu lassen, und werden durch den ganzen Belauf der Kurve des Hecks fest mit einander verbunden, ohne eine Unterbrechung ihrer gegenseitigen Unterstützung zu erleiden; endlich aber wird die Hautbeplankung ununterbrochen von der einen Seite zur andern fortgesetzt, verbindet das Ganze mit gleicher Festigkeit, und macht das Heck zu einem Theile des ganzen Gebäudes, welches den langen Seiten wenig an Stärke nachsteht; während nach der platten Bauart das Heck unvermeidlich zum schwächsten Theile des Schiffes wird. In der Bewaffnung zum Angriff wie zur Vertheidigung ist aber die Bauart des runden Hecks vorzüglich vortheilhaft.

Man hat mancherlei Abänderungen der kreisförmigen Heckgestalt versucht, um wenigstens den Schein der alten platten Bauart beizubehalten; sie blieben aber alle hinter den Vortheilen der Kreisform zurück. Namentlich ist es fehlerhaft, dem Heck einen großen Fall, d. h. eine bedeutende Neigung nach hinten zu geben; denn außer der vermehrten Kielgebrechlichkeit, verursacht der von dem überragenden Heck festgehaltene Pulverdampf manche Unbequemlichkeit. Man kann voraus sagen, daß es einst noch dahin kommen wird, dem runden Heck eine perpendikuläre Stellung von der Gilling bis zum Heckbord zu geben, und es dadurch zu einer Art von unerschütterlichem Festungsthurm zu machen.

Um die verschiedenen Arten des Hecks in ihrer Eigenthümlichkeit zu erkennen, ist es am vortheilhaftesten, das elliptische Fig. 319, kreisförmige Fig. 320, und platte Heck Fig. 321 auf Tafel XXXV, D, mit den Uebertragungen auf den wasserpassen Riß zu vergleichen.

Um diese Uebertragung ganz zu verstehen, befolge man folgende Regeln. 11 Es sei Tafel XXXV, D, Fig. 318, die Horizontallinie Q auf den wasserpassen Riß zu übertragen, welche an der Seite der oberen Gillingsleiste a im Seitenrisse gezogen ist. Man verlängert zuerst den Hinterrand der mittleren Heckstütze nach unten zu, und zieht senkrecht auf diese Verlängerung die Linie ab. Man projizirt den Punkt a durch eine senkrecht herabgezogene Linie auf die Mittellinie des wasserpassen Risses in e. Auf diesem Perpendikel setzt man ef ab, d. h. die halbe Breite des Schiffs an der unteren Gillingsleiste. Man zieht eg = ab, und durch g und f den Kreisbogen ghf; der Radius dieses Bogens ist gleich dem halben Durchmesser des Cylinders; es ist auch ghf die runde Ausbugt des Hecks perpendikulär gegen seinen Fall.

Man zieht ferner in dem wasserpassen Risse mehrere Linien, wie W, X, parallel mit der Mittellinie, welche den Ausbugtbogen ghf in h und i durchschneiden. Man mißt die Horizontalabstände der Punkte h und i von der geraden Linie ef, und setzt sie oben im Seitenrisse auf der Linie ab vom Punkte a aus ab. Durch diese auf ab erhaltenen Punkte zieht man gerade Linien parallel mit dem Fall des Hecks. Die Stellen, wo diese Parallellinien die Horizontallinie Q durchschneiden, projizirt man durch Perpendikel auf die Linien W und X im wasserpassen Risse. Zuletzt zieht man durch die auf W und X erhaltenen Durchschnittspunkte eine Kurve, welche die elliptische Ausbugt des Hecks giebt, wenn es parallel mit dem Horizont durchschnitten wird. Da

ferner alle parallelen Durchschnitte eines Cylinders ähnliche Kurven sind: so ergiebt sich von selbst, daß die eben erhaltene elliptische Ausbugt des Hecks für jede beliebige Anzahl von Horizontallinien paßt, welche oberhalb der obern Gilling gezogen werden.

Man zieht also oberhalb derselben, sowohl in dem Seiten- als in dem Spantenrisse Horizontallinien im Abstande von zwei bis drei Fuß, und trägt sie in der vorher angegebenen Weise auf den wasserpassen Riß über. Darauf projizirt man mit Perpendikeln die Durchschnitte dieser einzelnen Horizontallinien mit der mittelsten Heckstütze auf die Mittellinie des wasserpassen Risses. Durch diese Punkte zieht man die horizontale Ausbugt des Hecks; die Durchschnitte dieser Ausbugt mit den entsprechenden Horizontallinien begrenzen die letztern. Die Grenzen derselben trägt man mit Perpendikeln auf die entsprechenden Horizontallinien im Seitenrisse; eine durch diese Punkte gezogene Kurve giebt die Projektion des Achterrandes der Windveeringsstütze.

12 Die Lage der Diagonalen, Tafel XL, Fig. 2, ist nach der Länge der Spantentheile, wie im vorigen Paragraph angegeben, bestimmt. FH, die unterste, ist die Diagonale am Flurtop; 1F die am Sitzertop; 2F am ersten Auflangertop; 3F am zweiten Auflangertop, welche am Hauptspant beinahe mit der untern größten Breite zusammentrifft; MB sind die beiden größten Breiten; TB die Topbreite unter dem Schandeckel an der Kuhl; TS die Topseite oder der oberste Bord auf Schanze und Back.

13 Der Bug dieser Fregatte ist, wie Tafel XL, Fig. 5 zu sehen, ebenfalls rund gebaut. Diese bedeutende Verbesserung wurde von dem Englischen Schiffsbaumeister Blake zu Portsmouth eingeführt. Die Batterie zum Jagdmachen, welche namentlich für eine Fregatte so wichtig ist, hat dadurch eine große Verstärkung erhalten, ohne der Festigkeit des Gebäudes zu schaden, oder die Kosten des Baues zu vermehren.

14 Wegen der schnelleren Krümmung am Bug und am eigentlichen Spiegel, unterhalb des Heckbalkens, zieht man gewöhnlich vorne und hinten einige Spanten mehr, um diese Krümmung genauer beobachten zu können. Diese heißen Prüfungsspanten (proof-timbers). Sie können nach Gutbefinden gestellt werden; nur hat man zu beachten, daß ein solches Prüfungsspant nahe am Ende des Heckbalkens stehen muß. Es sind aber diese Spanten blos eingebildete, um die Schönheit und Angemessenheit des Gebäudes zu beurtheilen.

15 Die übrigen Linien dieses Risses werden sämmtlich auf gleiche Weise gezeichnet, wie im ersten Beispiele angegeben.

16 Als drittes Beispiel für die Zeichnung der drei Hauptrisse können auch die Figuren 3, 4 und 5 auf Tafel XXXVIII gelten, deren Buchstabenbezeichnung in der Tafelerklärung am Ende des Nautischen Wörterbuches angegeben ist.

Drittes Kapitel.

Die Lehre von dem praktischen Bau der Schiffe.

§. 354. Allgemeine Bemerkungen über die Beschaffenheit des Bauholzes.

Nachdem die Konstruktions- und Zeichnungslehre als die beiden 1 Haupttheile der mechanischen oder eigentlichen Schiffbaukunst (vergl. S. 2169) in den beiden vorhergehenden Kapiteln mit hinreichender Ausführlichkeit gegeben worden, sollten nun die beiden Haupttheile der technischen Schiffbaukunst oder der Schiffszimmerkunst folgen (vergl. S. 2170), d. h. die Besteckle hre, und die eigentliche Baulehre. Der erstere dieser beiden Theile bedarf aber hier keiner eigenen Darstellung, indem die in dem dritten Bande unter den Tafeln zur Schifferkunde enthaltenen Bestecktafeln CI bis CXI die genügende Uebersicht gewähren, und namentlich die Tafel CV alle Angaben bis auf die kleinsten Details darbietet. Die eigentliche Baulehre dagegen ist in den folgenden Hauptumrissen dargestellt, so weit sie dem gebildeten Seemanne für solche Fälle unentbehrlich ist, wo er den Bau oder die Ausbesserung eines Schiffes zu kontroliren hat.

Der erste Hauptpunkt dieser Lehre ist eine allgemeine Kenntniß von der 2 Beschaffenheit und namentlich der Dauerhaftigkeit des zum Schiffbau angewandten Holzes. Die eigenthümliche Art der Zusammensetzung und aller beim Seedienst vorkommenden Umstände machen es unvermeidlich, daß das zum Schiffbau angewandte Holz seine erforderliche Haltbarkeit in viel kürzerer Zeit verliert, als dies bei andern Holzbauwerken der Fall ist. Die durchschnittliche Dauer der vollständigen Brauchbarkeit wird bei der Englischen Kriegsflotte auf fünfzehn Jahre gesetzt. Bei der Handelsflotte nimmt man sie länger an; aber eine Menge von Verlusten an Schiffen und Menschenleben beweisen dann wieder, daß auch bei Kauffahrteischiffen die Dauerhaftigkeit auf eine im Verhältniß zu andern Holzbauwerken kurze Zeit beschränkt ist, und nicht aus rücksichtslosem Eigennutz zu groß angenommen werden darf. Es ist aber sowohl für Privateigenthümer und Seeleute, als auch namentlich für Staaten, welche sich erst eine Kriegsflotte schaffen wollen, ein höchst wichtiger Gegenstand, die Ursachen des schnellen Holzverderbs kennen zu lernen, um ihnen auf die erfolgreichste Weise entgegen zu wirken, und dadurch die Kosten der Seemacht um bedeutende Summen, vielleicht um die Hälfte zu vermindern.

Man kann die Ursachen des Verderbs in drei Hauptklassen eintheilen; in 3 der ersten sind alle diejenigen enthalten, welche dem Holze deshalb zukommen, weil es zu der im Allgemeinen vergänglichen organischen Materie gehört; das hievon kommende Verderben kann beschleunigt oder verzögert werden, je

nachdem zerstörende oder erhaltende Einflüsse und Mittel dabei überwiegen. Die zweite Klasse ist die sogenannte trockene Fäulniß (dry rot). Die dritte Klasse besteht aus allen den zerstörenden Einflüssen, welche daraus hervorgehen, daß man das Holz auf unvorsichtige oder unüberlegte Weise bei dem Schiffbaue mit solchen unorganischen Materien verbindet, welche sein Verderben in hohem Grade beschleunigen.

4 Alle organische Materie ist aus solchen Elementarstoffen zusammengesetzt, deren gegenseitige chemische Wirksamkeit endlich eine Auflösung der Materie herbeiführen muß. So lange das Leben und die Gesundheit einer Pflanze dauert, ist die chemische Wirkung der Elementarstoffe eine solche, daß der Fortbestand der Materie gesichert bleibt. Sobald aber Leben und Gesundheit nachläßt, steigert sich die chemische Wirksamkeit jedes einzelnen Elementarstoffes bis zu einer solchen Eigenthümlichkeit, daß kein gemeinschaftliches Zusammenwirken und Zusammenbleiben mehr möglich bleibt. Einige dieser Stoffe bilden neue Zusammensetzungen; andere, die bis dahin von der allgemeinen Lebenskraft in einer unschädlichen Wirksamkeit erhalten wurden, wenden alsdann alle in ihnen liegende Energie zur alleinigen Zerstörung der bisherigen Zusammensetzung an; so verschlechtert sich die organische Materie stufenweise, und endlich zerfällt sie. Diese Verschlechterung und Auflösung kann durch mancherlei Einflüsse beschleunigt oder verzögert werden, wie durch Temperatur, Feuchtigkeit, und Nähe oder Entfernung zerstörender oder erhaltender Mittel, namentlich derjenigen, welche den Gährungsprozeß befördern oder aufhalten. Unter Gährung versteht man im Allgemeinen die freiwillig eintretende Zersetzung organischer Stoffe beim Zutritte der Luft; man nimmt auch das Vorhandensein eines eigenen Gährungsstoffes (Ferments) an, der die Zersetzung auf eine noch nicht völlig bekannte Weise einleitet; wenigstens geht der Gährungsprozeß der Fäulniß oder der Zersetzung stets voraus. Ein Haupterforderniß zu diesem Prozesse ist ein gewisser Grad von Feuchtigkeit; dieser findet sich aber stets in dem Holze vor; denn selbst in den bestausgetrockneten Stücken soll nach der Untersuchung einiger Naturforscher noch so viel Wasser zurückbleiben, daß es den vierten Theil des ganzen Gewichts ausmacht; dieses Zurückbleiben ist aus dem ununterbrochenen Einflusse der Luft auf das Holz erklärlich, in dem sie stets mit einer Menge von Wasserdämpfen und Dünsten angefüllt ist, welche durch die Poren des Holzes eindringen. Wird aber ein Stück Holz gänzlich ins Wasser eingetaucht, so entsteht eine Art von Sättigung, welche dem vegetabilischen Gährungsprozesse entgegenwirkt.

Eine gemäßigte Temperatur, welche weder ein Gefrieren noch eine Verdampfung verursacht, ist der Gährung günstig. Die unvermeidliche Feuchtigkeit der Luft zwischen den Decken der Schiffe, und die Schwierigkeit, dem Luftzuge eine freie Cirkulation zu geben, trägt natürlich sehr viel zum Eintritte der Gährung, und damit zum allmäligen Verderben und zur endlichen Auflösung des Holzes bei, wie sie sich beim Faulen zeigt, wo nach der Entweichung der kohlensauren, stickstoff- und wasserstoffhaltigen Gasarten, die sich

mit mehr oder weniger Schwefel und Phosphor verbinden, der endliche Rückstand schwärzlich, erdig, gesäuert und mit Kohle verbunden ist.

Man könnte die Cirkulation der reinen Luft auch dadurch bis in den Raum hinein bringen, daß man an der innern Schiffsseite eine Reihe von metallnen Röhren von dem untern Theile des Raums bis über das oberste Deck, und von seinem oberen Theile ebenfalls bis dahin gehen ließe. Durch die ersteren würde frische Luft von Außen hineinkommen, weil diese als die schwerere sich nach unten senkt; durch die zweite Reihe von Röhren würde die verdorbene, und deshalb leichtere Luft, welche sich in den verschiedenen Räumen nach oben hin drängt, entweichen. Dieser Zusatz zu den oben (S. 2428) angeführten Luftpforten, würde eben so viel zur Gesundheit der Mannschaft, als zur besseren Erhaltung mancher Waaren, als auch endlich zur längeren Brauchbarkeit des Holzes beitragen; so daß die verhältnißmäßig geringen Kosten solcher Metallröhren völlig aufgehoben wird. Der Vorschlag ist von dem verdienstvollen Engländer Creuze.

Der bei Zersetzung des Holzes thätigste Elementarstoff ist der Sauerstoff (vergl. S. 230 und 231), mag sie schnell, durch Gährung und Fäulniß, vor sich gehen, oder langsam, durch den unvermeidlichen Lauf des organischen Lebens. 5

Während des Lebens des Baumes wird der Sauerstoff in unschädlicher Zusammenwirkung mit den übrigen Bestandtheilen des Holzes erhalten. Sobald aber der Baum gefällt, und das Pflanzenleben damit getödtet ist, fängt der Sauerstoff an, auf die Fasern des Holzes in einer Weise zu wirken, welche eine langsame Verbrennung herbeiführt. Es erfolgt die Entwicklung von kohlensaurem Gas, und die allmälige Verkohlung des Holzes, wodurch natürlich die Zähigkeit und der Zusammenhang desselben immer mehr und mehr vernichtet wird. Verbrennung im genaueren Sinne ist nämlich nur eine chemische Verbindung des Sauerstoffes mit den Theilen der brennbaren Körper, welche zu solcher Verbindung tauglich sind. Holz fängt also eigentlich mit dem Augenblicke an zu verderben, wo es gefällt ist, weil damit zugleich der Sauerstoff seine auflösende Gewalt erhält. Vortheilhaft ist indessen eine möglichst beschleunigte Austrocknung des Holzes, um die überflüssige Feuchtigkeit und diejenigen Säfte daraus zu entfernen, welche vorzugsweise zur Gährung hinneigen.

Sehr häufig ist die Zersetzung des Holzes von dem scheinbar selbstständigen Hervorwachsen parasitischer Schwämme begleitet; und eine solche Zersetzung heißt dann trockne Fäulniß (dry rot); weil das auf solche Weise verdorbene Holz zu einer bröcklichen Masse ohne allen Zusammenhang der einzelnen Theile wird. Man ist darüber noch nicht einig, ob der Saame dieser Schwämme in den Säften des Holzes enthalten ist, und so lange als das letztere gesund und lebendig ist, von dessen Lebenskraft an dem Keimen gehindert wird; oder ob der Saame in der Luft umhergetrieben wird, und sich zur günstigen Zeit an den passenden Stellen des verderbenden Holzes ansetzt. Am gewöhnlichsten zeigen sich diese Schwämme an nicht gehörig ausgetrocknetem Holze; daher läßt 6

sich doch mit vorwiegender Wahrscheinlichkeit annehmen, daß ihr Saame in den Säften des Holzes enthalten ist, und auf einen seinem selbstständigen Wachsthum günstigen Augenblick wartet; denn bei gut ausgetrocknetem Holze kommen sie erst dann zum Vorschein, wenn neue Feuchtigkeit dazu gekommen und ihren Keimtrieb frisch belebt, und die Gährung und Zersetzung des Holzes ihnen ein Nest bereitet. Sobald ihr Wachsthum beginnt, entziehen sie dem Holze seine zusammenhaltenden Kräfte in ähnlicher Weise, wie es die Schmarozerpflanzen zuweilen an lebenden Pflanzen thun, und lassen nur die erdigen Theile zurück, die nun ohne Faserverwebung bleiben, und eine bröcklige Masse bilden.

7 Trockenheit, Reinlichkeit, freie Cirkulation der Luft, oder völliges Abhalten derselben scheinen also die besten Mittel zu sein, um entweder die Fäulniß des Holzes zu verhüten, oder ihrem Fortschritte Einhalt zu thun; während Anhäufung von Wasserdämpfen und verdorbene Luft dieselbe schnell herbeiführen.

8 Vor Allem darf kein andres als nur völlig ausgetrocknetes Holz zum Bau genommen werden; und auch dieses nur in einem völlig trockenen Zustande. Die in den Stooven und Kochflotten der Biegung wegen von Dampf oder kochendem Wasser umgeben gewesenen Planken (vergl. S. 2355) brauchen indessen nicht erst wieder besonders getrocknet zu werden, weil sie beinahe unmittelbar an der Mündung der Stooven von selbst wieder trocken werden. Wenn sich aber an den zum Bau genommenen Stücken irgend welche Theile als verdorben oder im Verderben zeigen, so müssen sie sorgfältig ausgeschnitten werden. Auch muß der Splint, d. h. die weiße und weiche Holzmasse dicht unter der Rinde sorgfältig weggehauen werden, weil sie wegen ihres schwammigen Gewebes bei weitem empfänglicher als das eigentliche oder Kernholz für Feuchtigkeit ist, zur Gährung geneigtere Säfte enthält, und den Schwämmen eine leichtere Entwicklung darbietet.

9 Von denjenigen Materien, welche beim Schiffbau zur Verbindung der einzelnen Theile gebraucht werden, hat das am häufigsten angewandte Eisen auch gerade den verderblichsten Einfluß auf das Holz; weil dieses Metall eine so große chemische Verwandtschaft oder Anziehungskraft zum Sauerstoffe hat, und denselben theils aus der Luft, theils aus dem es umgebenden Holze an sich zieht, wodurch das Holz wieder für neuen Sauerstoff aus der Luft empfänglich wird. Die Oberfläche des Eisens wird mit dem braunen Eisenoxyd, dem bekannten Eisenrost bedeckt. Dieser ist eine Art von übersättigtem Oxyd, und giebt seinen Ueberschuß an die zunächst unter der Oberfläche liegenden Metallschichten ab, während die Oberfläche selbst wieder neuen Sauerstoff aus dem Holze an sich zieht. So schreitet der Oxydationsprozeß des Eisens fort, bis seine metallische Natur völlig verändert ist, und seine Tauglichkeit zu einem Befestigungsmittel gänzlich aufgehört hat. Statt dessen wird es zu einem Sammelbehälter von Sauerstoff, welcher auf das umliegende Holz wirkt, es langsam verkohlt, und seinen Zusammenhang schnell und völlig zerstört.

10 Eichenholz enthält verhältnißmäßig weniger ölige oder harzige Theile als andre Holzarten; dagegen außer der ihnen allen gemeinschaftlichen Holzsäure auch noch eine ihm eigene Gallussäure (acidum gallicum). Der

Vorrath von Sauerstoff ist also in dem Eichenholz sehr bedeutend. In dem Teakholze dagegen (vergl. S. 418), welches in den Häfen des Indischen Ozeans vorzugsweise zum Schiffbau angewandt wird, findet sich bei weitem weniger Sauerstoff, und dagegen eine solche Menge von harzigen Theilen, daß der Teakbaum deshalb zu den Terpentinpflanzen gerechnet wird. Diese öligen und haarzigen Theile geben dem Eisen, wenn es mit Gewalt in das Holz getrieben dasselbe heftig preßt, einen Ueberzug, der die Einwirkung des Sauerstoffes mehr oder weniger hindert; je mehr solcher öligen und harzigen Theile im Holze enthalten sind, um desto wirksamer wird jener Ueberzug sein. Man sieht ferner sogleich ein, daß ein ähnlicher künstlicher Ueberzug sich vor dem Eintreiben der Bolzen u. s. w. nicht wohl anbringen läßt, weil er durch die heftige Reibung beim Hineinschlagen doch wieder verloren ginge. Das Teakholz dauert demnach mit Eisenbefestigung dreißig Jahre, so daß ein besonderer Kostenaufwand für kupferne Bolzen und Nägel dabei überflüssig wird.

Dagegen bei Eichenholz ist es ein bedeutender Gewinn kupferne Bolzen und Nägel zu gebrauchen, indem weder das Eichenholz die metallische Beschaffenheit des Kupfers, noch dieses die Pflanzenbeschaffenheit des Holzes so heftig angreift, wie es zwischen Eichenholz und Eisen der Fall ist. Zwar gleich nachdem das Kupfer mit dem Eichenholz in Berührung gekommen ist, wird es auf seiner Oberfläche oxydirt, d. h. der Sauerstoff bildet mit den Kupfertheilchen zusammen den bekannten Grünspan; aber dieses Kupferoxyd ist kein übersättigtes; sondern die Quantität Sauerstoff, die es in sich gesogen hat, bleibt in unverändertem Zusammenhang mit den durchdrungenen Theilen. Auf diese Art geht der Oxydationsprozeß nicht von den äußern nach den innern Schichten weiter, wie es nach dem vorher Gesagten beim Eisen der Fall ist. Daher wird bei dem Kupfer die oxydirte Oberfläche zu einer natürlichen Schutzdecke gegen die fernere Einwirkung des Holzes auf das Kupfer, und ebenso gegen die Einwirkung dieses letztern auf das Holz; dieser Oxydüberzug bei Eichenholz hat daher denselben Werth, wie der Oel- und Harzüberzug den das eingetriebene Eisen beim Teakholz erhält.

Nach den im Vorigen mitgetheilten Ursachen des Holzverderbnisses läßt sich der Werth und die Angemessenheit der mannigfaltigen in Vorschlag gebrachten Präservativmittel erachten. 11

Wenn das Holz getrocknet wird, so muß es so viel als möglich dem Sonnenlichte ausgesetzt werden, weil dieses das Entweichen des Sauerstoffs aus dem Holze verursacht. Damit aber nicht während der Nacht und überhaupt aus der umgebenden Atmosphäre neuer Sauerstoff eindringt: so muß der von ihm frei gewordene Raum im Innern des Holzes mit irgend einer andern Substanz ausgefüllt werden. Hiezu ist Oel am tauglichsten, weil seine Wirksamkeit schon bekannt ist, mit der es das Holz gegen die Einflüsse des Wetters schützt.

Um nun das Holz vom Oel oder von irgend einer ähnlichen Substanz bis zur Sättigung durchdringen zu lassen, hat man folgendes Verfahren in Vorschlag gebracht.

Das Holz wird in ein dampfdichtes Behältniß gebracht, und der Einwirkung des Dampfes ausgesetzt, wodurch Luft und Gase aus dem Holz getrieben werden. Darauf verdichtet man den Dampf, und wiederholt das Verfahren, bis sämmtliche elastischen Flüssigkeiten aus dem Holze gezogen, und die nicht elastischen in Dampf und Dunst verwandelt sind. Wird hierauf das von ihnen befreite Holz in Oel getaucht, und dem Drucke der atmosphärischen Luft ausgesetzt: so füllt sich das Innere desselben mit Oel. Es können die Behältnisse dieselben sein, welche zum Biegsammachen der Planken gebraucht werden, wenn man statt des Wassers nachher Oel hineinschüttet. Das beste Oel ist das Teaköl, welches sich aus den Abfall- und Sägespähnen namentlich des Malabar-Teakholzes erhalten läßt, die gewöhnlich zum Brennmaterial verbraucht werden. Malabar-Teakholz, welches (vergl. S. 418) vorzugsweise auf den Werften von Bombay verarbeitet wird, enthält eine solche Menge von Oel und Terpentin, daß der Abfall bei Bearbeitung der Planken und Spanten bei einem angemessenen Verfahren so viel Theer giebt, als zu dem Schiffsgebäude und selbst zu seiner ganzen Takelasche erforderlich ist. Eichenholz enthält nun zwar nicht so viel ölige Theile; aber das auf den Europäischen Werften verbrauchte Föhren- und Fichtenholz würde in seinem Abfall so viel Oel darbieten, als zur Sättigung des Eichenholzes nothwendig ist.

12 Man hat mancherlei andere Substanzen vorgeschlagen, mit denen das Holz zu seiner Erhaltung gesättigt oder imprägnirt werden soll. So schlug der Engländer Bill im Jahre 1822 eine Imprägnation von Asphalt vor. Es ist dieses hart gewordenes und dann schwarz oder braun aussehendes Erdöl, welches in einem mittleren Zustande der zähen Verdichtung auch Bergtheer genannt wird. Starke damit imprägnirte Holzstücke wurden einem fünfjährigem Versuche unterworfen, und widerstanden der trockenen Fäulniß völlig, während daneben andere nicht imprägnirte Stücke in einem Jahre von den Schwämmen zerfressen waren. Der berühmte und für alle zum Seewesen gehörigen Gegenstände als Autorität geltende John Barrow empfahl das Kreosot, ein Destillationsprodukt, welches aus dem Oel des rohen Holzessigs, namentlich aus Buchenholztheer, aber auch aus dem Theer anderer Holzarten, und aus Torf gewonnen wird. Es stellt nach vollendeter Destillation eine ölige farblose Flüssigkeit dar, deren Geruch durchdringend und unangenehm ist, ganz an den Geruch des Rauchs erinnert, und einen brennenden scharfen Geschmack giebt. Es durchdringt in Gasform angebracht die stärksten Stücke, und macht das Holz so hart wie Eisen, so daß es sich nur mit der größten Anstrengung behauen läßt.

13 Ist übrigens das Holz gehörig ausgetrocknet, so bleibt freier Luftzug und Abhaltung von Feuchtigkeit das beste Präservativ, und dient auch ebenfalls dazu, die noch nicht vollendete Austrocknung zu beschleunigen. Unter den Sättigungsmitteln, welche aus chemischen Prozessen genommen werden, sind diejenigen die wirksamsten, welche die vegetabilischen Bestandtheile des Holzes mit einer Art mineralischer Beschaffenheit begaben.

14 Es scheint, daß der Winter die für die Dauerhaftigkeit des Holzes gün-

stigste Zeit zum Fällen der Bäume ist, weil alsdann die vegetabilischen Säfte sich in einem größeren Gleichgewichte befinden. Bäume, die im Frühlinge gefällt worden, bieten nur den Vortheil dar, daß die Rinde sich leichter ablösen läßt, und für manche Zwecke brauchbarer ist.

§. 355. Von der Ausmessung des Bauholzes. 1

Rohes Holz, benennt man den Baum in seiner natürlichen Länge und Rundung; nur von den Aesten, der Wurzel, den beiden unbrauchbaren Enden, und der Rinde oder der Bork befreit. Ist ein solcher Baum gerade, und sind die beiden Enden von beinahe gleicher Stärke, so hat man zur Ausmessung folgende

Erste gemeine Regel.

Man multiplizirt das Quadrat von einem Viertel des Umfanges mit der Länge; das Produkt ist der kubische oder körperliche Inhalt.

Der Umfang wird mit einem ledernen Riemen oder Bande, oder einer Schnur gemessen; dieser Umfang heißt der Gurt (the girt); sein Viertel wird als die Seite eines Quadrats betrachtet, welches dem Durchschnitte des Baumes an der Stelle gleich ist, wo das Maaß genommen worden.

Beispiel.

Man verlangt den körperlichen Inhalt eines Baumes, dessen Umfang 64 Zoll, und dessen Länge 24 Fuß beträgt.

Ein Viertel von 64 Zoll ist gleich 16 Zoll, oder 1 Fuß 4 Zoll = $1^1/_3$ Fuß; das Qudrat von $1^1/_3$ Fuß ist gleich $1^7/_9$ Fuß = 1 Fuß 9 Zoll 4 Linien; dies giebt mit 24 multiplizirt den körperlichen Inhalt = 42 Kubikfuß und 8 Kubikzoll.

Ist der zu messende Baum nicht gerade, so muß man die Länge weder an der konkaven oder hohlen, noch an der konvexen oder erhabenen Seite messen, sondern in der Mitte zwischen beiden gekrümmten Seiten.

Die ganze Regel ist nur eine praktische Abkürzung der oben (S. 1843) für die Ausmessung der Cylinder gegebenen, indem man nicht erst den Radius des Umfanges zu berechnen braucht. Sie giebt aber auch den Inhalt beinahe um ein Viertel zu klein an.

Zweite gemeine Regel. 2

Zur Berechnung des körperlichen Inhalts, wenn der Baum keine gleiche Stärke an beiden Enden hat.

Man mißt den Umfang in der Mitte; oder man mißt die Umfänge an beiden Enden, addirt dieselben, und nimmt die Hälfte dieser Summe; das Viertel dieser Hälfte ist der nach der vorher angegebenen Weise anzuwendende Viertelgurt.

Hat der Baum eine gar zu unregelmäßige Gestalt, so kann man den Um-

fang an beliebig vielen Stellen messen, und den Inhalt der einzelnen zwischen diesen Stellen enthaltenen Theile berechnen; oder man addirt alle Umfänge zusammen, und dividirt ihre Summe durch ihre Anzahl, so findet man den mittleren oder durchschnittlichen Umfang; sein Viertel quadrirt und mit der Länge multiplizirt giebt dann den körperlichen Inhalt des ganzen Baums.

Beispiel.

Ein Baum, welcher sich nach dem einen Ende zu verjüngt, wird an vier Stellen gemessen, und giebt folgende Gurten: 3 F. 9 Z.; 4 F. 5 Z.; 4 F. 9 Z.; 5 F. 9 Z.; die Länge beträgt 20 F.; man verlangt den körperlichen Inhalt.

Die Summe der vier Gurten ist 18 F. 8 Z., dividirt durch 4 giebt sie den mittleren Umfang = 4 F. 8 Z.; dies dividirt durch 4 ist gleich 1 F. 2 Z.; das Quadrat hievon ist gleich 1¹³⁄₃₆ Fuß, oder 1 Fuß 4 Zoll 4 Linien; dies multiplizirt mit 20 giebt den körperlichen Inhalt = 27 Kubikfuß, 2 Kubikzoll und 8 Kubiklinien.

3

Dritte Regel.

Zur genaueren Berechnung des körperlichen Inhalts des rohen Holzes.

Man multiplizirt ein Fünftel des mittleren Umfanges mit der doppelten Länge; das Produkt giebt den wahren kubischen Inhalt sehr nahe.

Beispiel.

Der mittlere Umfang eines Baumes ist 64 Zoll, seine Länge 24 Fuß; man verlangt den körperlichen Inhalt.

Das Fünftel von 64 Zoll ist gleich 12 Zoll, 9 Linien, 7 Punkte; dies multiplizirt mit 48 giebt den körperlichen Inhalt = 51 Kubikfuß, 1 Kubikzoll, 6 Kubiklinien.

4

Vierte Regel.

Zur Ausmessung und Berechnung des körperlichen Inhalts solcher Bäume, welche noch ihre Rinde behalten haben.

Wenn Bäume noch ihre Rinde behalten haben, so wird gewöhnlich ein Zwölftel des Umfanges abgezogen, ehe man den körperlichen Inhalt mit Hülfe desselben berechnet; dieser Abzug kommt dem Käufer solcher noch mit der Rinde bedeckter Holzstücke zu gut.

Hat man also den Umfang mit der Rinde gemessen, so zieht man ein Zwölftel desselben ab, und verfährt mit dem Reste nach einer der obigen Regeln.

Beispiel.

Es sei die Länge eines Baumes mit der Rinde 40 Fuß, und der Viertel-

umfang 2 Fuß 8 Zoll; man verlangt den Kubikinhalt, indem 1 Zwölftel für die Rinde abgezogen werden darf.

Der zwölfte Theil von 2 Fuß 8 Zoll ist gleich 2 Zoll 8 Linien; dies abgezogen giebt den reduzirten Viertelsumfang = 2 Fuß, 5 Zoll, 4 Linien; das Quadrat hievon ist 5 Fuß, 9 Zoll, 5 Linien; dieses multiplizirt mit 40 giebt den körperlichen Inhalt gleich 97 Kubikfuß, 9 Kubikzoll und 4 Kubiklinien.

Wenn die Bäume noch im Walde stehend verkauft werden, so erhält der Käufer Zweige, Aeste, Kopfende und Rinde dazu, als Vergütung für die Fällungs- und Schälungskosten. Er muß aber für solchen Kauf sehr geübt sein, die Güte des Holzes unter der Rinde nach dem ganzen Aussehen des lebenden Baumes beurtheilen zu können. 5

Vierkantiges oder behauenes Holz ist natürlich hinsichtlich seiner Beschaffenheit besser zu erkennen; auf den Kriegswerften wird es daher auch nur in solcher Gestalt gekauft, und seine Preise werden nach besserer oder geringerer Beschaffenheit modifizirt. 6

Alle Ecken oder Hügel des rohen Holzes, welche abgesägt werden müssen, um dasselbe vierkantig oder zum Bau tauglich zu machen, heißen Wankanten. Einen Baum mit Linien bezeichnen, wo man ihn vierkantig sägen will, heißt ihn bestürzen; es geschieht vermittelst einer Schnur, welche mit Kreide, oder Kohle, oder Röthel eingerieben und über den Baum hingespannt ist; indem sie in der Mitte aufgehoben und wieder losgelassen wird, bezeichnet sie die gerade Linie zwischen den beiden Punkten, an denen die Schnur selbst bei der Spannung befestigt ist. 7

Die erste Diele, welche an jeder Seite des noch runden Baumes abgesägt wird, heißt das Schillstück oder Schellstück, und hat an der einen Seite die Wölbung der Baumrundung; die zweite Diele ist zwar an beiden Seiten flach, hat aber schräge zulaufende Kanten, und heißt die Schelldiele; die dritte, welche auch noch, aber weniger schräge Kanten hat, heißt die Wandiele. Wird der Baum, an dessen vier Seiten die genannten Dielen sämmtlich abgesägt worden, zu Dielen zersägt, so heißen diese die Bodendielen.

Denkt man sich anfänglich nur die vier Schillstücke abgehauen, so bildet der Breite- und Dickedurchschnitt des Baumes ein Achteck, mit vier größern Seiten, welche die Breite der Schillstücke zeigen, und vier kleineren Seiten, von denen jede die Summe der schrägen Kanten der über einander liegenden Schell- und Wandielen zweier aneinander liegender Seiten des Vierkants enthält. Die vier größeren Seiten heißen dann die Schillseiten, und die vier kleineren die Wanseiten oder Wankanten im genaueren Sinne. Auf den Kriegswerften, namentlich den Englischen, wird kein vierkantiges Holz angenommen, wenn nicht die Schillseiten zweimal so groß sind, als die Summen der Hälften der beiden an ihnen liegenden Wankanten. Zu jeder Schillseite gehört nämlich die Hälfte der anliegenden Wanseite; die andere Hälfte gehört schon zu der andern Schillseite. Wird ein Stück Holz gebracht, dessen Schillseite kleiner ist, so muß dieselbe noch weiter behauen werden, bis sie die doppelte Summe der beiden anliegenden halben Wanseiten in sich enthält. Alsdann wird der

so behauene Balken in der horizontalen und in der perpendikulären Richtung gemessen, und zwar mit einem Mastenpasser oder Tasterzirkel. Dies ist ein Zirkel, dessen beide Schenkel so nach Außen gekrümmt sind, daß jeder von ihnen beinahe einen Halbkreis bildet, und der Zirkel, wenn er nicht geöffnet ist, einen Ring mit einem Handgriffe darstellt; zum schnellen Messen ist an dem oberen geraden Theile des einen Schenkels ein Quadrant mit der Bugt nach unten und mit einer Gradeintheilung befestigt. Die Tasterzirkel sind von den verschiedensten Dimensionen, solche mit denen man die stärksten Bäume und Masten umspannen kann, und solche, mit denen man Bolzen und andere cylinderförmige Gegenstände von kleinerem Umfange mißt.

Giebt die horizontale Messung des geschillten Baumes ein von der perpendikulären verschiedenes Resultat, so addirt man beide, und die Hälfte der Summe giebt die eine Dimension für die Berechnung des kubischen Inhalts; diese Dimension quadrirt, und das Quadrat mit der Länge des Baums multiplizirt giebt den gesuchten kubischen Inhalt.

8 Es ist nun Gebrauch, das rohe Holz zum Behuf der Messung auf die Art vierkantig zu machen, daß die Summe der vier Schillseiten der Summe der beiden Durchmesser, d. h. des horizontalen und perpendikulären gleich, oder wo möglich noch größer sei.

Ein nach dieser Methode vierkantig behauener Baum ist z. B. folgender:

Die erste Schillseite	. . . =	9 Zoll
Die zweite "	. . . =	6 "
Die dritte "	. . . =	7 "
Die vierte "	. . . =	8 "
	Summa =	30 Zoll.
Der senkrechte Durchmesser	. =	16 Zoll
Der horizontale "	. =	14 Zoll
	Summa =	30 Zoll.

9 Das zum Schiffbau brauchbarste Holz, nämlich das Krummholz, welches zu Spantentheilen, Piekstücken, Wrangen, Bugbanden, Knieen und Deckbalken beinahe in seiner natürlichen Gestalt angewendet werden kann, hat einen so unregelmäßigen Wuchs, daß seine Messung zu ungenau wäre, wenn man aus verschiedenen Umfängen das Mittel ziehen, und danach den Inhalt berechnen wollte. Bei solchem Krummholz kommen nämlich nicht blos die Stämme in Betracht, sondern auch die stärkeren Aeste und Zweige mit ihrer oft genau passenden und regelmäßigen Krümmung. Solche Aeste und Zweige, deren Umfang 2 Fuß, oder deren Viertelgurt 6 Zoll beträgt, werden mit zum eigentlichen Bauholz gerechnet; alle Stücke von geringerem Umfange dagegen werden nicht mitgerechnet. Den Stamm selbst mißt man an so vielen Stellen, als man für nöthig findet, und sucht von jedem Stücke den Inhalt besonders; auch das obere oder Topende, und das Wurzelende (the butt) wird mit gemessen;

für das letztere nimmt man gewöhnlich vom untersten Rande ab gerechnet eine Länge von fünf Fuß.

Ist der Stamm schon viereckig behauen, und nimmt regelmäßig nach dem Topende hin an Dicke ab, oder verjüngt sich, so mißt man die horizontale und die perpendikuläre Breite und Dicke, und zwar wo sie völlig frei von den Wanseiten ist, d. h. man sucht den horizontalen und perpendikulären Durchmesser und zwar am Wurzelende, wo der Baum am stärksten ist. Darauf sucht man an dem verjüngten Theile diejenige Stelle auf, wo die beiden Durchmesser nur noch zwei Drittel von den beiden Durchmessern am Wurzelende betragen, und bezeichnet diese Stelle mit einer Querlinie. Der Theil des Baumes oder Balkens, welcher zwischen dieser Stelle und dem Wurzelende liegt, wird als der eigentliche Balken voll bezahlt; dagegen das sich noch weiter verjüngende Ende wird nur mit zwei Dritteln des Preises für den Kubikfuß bezahlt, den man für den Kubikfuß des Haupttheiles giebt.

Um also das unregelmäßig gewachsene Holz hinsichtlich seines körperlichen Inhalts zu berechnen, hat man folgende

Fünfte Regel. 10

Man theilt den ganzen Baum der Länge nach in so viele Abtheilungen, als nöthig erscheinen, und mißt die Länge einer jeden Abtheilung; die erste Abtheilung vom Wurzelende an nimmt man fünf Fuß lang. Darauf mißt man die Stärke der vierkantigen Theile, und zwar genau in der Mitte einer jeden Längenabtheilung, sowohl in horizontaler wie in perpendikulärer Richtung; darauf sucht man das geometrische Mittel aus beiden Dimensionen einer jeden Abtheilung, und quadrirt dieses Mittel; das Quadrat multiplizirt man mit der Länge der zugehörigen Abtheilung, und erhält damit den körperlichen Inhalt derselben. Darauf addirt man die einzelnen so gefundenen Resultate, und erhält in der Summe den kubischen Totalinhalt des ganzen Baumes.

In den verschiedenen Ländern hat man verschiedene größere körperliche Maaße als Kubikfuße; z. B. in England machen 50 Kubikfuß vierkantiges Schiffsbauholz, namentlich Krummholz, ein Load und 40 Fuß eine Tonne aus. Will man nun den körperlichen Inhalt in solch einem größeren Maaße ausdrücken, z. B. in Loads, so muß man natürlich die gefundene Kubikfußzahl durch die entsprechende Kubikfußzahl des größeren Maaßes, d. h. bei Loads durch 50 dividiren; der Quotient ist dann die gesuchte Anzahl von Loads.

Man hat hiebei wohl zu merken, daß man das geometrische Mittel zwischen der Breite und Dicke, oder der horizontalen und perpendikulären Dimension zu nehmen hat, und nicht etwa wie ungebildete Balkenmesser es thun, das arithmetische Mittel. Das geometrische Mittel ist die Quadratwurzel aus dem Produkte der Breite und Dicke; dagegen das arithmetische Mittel die Hälfte ihrer Summe; dies letztere wird um so mehr von dem richtigen Wurzelwerthe abweichen, je verschiedener Dicke und Breite sind. Ist z. B. die Breite 9 Zoll und die Dicke 4 Zoll, so ist die von beiden Dimensionen gebildete Fläche gleich 36 Quadratzoll; davon ist die Quadrat-

wurzel 6; das Quadrat dieser Seite, oder 36, ist jener Fläche gleich, und kann daher eben sowohl als jene zum Multiplikator für die Länge gebraucht werden, um den körperlichen Inhalt zu ergeben. Um das geometrische Mittel zu finden hat man also die ursprüngliche Proportion $4 : x = x : 9$, also $x^2 = 4 . 9$, oder $x = \sqrt{4 \cdot 9}$. Das arithmetische Mittel dagegen wäre $4 - x = x - 9$; also $2x = 4 + 9$; $x = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$, wovon das Quadrat $42\frac{1}{4}$, was also bedeutend von 36 abweicht, und bei der Multiplikation mit einer größern Länge einen viel zu großen körperlichen Inhalt giebt.

Beispiel.

Man verlangt den körperlichen Inhalt eines Baumes, dessen Dimensionen folgendermaaßen gefunden worden: die erste Länge am Wurzelende 5 Fuß, die beiden andern Dimensionen 16 Zoll und 18 Zoll; die zweite Länge 13 Fuß, die beiden andern Dimensionen 16 Zoll und 18 Zoll; die dritte Länge 12 Fuß, die beiden andern Dimensionen 14 Zoll und 12 Zoll; die vierte Länge 10 Fuß, die beiden andern Dimensionen 10 Zoll und 8 Zoll; der eine Ast an Länge 9 Fuß, die beiden andern Dimensionen 8 Zoll und 6 Zoll; der andere Ast an Länge 8 Fuß, die beiden andern Dimensionen 9 Zoll und 7 Zoll.

Für die erste Länge $\sqrt{18 \cdot 16} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{18} = 4 \cdot \sqrt{18} = 4 \cdot 4{,}24 = 16{,}96$.

Dies ist also das geometrische Mittel zwischen den beiden Dimensionen der ersten Längenabtheilung. Zur Erleichterung dieser häufig vorkommenden Wurzelausziehungen dient die Tafel XCIX, Bd. III, S. 414 und 415, welche für die Zahlen von 1 bis 140 die Quadrate, Kuben, Quadratwurzeln und Kubikwurzeln enthält. Für die Zahl 18 findet man auf S. 414 die Quadratwurzel $= 4{,}2426$.

Zur Erleichterung der Rechnung kann man das Produkt aus dieser Quadratwurzel und 4, welches 16,96 Zoll beträgt, gleich 17 Zoll = 1 Fuß 5 Zoll setzen. Es sind 5 Zoll = 0,416 Fuß; um nun das Quadrat von 1,416 Fuß zu finden, kann man wieder die Tafel XCIX, Bd. III, S. 414 gebrauchen; dort findet man für die Quadratwurzel 1,414 die Zahl 2. Es ist also die mittlere Durchschnittsfläche des Wurzelendes = 2 Quadratfuß; diese multiplizirt mit der Länge 5 geben den körperlichen Inhalt desselben = 10 Kubikfuß. Berechnet man die Quadratflächen bis zu den Linien, so erhält man für alle angeführten Längentheile folgende Rechnung:

Abtheilungen.	Mittlere Dimensionen. Fuß.	Zoll.		Fuß.	Zoll.		Quadratflächen. Fuß.	Zoll.	Linien.		Längen. Fuß.	Zoll.		Körperliche Inhalte. Fuß.	Zoll.	Linien.
I.	1	5	×	1	5	=	2	0	1	×	5	0	=	10	0	5
II.	1	5	×	1	5	=	2	0	1	×	13	0	=	26	1	1
III.	1	1	×	1	1	=	1	2	1	×	12	0	=	14	1	0
IV.	0	9	×	0	9	=	0	6	9	×	10	0	=	5	7	6
V.	0	7	×	0	7	=	0	4	1	×	9	0	=	3	0	9
VI.	0	8	×	0	8	=	0	5	4	×	8	0	=	3	6	8
Körperlicher Inhalt des ganzen Baumes													=	62	5	5

Statt dieser Rechnungsweise bedienen sich die Zimmerleute eines Maaßstabes mit einem Schieber, welcher der Bug-Gunter-Skale (Bd. I, S. 785) ähnlich ist.

Sechste Regel. 11

Zur Ausmessung und Berechnung des körperlichen Inhalts von Barkholz und gewöhnlichen Planken (Thik-stuff and planks).

Man multiplizirt die ganze Länge der Planken mit der Breite, welche genau in der Mitte gemessen ist; das Produkt giebt den Flächeninhalt einer breiten Seite. Diese multiplizirt mit der Dicke der Planken giebt den körperlichen Inhalt in Kubikfußen, Zollen und Linien. Will man das Resultat in einem größeren Körpermaaße, z. B. in Loads oder Tonnen ausdrücken, so hat man, wie oben (S. 2451) gezeigt, noch durch den entsprechenden Divisor zu dividiren.

Beispiele.

1. Es wird der körperliche Inhalt in Loads von einer Dickplanke, oder einer Bergholzplanke verlangt, deren Länge = 49 Fuß, deren Breite in der Mitte = 1 Fuß 9 Zoll, und deren Dicke = 10 Zoll ist.

49 Fuß mal 1,75 Fuß = 85,75 Quadratfuß, multiplizirt mit 10 Zoll = 0,833 Fuß giebt den körperlichen Inhalt = 71,43 Kubikfuß; dividirt durch 50 giebt 1 Load 21,43 Kubikfuß.

2. Man verlangt den körperlichen Inhalt in Loads von 10 Planken, deren Dicke = 2½ Zoll, deren Länge = 24 Fuß, und deren Breite = 13 Zoll ist.

24 Fuß mal 1,08 Fuß = 25,92 Quadratfuß; dies multiplizirt mit 2½ Zoll = 0,2 Fuß = 5,184 Kubikfuß; dies ist der körperliche Inhalt jeder einzelnen Planke; dieser mit 10 multiplizirt giebt 51,84 Kubikfuß = 1 Load, 1,84 Kubikfuß.

Je regelmäßiger behauen und geschlichtet das Bauholz ist, um desto mehr muß man den körperlichen Inhalt derselben nach den stereometrischen Lehren über Cylinder, Prismen, ganze und abgestumpfte Pyramiden und Kegel berechnen.

Wenn das Holz im Walde behauen wird, so muß es zur Hauptaufgabe gemacht werden, es so groß und rund als möglich zu lassen, weil der Bedarf nach großen und runden Bäumen immer da ist. Jedoch muß man auch auf der andern Seite daran denken, daß theils die Messung ungenau, theils mancher innerliche Fehler des Holzes verdeckt bleibt. Da nun die Sicherheit und Haltbarkeit des Schiffsgebäudes von der Güte des angewandten Holzes so wesentlich abhängt, so muß bei dem Behauen die sorgfältigste Untersuchung angestellt werden. Wenn der Boden, in welchem der lebendige Baum wuchs, trocken und dürre war, so ist das Holz in den mehrsten Fällen geborsten und gespalten. 12

Den Bäumen öfter die Aeste zu behauen, oder das Vieh zum Abnagen der jungen Sprößlinge zuzulassen, ist durchaus abzurathen, weil das Holz da-

durch sehr oft schwach wird, und in Fäulniß übergeht. Die größten Feinde junger Bäumchen sind die Kaninchen, welche jeden Schößling, sobald er über der Erde erscheint, sogleich abnagen.

Das gesundeste Holz wächst an solchen Stellen, wo der Boden aus fester Lehmerde besteht; daher ist auch das Englische Eichenholz demjenigen vieler andren Länder vorzuziehen. Denn selbst wenn die Englischen Eichen schon so lange gestanden haben, daß das Alter sie schwach macht, und die zum Wachsthum des Bauholzes zulässige Zeit längst vorüber ist, so zeigen sie doch noch eine Dauerhaftigkeit, wie die Eichen andrer Länder sie nur in dem kräftigsten Alter zu haben pflegen. Die besten Eichen andrer Länder sind die aus den Ostseeländern.

§. 356. Von der Mallenzeichnung und Mallung.

1 Ein Mall ist, wie schon oben gesagt, ein von schwachem Holz oder dünnen Brettern gemachtes Modell nach dem Belauf oder der Bucht irgend eines Stückes des Gebäudes. Es dient dazu, die Hölzer ihm gemäß mit Linien zu bezeichnen, und dann danach zu behauen. Das Auflegen des Malls auf das Holz, und das Zeichnen der Linien auf dem letztern heißt die Bemallung oder Mallung (Moulding). Die Mallenzeichnung (Laying off) heißt die Uebertragung der in den Baurissen nach kleinerem Maaßstabe gezeichneten Dimensionen der einzelnen Baustücke auf den Mallboden und die Bretter, aus denen die Mallen gemacht werden. Die Hauszimmerleute nennen die Mallen gewöhnlich Schablonen.

Auf den Werften findet sich immer ein Mallsaal oder ein Mallboden, d. h. ein großer Raum, dessen Fußboden schwarz angestrichen, und gehörig lang und breit ist, um die verschiedenen Linien der Baurisse in ihren natürlichen Dimensionen darauf, gewöhnlich mit Kreide, zu zeichnen. Ist der Mallboden oder die Mallflur lang genug, wie auf großen Kriegswerften, so kann das Schiff in seiner ganzen Länge gezeichnet werden; ist aber die Mallflur, wie bei Kauffahrteiwerften gewöhnlich, zu kurz, so muß die Mallenzeichnung in mehreren Längenabtheilungen gemacht werden. Um die rein und sorgfältig gezeichneten Baurisse nicht in dem Mallsaal zu verderben, trägt man die Dimensionen daraus in ein kleines Buch, als Bestecktafel, wie Tafel CIV und CV zusammen, und nimmt nur dieses mit auf den Mallsaal.

2 Man hat bei der Mallenzeichnung auf dem Mallboden ebenfalls drei Risse, den Seiten-, Spanten- und wasserpassen oder Halbbreiten- oder Sentenriß. Zur gegenseitigen Prüfung werden die Linien des einen Risses zuweilen in den andern übertragen; am häufigsten geschieht dies mit dem Spanten- und Seitenriß, und dem Spanten- und wasserpassen Riß; dagegen seltener mit dem Seiten- und wasserpassen Risse.

3 Die Linien des Seitenrisses werden vermittelst ihrer Höhen auf den Spantenriß übertragen, welche man von der Grundlinie absetzt. Werden sie längs der letzteren abgesetzt, so bilden sie theils Kurven, wie die größten Breiten-

linien, theils gerade Linien, wie die Diagonalen der Senten. Werden aber dieselben Höhen auf einer und derselben Vertikallinie übereinander abgesetzt, so bestimmen sie auch die Stellen andrer Linien auf derselben Vertikale, wie z. B. die Billenlinien (buttock-lines) die Stellen der Spanten bestimmen. Alle Horizontallinien des Seitenrisses sind auch auf dem Spantenrisse horizontal.

4 Die Linien des Senten- oder Halbbreitenrisses werden auf den Spantenriß vermittelst ihrer Abstände übertragen, die sie an verschiedenen Stellen von der Mittellinie des Sentenrisses haben. Diese Abstände werden in dem Spantenrisse ebenfalls von der Mittellinie desselben aus abgesetzt, aber bald in horizontaler, bald in diagonaler Richtung. Werden sie nach einander längs der Mittellinie abgesetzt, so bilden sie Kurven, wie z. B. die Umrisse der Flurbugten. Werden sie in diagonaler Richtung abgesetzt, so bestimmen sie die Oerter andrer Linien auf der Diagonale, z. B. die Stellen der Spanten auf den Diagonalen. Alle Linien, welche in dem Halbbreitenrisse parallel mit der Mittellinie gehen, sind auch in dem Spantenrisse parallel mit der Mittellinie, und zwar in gleichen Abständen, z. B. die Billenlinien.

5 Wenn der Mallboden nicht lang genug ist, um das Schiff seiner ganzen Länge nach in eine Mallenzeichnung zu bringen, so muß schon von selbst die Zeichnung in verschiedenen Längenabtheilungen geschehen. Es ist aber auch nicht einmal vortheilhaft, die ganze Länge mit einem Mall zu zeichnen; denn manche Perpendikel des Vorschiffs dienen auch für das Achterschiff.

6 Wenn der Mallboden gehörig gereinigt und gewaschen ist, beginnt man damit, eine gerade Linie von einem Ende zum andern der Länge nach zu ziehen, und zwar so, daß sie, wenn der Raum es zuläßt, um die Tiefe des Kiels von der Seite oder dem Rande dem Mallbodens entfernt bleibt; diese Linie stellt den obern Rand der Kielsponning dar, von wo alle Höhen in dem Seiten- und Spantenrisse abgesetzt werden. Dieselbe Linie stellt auch zugleich die Mittellinie des wasserpassen Risses dar.

7 Nach dem rechten Ende dieser Linie hin errichtet man auf ihr den vordersten Perpendikel, und setzt von ihm aus die Stelle des Hauptspants ab, und zwei oder drei Spanten hinter demselben. Darauf zieht man die zwischen dem Hauptspant und dem vordersten Perpendikel zu errichtenden Perpendikel, welche die Fugen der Spanten darstellen, indem man ihre Abstände, oder ihre Facken und Spanten (Room and space), aus der Seitenrißzeichnung oder aus der Bestecktafel für Vor- und Achterschiff, wie Tafel CIV, nimmt.

8 Hierauf zeichnet man den Vorsteven, und die übrigen Stücke der rechtwinkligen Schiffstheile wie bei den Rissen auf dem Papier, nur daß überall die Dimensionen zur wirklichen oder natürlichen Größe erweitert werden.

9 Sind die Mallen für die Spanten fertig, so müssen auch die Schmiegungen (bevellings) gemessen werden (vergl. S. 2437 Nr. 6); denn ohne diese letztern können begreiflicher Weise die Hölzer nicht behauen werden, weil das Mall nur die Mallseiten bestimmt, d. h. die nach der Breite des Schiffs gemessenen Seiten der Spanten, von denen die eine dem Vorschiffe, die andere dem Achterschiffe zugekehrt ist. Einige Schiffszimmermeister haben nur

zwei Schmiegebretter, das eine für das Vorschiff, das andere für das Achterschiff. Sie sind dann sehr lang, um alle Schmiegen aufnehmen zu können. Aber diese Einrichtung ist sehr unbequem, wenn große Schiffe gebaut werden sollen; denn alsdann ist eine bedeutende Anzahl von Leuten zugleich beschäftigt, die sich gegenseitig hindern, und durch die vielen Schmiegezeichen irre geführt werden.

10 Die Schmiegebretter sind dünne Dielen, auf denen die Schmiegungen der Spanten in ihrer natürlichen Größe aufgetragen werden. Man verfährt bei ihrer Bildung auf folgende Weise.

Man zieht zuerst in dem wasserpassen oder Halbbreitenrisse die Breite der Spanten neben den Perpendikeln für die letztern ab, und zieht durch diese Punkte Parallellinien mit den Spantenperpendikeln bis dahin, wo sie die schrägen Sentenkurven treffen. Das mittelste Spantperpendikel trifft rechtwinklig auf alle Senten; die Perpendikel für die andern Spanten bilden aber schiefe Winkel mit den Sentenkurven, und zwar diejenigen des Vorschiffs nach vorne hin spitze, nach hinten zu stumpfe; diejenigen des Achterschiffs nach hinten zu spitze, nach vorne zu stumpfe; damit nun alle Schmiegwinkel spitze seien, oder nach dem gewöhnlichen Ausdrucke innerhalb des Winkels (d. h. des rechten) fallen, zieht man die parallelen Perpendikel für die Vorderspanten an der Vorderseite, für die Achterspanten an der Achterseite der Hauptperpendikel. Die Länge der parallelen Perpendikel in dem wasserpassen Risse, oder die halben Breiten der geschmiegten Spantenränder setzt man in dem Spantenrisse ebenfalls von der Mittellinie aus, aber auf den schrägen Senten, d. h. auf den Diagonalen ab. In dem Spantenrisse erhält man alsdann für jedes Spant, wenn man durch alle abgesetzten Punkte Kurven zieht, eine zweite Linie, welche mehr oder weniger von der ersten Kurve abweicht.

Hierauf läßt man ein Brett, Tafel XXXV, D, Fig. 322, abcd, von der Breite der Spanten rechtwinklig behobeln, und theilt die eine Kante ab desselben in so viele Theile, als man Spanten hat, und zieht Perpendikel nach der andern Kante cd hinüber, wodurch man dieselben Eintheilungen auch auf dieser Seite erhält, und das ganze Brett vorläufig von oben bis unten mit Parallellinien der Quere nach überzogen ist. Die oberste von ihnen giebt die Schlicht- oder Binnen- und Außenseite des Hauptspants ⊕, und diese zieht man völlig aus; dagegen die andern Parallellinien werden wieder ausgelöscht, weil sie nur zur Bestimmung der Eintheilungspunkte auf der Seite cd dienen sollten.

Man legt nun in dem Halbbreitenrisse die Schmiege (S. 2437), d. h. den mit beweglicher Zunge versehenen Maaßstab, mit dem einen Arme genau an den Hauptperpendikel jedes einzelnen Spants, und schiebt den andern Arm, bis er den Punkt berührt, wo der Parallelperpendikel die Sente berührt. Die so gestellte Schmiege legt man auf das Schmiegebrett, und zieht von dem betreffenden Spantenpunkte am Rande ab die schräge Linie nach dem Rande cd hinüber, wie der gestellte Schmiegungswinkel sie giebt.

Will man noch genauer, als mit der Schmiege übertragen, so muß man

im wasserpassen Risse an jedem Hauptperpendikel, wo er die Sente trifft, eine kleine Parallellinie mit der Mittellinie nach der Seite des Parallelperpendikels hin, und den letztern bis zu der kleinen Parallel- oder Horizontallinie ziehen; von dem dadurch entstehenden Schnittpunkte mißt man jetzt rückwärts bis zur Sente, und diese Zirkelspannung setzt man auf dem Schmiegebrett und zwar am Rande cd von dem betreffenden, zuerst von ab herübergenommenen, Theilpunkte nach unten hin ab, und zieht dann vom entsprechenden Theilpunkte der Seite ab die schräge Linie nach dem neu erhaltenen Punkte.

Die genannte Figur 322 ist ein Schmiegebrett für das Vorschiff, deshalb sind die Spanten mit den großen lateinischen Buchstaben, wie in den Seitenrissen Tafel XXXVII und XXXVIII, bezeichnet. Die Figur 323 ist ein Schmiegebrett für das Achterschiff, und enthält daher die Bezeichnungen mit Zahlen.

11 Bei größeren Schiffsgebäuden, wo man die Schmiegungen der Spanten an mehreren Stellen bestimmen, und viel mehr Senten auf dem Risse zeichnen, und bei der Errichtung der Spanten wirklich scheeren, d. h. ihnen entsprechende Latten befestigen muß, ist es bequemer, die Schmiegungen jedes einzelnen Spants auf allen Senten auf ein besonderes Brett deutlich abzutragen. Auch ist es zur Genauigkeit der Arbeit erforderlich, auf den Mallen die Richtungen der Senten anzuzeigen, und darauf strenge zu halten, daß diese Richtungen bei der Bemallung des Holzes auch sogleich auf diesem selbst bezeichnet werden; damit die Richtung völlig bestimmt sei, in welcher der Schmiegenstock oder die Schmiege an die Dicke des Spants angeschlagen werden muß, und die nach der Schmiegung des Spants an dieser Stelle gerichtete Zunge die Schmiegung des Spants genau anzeigt.

Jede Schmiegung muß, wie sich von selbst versteht, durch eine hinreichende Bezeichnung vor der Verwechselung mit den andern gehütet werden.

12 Wenn für jedes Spant ein eigenes Schmiegebrett gemacht wird, so ist freilich die Verwechslung bei einer großen Menge von Arbeitern leichter. Es ist deshalb am besten, für die rechtwinkligen Spanten vier Schmiegebretter zu haben; eines für die Lieger des Vorschiffes; eines für die Auflanger desselben; eines für die Lieger des Achterschiffes, und eines für die Auflanger desselben. Bezeichnet man alsdann noch die Schmiegebretter für das Vorschiff an dem rechten Rande, die für das Achterschiff an dem linken, so kann nicht so leicht eine Verwechslung entstehen.

Man nimmt die erste Schmiegung bei der Kurve der Liegermitte (cutting down-line), und beginnt mit dem Hauptspant; dieses so wie die ihm zunächst stehenden Spanten haben eine rechtwinklige Schmiegung, die man auf das Schmiegebrett aufträgt. Darauf legt man nach und nach den Schmiegestock an die einzelnen Spanten, unterhalb der Kurve der Liegermitte, und die Zunge genau an diese letztere, so erhält man die entsprechenden Schmiegungen, und trägt sie in der vorher angegebenen Weise auf das Schmiegebrett.

13 Wie die schräge Stellung der Hukspanten gefunden, und in dem wasserpassen Risse dargestellt wird, ist oben (S. 2409) gezeigt. Man muß dabei die größte Vorsicht gebrauchen, und sich vollkommen überzeugen, daß die äußersten Enden des Vor- und Achterschiffs schöne Kurven bilden, denn sind erst die

Hukspanten aufgestellt, so lassen sich diese Kurven nicht mehr ändern. Eines der wirksamsten Mittel ist das sogenannte Prüfungs- oder Probespant; man zeichnet nämlich in dem Vor- und Achterschiffe des Spantenrisses noch ein erdichtetes Spant, wenn nöthig noch zwei, und diese heißen die Probespanten. Für das Achterschiff zeichnet man das Probespant zwischen dem Außenende des Heckbalkens, und dem hintersten regelmäßigen Spant, wie Tafel XXXVII, Fig. 2, das nur punktirte Achterspant PcdP; im Vorschiffe setzt man vor das vorderste regelmäßige Spant ebenfalls noch ein oder zwei Probespanten. Diese überträgt man auch auf den Seiten- und den wasserpassen Riß, und kann alsdann die Wasserlinien auf dem wasserpassen Risse mit ihrer Endkrümmung zeichnen und prüfen. Für jedes Hukspant muß ein eigenes Schmiegbrett gemacht werden.

14 Um die Schmiegungen der Spiegelwrangen zu finden, legt man den Schmiegestock an den obern Rand der betreffenden Wrange im Seitenrisse, und die Zunge an die Billenlinien (buttock-lines), so daß sie genau an den untern und obern Rand der Wrange anschließt.

15 Um die Schmiegungen der Klüshölzer und der Klüsholzpöller (knight-head) zu finden, legt man den Schmiegestock an die Linien der Klüshölzer und Klüsholzpöller in dem wasserpassen Risse, und die Zunge an das vorderste Hukspant.

16 Das Gesagte reicht hin, um eine Uebersicht der Mallenzeichnung und der Mallung zu geben; besonders wenn man noch die Erklärungen hinzunimmt, welche von S. 2314 bis 2317 über die Mallung nach einem Mall (whole-moulding) gegeben worden.

§. 357. Der praktische Schiffbau in fortschreitender Reihenfolge.

1 Der erste Anfang des eigentlichen Baues beginnt natürlich mit der Einrichtung des Bauplatzes. Angenommen, dieser sei, was bei dem Bau der Kauffahrteischiffe am häufigsten vorkommt, keine Dock, und auch keine Helling (vrgl. S. 2384 und 2385), sondern nur eine sich schräg nach dem Wasser zu senkende Uferstelle, so muß erst der Stapel errichtet werden. Die einzelnen Klötze, aus denen er besteht, werden in gegenseitigen Abständen von fünf Fuß, aber nicht unmittelbar auf den Erdboden, sondern auf eine eigens gebildete Unterlage gelegt. Zu der letztern treibt man Pfähle in den Boden, und befestigt auf diesen große Balkenstücke, gewöhnlich von schadhaftem Holz. In der Mitte der Grundlage werden in den angegebenen Abständen die untersten Stapelblöcke, welche, wie Tafel XXXVII, Fig. 5, a, a, a zu sehen, die längsten und breitesten sind, mit ihrer wohlgeschlichteten Unterseite auf die Balken der Unterlage gelegt, und an den Ecken festgespickert. Auf die untere Blockreihe wird eine zweite Reihe von kürzeren Blöcken gelegt u. s. f., jedoch so, daß je weiter vom Wasser ab die untersten Blöcke liegen, desto mehr von ihnen übereinander gelegt werden, und demnach die oberste Reihe eine nach dem Wasser zu schräge Linie

bildet. Jeder Block, der auf einem andern liegt, wird mit hölzernen Nägeln festgespickert; die ganz oben liegenden sind etwa 16 Zoll breit, und 2 bis 3 Fuß lang, und die oberen Ränder ihrer beiden Enden mit schrägen Flächen abgestumpft. Auf die oberste Blockreihe werden noch sogenannte Kappen mit hölzernen Nägeln befestigt. Diese Kappen sind viereckige Eichenklötze, welche die Breite der Stapelblöcke und eine Höhe haben, welche einige Zoll mehr beträgt, als die Tiefe, oder senkrechte Stärke des falschen oder losen Kiels. Sie liegen in der Mitte der obersten Blöcke, und sind so geschnitten, daß ihr Holzstrich genau parallel mit der Länge des Kiels geht. Auf diese Kappen kommt der Hauptkiel zu liegen; die Nägel, mit denen sie festgespickert sind, stehen nahe an ihren Enden, so daß sie weiter aus einander liegen, als die Kielbreite beträgt. Soll nachher der falsche oder lose Kiel unter dem Hauptkiel befestigt oder eingezogen werden, so werden diese Kappen eine nach der andern weggeschlagen, was leicht geschieht, indem ihre Lage nach dem Holzstriche macht, daß sie schnell spalten und ausspringen.

Die Höhe und die Abschüßigkeit der Stapelblöcke hängt von der Größe des zu bauenden Schiffes, und von der Tiefe des Wassers ab, in welches dasselbe beim Auflaufen zuerst hineinkommt. Man muß dabei besonders Sorge tragen, daß der Kinnbacken des Kiels (the forefoot) beim Ablaufen frei von der hinteren Unterlage bleibt, indem man Etwas wegen der Senkung des Schiffes zugiebt.

Die Abschüssigkeit oder Senkung des Stapels nach dem Wasser zu wird verschieden bestimmt; die geringste ist 5/8 eines Zolls auf einen Fuß der Länge; die größte 1 Zoll auf einen Fuß Länge; die gewöhnlichste 3/4 Zoll auf einen Fuß Länge. Für kleinere Schiffe ist die Abschüssigkeit immer stärker als für größere; und der vordere Theil der Bahn dicht am Wasser bekommt wieder etwas mehr Neigung als der Stapel selbst. Nach der Breite des Schiffs gemessen liegen alle Stapelblöcke horizontal; nach der Länge desselben bildet die Oberfläche der obersten eine gerade Linie, die sich dem Wasser zusenkt. Nur die Blöcke, welche unter dem Achterschiffe liegen, werden etwas höher als diese gerade Linie gelegt, weil das große Gewicht dieses Schiffstheiles die Blöcke während des Baues immer ein wenig niederdrückt. Der Bau selbst wird übrigens bei den mehrsten Nationen so begonnen, daß das Achterschiff dem Wasser zunächst steht, also auch beim Ablaufen zuerst ins Wasser kommt; das Schiff, Tafel XXXVII, Fig. 5, ist ebenfalls so aufgesetzt, indem der niedrigste, also dem Wasser nächste Stapelblock unter dem Achterschiffe liegt.

Der Kiel ist gewöhnlich von Ulmenholz, das nach den Dimensionen der 2 Bestecktafel gesägt wird. Beim Sägen der Langscherben oder Laschingen muß gegen das Ende hin Holz zu den Haaken der Verscherbung gelassen werden, welche sich gewöhnlich um 1 oder 5/4 Zoll über der schrägen Fläche erheben. Wenn die Scherben genau auf einander gepaßt oder geschlichtet worden, so wird der untere Rand der einen Scherbe etwa 1/4 Zoll tief, und 3 bis 4 Zoll aufwärts abgenommen, um die Fuge der Lasching kalfatern zu können. Die Sponning wird bei den mehrsten, namentlich bei Kriegsschiffen, vom obern Rande

des Kiels in der Dicke der Bodenplanken, oder des Sandstrooks abgesetzt. Bei vielen Kauffahrteischiffen haut man die Sponning in der Mitte der perpendikulären Kielseite aus. Die einzelnen Kielstücke werden alsdann auf die Stapelblöcke gebracht, und getheerter Flanell zwischen die Scherben gelegt. Darauf werden die letztern verbolzt, der ganze Kiel gekentert oder auf die Seite gelegt, um die Laschingsfugen zu kalfatern, und hierauf zurückgekentert, und in gerader Richtung in der Mitte der Stapelblöcke mit hölzernen Nägeln auf dieselben festgespickert, damit er während des ganzen Baues dieselbe Lage unverrückt behält. Ueber die Laschingsfugen werden ¾ Zoll dicke eichene Latten, mit zwischen gelegtem getheertem Flanell, eingelassen.

Die allgemeinen Dimensionsbestimmungen für den Kiel sind folgende: seine Höhe oder perpendikuläre Seite beträgt den achten Theil seiner Länge nach Fußen in Zollen ausgedrückt; oder für jeden Fuß der Länge hat er 1 Linie 6 Punkte Höhe: denn der achte Theil der Fuße in Zollen ausgedrückt heißt der 96. Theil eines Fußes; da nun der ganze Fuß 144 Linien enthält, so ist 1 Linie 6 Punkte der 96. Theil.

Seine horizontale Breite ist 10 Linien 8 Punkte für jeden Zoll der Höhe oder 8/9 derselben. Die Höhe ist theils der Laschungen wegen größer, theils wegen der größeren Stärke bei gleicher Holzmasse, weil der Kiel besonders in perpendikulärer Richtung zu tragen hat.

3 Das Todtholz oder die Kielklötze sind von Eichenholz, und werden auf die Oberseite des Kiels mit fest anschließender Schlichtung gelegt, und mit hölzernen Nägeln festgespickert. Ihre Dicke oder Höhe hängt von der Gestalt der Kurve der Liegermitte ab; gegen die Mitte des Schiffs überragt ihre obere Breite, nach dem Belaufe der Spanten, die Kielbreite um etwa zwei Zoll auf jeder Seite. Ihre Laschungen verschießen gegen die Laschungen des Kiels. Im Vor- und Achterschiff werden ihre Seiten nach den Mallen der Spanten behauen.

4 Der Vorsteven wird aus zwei oder mehreren Stücken des besten Eichenholzes zusammengesetzt, die mit Haakenscherben zusammengelascht sind. Er wird erst an der Schlichtseite und dann nach dem Mall an der Mallseite behauen. Darauf wird die Sponning eingehauen. Es ist sehr vortheilhaft, auf den Seiten des Vorstevens die Höhen der Senten, Decke, Sloikniee u. s. w. zu bezeichnen, und auch eine auf dem Kiel senkrecht stehende Linie zu ziehen, um bei dem fortschreitenden Baue eine Leitung zu haben.

5 Der Binnenvorsteven wird ebenso wie der Vorsteven erst geschlichtet und dann gemallt. Er paßt mit seiner Vorderseite genau an die Achter- oder Binnenseite des Vorstevens. Seine Laschungen verschießen gegen diejenigen des Vorstevens, und die letztern werden mit Bolzen verbolzt, die von Außen durch den Vorsteven und Binnenvorsteven gehen, und auf der Binnenseite des letztern verklunken werden. Getheerter Flanell wird in die Laschingfugen gebracht.

6 Die Pöllerklüshölzer (bollard-timbers) werden so behauen und geschlichtet, daß sie genau an die Seiten des Vorstevens und Binnenvorstevens passen; mit ihrer andern Seite müssen sie genau an die Seiten der eigent-

lichen Klüshölzer schließen. Mit dem Vorsteven und Binnenvorsteven werden sie durch Haakenscherben verbunden und verbolzt. Ihre Schmiegung kommt bei der Mallung in Betracht.

Die eigentlichen Klüshölzer müssen in der Gegend der Klüsgatten oder Klüsen genau an einander schließen; über und unter denselben stehen sie etwa 1½ Zoll auseinander, um den Luftzug durchzulassen. Sie werden beschmiegt und bemallt, und mit einander und den Pöllerklüshölzern verbolzt, doch so, daß die Bolzen frei von den Bugbändern bleiben. 7

Der Achtersteven wird am besten so behauen, daß man seine nachherige Achterseite nach oben legt, eine Mittellinie auf ihm zieht, und nach beiden Seiten hin die in der Bestecktafel angegebene halbe Dimension absetzt. Darauf kentert man den Balken, und legt das Mall an. Alsdann wird die Sponning ausgehauen, und werden die Stellen der Wrangen und Senten bezeichnet. Am Fußende oder der Hieling läßt man einen Zapfen stehen, welcher ein Drittel der Kielhöhe zur Länge und ein Drittel der Kielbreite zur Dicke hat. Nach der Länge des Kiels gemessen erstreckt sich der Zapfen zweimal so weit, als seine Dicke beträgt. In dieser Richtung hin verjüngt sich die Dicke des Zapfens um ⅜ Zoll auf jeder Seite. Das Zapfenloch im Hinterende des Kiels hat natürlich die entsprechenden Dimensionen. Die Sponning wird am oberen Ende wie ein gleichseitiges Dreieck, nach der Dicke der Planken, ausgehauen; am untern Ende bildet sie mit ihrem Achterrande einen stumpfen Winkel. Die Dimensionen sind im Allgemeinen aus der Bestecktafel CV, S. 423, zu erkennen; am untern Ende ist die Breite des Achterstevens der Breite des Kiels gleich, beide nach der Breite des Schiffs gemessen. Sobal der gehörig behauen ist, legt man ein eisernes Band um seinen Kopf, um ihn vom Bersten abzuhalten. 8

Der Binnenachtersteven schließt sich genau an die Vorderseite des Achterstevens; sein Kopf wird einen Zoll tief in die Unterseite der zunächst darüber liegenden Wrange eingelassen. An den Hauptsteven wird er mit hölzernen Nägeln gespickert, und unten steht er in einem Zapfenloche des Kiels mit einem ähnlichen Zapfen wie der Achtersteven selbst. 9

Die Wrangen werden zunächst behauen. Zu ihnen, und namentlich zum Heckbalken, wird das beste, völlig fehlerfreie, Holz genommen, weil sie die größte Mühe und die größten Kosten verursachen, wenn sie späterhin schadhaft werden, und durch neue Hölzer ersetzt werden sollen. Sie müssen, wie die Planken (S. 2429), Top- und Rathweise verschießen, und wegen ihrer Ausbugt und Aufbugt sehr genau beschmiegt werden. An ihren Enden haben sie Zapfen, mit denen sie in den Randsomhölzern ruhen. 10

Die Spantenstücke erfordern große Vorsicht und Genauigkeit im Bemallen, Beschmiegen und Behauen. Gegen die Mitte der Stücke dürfen keine Krümmungen oder Schmiegungen angebracht werden, welche das Holz zu sehr vermindern. Zu den Spantentheilen muß das gesundeste und bestgewachsene Holz genommen werden. Wo Kalven (chocks) unvermeidlich werden, muß das Holz der Hauptstücke wenigstens ein Drittel von seiner Mallseitenstärke behalten, und die Verscherbungsseiten der Kalven dürfen nicht länger als ein 11

und ein halb Mal die Schlichtseite der Spanten sein. Die Zwillen- und Piekstücke finden sich selten von natürlichem Wuchse; sie müssen daher aus mehreren Stücken zusammengesetzt werden, was durch mancherlei Arten von Laschungen geschieht.

Sobald Vorder- und Achtersteven aufgerichtet sind, wird von dem einen zum andern in gewisser Höhe, horizontal und genau über der Mitte des Kiels eine Schnur gespannt, um an derselben die symmetrische Aufzimmerung aller übrigen Bruchstücke abmessen zu können. Von der genauen Bearbeitung und richtigen Aufstellung der Spanten hängt die Güte des ganzen Gebäudes vorzugsweise ab.

Wenn die einzelnen Spantentheile zusammengebolzt sind, und zur Aufrichtung und Einsetzung aufgeheißt werden sollen, so können sie leicht während des Heißens durch die verschiedene Schwere und Lage der einzelnen Theile verzogen und gelockert werden. Um dies zu verhüten werden, namentlich bei schweren Spanten, über die Fugen der Laschungen dünne Balkenstücke genagelt, und an der Innenseite der runden Bugten Stützen, wie Chorden eines Kreisbogens, mit Klampen am Fuß- und Topende befestigt; darauf wird eine Kette rund um die äußere Seite des ganzen Spants gelegt und festgespannt. Diese Vorsicht sollte eigentlich bei allen, auch den leichteren Spanten, angewendet werden. Denn wird eines verzerrt und gelockert, so ist die genaue Gestalt und die Sicherheit des ganzen Gebäudes schon verringert.

12 Um die Kielstücke, Steven, Spanten und übrigen schweren Hölzer aufzuheißen und einzusetzen, wird quer über der Stapelbahn ein Bock errichtet. Dies ist, wie Tafel XXXIII, A, Fig. 2 und Tafel XXXIII, B, Fig. 1 am Bord eines Schiffs, so hier auf der Werfte eine Maschine, die aus zwei unbearbeiteten Masten besteht. Diese werden an ihrem oberen Ende mit einem hinreichend starken Tau zusammengesorrt, und heißen dann die Spieren des Bocks; die unteren Enden derselben stehen auseinander, so daß beide Spieren die Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks bilden, dessen Basis der Erdboden ist. Die Füße der Spieren kommen auf sogenannte Schuhe zu stehen, wie Tafel XXXIII, A, Fig. 2, damit sie nicht in den Erdboden (oder am Bord in das Deck) eindringen. Die Sorrung der oberen Enden heißt die Rähung des Bocks. Um die Spieren aufrechtstehend zu erhalten, werden an das obere Ende der Spieren starke Taue befestigt, und zu beiden Seiten der Spieren, wie in der zuletzt genannten Figur dd, mit Takeln festgesetzt, die man an passenden Stellen der Stapelbahn (oder des Decks) festhaakt. Diese Taue heißen die Backstage des Bocks. Nahe über der Rähung sind auch einscheibige Blöcke mit Jolltauen angebracht, vermöge welcher der Bock aufgerichtet und auch wieder niedergelassen oder abgeviert werden kann. Zwischen den Spieren des Bocks hängt eine schwere Gien, mit denen die einzelnen Stücke und Lasten aufgeheißt werden.

Weil der Bock eine so oft gebrauchte Maschine ist, die man auch am Bord zu errichten hat, so muß man die Dimensionen ihrer Bestandtheile kennen, um darnach ihre Stärke beurtheilen zu können. Bei dem Bau der größten Kriegs-

schiffe braucht man zu den Bockspieren zwei Masten, jeden von 19½ Zoll im Durchmesser, und 66 Fuß lang; ihre Fußenden werden, von der Außenseite zur Außenseite gemessen, 46 Fuß und 4 Zoll auseinander gestellt. Die Gien besteht aus vier dreischeibigen Blöcken, 28 Zoll lang, die Scheibe mit metallnen Büchsen; die Läufer von neuen Tauen, die 8 Zoll im Umfang haben.

Beim Aufheißen der Spanten kommt ein Takel an die Hielung, um das Spant von der Sente frei zu halten, eines oder zwei nahe an der größten Breite, und eines ebenfalls an die Hielung, um zu verhüten, daß das Spant zu weit ins Schiff hineingeht.

Wenn die Spanten aufgeheißt sind, werden sie abgestützt, d. h. es werden von beiden Seiten die sogenannten Schoren, d. h. Stützen, darunter gestellt, welche während des ganzen Baues bis zum Ablaufen stehen bleiben. Die gegen die Steven gestellten heißen Stevenschoren; die unter den Sloikniee stehenden die Sloischoren; und die unter der Flur und den Seiten senkrecht stehenden die Steekschoren. Damit auch die Spanten für ihre Breite eine Haltung bekommen, so werden die sogenannten Quer- und Kreuzspähne (cross-spales) angebracht. Dies sind föhrene Planken, welche in gewissen Höhen quer an die Spanten genagelt werden, um dieselben so lang in ihrer richtigen Breite auseinander zu halten, bis die Deckbalken und deren Kniee angebracht werden. Die größte Breite und die Stelle der Topsente sind die am meisten gewählten Höhen, um die Querspähne anzubringen; wenn aber der Bau nicht zu lange dauert, und man sich auf den Grund des Stapels verlassen kann, so ist die Höhe der Pforten wegen mancher andern Vortheile besser dazu. Auf den Querspähnen wird genau die Mittellinie und die Breite des Schiffs an der Stelle des Spahns bezeichnet; und mit der letztern muß die Außenseite des Spants genau zusammentreffen, ehe die Spähne angenagelt werden.

Die Senten an der Seite (ribbands), und die Spiegel- und Bugsenten (harpins) sind föhrene Planken, ungefähr fünf Zoll breit; die letzteren werden nach einem Mall gearbeitet. Sie werden rund um das Schiff an die Spanten genagelt, und bleiben daran bis die Planken an ihre Stelle kommen. Die Schoren werden unter ihnen angesetzt. Die Unterscheidung von schrägen und von horizontalen oder wasserpassen Senten gilt nur für die Zeichnung der Baurisse; die horizontalen sind blos gedachte Linien, d. h. die Projektionen der schrägen Senten auf einer Horizontalebene; die schrägen aber werden in den wirklichen Senten dargestellt und an die Spanten befestigt, nachdem man sie gemäß den Schmiegemarken behauen und angesetzt hat. Läßt man ein Senkblei von der Mittellinie der Querspähne auf die Oberseite des Kiels oder der Flur herabhängen, so muß es genau auf die Mittellinie des Kiels treffen, wenn das betreffende Spant mit seiner Breitendimension richtig horizontal steht. 13

Mit Hülfe einer Schnur, die man in der größten Breite der Spanten quer durch sie und zwar horizontal spannt, kann man genau messen, ob das Spant den gehörigen Winkel mit der Mittellinie des Kiels macht.

Ebenso kann man mit Hülfe einer langen dünnen Latte messen, ob die Pforten ihre gehörigen Stellen erhalten haben, nachdem man auf diese Latte die Entfernungen derselben von dem Mallboden aufgetragen. Die Senten werden darauf festgenagelt und die Schoren darunter angesetzt. Damit die letzteren sich nicht verschieben, wird ihr Top mit einem hölzernen Nagel gegen das Spant, und ihr Fuß mit einem gleichen gegen die Unterlage des Stapels befestigt. Diese Nägel heißen im Englischen nogs. Die Spiegel- und Bugsenten werden wegen ihrer Krümmung aus zwei oder mehreren Stücken mit Haakenscherben zusammengesetzt, und die Scherbenfugen mit eichenen oder ulmenen Brettern der größern Haltbarkeit wegen bedeckt.

14 Das Kolschwinn wird nach den Dimensionen der Bestecktafel behauen, und an seiner Unterseite werden, wie Tafel XXXVII, Fig. 6, X, X zu sehen, die Kerben ausgehauen, mit denen es über den Flurstücken zu liegen kommt. Ehe es aufgelegt wird müssen alle darunter liegenden Fugen und Nathen wohl kalfatert und getheert, und die ganze darunter liegende Oberfläche mit Theer bestrichen sein. Die Scherben des Kolschwinns sind Haakenscherben; die Mitte jeder Scherbe muß auf die Mitte eines Flurstücks zu liegen kommen, und gegen die nächstliegenden Scherben des Kiels gehörig verschießen. Die Bolzen, mit denen das Kolschwinn durch jedes Flurstück verbolzt wird, reichen durch den Hauptkiel, und werden auf dessen Unterseite auf Platten verklunken. Wenn die Platten in das Holz eingelassen worden, muß man die Randfugen auch kalfatern lassen. Bei Ostindienfahrern reichen diese Bolzen sogar bis zur Unterseite des losen Kiels, wo sie verklunken werden. Die sehr langen Bolzen, wie diejenigen im Vor- und Achterschiff, welche noch durch die Kielklötze gehen, haben eine doppelte Drift, d. h. sie sind an ihrem oberen Ende um ein Achtel Zoll dicker als an ihrem vorderen, so daß sie je weiter hineingetrieben um desto mehr das Loch im Holze ausfüllen. Uebrigens müssen diese Bolzen frei von den Fugen der Kielscherben bleiben.

15 Das innere Slempholz vorne (vergl. S. 2345 Nr. 14) schließt genau an die Oberseite des Kolschwinns und die Achterseite des Binnenvorstevens; mit dem Kolschwinn ist es außerdem durch eine Haakenscherbe verbunden.

16 Das Knie des Achterstevens, oder das Reitknie (vergl. S. 2345 Nr. 13) ist an dem liegenden Arme durch eine Haakenscherbe mit dem Hinterende des Kolschwinns verbunden, und liegt mit dem stehenden Arme an dem Binnenachtersteven und den Spiegelwrangen. Gegen die Steven und Wrangen ist es verbolzt. Die Unterseite seines liegenden Armes ruht auf dem hinteren Kielklotze.

17 Die Gillingsleisten an der obern und untern Gilling (vergl. S. 2347 und 2348) werden nach ihrer Auf- und Ausbugt behauen, und dann an die Randsomhölzer befestigt.

18 Für die Anlegung der Planken und Berghölzer ist zuerst ein solcher Ausbreitungsriß, wie Tafel XXXIX, mit aller Genauigkeit zu zeichnen (vergl. S. 2428 bis 2432). Alsdann ist es am sichersten, für jede Planke eine dünne Latte als Maaßstab einzurichten, auf welchem von drei zu drei Fuß die

verschiedenen Breiten angegeben sind, welche die Planken dann erhalten, wenn sie ankerstocksweise an einander gefügt werden. Im Englischen heißen diese Maaßstäbe spilings. Es läßt sich auch auf diese Weise bei jeder einzelnen Planke am leichtesten erkennen, ob ihre Ränder frei vom Splint sind, d. h. schon zum Kernholz gehören. Die untern Hintertheile der Berghölzer endigen sich gewöhnlich an den Enden des Heckbalkens, und erfordern eigene Malle.

Die Binnenbordsplanken, namentlich die Balkweger (vergl. S. 2364 Nr. 37), richten sich nach dem Belauf des Decks, unter dem sie liegen. Ihre Oberkante hängt auch von der Aufbugt der Deckbalken ab; ihre Unterkante bildet hinsichtlich ihrer Dicke einen rechten Winkel mit den Spanten. Ueber den Pforten werden die Balkweger ungefähr von der Mitte ihrer senkrechten Seite an bis nach unten um einen Zoll dünner gehauen, ausgenommen in der Mitte; hier nämlich bleibt über jeder Pforte ein Halbkreis von dickem Holz stehen, gegen welchen die Mündung der Kanone anliegt, wenn sie aus der Pforte zurückgezogen, und dann so gegen die Schiffsseite befestigt wird, wie die Kanone Nr. 1 in Fig. 6 auf Tafel XXXVIII. 19

Bei den Deckbalken läßt man an der Seite, gegen welche ein horizontales Knie anliegen soll, ein so breites Schwanzstück stehen, als das Holz zulassen will. Diese schräge anwachsende Breite des Balkens macht dann, daß das Knie einen stumpfen Winkel machen darf, und also um so eher von natürlichem Wuchse gefunden werden kann. Die beiden vordersten Deckbalken können solche Schwanzstücke auch an der Seite behalten, an welcher die hängenden oder senkrechten Kniee anschließen; diese letztern brauchen dann nicht so stark beschmiegt zu werden, wie es sonst die Krümmung des Schiffs an dieser Seite erfordern würde. Für die Aufbugt der Deckbalken dient ein Mall, welches einen Kreisbogen darstellt, dessen Chorde wenigstens die Länge des Segelbalkens, d. h. des längsten Deckbalkens hat. 20

Wenn Deckbalken aus einem Stück bestehen, so müssen sie so bearbeitet werden, daß ihre Wurzelenden wechselweise nach Backbord und nach Steuerbord zu liegen kommen; es sind nämlich die Wurzelenden der Bäume diejenigen Theile, welche der Fäulniß und dem sonstigen Verderben am meisten unterworfen bleiben.

Wenn Balken aus zwei Stücken bestehen, so werden diese mit langen Haakenscherben verbunden, welche ein Drittel der ganzen Balkenlänge haben. Besteht ein Balken aus drei Stücken, so kommt das dritte Stück ankerstocksweise über die beiden andern zu liegen, und hat die halbe Länge des ganzen Balkens. Bei einer Zusammensetzung aus vier Stücken haben die beiden mittleren Ankerstocksverbindung, jedes von zwei Siebentel der ganzen Balkenlänge.

Wenn die Zusammenfügung gut gearbeitet wird, so hat ein solcher Balken eben so viel, ja wohl noch mehr Stärke, als einer aus einem Stücke; es muß aber namentlich dabei vermieden werden, daß keine Höhlungen im Innern bleiben; denn außerdem, daß dadurch die Stärke vermindert wird, setzt sich auch die Feuchtigkeit in diese Höhlungen fest, und führt die Fäulniß des Balkens unvermeidlich herbei.

Der so zusammengesetzte Balken wird dann nach dem Mall zu seiner Aufbugt behauen; zuletzt werden die Bolzen, welche viereckig sind, und die Spicker eingeschlagen. Alsdann wird die Länge und die Stelle der Deckbalken bestimmt, und sobald sie an ihren Stellen liegen, werden dann die Laschingen der zusammengesetzten gekalfatert.

21 Die Kniee werden erst an ihrer Schlichtseite nach den bestimmten Dimensionen behauen, dann gegen die anliegenden Stücke angepaßt, und endlich nach der Schmiegung und dem Mall bearbeitet, indem man aus der Kehle oder dem Halse, d. h. der innern Winkelstelle so wenig als möglich Holz wegnimmt, weil in diesem die Stärke des Kniees liegt.

Die schlafenden oder horizontalen Kniee (lodging-knees) und die schrägliegenden Kniee (dagger-knees) werden mit dem oberen Ende in die Balken eingelassen. Die Bolzenlöcher werden abwechselnd bald dem einen bald dem andern Rande nahe angebracht. Der Halsbolzen kommt so hoch als möglich. Wo die Gestalt des Vor- und Achterschiffes keine hölzernen Kniee zuläßt, indem man kein Holz von solchem Wuchse finden kann, werden eiserne Kniee angebracht. Sie haben manchen Nachtheil; zuerst bedecken sie nicht so viel Fläche als die hölzernen, geben also auch nicht so viel Haltung; ferner haben sie keine Elastizität, und verlieren nach einmal geschehener Biegung ihre Brauchbarkeit; endlich lassen sich die Bolzen niemals so fest in sie hineintreiben als in das Holz. Wo die eisernen Kniee so zu liegen kommen, daß die Bolzen in die Facken, d. h. in die Zwischenräume hineingehen, müssen zwischen die Spanten starke eichene Klötze festgetrieben werden, um die Bolzen zu empfangen.

Die Bolzen der hölzernen Kniee werden von der Außenseite hineingetrieben und auf der Innenseite der Kniee verklunken; wenn sie nämlich gehörig durch das betreffende Holz durchgeschlagen sind, so legt man um das durchgedrungene Ende einen eisernen Ring; damit dieser desto fester anschließen kann, wird das Holz rund um das Bolzende ein wenig gedoppt, d. h. ringförmig ausgekerbt; darauf schlägt man das Ende des Bolzens mit einem Hammer gegen den Ring breit, so daß der Bolzen auch bei den heftigsten Bewegungen des Schiffes nicht wieder zurückweichen kann. Die Bolzen der eisernen Kniee werden aber von der Innenseite hineingetrieben, weil sie starke Kopfbolzen sind, deren Festigkeit gerade auf dem Kopfe beruht. Sind es kupferne Bolzen, so legt man einen Ring unter den Kopf, und schlägt diesen darauf breit.

Weil das natürliche Holz für Kniee sehr selten ist, so setzt man sie auch aus mehreren Stücken zusammen.

22 Die verkehrten Kniee (standards; vergl. S. 2364) werden wie die vorigen bearbeitet. Damit ihre Zehe oder das Ende des auf Decks liegenden Arms nicht beim Verbolzen spaltet, wird ein eisernes Band umgelegt.

23 Die Katsporen (vergl. S. 2350) werden wie die Spanten bemallt und beschmiegt. Die Bolzen kommen in gleichen Abständen abwechselnd dem einen und dem andern Rande nahe. Die Auflanger der Katsporen, die in der größten Breite des Schiffs stehen, und die Topauflanger derselben haben eine dia-

gonale Richtung; deshalb sind sie mit mehr Spanten verbolzt, als die übrigen Katsporentheile, und bleiben freier von den Pforten.

24 Die Bugbanden, Spuren und Twillen oder Pieckstücke der Katsporen (die letztern sind Tafel XXXVIII, Fig. 1, P, P, am Reitknie zu sehen) werden in ähnlicher Weise wie die Kniee und Katsporen behauen. Damit aber die Seiten, welche genau anschließen sollen, richtig bezeichnet werden, müssen die Zeichen für die Bugbanden in der Längenrichtung, d. h. parallel mit der Mittellinie genommen werden; für die Spuren und Katsporentwillen perpendikulär; sonst geht zu viel ab. Die Bolzenlöcher werden abwechselnd am einen und andern Rande und in gleichen Entfernungen gebohrt. Diejenigen, die in den Bugbanden der Mittellinie am nächsten stehen, werden schräge gebohrt, damit sie perpendikulär gegen die Krümmung des Bugs laufen.

25 Die Luckenscheerstöcke, sowohl die der Länge nach liegenden (coamings), als die der Quere nach gelegten (head-ledges), werden durch Schwalbenschwänze mit einander verbunden. Die Längenscheerstöcke haben Sponningen am innern Rande, in welche die hölzernen Gitter gelegt werden.

26 Die Krahnbalken werden nach den Dimensionen der Bestecktafel behauen und bemallt. Die Außenenden haben eine senkrecht stehende rechtwinklige Grenzfläche. Die Scheibengatten werden perpendikulär und parallel mit den Längenseiten durchgeschlagen. Auf großen Schiffen ist der Binnentheil mit einer Haakenscherbe in den vordersten Deckbalken der Back eingelassen; welcher letztere deshalb auch der breiteste unter allen Deckbalken ist (vergl. Bestecktafel CV, S. 451); an der Vorderseite hat er auch noch eine Sponning für die Schotten der Vorpflicht aufzunehmen. Auf kleinen Schiffen, und häufig auch auf großen, wird der Binnentheil auf zwei oder auf mehreren Deckbalken der Back eingelassen.

27 Die Drücker unter den Krahnbalken werden wegen der Krümmung der Arme an der Seite des Schiffs nach einem Mall an der Achterseite gebildet. Einige Zimmerleute behauen den Drücker nach zwei Mallen: das eine ist für die Kurve an der Seite, das andre so gemacht, daß der Drücker in gerader Richtung an die Unterseite des Krahnbalkens und an die Seite des Schiffs, und zwar in gerader Richtung paßt. In neuerer Zeit macht man den an der Schiffsseite anliegenden Arm ganz oder beinahe perpendikulär, wie Tafel XL, Fig. 1 und 5 zu sehen ist.

28 Der Schaft oder das Schegg des Galjons (vergl. S. 2370 Nr. 50) besteht aus mehreren Stücken. Das größte davon ist das unterste, und reicht so weit hinauf, daß die Wasserstaggatten hineingehauen werden können. Das zweite Stück muß die Vorderkante bilden, und bis zum Bilde oder der Figur hinaufreichen, und heißt im Englischen the lacing; das dritte schließt sich an den Vorsteven an, und reicht so hoch hinauf, daß es den Kragen des großen Stags aufnehmen kann. Die übrigen Stücke müssen nach Umständen und Bequemlichkeit angebracht werden.

Vor dem Aufheißen des ganzen Scheggs müssen starke Plankenstücke an die Seiten gespickert werden, um die Lockerung zu verhüten, darauf werden die

verschiedenen Gatten eingehauen, und dann das Ganze aufgeheißt. Ist es an seine Stelle gebracht, so muß man genau nachsehen, ob sich zwischen seiner Achterseite und dem Vorsteven irgend welche hohlen Stellen zeigen; diese müssen dann sorgfältig verkeilt und kalfatert werden.

29 Das Ruder (Steuerruder) ist oben (S. 2371 bis 2378) hinsichtlich seiner Zusammensetzung und Gestaltung ausführlich behandelt worden. Um die Haaken und Fingerlinge genau anzubringen, hat man folgendes Verfahren zu beobachten. Nachdem die Beschläge mit den Fingerlingen am Achtersteven befestigt worden, steckt man einen Stab durch die Löcher der Fingerlinge und bezeichnet mit Bleifeder auf ihm die Ober- und Unterränder der Beschläge. Ferner bezeichnet man auf demselben Stabe den Oberrand des Heckbalkens, und die Unterseite der Deckwrange über ihm; eben so den Oberrand des Decks, und endlich den Unterrand des Kiels. Hierauf legt man den Stab an die Vorderseite des Ruders, und bezeichnet auf demselben genau die Oberränder der Fingerlingsbeschläge in der Mittellinie, indem man die Wrangen frei läßt, damit (bei großen Schiffen) die Ruderpinne nahe an der Unterseite der Deckbalken spielen kann, welche über dem Heckbalken liegen. Der auf dem Ruder bezeichnete Oberrand der Fingerlingsbeschläge ist natürlich der Unterrand der Haakenbeschläge; von diesem Unterrande setzt man die Breite der Beschläge nach oben hin ab. Hierauf läßt man die Keepen oder Vertiefungen für die einzulegenden Beschläge so weit aus den Seiten des Ruders herausarbeiten, bis die Grundflächen mit der Zuschärfung des Ruders in einer Ebene liegen, und die Mitte jedes Haakens mit der Mittellinie genau übereinstimmt, indem man den Raum für die Dicke des Beschlages läßt, welcher durch die Keepen um die Vorderseite des Ruders unter dem Haaken herumgeht. Alsdann werden die Vertiefungen an der Vorderseite des Ruders ausgehauen, welche unter den Haaken frei sein müssen, um das Ruder ein- und aushängen zu können, wie sich Tafel XL, Fig. 1 am deutlichsten zeigt. Diese Vertiefungen müssen Raum genug haben, um auch die Kupfer- oder andere Belegung zuzulassen, ohne daß die freie Bewegung des Ruders gehemmt wird. Der unterste Ruderhaaken ist um zwei Zoll länger als alle übrigen; um aber dem Ruder die freie Bewegung ganz zu sichern, ist es am besten, allen Vertiefungen unter den Haaken die gleiche Länge wie der unter dem untersten zu geben. Die Vertiefung in der Höhe der Ladewasserlinie öffnet man an der einen Seite, um den Riegel anzubringen, welcher das Ruder vom Aushaaken oder Ausheben abzuhalten hat.

Nachdem die Beschläge der Fingerlinge eingelassen sind, ist es am sichersten alle Haaken in ihren Löchern zu probiren, ob sie sich leicht in ihnen bewegen oder ohne Hemmung spielen, und zwar in senkrechter oder mit dem Achterstevenrande paralleler Richtung. Alsdann können ihre Oberränder mit einem Stabe abgemessen, und wie vorher angegeben, auf das Ruder übertragen werden, wodurch jeder Irrthum völlig vermieden wird.

Hierauf kann der Helm oder die Ruderpinne und der Leuwagen bearbeitet und an der gehörigen Stelle angebracht werden (vergl. S. 2377 und 2378).

Zuletzt kommt der Kupferbeschlag, oder die Wurmhaut, auch die Spickerhaut genannt (vergl. S. 2384 Nr. 63). Der Schiffsbohrwurm oder Pfahlwurm (Teredo navalis) gehört zu den zweischaaligen Weichwürmern; er wird sechs Zoll bis einen Fuß lang, und so dick wie eine Federspuhle. Die kurze weitklaffende, fast ringförmige Muschel umgiebt nur das äußerste Vorderende des Thiers, das sich schon ganz jung in das unter Wasser befindliche Holz der Pfähle, Schiffe u. s. w. bohrt, und die darin gemachten röhrenförmigen Gänge mit einer zarten Kalkschaale auskleidet. 30

Die wohlfeilere, aber auch weniger haltbare Schutzkleidung gegen die Bohrwürmer ist die sogenannte Spickerhaut von dünnen föhrenen Planken, die auf die Hautplanken, so weit sich das geladene Schiff im Wasser befindet, gespickert werden. Zwischen Hautplanken und Spickerhaut wird Kuhhaar und Papier gebracht, und mit Theer an die Hautplanken geklebt, ehe die Planken der Spickerhaut angelegt werden.

Die bei weitem bessere, und wegen der längeren Erhaltung des Holzes ungeachtet ihrer Kostbarkeit vortheilhaftere Schutzbekleidung ist der Kupferbeschlag. Er besteht aus dünnen kupfernen Platten, die mit Spickern von demselben Metall an die Hautplanken gespickert werden; und zwar so, daß die vorderen Platten ungefähr einen Zoll weit auf den hinteren liegen, damit das andrängende Wasser und andere dagegen treibende Dinge nicht gegen die vorragenden Ränder stoßen, und die Platten allmälig losreißen. Daß die Schnelligkeit des Schiffes durch die von anhängenden Seegewächsen freibleibende Metallfläche gefördert wird, ist schon oben bemerkt; außerdem erhält aber auch das Kupfer (vergl. S. 2445) die Hautplanken besser, weil sein Oxyd das Faulen des Holzes aufhält.

Man giebt auch den Schiffen, namentlich in neuester Zeit, mancherlei andere Ueberzüge, die aus verschiedenartigen Stoffen gemischt sind. Ein sehr gewöhnlicher Ueberzug besteht aus Pech, Gyps und Schwefel, was Alles zusammen heiß gemacht und ziemlich stark aufgetragen wird. Die Bohrwürmer werden wirklich dadurch abgehalten; aber die Bekleidung wird bald spröde, bekommt Risse und springt ab.

Schiffe, welche gar nicht zu Reisen in tropische Gegenden bestimmt sind, werden auf dem Boden nur mit einem Gemisch von heißem Pech, Theer und Talg überzogen.

Während des Baues eines Schiffes werden alle Theile, so wie man sie anfügt, und späterhin noch einige Male mit verdünntem Theer bestrichen, um sie vor den schädlichen Wirkungen der Sonne, der Luft und des Regens zu bewahren. Nur die Verdecksplanken läßt man ungetheert, um sie nachher weiß scheuern zu können. 31

Wenn das Schiff bis zum Ablaufen fertig ist, erhält es an der ganzen Außenseite oberhalb der Ladewasserlinien und innerhalb an den Schanz- und Backkleidungen einen Anstrich von Oelfarben. Der über den Berghölzern liegende Plankengang heißt vorzugsweise der gemalte oder der Farbengang. Die verschiedenen Leisten und Gillings bekommen gewöhnlich eine ab-

stechende Farbe. Der Spiegel, oder eigentlich das Heck, die Seitengallerien und das Galjon erhalten gewöhnlich einen vom übrigen Gebäude unabhängigen Farbenschmuck; bei Kriegsschiffen werden die Leisten, Säulen und das Schnitzwerk an diesen Theilen auch häufig vergoldet; der Name des Schiffes am hintern Namenbrett über der Gilling, und am vordern an den Namenbrettern des Galjons, zwischen dem Papageienstock und der obersten Galjonsreiling wird beinahe immer mit vergoldeten Buchstaben aufgetragen.

Der Farbengang erhält oft, namentlich bei Kauffahrteischiffen und kleinern Kriegsfahrzeugen statt der Oelfarbe einen Ueberzug von Harpüse; dies ist eine Mischung von gekochtem und abgeschäumten Harz, von Terpentinöl, und von etwas Schwefel; der letztere dient dazu, der Mischung eine hellere, gelblichbraune Farbe zu geben; das Terpentinöl giebt der Mischung Durchsichtigkeit und Weichheit. Der Farbengang erhält dadurch ein gefälliges Ansehen, als wäre er lackirt. Masten, Stengen, Raaen und andre Stücke des oberen Schiffes werden auch dem größten Theile nach mit Harpüse angestrichen. Im Sommer und in heißen Gegenden werden auch die kalfaterten Nathen mit einer aus zwei Theilen Pech und einem Theile Harpüse bestehenden Mischung bestrichen, weil es weniger als das reine Pech schmilzt.

32 Die übrigen zur völligen Herstellung und Zurüstung des Schiffs erforderlichen Arbeiten, wie das Einhängen des Ruders, die Einsetzung und Zutaakelung der Masten, die Anordnung und Einrichtung der verschiedenen innern Abtheilungen und Kajüten, die Aufpflanzung der Geschütze u. s. w., geschehen gewöhnlich erst dann, wenn das Schiff vom Stapel oder von der Helling abgelaufen ist.

Zuweilen werden wohl, namentlich kleinere, Kauffahrteischiffe völlig ausgerüstet, und bis zum Einnehmen der Ladung fertig, vom Stapel gelassen. Weil aber alsdann das Schiffsgebäude die ganze ihm aufgelegte und die eigene Last ohne den Gegendruck des Wassers zu tragen hat, und außerdem die heftige Erschütterung beim Ablaufen den Druck dieser Last noch größer macht: so ist dieses Verfahren durchaus zu verwerfen.

Ganz im Gegensatze dazu lassen einige Baumeister die Schiffe dann schon vom Stapel, wenn außer dem starken Balkenwerke nur erst die unteren Hautplanken angelegt sind. Die Erschütterung ist dann bei weitem geringer; und das Gebäude liegt in dem Wasser weit bequemer als auf dem Stapel, wo es nur von dem Kiel getragen wird. Dieser selbst aber ist unter Wasser vor der Fäulniß sicher, während er bei etwas länger dauerndem Bau leicht davon ergriffen wird. Auch lassen sich die noch nöthigen Bauhölzer auf dem Wasser leichter herbeischaffen; weil ferner das Schiff bei fortschreitendem Baue immer tiefer einsinkt, so wird auch das Aufheißen jener Stücke immer leichter.

§. 358. Das Ablaufen des Schiffs von Stapel oder Helling.

1 Das Ablaufen geschieht, wie schon oben (S. 2385) bemerkt worden, bei manchen Nebenverschiedenheiten, auf zweierlei Art: entweder wird dabei

ein sogenannter Schlitten gebraucht; oder das Schiff läuft unmittelbar von der Helling oder der Unterlage der Stapelblöcke ab.

Während das Schiff gebaut wird, ruht sein Gewicht theils auf dem Kiel, 2 theils auf den Stützen; zum Ablaufen muß natürlich dieses Gewicht von jenen Unterstützungspunkten auf eine bewegliche Grundlage übertragen, und für diese eine Bahn oder Plattform errichtet werden, auf der sie gleiten kann. Eine solche Bahn muß aber nicht blos die gehörige Neigung, sondern auch die hinreichende Höhe haben, damit das Schiff, wenn es das Wasser erreicht, flott und frei vom Grunde bleibt.

Zu diesem Zwecke wird auf jeder Seite des Kiels, etwa um ein Sechstel der Schiffsbreite von ihm abstehend eine geneigte Bahn von Planken gelegt, und absichtlich unbehobelt gelassen, um die Adhäsion oder Anziehung geglätteter Flächen zu vermindern. Die Bahn ruht unbeweglich auf Blöcken, die auf dem Boden der Stapelgrundlage festgelegt sind. Diese Bahn heißt die Gleitplanke (sliding plank). Ein langer Balken, der Schlittenbalken (bilgeway) genannt, mit einer glatten Unterseite wird an jeder Seite des Schiffs auf die Gleitplanke gelegt. Auf diesen Schlittenbalken oder Kuffen als Basis errichtet man ein Zimmerwerk oder eine Zusammenfügung von senkrechten Stützen, die Schlittenständer genannt, welche von den Kuffen bis zur Schiffsseite reichen. Das obere Ende dieser Schlittenständer, oder der obere Rand des ganzen Zimmerwerks stemmt sich gegen eine Planke, die zu diesem Zwecke mit Klampen an dem Schiffsboden befestigt ist. Das ganze Zimmerwerk zusammen mit den Schlittenbalken heißt der Schlitten.

Wenn Alles an seiner Stelle, und die Gleitplanke und die Unterseite der Schlittenkuffen mit Talg, Seife und Oel bestrichen ist, treibt man Keile in die Fugen der zwischen den Schlittenständern aufeinander gelegten Klötze hinein, wodurch das Schiff von den Stapelblöcken emporgehoben, und seine ganze Last auf den Schlitten gebracht wird. Man kann alsdann sagen, daß das Schiff eigentlich drei Kiele habe, von denen zwei, die beiden Kuffen, für die Zeit des Ablaufens an der Kimming des Flachs oder des Bodens befestigt sind. Wegen der Breite dieser Unterstützung können alle während des Baus angestellten Stützen weggenommen werden. Auch die Stapelblöcke, bis auf einige wenige am Vorderende (deren je nach der Größe des Schiffs mehr oder weniger liegen bleiben), werden nach und nach weggenommen, so wie die Fluth steigt. Alsdann ruht das Schiff gänzlich nur auf dem Schlitten. Als einziges Hinderniß des wirklichen Ablaufens bleibt jetzt nur noch eine kurze Stütze, die Hundestütze (dog-shore) auf jeder Seite des Schiffes stehen, mit dem Fuße auf die unbewegliche Bahn oder die Gleitplanke festgeklampt. Der Top der Hundestütze ruht gegen eine Klampe, die an der Schlittenkuffe festsitzt. Sobald diese Stützen weggenommen werden, treibt die eigene Schwere das Schiff die schiefe oder geneigte Ebene hinab ins Wasser zu gleiten. Um zu vermeiden, daß das Schiff etwa vom geraden Wege abweicht, werden zwei Borten oder Ränder an die Gleitplanke befestigt und stark abgestützt. Sollte das Schiff sich nicht bewegen, wenn die Hundestütze weggeschlagen ist, so müssen zuerst die Blöcke, die unter

dem Vordertheile des Kiels liegen geblieben, nach der Reihe fortgenommen werden, bis das Gewicht des Schiffes die Adhäsion und Reibung überwiegt. Hilft das noch nicht, so wird eine große Bettschraube gegen den untern Theil des Vorstevens angesetzt, bis das Schiff in Bewegung kommt.

3 Solche Bett- oder Werftschraube besteht aus zwei starken männlichen Schrauben od. Wellen mit Schraubenwindungen, welche an ihrem Kopfe Löcher haben, um Windebäume oder Spaaken durchzustecken; das Bett oder die bewegliche Platte besteht aus einem starken länglich viereckigen Stücke Ulmenholz, und enthält die beiden Schraubenmütter nahe an jedem Ende der Länge nach, um die beiden Schrauben aufzunehmen. Die Spur oder der Boden, gegen welchen die unteren Spitzen der Schrauben wirken, ist ebenfalls ein starkes Stück Ulmenholz von der gleichen Gestalt, wie das Bett oder die bewegliche Platte.

4 Ein gewöhnliches und oft am schnellsten wirkendes Mittel das zögernde Schiff in Bewegung zu bringen, ist auch, daß die auf dem Schiffe selbst befindlichen Leute auf dem obersten Deck hin- und herlaufen, um das Gebäude ins Schwanken zu bringen, und dadurch die Adhäsion zu überwinden. Wo die Gleitplanke eine starke Neigung hat, was indessen nur bei gehörig tiefem Wasser der Fall sein kann, hat man die zu frühe Bewegung zu verhüten; man hält es mit einem an dem Vordertheile, als an dem vom Wasser abliegenden Ende, befestigten Stopptaue, welches in dem Augenblicke, wo die Hundestützen fortgeschlagen werden, durchgehauen wird.

Anfangs geht die Bewegung sehr langsam, bald aber schneller und immer schneller, so daß die Reibung der gewaltigen Last Rauch und Flammen unter den Schlittenkuffen und an der Gleitplanke hervorbrechen macht, und das Schiff endlich pfeilschnell mit gewaltigem Brausen in das aufschäumende Wasser schießt, anfangs fast untertaucht, sich aber gleich wieder hebt, und eine schäumende Furche durch den Hafen zieht, wo es bei dem erstmaligen Erscheinen auf seinem Elemente mit Hurrah und Kanonendonner begrüßt wird.

5 Der eben beschriebene Schlitten findet sich im Durchschnitt Tafel XXXV, D, Fig. 324; ss ist ein Durchschnitt von der Flur des ablaufenden Schiffes; tt sind die Blöcke, welche auf dem Boden des Stapels befestigt sind; aa ist die Gleitplanke; bb sind die Schlittenkuffen; cc die Schlittenständer; dd die Planken an dem Schiffsboden, gegen welche sich die Ständer stützen; ee die Klampen, mit denen die Planke am Schiffsboden befestigt ist; ff sind die Keile (slivers), welche zwischen die Klötze getrieben werden, um das Gewicht des Schiffs auf den Schlitten zu bringen; gg die Hundestützen; hh die Borten auf der Gleitplanke, um das Ausweichen des Schiffes zu verhüten; ii die Stützen, mit denen diese Borten festgehalten werden.

6 Die eben beschriebene Verfahrungsweise ist die bei den Engländern übliche. Den ganzen Schlitten nennen sie launch oder cradle. Wenn die Neigung der Gleitplanke sehr stark ist, so werden, namentlich bei einem sehr schweren Schiffe, auch noch außer den Ständern und den vorher angegebenen Hundestützen noch Spornständer (spurs) und Treibständer (drivers) angebracht. Die erstern, in Fig. 324 kk, sind lange Stützen, von denen drei am

Vorder-, vier am Hintertheile des Gebäudes, und zwar auf folgende Weise befestigt werden. Mit dem Fuße sind sie auf dem Schlittenbalken oder der Schlittenkuffe befestigt; mit dem oberen, etwas nach der Form des Schiffes gekrümmten Theile reichen sie bis unter das unterste Bergholz, und sind dort mit der Seite des Schiffs verbolzt. Die Treibständer, ll, sind die beiden am Ende des Schlittens in der Nähe des Vorstevens auf gleiche Weise wie die Spornständer angebrachten Stützen, welche mit ihrem obern, ebenfalls nach der vorderen Bugt des Vorschiffes gekrümmten, Obertheile bis zum untersten Bergholz reichen.

Damit die Schlittenbalken sich nicht dem Kiele nähern können, werden zwischen jeden Ständer und den Kiel sogenannte Riegel, mm, in horizontaler Lage geschoben. Sie entsprechen den von Außen die Borten der Gleitplanke festhaltenden schrägen Riegeln. Die äußersten Spornständer am Vorsteven werden an ihrem untern Ende mit den Treibständern verbolzt, wie an n zu sehen. Damit die ganze Ständerreihe einen nach der Länge des Schiffs gerichteten festen Zusammenhang erhält, so wird, Fig. 325, eine Planke oo an ihre Köpfe gespickert, welche die Daggerplanke heißt, und natürlich eine schräg gekrümmte Lage hat; ferner wird ein horizontalliegendes starkes Planken- oder Balkenstück, der Dagger (dagger) pp, an der Außenseite aller Schlittenständer befestigt.

Man kann noch bemerken, daß alle untern Stapelblöcke von hartem Holz 7 sind; dagegen die obersten von weichem, weil sie beim Ablaufen herausgeschlagen werden, und daher leicht zersplittern müssen; sie heißen deshalb auch im Englischen splitting blocks.

Bei den Schweden und Portugiesen ist beinahe dieselbe Art des Ab- 8 laufens wie die eben beschriebene im Gebrauche.

Bei den Franzosen findet folgendes Verfahren statt. Wenn das Schiff 9 vollendet ist, und noch auf den Stapeln und zwischen den Baustützen steht, so werden erst die zwischen den Stapelblöcken befindlichen und 6 bis 7 Fuß betragenden Zwischenräume mit verschiedenen Stücken Holz ausgefüllt, welche mit der Breite des Schiffs parallel gehen, und so hoch übereinander gelegt sind, daß die oberen Flächen derselben eine geradlinige Neigung mit der Vorhelling, d. h. mit dem Theil des Ufers machen, welcher zwischen dem Wasser und dem ihm nächsten Stapelblocke liegt. Diese Neigung beträgt bei einem Schiffe von 74 Kanonen gewöhnlich 6 Linien oder einen halben Zoll für jeden Fuß in der Länge. Wenn diese Hölzer, welche eine 16 bis 18 Fuß breite Unterlage bilden, so hoch gelegt sind, daß sie bis auf 18 Zoll die Höhe erreicht haben, um mit der Vorhelling eine geradlinige Neigung zu machen: so legt man auf dieselben die Langhölzer (longrines), Fig. 326, c, c, welche mit dem Kiel parallel laufen, und auf die ersten Hölzer, auf denen sie rechtwinklig liegen, eingekeept sind. An jeder Seite des Kiels befinden sich zwei Paare von diesen Hölzern, und zwar in einer Weite von denselben, welche beinahe dem sechsten Theile von der größten Breite des Schiffs gleich ist; jedes Paar hat aber von dem andern nur einen Abstand von einem Fuße. Auf die Querhöl-

zer, auf denen sie liegen, werden sie festgenagelt. Es werden darauf neue Querhölzer dd auf die Langhölzer gelegt. Auf diesen letztern wird die eigentliche Bettung oder die Gleitbahn ii gelegt, welche aus einer Reihe von Planken besteht, von dem obersten Theile der Helling bis zum Wasserrande reicht, und zu beiden Seiten des Gebäudes parallel mit dem Kiele des Schiffes geht. Auf diesen wohl abgeschlichteten Planken müssen die Schlittenbalken oder Schlittenkuffen hinabgleiten. An beiden äußern Seiten der Gleitbahn nagelt man ein 6 Zoll dickes Holz t, Fig. 327, welches zu einer Borte dient, damit der Schlitten nicht von der geraden Linie abweichen kann.

Um den Schlitten selbst zu bilden, legt man zuerst auf die Bettung zu beiden Seiten einen Schlittenbalken oder Schlittenkuffe (coite oder anguille) ii. Bei großen Kriegsschiffen sind die Schlittenbalken gewöhnlich 180 Fuß lang, und haben 20 bis 22 Zoll im Quadrat. Sie befinden sich in einem Abstande von einander, welcher dem sechsten Theile der größten Schiffsbreite gleich ist. Die untere Seite, welche auf der Bettung liegt, wird nicht allein vollkommen glatt und eben geschlichtet, sondern auch noch mit einer dicken Lage von Fett und Schmier überzogen. Einen gleichen Fettüberzug erhält auch die Bettung selbst, um das nachherige Gleiten möglichst zu erleichtern.

Damit sich die Schlittenbalken weder dem Kiele nähern, noch von demselben entfernen können, so werden zwischen diese und dem Kiel Riegel (clefs) p geschoben; das eine Ende derselben stößt gegen den Kiel; das andere schließt mit einem drei Zoll tiefen geraden Winkelschnitt gegen den Schlittenbalken. Der 18 Zoll lange Zahn dieses Riegels wird auf die obere Seite des Schlittenbalkens festgenagelt. Die Riegel, welche sich in der Mitte des Kiels befinden, haben 6 Zoll im Quadrat; die an den äußersten Enden sind nicht so dick, haben aber eine Breite von 9 bis 10 Zoll. Dieser Unterschied wird deshalb gemacht, damit die Zimmerleute, welche die Beschaffenheit der Theile des Schlittens untersuchen, und die Stapelblöcke, welche unter dem Kiele liegen, zerschneiden und wegnehmen müssen, mehr Platz haben, ihre Arbeit zwischen den Riegeln und Querhölzern, auf denen die Bettung liegt, zu verrichten. Damit sich die Schlittenbalken auch nicht von einander entfernen, wird zuerst an die innere Seite jedes Schlittenbalkens, gerade unter jedem Riegel, ein starker Ringbolzen F eingeschlagen. Durch alle diese Ringbolzen wird ein starkes Tau rr geschooren, welches im Zickzack unter dem Kiele durchläuft. Damit es möglichst gespannt sei, wird es erstlich mit einer Winde steif angesetzt; und zweitens werden je zwei und zwei von den unter dem Kiel hin und her laufenden Theilen mit einer Kreuzung zusammen gezogen und verbunden. Das oberste Ende von jedem Schlittenbalken ist mit einem dicken Kabeltau, welches durch den Ringbolzen X geht, und um einen in der Erde stehenden Pfahl oder Ring geschlagen wird, befestigt; vor dem untersten Ende werden Klampen s angenagelt, die man nicht eher als in dem Augenblicke, wo das Schiff ablaufen soll, wieder losmacht. Auf diesen so befestigten Schlittenbalken stehen die Schlittenständer (colombiers) qq, und zwar 6 Fuß weit auseinander, die hintersten vertikal gegen den Boden, die andern senkrecht gegen die geneigte Fläche.

Die hintersten und vordersten stoßen unmittelbar mit dem Kopf an den Boden des Schiffs; die mittelsten unterstützen ein langes Tragholz (ventrière) kk, welches aus verschiedenen Stücken zusammengesetzt ist, und genau an den Bauch des Schiffes schließt. Die Füße der Ständer sind rechtwinklig etwas ausgeschnitten und ruhen, so weit der Ausschnitt geht, auf der oberen Seite der Schlittenbalken; dagegen schließen die Zähne an die äußere Seite derselben, welche ebenfalls Ausschnitte hat, in welche die Zähne eingelassen und festgenagelt werden. Die Ständer, welche das ganze Gewicht des Schiffs tragen, müssen ebenfalls unverrückt an ihrer Stelle und in ihrer Lage bleiben. Man verbindet deshalb zwei und zwei, welche dasselbe Spant auf beiden Seiten des Schiffes stützen, mit einem neuen Tau, welches 1½ Zoll im Durchmesser hat, und unter dem Kiel durchgeht; diese Sorrung heißt rousture. Das Tau wird mit einem Spill steif angesetzt, damit die Köpfe der Ständer sich dicht an die Schiffsseite pressen, und dasselbe so weit in die Höhe lichten, daß die Stapelblöcke, auf denen das Schiff bis dahin ruhte, nicht mehr zur Tracht kommen, und deshalb unter dem Kiele weggenommen werden können. Um auch das Ausweichen der Ständer nach der Länge der Helling zu verhüten, werden gegen dieselben gleichfalls Stützen uu gesetzt, deren Füße auf den Schlittenbalken ruhen, und dort mit Klampen versehen und festgenagelt werden. Auch verbindet man die Köpfe der Ständer der Länge des Schiffs nach mit einer Planke EE. Dieses ganze bewegliche Gerüste, auf welchem das Schiff ins Wasser gleiten soll, heißt der Schlitten, oder eigentlich Französisch die Wiege, le berceau oder auch blos ber. Um das Schiff vollends in die Höhe zu lichten, und die Stapelklötze wegnehmen zu können, schiebt man in den Raum, der sich zwischen zwei Ständern befindet, Klötze l, und zwischen diese Klötze treibt man Keile (langues oder burins) m, wodurch das Tragholz k unter das Schiff gepreßt, und dieses aufgelichtet wird.

Vorher muß aber der Schlitten und das Schiff sicher abgestützt werden, damit nicht etwa beide durch die Erschütterung eher in Bewegung kommen, als man die Stapelblöcke weggeschlagen hat. Da der Hintersteven der dem Wasser zunächst stehende Theil ist, so wird gegen ihn der Kopf einer Stütze gestellt, deren Fuß auf den Querhölzern steht, auf denen die Bettung liegt. Diese Stütze heißt im Französischen sousbarbe, ww.

Hierauf beginnt man die Keile zwischen die über einander eingeschobenen Blöcke zu treiben. Sobald man etwas Wirkung, also Lichtung des Schiffes spürt, nimmt man zuerst die unterste Reihe der ursprünglichen Schooren oder Baustützen weg, und hält ein wenig mit dem Eintreiben der Keile ein, damit sich das Schiff wieder gehörig setzen kann. Darauf lichtet man das Schiff weiter, und nimmt die oberste Reihe von langen Stützen fort. Zugleich zieht man die obersten Stapelblöcke unter dem Kiel hervor; oder wenn sie nicht weichen wollen, schlägt man sie heraus, nachdem man sie zerschnitten oder zersplittert hat. Man fängt mit den Stapelblöcken in der Mitte an, so daß die an den beiden Enden des Kiels liegenden zuletzt an die Reihe kommen; endlich auch die Stütze ww. Von jetzt an ruht das Schiff völlig auf dem Schlitten allein,

dessen Balken nur noch von den Klampen s, und oben von dem Stopptau xa gehalten werden. Sobald aber die Klampe losgebrochen, und das Stopptau durchgehauen wird, ist das Schiff auf dem Schlitten gänzlich den Wirkungen der Schwere auf einer schiefen Ebene überlassen. Es nimmt also eine Bewegung an, die sich nach und nach beschleunigt, und läuft mit dem Hintertheile zuerst tief ins Wasser hinein, erhebt sich alsdann wieder, und verläßt seinen Schlitten.

Der vorher beschriebene Englische Schlitten unterscheidet sich von dem jetzt erklärten Französischen dadurch, daß die Ständer des letztern an dem ganzen Schiffe von vorne bis hinten hin stehen. Dagegen bei dem Englischen Schlitten unterstützen sie nur das Vorder- und das Achtertheil des Schiffes, und die Mitte desselben bleibt frei. Ferner sind die Englischen Schlittenbalken und Ständer durch keine Taue verbunden. Endlich ist auch der Englische Schlitten an das Schiff gebolzt, und muß daher, wenn dasselbe ins Wasser gekommen, erst wieder losgemacht werden, indem man die Bolzen stempelt, d. h. wieder hinaustreibt; der Französische Schlitten dagegen ist nicht mit dem Schiffe selbst verbunden, sondern verläßt es, sobald beide ins Wasser gekommen.

10 Die eben beschriebene Verfahrungsweise der Franzosen wird auch von den Spaniern, Sardiniern und Neapolitanern mit geringen Abänderungen befolgt.

11 Die Holländer bauen von ihren Schiffen nur den untersten Theil am Lande fertig, und lassen sie dann schon ablaufen, um das übrige Gebäude auf dem Wasser zu vollenden. Die Verbindung der einzelnen Theile des Gebäudes werden auf solche Weise vor der heftigen Erschütterung bewahrt, die das vom Stapel laufende vollendete Gebäude sowohl beim Gleiten auf der Bahn als beim ersten Stoße gegen das Wasser erleidet, und wodurch der Zusammenhang aller Theile gelockert wird. Das Verfahren der Holländer unterscheidet sich von demjenigen anderer Nationen hauptsächlich durch zwei Eigenthümlichkeiten: erstens brauchen sie keinen Schlitten; zweitens lassen sie das Schiff mit dem Vordertheil ins Wasser laufen.

Es wird zuerst, Tafel XXXV, D, Fig. 328, die eigentlich so genannte Helling B gelegt, welche oben etwas ausgehöhlt ist, damit die sogenannten Schmierkissen oder Schmierhölzer (Smeerhouten), welche quer über derselben in einer Weite von 1 bis zwei Fuß von einander liegen, und just in den ausgehöhlten Raum passen, nicht von der Helling abgleiten können. Die untere Seite der Schmierkissen, und die hohle obere Bucht der Helling (vergl. S. 2384 Nr. 64), von der sie herabgleiten sollen, wird mit einer Lage Fett oder Schmiere überzogen. Wenn die Schmierhölzer zwischen den Kiel und die Helling gelegt sind, werden alle Klötze auf denen das Schiff während des Baues ruhte, herausgeschlagen. Sobald nach und nach alle Schooren oder Baustützen fortgenommen sind, ruht es allein auf den Schmierkissen, welche mit der ganzen Last heruntergleiten, sobald das Stopptau abgehauen oder gelöst worden. Damit aber das Schiff nicht zur Seite fallen kann, legt man auf beiden Seiten der Helling, und zwar parallel mit dem Kiel, zwei lange Stücken Holz DD, welche

ganz bis zum Wasser reichen, und mit Stützen, HH, an den äußern Seiten versehen sind, diese heißen Schlagbetten (Slagbedden), weil sie das Schiff vor dem Umschlagen sichern. Sie ruhen ebenfalls auf Unterlagen, EE, und werden auch stark beschmiert.

Ist aber ein Schiff nicht auf einer Helling, sondern nur auf Stapelblöcken erbaut, von denen der hinterste der Dompblock heißt, so wird es ebenso wie auf einer Helling mit Schooren oder Baustützen abgestützt. Ist das Schiff bis zum Ablaufen fertig, so treibt man Schmierplanken und Keile (Slootkeggen) cc, FF, Fig. 328 und 329, unter den Kiel des Schiffes, so daß es hinten mehr als vorne in die Höhe gelichtet wird. Die Schlagbetten werden wie vorher gelegt. Vor den Stapelblöcken befindet sich gewöhnlich eine Vorhelling, die bis ins Wasser reicht.

12 Bei allen bisher beschriebenen Verfahrungsweisen kommt es offenbar darauf an, daß das Schiff um ein weniges von den Stapelblöcken oder den Hölzern, auf denen es während des Baues ruhte, emporgehoben wird; dies geschieht überall durch starke Klötze, welche in die Zwischenräume der Stützen und Stapelblöcke gebracht und übereinander gelegt worden, und zwischen welche man Keile treibt, wodurch die obersten Blöcke das Gebäude emporheben.

13 Gewöhnlich werden die Kriegsschiffe, nach dem sie abgelaufen, in eine Dock gebracht (vergl. S. 2385), um einen Kupferbeschlag zu erhalten. Zuweilen legt man aber denselben auch schon vor dem Ablaufen an.

In diesem letztern Falle wird auch bei den Engländern der Schlitten nicht an das Schiff gespickert oder gebolzt. Die beiden Seiten des Schlittens werden dadurch zusammen gehalten, daß bei mehreren Paaren der Schlittenständer eine Kette unter dem Kiel durch von einem Ständer zum andern geht. In jedem Ständer befindet sich ein Augbolzen, welcher an der Außenseite desselben ein Splintgat hat, in welches ein langer Splint gesteckt wird, dessen eiserner Handgriff bis zu einer der unteren Pforten hineinreicht. An der Innenseite der Ständer befinden sich die Augen der Bolzen, und in diese greifen die beiden Endglieder der Kette ein. Sobald nun das Schiff flott ist, zieht man in den Pforten die Splinte aus, worauf die Kette von innen her die Bolzen herauszieht, und der Schlitten sich unter dem Boden hervorhebt. Bei einem kleinen Schiffe ist es genug, wenn der vordere Theil des Schlittens zwei solcher Ketten, der mittlere auch zwei, und der hintere ebenfalls zwei erhält. Die Zahl der Ketten muß natürlich mit der Größe des Schiffs und seiner auf den Schlitten drückenden Last wachsen. Fig. 330 zeigt diese Einrichtung; a, a sind die Bolzen; b ein Splint mit dem langen Arm c, welcher in die Pforte hineinreicht.

14 Wenn der Schlitten sich nicht, wie bei der Französischen und dieser letzten Art, von selbst von dem Schiffe trennt, so muß dasselbe in eine Dock gebracht werden, um den Schlitten abzulösen, und dann die Kupferbekleidung anzulegen. Nachdem dies geschehen, beginnen die noch übrigen Arbeiten zur Vollendung des Gebäudes. Eine der ersten ist das Einhängen des Ruders, welches begreiflicher Weise bei dem Ablaufen noch nicht an seiner Stelle sein konnte. Hernach kommen die Herstellungen der Kajüten, Kammern u. s. w.; hierauf die

eigentliche Burüstung, d. h. die Einsetzung der Masten, das Aufsetzen der Stengen, das Aufbringen der Raaen, nebst der jedesmal dazu gehörigen Anlegung des Tau- und Taakelwerks. Darauf kommen die Anker, Ankertaue und Segel, und die Geschütze am Bord; bis endlich das Schiff so weit hergestellt ist, daß es ausgerüstet, d. h. mit den für eine bestimmte Reise nöthigen Bedürfnissen versehen werden kann.

Viertes Kapitel.

Die Lehre von der Ayche oder Ausmessung der Schiffe.

§. 359. Allgemeine Bestimmungen und Methoden.

1 Die Ayche oder die Ausmessung der Schiffe hat einen zweifachen Gegenstand: entweder soll der körperliche Raum desselben bestimmt werden; oder es soll angegeben werden, wie viel Lastigkeit das Schiff habe, d. h. wie viel Gewicht es tragen kann, ohne tiefer als bis zu seiner Ladewasserlinie einzusinken. Beide Bestimmungen haben für die Seefahrt überhaupt, besonders aber für die Handelsschifffahrt große Wichtigkeit.

Sie können aber auch beide nur in genauem Zusammenhange beantwortet werden; denn weder darf der ganze Raum, den ein Schiff zur Ladung darbietet, mit den schwersten Gütern angefüllt werden, die es zum Sinken bringen würden; noch auch darf der Raum, den leichte Güter einnehmen, allein über die Tragfähigkeit eines Schiffes entscheiden. Die Vereinigung beider Rücksichten liegt in der Berechnung des Wasserraums. Kann man den Wasserraum finden, den das Schiff ohne alle Ladung einnimmt; ferner denjenigen, welchen es mit voller Ladung hat: so giebt der Unterschied dieser beiden Wasserräume die Kubikfußzahl des Wassers, und somit das Gewicht, welches das Schiff als Ladung aufzunehmen im Stande ist. Beide bestimmenden Wasserräume richten sich offenbar nach der Größe und Gestalt des im Wasser befindlichen Theils des Schiffsgebäudes. Die genaue Berechnung dieses Theils ist natürlich nur mit Hülfe der höhern Geometrie und der Differentialrechnung möglich, indem man den Inhalt der von den verschiedenen Wasserlinienkurven umschlossenen Flächen, und den körperlichen Inhalt der zwischen diesen Flächen liegenden Räume sucht. Hat man genau gezeichnete Risse, namentlich Spanten- und Senten- oder wasserpasse Risse vor sich, so macht die Berechnung für den in der höhern Mathematik Geübten gar keine Schwierigkeit. Wenn aber entweder diese Risse fehlen; oder wenn der Ausmessende diesen Theil der Meßkunst nicht kennt; und wenn dennoch eine Bestimmung der Lastigkeit gegeben werden soll: so muß

man sich durch einige mechanische Verfahrungsweisen zu helfen suchen. Dergleichen sind nun mehrere erfunden worden, um den Aychmeistern, welche oft, namentlich in kleinen Häfen, keine mathematische Bildung haben, eine Hülfe und Richtschnur zu geben. Sie können hier namentlich dazu dienen, die hauptsächlichsten Fragepunkte und Bedingungen der Schiffsmessung ins Licht zu setzen.

Erste Methode

2

die Lastigkeit oder Zuladung eines Schiffes zu finden.

Man beobachtet bei einem ledigen Schiffe wie tief es hinten und vorne im Wasser liegt; darauf, wie tief es vorne und hinten bei voller Ladung sinkt. Zur Erleichterung dieser Beobachtung findet sich an dem Vor- und Achtersteven die Ahming oder die Schiffsmarken, d. h. die gewöhnlich mit großen weißen lateinischen Zahlen an den Seiten der beiden Steven aufgetragene Fußabtheilung der perpendikulären Höhe vom untersten Rande des losen oder falschen Kiels bis zu der eben in Betracht stehenden Wasserlinie. Darauf subtrahirt man das arithmetische Mittel der hinteren und vorderen Tiefe des ledigen von dem arithmetischen Mittel der hinteren und vorderen Tiefe des beladenen Schiffes, der Unterschied dieser beiden Mittel giebt die Tiefe, um welche die Ladung das Schiff niederdrückt. In der Mitte dieses Unterschiedes, den man die Tiefe der Zuladung nennt, mißt man die ganze Länge des Schiffs, und theilt diese Länge, je nach der Größe des Schiffs in 8 bis 10 gleiche Theile; bei einem jeden derselben mißt man die Breite des Schiffs, wozu man die doppelte Dicke der Binnenplanken, Spanten und Außenplanken addirt. Man addirt hierauf alle gemessenen Breiten und multiplizirt ihre Summe durch den Abstand zweier nächsten Breiten; das Produkt giebt den Flächeninhalt des mittleren horizontalen Durchschnitts der Zuladung. Multiplizirt man ferner diesen Flächeninhalt mit der gefundenen Tiefe der Zuladung, so erhält man den kubischen Inhalt der Zuladung. Weiß man nun, wie viel Pfunde ein Kubikfuß Wasser nach dem zur Messung angewandten Fußmaaße wiegt, so hat man es leicht, das Gewicht der Zuladung entweder in Pfunden, oder in Lasten zu erhalten. Es ist z. B. nach der tabellarischen Uebersicht der verschiedenen Kubikfuße und ihrer Gewichte auf Seite 2289 die Zahl der Königsberger Kubikfuße Seewasser in einer Königsberger Last von 4000 Pfunden gleich 63. Dividirt man also den in Königsberger Fußmaaß gefundenen kubischen Inhalt der Zuladung mit 63, so erhält man die Zahl der Königsberger Lasten, welche das Schiff vom völlig ledigen Zustande bis zur vollen Ladung einnehmen kann.

3 Wenn man die Spanten eines und desselben Schiffes als ähnliche Figuren betrachtet, was man ohne bedeutenden Fehler darf: so müssen sich die Flächeninhalte derselben wie die Quadrate ihrer Breiten verhalten (vergl. S. 733 Nr. 16); und es muß ferner einen mittleren senkrechten Breitendurchschnitt geben, welcher mit der Länge des Schiffs multiplizirt den kubischen Inhalt des ganzen Schiffes ergiebt. Diesen Annahmen zufolge hat man nun folgende

Erste Methode
den körperlichen Inhalt eines Schiffes zu finden.

Man mißt die Breiten des Schiffes an drei Stellen: bei der größten Breite; bei dem Kabelgatt; und bei der Piek, und zwar dicht unter dem Deck; man quadrirt jede dieser Breiten, addirt die Quadrate, und nimmt den dritten Theil dieser Summe. Zieht man aus dieser Summe die Quadratwurzel, so erhält man die Breite des gesuchten mittleren Durchschnitts, oder der gesuchten mittleren Spantenfläche. Diese Breite mißt man auf einer Leine, z. B. auf der Logleine ab. Zwei Leute fassen die beiden Enden dieses abgemessenen Leinentheils, und suchen auf dem Deck eine Breite desselben, welche der abgemessenen gleich ist. An diesem Orte liegt der mittlere senkrechte Breitendurchschnitt des Schiffes.

Um den Flächeninhalt dieses Durchschnittes zu finden, denkt man ihn sich als aus drei Theilen bestehend, nämlich einem Trapezium und zwei Segmenten. Nimmt man z. B. Tafel XXXV, D, Fig. 307 als das gefundene mittlere Spant, und zieht oben die Horizontallinie $\alpha\beta$, unten die ihr parallele EF über das Flach hin, und dann die beiden schrägen Linien αE und βF: so sieht man das Trapez E$\alpha\beta$F und die beiden einander gleichen Segmente αAE und βBF.

Um nun zuerst den Flächeninhalt des Trapeziums zu berechnen, hat man (vergl. S. 700 Nr. 25) die gefundene mittlere Breite $\alpha\beta$ zur Breite des Flachs EF an demselben Spant zu addiren; darauf halbirt man diese Summe und multiplizirt die Hälfte mit der an diesem Spant gefundenen Tiefe des Schiffs $\gamma\delta$; das Produkt ist der Flächeninhalt des Trapeziums.

Um darauf den Inhalt eines der Segmente zu finden, mißt man mit einer biegsamen Latte die Länge des Bogens, den die Seitenwand z. B. von E bis α bildet; man sieht nun diesen Bogen als einen Kreisbogen an, halbirt ihn, und sucht zu dieser Hälfte den Sinus versus; oder man sucht die sogenannte Sagitta des ganzen Bogens. Diese multiplizirt man mit der Länge des Bogens, und nimmt von dem Produkte $^{31}/_{49}$ Theile; dies ist der Flächeninhalt des Segments.

Man addirt nun das Doppelte des Segmentinhalts zu dem vorher gefundenen Flächeninhalte des Trapeziums; die Summe ist der gesuchte Flächeninhalt des mittleren senkrechten Breitendurchschnitts.

Multiplizirt man hierauf diesen Flächeninhalt mit der Länge des Schiffs vom Kabelgatt bis zur Piek: so erhält man den kubischen Inhalt des ganzen Schiffes. Will man denselben in Raumlasten ausdrücken, so muß man mit derjenigen Zahl hineindividiren, welche angiebt, wie viel Kubikfuße des zur Messung angewandten Fußmaaßes zu einer Raumlast gehören.

Man sieht, daß diese Messung den Belauf der Spanten als den Bogen eines Kreises ansieht, welcher mit einem und demselben Radius beschrieben ist, während die verschiedenen Theile des Spantenbelaufs theils mit verschiedenen

Radien beschrieben, theils sogar nicht einmal Kreisbogen sind. Ein genaues Resultat kann also auf diesem Wege nicht erwartet werden.

Angenommen aber, der Fehler sei geringe, und der Spantenbelauf dürfe als ein Kreisbogen eines und desselben Radius angesehn werden: so kommt noch eine zweite Frage zum Vorschein, nämlich: ob die Länge des ganzen Bogens multiplizirt mit der Sagitta, oder dem Sinus versus des halben Bogens, eine solche Fläche ergiebt, von der man nur $^{31}/_{49}$ zu nehmen braucht, um wenigstens annäherungsweise den Flächeninhalt des Segments zu erhalten?

Nach den Lehren der Elementargeometrie (vergl. S. 734 u. 735) hat man den Flächeninhalt eines Kreissegments, wenn man von dem Flächeninhalte des zugehörigen Kreissektors den Inhalt des gleichschenkligen Dreiecks abzieht, welches von den beiden einschließenden Radien des Sektors und der Sehne des ganzen Bogens gebildet wird. Die Höhe dieses Dreiecks ist gleich dem Kosinus des halben Bogens, und seine halbe Basis ist die halbe Sehne des ganzen Bogens, also gleich dem Sinus des halben Bogens. Es sind demnach die fünf Hauptgleichungen zur Berechnung der hier in Betracht kommenden Kreisgrößen (vergl. S. 735): Peripherie $= 2r\pi$; Flächeninhalt des ganzen Kreises $= r^2\pi$ in Quadratmaaß; Bogen von $n^0 = \frac{nr\pi}{180}$; Sektor von $n^0 = \frac{nr^2\pi}{360}$ in Quadratmaaß; und endlich:

$$\text{A)}\quad \text{Segment von } n^0 = \text{Sektor } n^0 - \left(\sin\left(\frac{n^0}{2}\right) \cdot \operatorname{cosin}\left(\frac{n^0}{2}\right)\right)$$

in Quadratmaaß.

In allen diesen Gleichungen wird der Radius als bekannt angesehen. Dieser ist aber bei der eben vorliegenden Schiffsmessung nicht gegeben; sondern man kennt nur die Länge des Bogens; die Sehne desselben, nämlich die schräge Seite des Trapeziums; und die Sagitta des Bogens, oder die Höhe des Segments, welche der Sinus versus des halben Bogens ist.

Um nun aus Bogen, Sehne und Sagitta den Radius zu finden, sei Tafel XXXV, D, Fig. 331, AIB der Bogen, AB die Sehne, FI die Sagitta.

Zieht man den Durchmesser ID, und noch die beiden Sehnen IA und AD, so hat man (vergl. S. 684 Nr. 12 mit den beiden Zusätzen und S. 707):

$$IF : FA = FA : FD;\ \text{also } FD = \frac{FA^2}{IF}$$

Da nun $FD + FI = 2r$, so hat man $r = \frac{FD + FI}{2}$; oder man nimmt (nach S. 685 Nr. 12, Zusatz 2) $IF : IA = IA : ID$; also der Diameter

$$ID = \frac{IA^2}{IF};\ \text{oder } r = \frac{IA^2}{2IF}$$

Hat man den Radius $r = IB$, so findet man die Höhe des vom Sektor abzuziehenden Dreiecks AEB, oder die Linie $EF = \sqrt{r^2 - AF^2}$, woraus sich dann der Flächeninhalt desselben ergiebt.

Weil nun der Bogen $n^o = \frac{nr\pi}{180}$, so darf man ihn nur mit $\frac{r}{2}$ multipliziren, um den Sektor $n^o = \frac{nr^2\pi}{360}$ in Quadratmaaß zu erhalten. Man kann also die obige Gleichung A in folgende umwandeln:

$$\text{B)}\quad \text{Segment von } n^o = \text{Bogen } n^o \cdot \frac{r}{2} - \left(\sin \frac{n^o}{2} \cdot \text{cosin} \frac{n^o}{2}\right)$$

Es ist ferner nach den trigonometrischen Formeln (vergl. S. 745):

$$\sin n^o = \frac{2 \sin \frac{n^o}{2} \cdot \cos \frac{n^o}{2}}{r}$$

$$\text{also}\quad \sin \frac{n^o}{2} \cdot \cos \frac{n^o}{2} = \frac{r}{2} \cdot \sin n^o.$$

Hiermit verwandelt sich die Gleichung B in folgende:

$$\text{C)}\quad \text{Segment } n^o = \text{Bogen } n^o \cdot \frac{r}{2} - \frac{r}{2} \cdot \sin n^o = \frac{r}{2} \cdot (\text{Bog. } n^o - \sin n^o).$$

Dies ist schon eine sehr bequeme Formel für die Berechnung des Segments, jedoch nur unter der Bedingung, daß man den Bogen nicht allein im Längenmaaße, sondern auch im Bogenmaaße kennt.

Man hat bei der Berechnung eines Segments nach dieser letzten Formel darauf zu achten, daß wenn man Bogen und Sinustafeln für den Radius 1 gebraucht, die daraus genommenen Zahlen nicht blos mit $\frac{r}{2}$ sondern mit $\frac{r^2}{2}$ multiplizirt werden müssen, weil schon beim Bogen n^o in jedem bestimmten Falle die gefundene Zahl mit dem gegebenen Radius zu multipliziren ist, und jetzt, um den Sektor zu ergeben, noch einmal mit der Hälfte des Radius multiplizirt werden muß. Dasselbe gilt von dem $\sin n^o$; dieser aus den Tafeln genommen, muß ebenfalls schon mit dem gegebenen Radius multiplizirt werden, um dem gegebenen Bogen zu entsprechen; darauf muß er noch einmal mit $\frac{r}{2}$ multiplizirt werden, um der Bildung aus Sinus und Kosinus Produkt des halben Bogens angemessen zu sein.

Es sei also z. B. der Flächeninhalt eines Segments zu berechnen, dessen Bogen = 50°, und dessen Radius = 4 Fuß ist. Man hat nun nach Tafel XLI, Bd. III, S. 303, und Tafel X, S. 88:

Länge des Kreisbogens von 50°	=	0,87266
abgezogen Sinus von 50°	=	0,76604
		0,10662
$\frac{4^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$; also multiplizirt		8
Segment	=	0,85296 Quadratfuß.

Man sieht nämlich, daß die erste Zahl nur für einen Bogen von 50° für den Radius 1 paßt; und ebenso die zweite nur für einen Sinus von 50° für

den Radius 1; beide müßten also mit 4 multiplizirt werden, um diesem Radius zu entsprechen; werden sie alsdann nochmals mit dem halben Radius, also hier mit 2 multiplizirt, so sind sie der diesmaligen Aufgabe gemäß. Man zieht nun die zweifache Multiplikation in eine einzige zusammen, indem man die Hälfte des Quadrats 16 zum Multiplikator macht.

Um nun das Segment ohne die Gradezahl des Bogens zu berechnen, kann man zuerst die Differentialgleichung für den Flächeninhalt (vrgl. S. 2087, VII), nämlich $dF = ydx$ anwenden, indem man die Koordinatengleichung des Kreises (S. 1194, I), d. h. $y = \sqrt{(ax - x^2)}$ damit verbindet. Es bezeichnet a den Diameter; setzt man den Radius gleich 1, so hat man $y = \sqrt{2x - x^2}$. Sieht man also Tafel XXXV, D, Fig. 331, die Sagitta IF als die Abszisse x, die halbe Sehne FA als die Ordinate y, und den Peripheriepunkt I als den Ursprung der Koordinaten an: so läßt sich vermittelst der obigen Gleichung des Flächendifferentials und der nachherigen Integration der Flächeninhalt des halben Segments AFI finden, den man nur zu verdoppeln braucht, um das ganze Segment zu haben.

Zur bequemern Anwendung dieser Formel, die für die Schiffsmessung, wo so oft Kreissegmente zu berechnen sind, sehr wichtig ist, kann man die Größe unter dem Wurzelzeichen in ihre Faktoren auflösen, man hat also:

$$y = \sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2x\left(1 - \frac{x}{2}\right)} = \sqrt{2x} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)}$$

Entwickelt man jetzt das Binomium $\sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)} = \left(1 - \frac{x}{2}\right)^{1/2}$ nach dem Newtonschen oder binomischen Satze, so hat man:

$$\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{1/2} = 1 - \frac{x}{4} - \frac{x^2}{4 \cdot 8} - \frac{x^3}{8 \cdot 16} - \frac{x^4}{6 \cdot 128} - \text{rc.}$$

Sondert man $\sqrt{2x}$ in $\sqrt{2} \cdot \sqrt{x}$, und führt die Multiplikation der Reihe mit $\sqrt{x} = x^{1/2}$ aus, so hat man:

$$\sqrt{2x - x^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\left(x - \frac{x^2}{2}\right)} = \sqrt{2} \cdot \left(x^{1/2} - \frac{x^{3/2}}{4} - \frac{x^{5/2}}{4 \cdot 8} - \frac{x^{7/2}}{8 \cdot 16} - \right)$$

Da nun die Gleichung $dF = ydx$ angewandt werden soll, so hat man:

$$dF = ydx = dx \cdot \sqrt{(2x - x^2)};$$

man muß also die letzte Reihe mit dx multipliziren, daher:

$$dx \cdot \sqrt{(x - x^2)} = \sqrt{2} \cdot \left(x^{1/2}dx - \frac{x^{3/2}dx}{4} - \frac{x^{5/2}dx}{4 \cdot 8} - \frac{x^{7/2}}{8 \cdot 16} - \text{rc.}\right)$$

Integrirt man diese Reihe, so erhält man:

$$F = \int dx \sqrt{(x - x^2)} = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 5} \cdot x^{5/2} - \frac{1 \cdot 2}{4 \cdot 8 \cdot 7} \cdot x^{7/2} - \frac{1 \cdot 2}{8 \cdot 16 \cdot 9} \cdot x^{9/2} - \text{rc.}\right)$$

Man kann nun noch die allen Gliedern gemeinschaftlichen Faktoren 2 und $\sqrt{x}$ aus der Klammer nehmen, dann hat man, indem $x^{1/2} = \sqrt{x}$

$$F = 2 \cdot \sqrt{2x} \cdot \left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4 \cdot 5} - \frac{x^3}{4 \cdot 8 \cdot 7} - \frac{x^4}{8 \cdot 16 \cdot 9} - \text{ꝛc.}\right)$$

Diese letzte Reihe läßt sich leicht berechnen, indem x in den mehrsten Fällen kleiner als 1 ist, also die Glieder, welche die Potenzen eines Bruchs enthalten, und noch durch die Divisoren verringert werden, sehr bald unbedeutend sind. Der Werth der Reihe mit $2 \cdot \sqrt{2x}$ multiplizirt, giebt den Inhalt von F, d. h. von dem halben Segmente, dessen Höhe oder Sagitta = x, und dessen Radius = 1 ist.

Läßt man nun das x von dem ersten bedeutungsvollen Werthe allmälig wachsen, so kann man eine Tafel für den Flächeninhalt der Segmente berechnen. Eine solche ist Bd. III, Tafel C, S. 416 und 417 enthalten. Der Durchmesser des Kreises ist = 1 gesetzt, und in 1000 gleiche Theile getheilt; die Werthe der Höhe oder Sagitta gehen von 0,001 bis 0,5, d. h. von einem Tausendtheile des Durchmessers bis zur Länge des Radius.

Durch die Anwendung der obigen Differentiation und Integration hat man also einen einzigen Ausdruck für den halben Werth des Segments. Es muß nun noch entschieden werden, in wieferne dieser Werth mit den beiden vorangegangenen Bestimmungsweisen übereinstimmt.

Nach der Gleichung C auf S. 2482 hat man:

$$\text{Segment von } n^0 = \text{Bogen } n^0 \cdot \frac{r}{2} - \sin n^0 \cdot \frac{r}{2}$$

nach der mechanischen Regel auf S. 2480 hat man aber:

$$\text{Segment von } n^0 = \text{Bogen } n^0 \,.\, \text{Sagitta} \,.\, \frac{31}{49}$$

Es muß nun zuerst, wenn die beiden Bestimmungsweisen richtig sind, gefunden werden, daß $2F = \text{Bogen } n^0 \cdot \frac{r}{2} - \sin n^0 \cdot \frac{r}{2}$; oder wenn man den Bogen durch Arc bezeichnet, den Multiplikator 2 auf die andre Seite nimmt, und r = 1 setzt:

$$F = \frac{\text{Arc } n^0}{4} - \frac{\sin n^0}{4}$$

Setzt man ferner Arc $n^0 = z$, so ist $\sin n^0 = \sin z$.

Man hat nun nach den unendlichen Reihen der trigonometrischen Funktionen S. 1178:

$$\text{Minuendus: } \frac{z}{4} = \frac{z}{4}$$

$$\text{Subtrahendus: } \frac{\sin z}{4} = \frac{z}{4} - \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{z^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4} - \text{ꝛc.}$$

$$\text{Rest: } \frac{z}{4} - \frac{\sin z}{4} = + \frac{z^3}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{z^5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 4} + \text{ꝛc.}$$

Dieser Rest muß offenbar dem Werth von F gleich sein. Er hat aber, um verglichen werden zu können, zwei Umwandlungen nöthig: erstlich ist die Reihe eine divergirende; zweitens ist hier der Werth des Segments durch den Bogen selbst ausgedrückt, während es in der obigen Reihe durch den Sinus versus des halben Bogens, und zwar in konvergirenden Gliedern dargestellt ist.

Die Summe einer Reihe heißt das Resultat, welches zum Vorschein 4 kommt, wenn man ihre Glieder, jedes nach seinem Zeichen + oder — genommen, zusammenrechnet. Wenn man der Summe der Reihe immer näher kommt, je mehr man von den ersten Gliedern findet, und algebraisch addirt, so nähert sich die Reihe oder konvergirt. Im entgegengesetzten Falle entfernt sie sich oder divergirt. Die Ergänzung, oder das Supplement, welches zu der Summe der ersten schon addirten Glieder noch hinzukommen muß, um die eigentliche Summe der ganzen Reihe zu erhalten, wird bei einer konvergenten Reihe immer kleiner je mehr Glieder man hinzunimmt; bei einer divergenten wird das Supplement immer größer. Nimmt man die Ergänzung mit zur Reihe, so findet man natürlich den vollständigen Werth, mag die Reihe selbst divergent oder konvergent sein; in solchem Falle hat aber dann die Reihe selbst wenig Nutzen.

Damit eine Reihe konvergent sei, müssen die folgenden Glieder immer kleiner werden. Ist nun die Größe, welche in den aufeinander folgenden Gliedern in steigenden Potenzen vorkommt, ein Bruch: so werden die Potenzen immer kleinere Brüche, und erlangen bald einen so geringen Werth, daß sie ohne bedeutenden Fehler unbeachtet bleiben können. Ist dagegen die in verschiedenen aufsteigenden Potenzen vorkommende Größe eine solche, die mehr als 1 beträgt: so werden die nachfolgenden Glieder auch immer größer, und man kann sie um so weniger unbeachtet lassen. In einzelnen Fällen können die Divisoren, welche sich in den einzelnen Gliedern finden, eine Aenderung hervorbringen. Sieht man nun auf die letzte Reihe, so zeigt sich leicht, daß die steigenden Potenzen von z, welches mehrentheils größer ist als 1, immer größere Werthe annehmen; daß also auch eine Umwandlung nöthig sei. Ein Beispiel einer solchen Umwandlung findet sich S. 1150.

Was nun die Verschiedenheit der Ausdrücke für F, das eine Mal durch 5 die Sagitta x des ganzen, oder den Sinus versus des halben Bogens, das andere Mal durch den ganzen Bogen z anbetrifft, so läßt sich dieselbe durch die Umkehrung der Reihen (vergl. S. 1088) heben. Nimmt man $\zeta = \frac{1}{2} z$, so ist $x = \sin \text{vers}\, \zeta$, und $\zeta = \text{Arc} \sin \text{vers}\, x$. Man hat alsdann nur die beiden Reihen S. 1177 Nr. VII, und S. 1179 Nr. VII nach der Lehre von der Umkehrung zu behandeln.

Um aber diese weitläufige und mühsame Arbeit möglichst abzukürzen, und 6 größtentheils ganz zu vermeiden, sollen erst einige Segmentberechnungen mit Hülfe der im dritten Bande vorhandenen Tafeln gemacht werden. Die vier dienlichsten unter ihnen sind: Tafel X für die natürlichen, d. h. in Radiustheilen angegebenen Sinus; Tafel XI für die natürlichen, d. h. ebenfalls in

Radiustheilen angegebenen Sinus versus; Tafel XLI für die in Radiustheilen angegebenen Längen der Kreisbogen, und hauptsächlich Tafel C für den Flächeninhalt der Kreissegmente.

Der Gebrauch der drei ersten Tafeln ist ganz einfach; der Gebrauch der letztern bedarf einiger Erläuterung.

Um mit ihrer Hülfe ein Segment zu berechnen, theilt man die Höhe desselben, oder seine Sagitta, durch den gegebenen Diameter des Kreises: der Quotient ist ein Dezimalbruch, den man in der Kolumne der Höhe aufzusuchen hat; daneben findet man einen Flächeninhalt des Segments, welcher dem gesuchten Flächeninhalte proportional ist; um diesen letztern zu erhalten, muß man den in der Tafel gefundenen Flächeninhalt mit dem Quadrat des gegebenen Diameters multiplizireu; das Produkt ist der gesuchte Flächeninhalt; denn ähnliche Segmentflächen verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Diameter (vergl. S. 1840 Nr. 17).

Beispiel.

Man verlangt den Flächeninhalt eines Segments, dessen Durchmesser = 50 Fuß, und dessen Sagitta oder Höhe = 4 Fuß ist.

4 dividirt durch 50 = 0,08; in der Tafel findet sich der entsprechende Flächeninhalt = 0,029435, dies multiplizirt mit 50^2 = 2500 giebt das Produkt oder den gesuchten Flächeninhalt des Segments = 73,5875 Fuß.

Wenn man bei der Division der gegebenen Höhe oder Sagitta durch den gegebenen Durchmesser einen Quotienten erhält, welcher nicht ohne einen Bruchrest in den drei Dezimalen endigt: so muß der Flächeninhalt für diesen Rest durch einen Proportionaltheil gefunden werden. Nachdem man den Flächeninhalt gefunden, welcher den drei ersten Dezimalen des Quotienten entspricht, so nimmt man den Unterschied zwischen ihm und dem nächstfolgenden Flächeninhalte der Tafel; diesen Unterschied multiplizirt man mit dem Bruchreste des Quotienten, und das Produkt ist der entsprechende Proportionaltheil, welcher zu dem zuerst gefundenen Flächeninhalte addirt werden muß; die Summe ist der gesuchte Flächeninhalt.

Beispiel.

Man verlangt den Flächeninhalt eines Segments, dessen Höhe oder Sagitta = $4^1/_3$ Fuß = 4,333, und dessen Diameter = 50 Fuß ist.

4,3333 dividirt durch 50 giebt $0{,}086^1/_3$;			0,000562
für 0,086 Fläche	= 0,032745	dividirt durch	3
die nächste Fläche	= 0,033307	Drittel Unterschied	= 0,000187
Unterschied	= 0,000562	Addirt erste Fläche	= 0,032745
		Summe der Fläche und des Proportionaltheils	= 0,032932
		Multiplizirt mit 50^2	= 2500
		Gesuchte Fläche des Segments	= 82,33000

Man sieht, daß diese Tafel nur dann gebraucht werden kann, wenn der Durchmesser neben der Höhe oder Sagitta des Segments bekannt ist.

Es sei ein Segment zu berechnen, dessen Radius = 10 Fuß, und dessen Bogen = 45° ist. 7

Man sucht in Tafel XLI die Bogenlänge für 45°, und findet 0,785398 oder der Kürze wegen 0,7854 Theile des Radius 1; man hat nun die Proportion 1 : 10 = 0,7854 : gesuchten Bogenlänge = 7,854.

Man sucht ferner in Tafel X die Sinuslänge für 45°, und findet 0,7071 Theile des Radius 1; man hat wieder 1 : 10 = 0,7071 : gesuchten Sinuslänge = 7,071.

Berechnet man jetzt nach der Formel C auf Seite 2482:

$$\text{Gesuchte Segmentfläche} = 7{,}854 \times 5 - 7{,}071 \times 5;$$

$$\text{also gesuchte Segmentfläche} = (39{,}270 - 35{,}355) = 3{,}915 \text{ Quadratfuß.}$$

Theilt man den gegebenen Bogen in die Hälfte, und sucht in Tafel XI die Sinusversuslänge für 22° 30′, so findet man 0,07612 Theile des Radius 1. 8

Man hat nun 1 : 10 = 0,07612 : gesuchten Sinusversuslänge für den Radius 10 = 0,7612. Dies ist zugleich die Höhe oder Sagitta des gegebenen Segments.

Man kann jetzt die Tafel C benutzen. Dividirt man 0,7612 durch den gegebenen Diameter 20, so hat man 0,038³/₅, als die in der Tafel aufzusuchende Höhe:

für 0,038 ist die Fläche	= 0,009763		0,000077
die nächste Fläche	= 0,010148	multiplizirt mit	3
Unterschied	= 0,000385	drei Fünftel	= 0,000231
dividirt durch	5	Erste Fläche	= 0,009763
Ein Fünftel	= 0,000077	Summa	= 0,009994
		Multiplizirt mit 20²	= 400
		Gesuchte Segmentfläche	= 3,9976 Quadratfuß.

Man sieht daß hier schon in den Hunderttheilen ein Unterschied gegen das vorhin vollständig berechnete Resultat eintritt.

Wenn man jetzt die oben (S. 2480) angeführte mechanische Berechnungsweise des Segments anwendet, nämlich: 9

$$\text{Segment von } n^0 = \text{Bogen } n^0 \text{ mal Sagitta mal } \frac{31}{49}$$

so hat man mit den eben gefundenen Werthen von Bogen und Sagitta, und indem man für ³¹/₄₉ seinen Dezimalwerth setzt:

$$\text{Gesuchtes Segment} = 7{,}854 \text{ mal } 0{,}7612 \text{ mal } 0{,}63265 \text{ Quadratfuß}$$

$$\text{oder Segment} = 3{,}7823 \text{ Quadratfuß.}$$

Dieses Resultat weicht noch mehr von dem durch den Sinus berechneten, und darum genauesten Werthe des Segments ab. Diese ganze mechanische Berechnungsweise beruht nämlich auf folgender Annäherung: man sieht den ge-

gebenen Bogen als die längere Seite eines Parallelogramms, und die Sagitta als dessen kürzere Seite an, und findet durch Multiplikation dieser beiden Größen den Flächeninhalt desselben; dieser ist aber größer, als der Flächeninhalt des Segments, und zwar nahe im Verhältnisse von 49 : 31; man muß ihn also noch mit dem Bruche $^{31}/_{49}$ multipliziren. In wiefern dieses Verhältniß richtig ist, läßt sich am schnellsten aus der Fläche des Halbkreises erkennen. In der Tafel C zeigt sich für die Höhe 0,5, d. h. im Sinne jener Tafel für die Höhe gleich dem Radius, der Flächeninhalt des Halbkreises = 0,392699 Quadratfuß, wenn der Durchmesser = 1 ist; dies ist genau die Hälfte des Flächeninhalts für den ganzen Kreis, welcher Tafel IV, S. 28, für den Durchmesser 1 angegeben ist, nämlich des Werthes 0,785398 Quadratmaaß. Die halbe Peripherie ist aber für den Durchmesser 1 gleich $\frac{\pi}{2} = 1{,}5707963$; dieser Bogenwerth multiplizirt mit dem Radius 0,5 giebt 0,785398 Quadratmaaß. Dies wäre das Parallelogramm aus halber Peripherie und dem Radius, welcher nun aber mit 0,5 multiplizirt werden muß, um den Flächeninhalt des Halbkreises zu ergeben. Wollte man ihn aber, wie jene mechanische Regel angiebt, mit 0,63265 multipliziren, so käme er offenbar zu groß heraus.

Dasselbe zeigt sich auch, wenn man die andere Formel auf den Halbkreis anwendet, alsdann hat man:

Halbkreis = halbe Peripherie mal halber Radius — Sinus 180° mal halber Radius; oder Halbkreis = 1,5707963 mal 0,25;

weil der Sinus von 180° gleich Null ist (vergl. S. 658). Führt man die Multiplikation aus, so erhält man Fläche des Halbkreises = 0,392699 Quadratmaaß, wie vorher angegeben.

10 Denkt man sich nun einen sehr kleinen Bogen, der dann auch eine sehr kleine Sagitta hat: so wird das Produkt aus beiden natürlich viel weniger von dem Werthe eines Parallelogramms abweichen, dessen eine Seite der Bogen, und dessen andere die Sagitta wäre. Nimmt man z. B. einen Bogen von 2°, so beträgt dessen Länge für den Radius 1, nach Taf. XLI, 0,0349066; ferner ist nach Taf. X der Sinus von 2° = 0,034899, und nach Taf. XI der Sinus versus von 1° = 0,000152, welcher zugleich die Sagitta des Bogens von 2° ist.

Nach der ersten Formel:

$$\text{Segment } 2^\circ = \frac{0{,}034907}{2} - \frac{0{,}034899}{2}$$

$$\text{Segment } 2^\circ = 0{,}017454 - 0{,}017449 = 0{,}000005 \text{ Quadratmaaß.}$$

Multiplizirt man den Bogen 0,034907 mit der Sagitta 0,000152, so erhält man das Parallelogramm = 0,000005. Man sieht, daß für einen so kleinen Bogen von 2° die Werthe des Parallelogramms und des Segments beinahe völlig übereinstimmen. Wollte man also jetzt den Werth des Parallelogramms noch mit 0,63265, d. h. mit $^{31}/_{49}$ multipliziren: so käme offenbar ein zu kleiner Flächeninhalt des Segments zum Vorschein.

11 Für den Halbkreis ist also der Multiplikator $^{31}/_{49}$ zu groß, für den Bogen

von 2° ist er zu klein; ja selbst bei einem Bogen von 45° ergiebt sich noch ein zu kleiner Werth des Segments, wie sich vorher in Nr. 9 gezeigt hat, indem die genaueste Formel das Segment für 45° und den Radius 10 = 3,915; die mechanische das Segment nur = 3,7823 ergiebt. Man muß also schließen, daß es zwischen 45° und 180° einen Bogen giebt, für welchen der Multiplikator 31/49 gerade passend ist. Man könnte diesen Bogen durch Versuche bestimmen, indem man die Segmente für die Bogen über 45°, bei diesem anfangend nach der genauen Formel und nach der mechanischen berechnet, bis sie genau übereinstimmen. Es läßt sich aber noch leichter mit Hülfe der Differential- und Integralformeln bestimmen.

Es sei nun zuerst die Aufgabe gestellt, aus dem Sinus versus FI, Tafel 12 XXXV, D, Fig. 331, den Bogen IA zu finden.

Es sei FI = x; der Bogen IA = ζ; und der Radius EI = 1. Man hat nach den vorhergegangenen Rechnungen den Flächenraum:

$$IFA = \frac{\zeta\frac{1}{2} - (1 - x)\cdot\sqrt{(2x - x^2)}}{2}$$

Löst man die Wurzelgröße auf, so hat man $\sqrt{(2x - x^2)} = \sqrt{2x}\cdot\sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)}$

$$\text{daher:}\quad 2\,IAF + (1 - x)\cdot\sqrt{2x}\cdot\sqrt{\left(1 - \frac{x}{2}\right)} = \zeta.$$

Entwickelt man wie oben (S. 2483) die zweite Wurzelgröße nach dem binomischen Satze, multiplizirt sie mit 1 — x und mit $\sqrt{2x}$, so hat man:

$$A)\quad \sqrt{2x}\ \left(1 - \frac{5x}{4} + \frac{7x^2}{8\cdot4} + \frac{9x^3}{16\cdot8} + \frac{11x^4}{128\cdot16} + \text{ꝛc.}\right)$$

Zu dieser Reihe muß man noch 2IAF addiren, um ζ, d. h. den Bogen IA zu erhalten, nimmt man den oben gefundenen Werth von IAF, so muß man jetzt die Reihe $\left(\frac{x}{3} - \frac{x^2}{4\cdot5} - \text{ꝛc.}\right)$ mit $4\cdot\sqrt{2x}$ multipliziren, um 2IAF zu erhalten. Da alle Glieder dieser Reihe im Divisor 4 enthalten, mit Ausnahme des ersten, so wird:

$$B)\quad 2\,IAF = \sqrt{2x}\ \left(\frac{4}{3}x - \frac{x^2}{5} - \frac{x^3}{8\cdot7} - \text{ꝛc.}\right)$$

Addirt man diese Reihe zu der bei A, indem man die Glieder, welche einerlei Potenz von x enthalten, addirt, so hat man:

$$C)\quad \zeta = \sqrt{2x}\ \left(1 + \frac{x}{12} + \frac{3\cdot x^2}{8\cdot4\cdot5} + \frac{5\cdot x^3}{16\cdot8\cdot7} + \text{ꝛc.}\right)$$

Diese Reihe ist offenbar viel bequemer als die S. 1177 für den Arc sin vers gegebene.

Multiplizirt man dieselbe mit 2, so hat man den oben mit z bezeichneten Bogen des Segments; und multiplizirt man dieses Produkt noch weiter mit x, als dem Sinus versus von ζ, oder der Sagitta von z, so hat man das Parallelogramm, mit welchem das Segment verglichen werden, und von ihm nur 31/49

Theile ausmachen soll. Führt man diese Multiplikation, und zwar innerhalb der Klammer, aus, so hat man, indem P das in Rede stehende Parallelogramm bezeichnet:

$$\text{D)}\quad P = \sqrt{2x}\left(2x + \frac{x^2}{6} + \frac{3x^3}{2\cdot5\cdot8} + \frac{5x^4}{4\cdot7\cdot16} + \text{2c.}\right)$$

Dieses Parallelogramm muß man mit dem oben gefundenen Werthe des ganzen Segments vergleichen, d. h. den in der Gleichung B angegebenen Werth von diesem Parallelogramm abziehen; alsdann erhält man die Größe, um welche das Parallelogramm mehr Flächeninhalt als das richtige Segment enthält:

$$P = \sqrt{2x}\cdot\left(2x + \frac{x^2}{6} + \frac{3x^3}{2\cdot5\cdot8} + \text{2c.}\right)$$

$$\text{abgezogen } 2\,IAF = \sqrt{2x}\left(\frac{4}{3}x - \frac{x^2}{5} - \frac{x^3}{8\cdot7} - \text{2c.}\right)$$

$$\text{E)}\quad \text{Unterschied} = \sqrt{2x}\left(\frac{2}{3}x + \frac{11}{30}x^2 + \frac{31}{560}x^3\right)$$

Bezeichnet man diesen Unterschied mit U, so hat man nach der obigen Berechnungsweise:

$$\text{F)}\quad U = 2\zeta x - 2\zeta x\,\frac{31}{49} = 2\zeta x\,.\left(1 - \frac{31}{49}\right) = 2\zeta x\,.\,\frac{18}{49}$$

Da x in allen Fällen der Schiffsmessung immer ein ächter Bruch sein wird, sobald man den Radius $= 1$ setzt, so kann man in dem obigen Werthe des Unterschiedes bei E das Glied $\frac{31}{560}x^3$ unberücksichtigt lassen; alsdann hat man aus E und F:

$$\sqrt{2x}\cdot\left(\frac{2}{3}x + \frac{11}{30}x^2\right) = 2\zeta x\,\frac{18}{49}$$

Dividirt man auf beiden Seiten mit $2x$, so hat man:

$$\text{G)}\quad \sqrt{2x}\cdot\left(\frac{1}{3} + \frac{11}{60}x\right) = \frac{18}{49}\zeta$$

Da $\zeta = \frac{1}{2}z$, so kann man diesen Werth auch so ausdrücken:

$$\text{H)}\quad \sqrt{2x}\cdot\left(\frac{1}{3} + \frac{11}{60}x\right) = \frac{18}{98}z$$

Setzt man in die Gleichung G den Werth von ζ aus der Gleichung C, so hat man:

$$\sqrt{2x}\cdot\left(\frac{1}{3} + \frac{11}{60}x\right) = \frac{18}{49}\cdot\sqrt{2x}\cdot\left(1 + \frac{1}{12}x + \frac{3}{4\cdot5\cdot8}x^2\right)$$

Läßt man auf beiden Seiten den Faktor $\sqrt{2x}$ fort, nimmt den Divisor 49 auf die andre Seite, und führt die Multiplikation aus, so hat man:

$$\frac{49}{3} + \frac{539}{60}x = 18 + \frac{3}{2}x + \frac{27}{80}x^2$$

$$\frac{49}{3} - 18 = \frac{27}{80}x^2 - \frac{429}{60}x$$

Führt man die Subtraktion im ersten Gliede aus, so erhält man $-\frac{5}{3}$; verwandelt man hierauf sämmtliche Brüche in Dezimalbrüche, so ergiebt sich:

$$-1{,}667 = 0{,}3375\,x^2 - 7{,}15\,x.$$

Dividirt man sämmtliche Glieder durch den Koeffizienten der höchsten Potenz x^2, d. h. 0,3375, so ergiebt sich folgende quadratische Gleichung:

$$x^2 - 21{,}185\,x = -4{,}9393$$

Nimmt man von dem Koeffizienten des zweiten Gliedes die Hälfte 10,592, und quadrirt dieselbe, so hat man:

$$x^2 - 21{,}185\,x + 112{,}19 = 112{,}19 - 4{,}9393 = 107{,}2607$$

$$x - 10{,}592 = \pm\sqrt{107{,}2607} = \pm\,10{,}238;$$

$$\text{K)}\quad x = 10{,}592 - 10{,}238 = 0{,}358.$$

Daß hier die Wurzelgröße mit dem Minuszeichen genommen werden muß, sieht man leicht ein, da man weiß, daß die Sagitta ein ächter Bruch ist. Die hier gefundenen Dezimalen sind die Theile des Radius; sieht man jetzt in der Sinusversustafel XI, S. 104 nach, so findet man den Sinus versus von 50° als den nächsten, nämlich = 0,357 . . . Es muß daher der Bogen des Segments, für welchen die angegebene mechanische Regel paßt, = 100° sein.

Man sieht also, daß die mechanische Berechnungsweise auf der Voraussetzung beruht: es sei die eine Hälfte eines Spants gewöhnlich ein Bogen von 100 Graden. Je näher also in der Wirklichkeit die Spantenbucht einem solchen Kreisbogen kommt, um desto genauer wird das berechnete Resultat sein.

Man kann sich ein leichtes Erkennungszeichen verschaffen, ob die Spantenbucht eine solche Größe hat. Der Bogen von 100° für den Radius = 1 ist gleich 1,745; der Sinus versus für den Bogen von 50° und den Radius = 1 ist gleich 0,357 . . . Bezeichnet man den gegebenen Bogen mit B, den gegebenen Sinus versus des halben, d. h. die gegebene Höhe oder Sagitta des ganzen Bogens mit S: so hat man folgende Proportion, indem man die beiden allgemeinen Werthe um eine Dezimalstelle abkürzt:

$$1{,}75 : 0{,}36 = B : S;\ \text{also}\ S = \frac{0{,}36}{1{,}75}\cdot B.$$

Drückt man den Bruch, durch einen Dezimalbruch aus, so hat man:

$$S = 0{,}20571\cdot B.$$

Multiplizirt man also den gegebenen Bogen mit 0,21, und findet sich dann das Produkt der gegebenen Sagitta gleich, oder nahe gleich, so ist die Berechnung eine ziemlich genaue; jedoch immer unter der Voraussetzung, daß die Gestalt des Spants ein Kreis sei.

Beispiel. 13

Ausmessung eines Schiffes nach seinem Tonnengehalte und nach seinem körperlichen Raume.

1. Der Tonnengehalt oder die Lastigkeit, nach der ersten Methode, Seite 2479.

Die Tiefe oder Wassertracht des Schiffes ist:

Ledig:	Beladen:	Zuladung:
hinten 6 Fuß 8 Zoll	hinten 13 Fuß 6 Zoll	12 Fuß 4 Zoll
vorne 4 „ 6 „	vorne 11 „ 2 „	5 „ 7 „
11 „ 2 „	24 „ 8 „	6 „ 9 „
mittl. 5 „ 7 „ ledig;	mittl. 12 „ 4 „ beladen.	

Die Zuladung des Schiffes beträgt also vom ledigen bis zum völlig beladenen Zustande 6 Fuß 9 Zoll.

Es sei ferner die Länge dieses Fahrzeugs in der Mitte der Zuladung 80 Fuß; diese theilt man in 10 gleiche Theile, und mißt demnach die zugehörigen 9 Breiten folgendermaaßen:

Von hinten ab:

	Fuß	Zoll
1)	12	4
2)	14	6
3)	18	8
4)	23	5
5)	27	6
6)	25	4
7)	23	2
8)	19	4
9)	17	2
Summe	181	5

Summe	$181\frac{1}{2}$	Fuß
multiplizirt mit $\frac{80}{10}$ =	8	„ Abstand d. Breit.
Fläche	1452	„ d. Horizontalschn.
multiplizirt mit	$6\frac{3}{4}$	„ Zuladung
Kubischer Inhalt	9801	„ der Zuladung
Dividirt durch	80	
So erhält man	$122\frac{1}{4}$	Last für die Lastigkeit oder den Tonnengehalt dieses Fahrzeugs.

Ist nämlich das zur Messung gebrauchte Fußmaaß Hamburgisches oder Bremisches, so hat man, nach der Tafel auf S. 2289, in einer Last von 4000 Pfunden des betreffenden Ortes 80 Kubikfuß Seewasser.

2. Der körperliche Raum, nach der ersten Methode, S. 2480:

Die größte Breite des Schiffes ist:

		Quadrat.
In der Mitte	= 20 Fuß 7 Zoll;	423,9
Breite bei der Piek . .	= 9 „ 8 „	93,6
Breite beim Kabelgatt .	= 10 „ 6 „	110,4
	Summe =	627,9
	der dritte Theil =	209,3

Log 209,3 = 2,3207692
dividirt mit 2
1,1603846; also die Quadratwurzel = 14,467.

Die Breite 14,5 auf einer Leine abgemessen, und mit dieser auf dem Verdeck aufgesucht, giebt die Stelle des mittleren senkrechten Breitendurchschnitts. An dieser Stelle gemessen sei die Tiefe = 9 Fuß; ferner sei an derselben Stelle die Breite des Flachs im Raume = 8 Fuß 6 Zoll. Die Länge der bogenförmigen Spantenkrümmung an derselben Stelle sei 12 Fuß; die Sagitta $2\frac{1}{2}$ Fuß; die Länge vom Piek bis zum Kabelgatt 80 Fuß.

Nach diesen Messungen hat man, um den Flächeninhalt dieses Durchschnitts zu finden:

Mittlere Breite	14 Fuß	6 Zoll	
Breite des Flachs	8 „	6 „	
	2) 23 „	— „	
Mittlere Breite des Trapeziums =	11 „	6 „	

Diese mittlere Breite des Trapeziums 11 Fuß 6 Zoll mit der Tiefe = 9 multiplizirt giebt den Flächeninhalt des Trapeziums = 103 Fuß 6 Zoll.

Bogenlänge	= 12 Fuß	Beide Segmente	= 38 F. — Z.
Sagitta	= 2,5 F.	Addirt Trapez	= 103 „ 6 „
Produkt	= 30 F.	Breitendurchschnitt	= 141 „ 6 „
multpl. m. $^{31}/_{49}$	= 0,6326	multipliz. m. Länge	= 80
Segment	= 18,978 od. 19 Quadf.	Kubischer Inhalt	= 11320 Kubikf.

Dies dividirt durch 80 giebt 141½ Raumlasten.

Diese Raumberechnung gilt für ein Fahrzeug mit einem Verdeck. Hat es 14 aber noch ein Zwischendeck, so muß natürlich noch dessen kubischer Inhalt zu dem vorher gefundenen addirt werden. Es sei

Die größte Breite des Decks	= 19 F. 4 Z.;	Quadrat = 373,1 F.
Breite vorne	= 9 „ 6 „	„ = 90,3 „
Breite hinten	= 8 „ 2 „	„ = 66,1 „
		dividirt mit 3) 529,5
		Drittel = 176,5

Log 176,5 = 2,2467447
2
1,1233723; also Quadratwurzel oder mittlere Breite = 13,28.

Es sei ferner die Höhe des Zwischendecks 5 Fuß; die Länge von der Piek bis zum Kabelgatt 80 Fuß, so hat man 5 mal 80 = 400; dieses multiplizirt mit 13,28 giebt den kubischen Inhalt des Zwischendecks = 5312 Kubikfuß; dividirt durch 80 giebt 66,4 Raumlasten; hiezu die obigen Raumlasten 141,5 addirt, giebt den kubischen Inhalt des ganzen Schiffs = 207,5 Raumlasten.

Mit der Berechnung der ganzen Zuladung hat man auch diejenige zu verbinden: wie viel ein Schiff auf jeden Fuß und Zoll noch neue Zuladung einnehmen kann. Es giebt nämlich viele Häfen, die nicht tief genug zur völligen Beladung großer Schiffe sind; alsdann müssen diese zur Vervollständigung ihrer Ladung auf die Rhede hinausgehen. 15

Es habe ein Schiff in einem seichten Hafen nur so viel Ladung eingenommen, daß es noch 2 Fuß tiefer zuladen kann, diese aber auf der Rhede einnehmen muß. Es sei die Länge des Schiffs in der Mitte der Zuladung 90 Fuß. Nachdem dieselben in 10 gleiche Theile getheilt worden, findet sich als Summe

der 9 Breiten 195 Fuß, diese mit 9 Fuß, als dem Abstande zwischen den einzelnen Breiten multiplizirt, giebt die Fläche des horizontalen Durchschnitts = 1755 Quadratfuß; diese multiplizirt mit der Höhe der noch übrigen Zuladung, d. h. mit 2 Fuß, giebt 3510 Kubikfuß; dividirt mit 80 giebt $43\frac{7}{8}$ Lasten. Soviel kann also das Schiff auf der Rhede noch einnehmen.

16 Hiermit steht nun auch die Berechnung der Stabilität des Schiffes (vergl. S. 2268 bis 2274) in genauer Verbindung, um bestimmen zu können, wie weit die Ladung gehen müsse, damit das Schiff seine Segel ohne Beschwerde zu führen vermag.

Die mehrsten Kauffahrteischiffe haben, wenn sie vollständig beladen sind, ihren Schwerpunkt in der Wasserebene. Es sei nun der Wasserraum des Schiffes, d. h. sein unter Wasser befindliches Volumen = M; seine Breite = b; seine Tiefe von der Wasserfläche bis zur Unterseite des Kiels = c; das Verhältniß des Horizontaldurchschnitts des Schiffs in der Wasserebene zu dem Parallelogramm aus seiner Länge und Breite sei = a; derjenige Theil der Tiefe, mit welchem der Horizontaldurchschnitt in der Wasserebene multiplizirt werden muß, um M zu erhalten = d; alsdann hat man nach der oben (S. 2208 Nr. 3) gegebenen Formel:

$$\text{A) Stabilität} = \frac{a \cdot b^2}{12 \cdot d \cdot c} \cdot 50\, M - M \left(\frac{d}{1 + d}\right) \cdot c.$$

Nach der gewöhnlichen Bauart der Kauffahrteischiffe kann man annehmen, daß der Flächeninhalt des Wasserebenendurchschnitts das Produkt aus der Breite desselben mit drei Vierteln der Länge sei; daß ferner der Theil der Tiefe, welcher wegen der Gestalt des Schiffes allein zur Rechnung kommt, gleich fünf Sechstel sei; also $d = \frac{5}{6}$; dies ist also der jedesmalige Multiplikator für c.

Nach diesen Voraussetzungen ist also $a = \left(\frac{\frac{3}{4}\text{ Länge} \times \text{Breite}}{\text{Länge} \times \text{Breite}}\right)$

Es sei ein beladenes Schiff 88 Fuß lang in der Wasserlinie; 26 Fuß breit; und bis zur Unterseite des Kiels 12 Fuß tief. Es soll nun seine Stabilität gefunden werden.

Um zuerst M, oder das Volumen des Wasserraums zu finden, hat man:

88 Fuß Länge
$19\frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ Breite
1716 Quadratfuß Flächeninhalt.
$10 = \frac{5}{6}$ Tiefe
17160 Kubikfuß = M

1716 = $\frac{3}{4}$ Länge × Breite
2288 = Länge × Breite
daher $\frac{1716}{2288} = a$;
oder $a = \frac{3}{4}$

Setzt man diese Werthe in die obige Formel bei A, so hat man:

$$\text{Stabilität} = 50 \cdot 17160 \left(\frac{\frac{3}{4} \cdot (26)^2}{12 \cdot \frac{5}{6} \cdot 12}\right)$$

Ehe diese Formel berechnet wird, ist es nöthig sich einige Bestandtheile derselben klar zu machen. Der Faktor 50 bezeichnet die Anzahl von Pfunden in einem Kubikfuß Seewasser, wenn das Längenmaaß in Bremer oder Hamburger Fußen, und das Gewicht in solchen Pfunden gegeben wird; ein Bremer Kubikfuß Seewasser enthält nämlich genauer 49,512, ein Hamburger 49,648 Pfunde (vergl. S. 2289). Hat man also ein andres Fußmaaß, so muß man den entsprechenden Faktor statt der 50 in die Formel setzen.

Die beiden 12 im Zähler sind wohl zu unterscheiden; die zweite mit dem Bruche $\frac{5}{6}$ multiplizirte ist die diesmalige Tiefe des Wasserraums; statt ihrer kann also bei einem andern Schiffe oder Maaße eine andre Zahl erscheinen. Dagegen die erste 12 ist der aus der Berechnung des Trägheitsmoments eines Parallelepipeds hervorgekommene Divisor, wenn sich dasselbe um eine Axe dreht, die durch den Schwerpunkt desselben geht (vrgl. 2191 Nr. 9 u. 11).

Der hier im Zähler auftretende Faktor $^3/_4 = a$ ist dem auf Seite 2202 in Gleichung V auftretenden Faktor α gleich, wo dieser das Verhältniß des Horizontaldurchschnitts zum Parallelogramm bezeichnet.

Die Breite b, hier = 26, kommt in den Stabilitätsformeln S. 2207 und 2208 unter der Bezeichnung CD vor.

Die Berechnung des Wasserraumvolumens ist S. 2204 Gleichung C ganz eben so gegeben wie hier; V ist dort das Volumen, AB die Länge, CD die Breite, IE die Tiefe; und β ist dort dasselbe, was hier mit d bezeichnet ist, d. h. der Bruch, mit welchem die Tiefe multiplizirt werden muß, um ein annäherndes Volumen zu ergeben; also nach der hiesigen Annahme $\beta = {}^5/_6$.

Man sieht, daß nun die berechnete Formel mit dem ersten Theile der Stabilität übereinstimmt, wie sie durch die Formel auf S. 2208 oben angegeben ist, nämlich:

$$\text{Stabilität in Beziehung a. d. gr. Axe} = M \cdot \left(\frac{\alpha}{12\beta} \cdot \frac{CD^2}{IE} - \frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE - FG.\right)$$

Was $- FG$ anbetrifft, so ist das hier $= 0$, weil der Schwerpunkt des ganzen Schiffs in der Wassertrachtsebene liegen soll. Was dagegen den Theil $- \frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE$ anbetrifft, so hat er hier folgenden Werth: $IE = 12$; und

$$\frac{\beta}{1+\beta} = \frac{^5/_6}{1 + {}^5/_6}; \text{ also } \frac{\beta}{1+\beta} \cdot IE = \frac{5}{11} \cdot 12 = \frac{60}{11}$$

Wird also der Werth der obigen Formel berechnet sein, welcher den ersten Theil der Stabilität ausdrückt, so muß noch $\frac{60}{11} \cdot M$ davon abgezogen werden, d. h. $\frac{60}{11} \cdot 17160$.

Es ist nun $50 \cdot 17160 = 858000$;

$26^2 = 676$; also $^3/_4 \cdot 676 = 507$;

$^5/_6 \cdot 12 = 10$; also $12 \cdot 10 = 120$; also $\frac{507}{120} = {}^{169}/_{40} = 4{,}225$.

Man hat also $50 \cdot 17160 \cdot \left(\frac{3/4 \cdot (26)^2}{12 \cdot 5/6 \cdot 12}\right) = 858000 \cdot 4{,}225 = 3625050$

Hiervon ist noch abzuziehen $\frac{60}{11} \cdot 17160 =$ 93600

Also die gesuchte Stabilität = 3531450 ℔

Dividirt man diese Zahl durch 4000, so hat man:

Stabilität = 882,8625 Lasten.

17 Nimmt man jetzt an, daß die Höhe des Mastes eines solchen Schiffes über der Wasserfläche = 80 Fuß sei, wenn es seine vollen Marssegel führt, deren untere Breite = 52 Fuß, und deren obere = 36 Fuß ist; so erhält man:

52 + 36 = 88; dividirt durch 2 = 44; und 80 · 44 = 3520 Quadratfuß Segelfläche.

Es sei nun das Schiff eine Brigg, alsdann haben beide Masten zusammen eine Segelfläche von 7040 Quadratfuß = S.

Nimmt man ferner den Kraftpunkt der Segel in der Mitte der Masten oder auf der halben Höhe = 40 Fuß, so ist diese Entfernung von der Wassertrachtsebene, bezeichnet mit h. einem Hebelarme zu vergleichen, an dessen einem Ende die Segelkraft angebracht ist. Auf diese Art wird sie das Schiff um die Längenaxe des Wasserebenendurchschnitts drehen, oder auf die Seite neigen; der Neigungswinkel sei n. Bei einem unvermuthet stärker werdenden Winde sei die Wirkung des Luftstoßes auf die Segel = 5 Pfund auf einen Quadratfuß, und diese Kraft heiße p. (Die Tafel CXXX enthält die verschiedenen Grade der Windstärke auf einen Quadratfuß Segelfläche durch Pfunde ausgedrückt; die genaueren Erklärungen solcher Berechnungsweisen der Windstärke sind S. 866 bis 872 gegeben.) Nach Tafel CXXX wäre eine Windstärke von 5 Pfund auf einen Quadratfuß gleich einer frischen Kühlte, bei welcher das Schiff nur dichtgereefte Marssegel, gereeftes Groß- und Focksegel führt, dagegen die übrigen Segel mehr oder weniger eingezogen hat.

Nimmt man den Zustand des Gleichgewichts, so ist:

$$\text{B)} \quad 50 \cdot M \cdot \left(\frac{a \cdot b^2}{12 \cdot d \cdot c} - \frac{d}{1 + d} \cdot c\right) \cdot \sin n = S \cdot p \cdot h.$$

Diese Formel hat auf der rechten Seite das Moment der Windkraft, indem Sp die Kraft, und h den Hebelarm, oder die senkrechte Entfernung vom Schwerpunkt bezeichnet, welche hier durch die halbe Höhe des Mastes dargestellt wird. Diesem Moment der Windkraft soll nun für den Zustand des Gleichgewichts das Moment der Stabilität gleich sein; sie muß daher mit dem Sinus des Neigungswinkels multiplizirt werden. Daß dieser Sinus der das Moment der Stabilität hervorbringende Faktor sei, ist S. 2039 und 2040 ausführlich bewiesen worden. Sobald nun durch die eingetretene Neigung das Moment der Stabilität so weit angewachsen ist, daß es dem Momente der neigenden Kraft gleich kommt: so kann diese letztere nicht weiter wirken, und die Neigung bleibt soweit stehen. Zieht man daher aus obiger Gleichung den

Werth von sin n, und damit auch den Werth von n selbst: so weiß man, wie weit der hier angenommene Wind bei der angenommenen Masthöhe und Segelfläche das Schiff auf die Seite legen wird, wenn es die eben vorher berechnete Stabilität hat.

Um nun n zu finden, setzt man die bekannten Größen in die Gleichung B, und erhält:

$$\sin \cdot n \cdot 882{,}9 \text{ Last} = 7040 \cdot 5 \cdot 40 = 1408000 \text{ Pfund} = 352 \text{ Last}$$

$$\sin n = \frac{352}{882{,}9} = 0{,}39868 = \sin 23^\circ\, 30'$$

Das Schiff wird sich also bei solchem Winde um $23^1/_2$ Grad auf die Seite neigen.

18 Will man nun weiter wissen, ein wie großer Theil der Schiffsseite bei solcher Neigung von dem horizontalen Stande abweichen, d. h. auf der einen Seite heraus- auf der andern hineintauchen wird, so muß man die halbe Breite des Schiffes in der Wasserebene, also hier 13 Fuß, zum Radius nehmen, indem die Drehungsaxe die Mittellinie des Wasserebenendurchschnitts ist. Man hat alsdann folgende Proportion:

$$1 : 0{,}399 = 13 : x; \text{ also } x = 5{,}187 = 5 \text{ Fuß } 2 \text{ Zoll.}$$

Nimmt man nun die Planken im Durchschnitt zu 1 Fuß 4 Zoll breit, so würden bei einer solchen Neigung auf der einen Seite beinahe 4 Planken heraus- und auf der andern 4 hineintauchen.

19 Die eben geführte Berechnung hat aber, um die möglich größte Neigung zu finden, eine Annahme gemacht, welche in der Wirklichkeit niemals vorkommen kann, nämlich: daß der Wind senkrecht auf die Segel fällt. Kommt er aber, wie er es muß um das Schiff auf die Seite zu neigen, von der Seite, so kann er die Segelfläche niemals senkrecht treffen, denn die Raaen können gar nicht so gebraßt werden, daß sie parallel mit der Längenaxe des Schiffes liegen.

Nimmt man daher z. B. an, daß bei halbem Winde derselbe mit der Segelfläche einen Winkel von 45° macht: so weiß man (vergl. S. 2158 Nr. 12), daß sich die Kraft des geraden Stoßes zur Kraft des schiefen Stoßes gegen eine und dieselbe Fläche, wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Kosinus des Einfallswinkels verhält, oder wie das Quadrat des Radius zum Quadrat des Sinus des Neigungswinkels. Unter Einfallswinkel (vergl. S. 2158 Nr. 13) wird bei genauem Sprachgebrauch derjenige verstanden, welchen die Richtung der Kraft mit dem Perpendikel auf die Ebene macht; und unter Neigungswinkel derjenige, den die Kraft mit der Ebene macht. Sehr oft wird aber auch der letztere der Einfallswinkel genannt; namentlich findet man in den mehrsten Lehrbüchern der Nautik den Winkel, den der Wind mit der Segelfläche macht, seinen Einfallswinkel genannt. Es ist aber durchaus nöthig, diesen den Neigungswinkel zu nennen.

Nimmt man also in obigem Beispiele den Sinus von 45° = 0,7071, so ist das Quadrat davon = 0,4999 oder = 0,5. Man hat also, um die Kraft des Windstoßes bei solchem Neigungswinkel von 45° zu finden, die Proportion:

$$1 : 0,5 = 352 \text{ Last} : x; \text{ also } x = 176 \text{ Last};$$

daher:

$$\sin n = \frac{176}{882,9} = 0,19934 = \sin 11^\circ 30'.$$

Also der Neigungswinkel des Schiffes ist nur 11° 30'. Dies giebt die Neigung in Fußen = 13 · 0,19934 = 2,59 = 2 Fuß 7 Zoll, was beinahe zwei Planken ergiebt. Hat man nun einen Anemometer (vergl. S. 836 Nr. 4) an Bord, so kann man bei jeder wahrgenommenen Stärke des Windes und bei jeder Segelfläche leicht die Neigung des Schiffes berechnen, und sich zum Voraus von der Stabilität des Schiffes überzeugen.

20 Mit den obigen Berechnungen steht auch die Frage in Verbindung: wie tief man ein Schiff beladen kann, ohne seine Fähigkeit, die Segel bequem zu führen, merklich zu verringern?

Es muß vor Allem ein Schiff so beladen werden, daß die größte Breite desselben stets um einen bestimmten Theil seiner Tiefe über dem Wasser bleibt. Man sieht, wie nöthig dieses namentlich der Stabilität wegen ist; denn dieser Theil des Schiffsgebäudes zwischen der Wasserebene und dem Horizontaldurchschnitte in der größten Breite ist derjenige, welcher dem Niederdrucke des Windes den alleinigen Widerstand leistet, indem er den Auftrieb des Wassers empfängt.

Bezeichnet man wie vorher die Kraft des Windes auf einen Quadratfuß Segelfläche mit p, den Neigungswinkel des Windes auf die Segelfläche, wenn das Schiff noch in horizontaler Lage ist, mit n, so ist die auf die Segelfläche senkrecht wirkende Kraft des Windes $= p \cdot \sin^2 n$. Bezeichnet man ferner den Neigungswinkel des Schiffes gegen den Horizont mit m: so ist die durch beide Neigungswinkel verminderte Kraft des Windes auf einen Quadratfuß der Segelfläche $= p \cdot \sin^2 n \cdot \cos^2 m$.

Daß hier bei m das Quadrat des Kosinus genommen werden muß, dafür liegt der Grund in Folgendem. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 332, AB die senkrechte und SH die geneigte Stellung der Segelfläche; HZ ist der Horizont, und WC die Richtung des Windes; CP das Perpendikel auf die schräge Stellung des Segels; der Winkel SCA = m = WCP; derselbe Winkel WCP ist aber auch der Einfallswinkel des Windes auf die schiefe Segelfläche. Daher hat man (vergl. S. 863 Nr. 28) folgende Proportion, indem $p \cdot \sin^2 n$ die auf die vertikale Segelfläche wirkende Kraft ist:

$$1 : \cos^2 m = (p \cdot \sin^2 n) : x; \text{ also } x = p \cdot \sin^2 n \cdot \cos^2 m.$$

Sieht man nun diese ganze jetzige Windkraft als eine zu zerlegende an, wovon der eine Theil senkrecht nach unten dem Auftriebe oder aufwärtswirkenden Drucke des Wassers entgegenwirken soll; stellt man die ganze Windkraft, so ferne sie senkrecht auf die Segelfläche SH wirkt, durch die Linie PC dar: so giebt die Zerlegung der beiden Katheten QC und PQ, von welchen PQ der nach unten wirkende Theil der Kraft, und zugleich der sin PCQ = sin m ist, wenn man die ganze Kraft CP zum Radius nimmt. Demnach hat man:

$$1 : \sin m = CP : PQ; \text{ also } PQ = CP \cdot \sin m = (p \cdot \sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m.$$

Diese Kraft muß nun noch mit der Segelfläche S multiplizirt werden, so daß die ganze niederdrückende Kraft $= p \cdot S \cdot (\sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m$ ist.

Bezeichnet man jetzt den horizontalen Durchschnitt des Schiffes in der Wasserebene mit E, die Höhe der größten Breite über dieser Ebene mit h, und das Gewicht eines Kubikfußes Seewasser mit G, so hat man im Stande des Gleichgewichts (welches aber niemals eintreten darf) folgende Gleichung:

$$p \cdot S \cdot (\sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m = h \cdot E \cdot G; \text{ also } h = \frac{p \cdot S \cdot (\sin^2 n \cdot \cos^2 m) \cdot \sin m}{E \cdot G}$$

Bei den wirklichen Schiffen muß aber das rechte Glied der Gleichung stets etwas größer sein, weil bei schwerem Wetter das Verdeck der Kauffahrteischiffe gewöhnlich von Seewasser überströmt ist, welches das niederdrückende Gewicht des Schiffes vermehrt.

Beispiel.

Es sei wie vorher (S. 2491) der Horizontaldurchschnitt des Schiffs in der Wasserebene E = 1716 Quadratfuß; die Segelfläche S = 7040 Quadratfuß; p = 5 Pfund; das Gewicht eines Kubikfußes (vom angewandten Maaße) G = 50 Pfund; der Winkel $n = 45°$; die Neigung des Schiffes gegen den Horizont hin $m = 11° 30'$. Substituirt man diese Werthe in die letzte Gleichung für h, so hat man:

$$h = \frac{5 \cdot 7040 \cdot (0{,}5 \cdot 0{,}96) \cdot 0{,}1994}{1716 \cdot 50} = \frac{7040 \cdot 0{,}096}{17160} = \frac{675{,}84}{17160}$$

$$h = 0{,}0394 \text{ Fuß} = 0{,}4728 \text{ Zoll}.$$

Obgleich also die Kraft des Windes, soferne sie das Schiff senkrecht niederdrückt, auch wie eine Last von oben wirkt, so sinkt, wie der eben gefundene Werth von h zeigt, doch das Schiff dadurch nur um etwa einen halben Zoll tiefer. Denkt man sich nun noch, was selten oder nie der Fall sein wird, eine 6 Zoll hohe Schichte von Seewasser auf dem Verdeck, so drückt diese das Schiff ebenfalls um 6 Zoll tiefer. Damit also die höchste Breite des Schiffs stets über dem Wasser bleibt, muß das Schiff so geladen werden, daß bei völliger Ladung und ruhigem Wasser die größte Breite $6\frac{1}{2}$ Zoll über der Wasserebene liegt; was bei der hier angenommenen Tiefe des Schiffs beinahe $\frac{1}{22}$ derselben ausmacht.

Zweite Methode
die Lastigkeit oder Zuladung eines Schiffs zu finden.

21

Man läßt sich nach den Baurissen des zu messenden Schiffes ein genaues Modell machen, und zwar nach einem verjüngten Maaßstabe von ¼ Zoll auf 1 Fuß, d. h. also ein Achtundvierzigsttheil der natürlichen Größe. Auf demselben bemerkt man die Wasserlinien bei völliger Ladung und ohne alle Ladung. Darauf setzt man es ins Wasser, und legt ihm eine Last auf, bis es

genau auf die Wasserlinie ohne Ladung, oder Lichtwasserlinie eingesunken ist. Hierauf nimmt man es aus dem Wasser, und nachdem alles Wasser abgetröpfelt oder abgetrocknet ist, wiegt man es zusammt der aufgelegten Ladung. Es ist nun nach den Lehren der Stereometrie (vergl. S. 1840 und 1841) bekannt, daß sich der Kubikinhalt, also auch das Gewicht ähnlicher Körper wie der Kubus ihrer homologen Dimensionen verhält. Um also das Gewicht des unbeladenen Schiffes zu finden, muß man das Gewicht des Modells mit dem Kubus der Zahl multipliziren, welche anzeigt, wie viel Male die Dimensionen des Schiffes diejenigen des Modells enthalten; das Produkt kann man alsdann in Tonnen oder Lasten ausdrücken. Ist also der verjüngte Maaßstab des Modells $1/_{48}$ der natürlichen Größe: so multiplizirt man das Gewicht des Modells mit $48^3 = 110592$.

Beispiel.

Es sei das Gewicht des Modells bis zur Lichtwasserlinie = 30 Pfund; man verlangt das Gewicht des Schiffes, dessen Dimensionen 48 mal größer sind, wenn es ohne alle Ladung ist.

$110592 \cdot 30 = 3317760$ Pfund = Gewicht des unbeladenen Schiffes.

Je nach dem in Rede stehenden Längenmaaße und Gewicht wird sich auch die Reduktion in Tonnen oder Lasten machen lassen.

Der englische Zentner z. B. hat 112 Pfund avoir-du-poids Gewicht; also ein Viertelzentner oder Quarter 28 Pfund; ein Pfund 16 Unzen; eine Unze 16 Drachmen; eine Tonne hat von diesem Gewichte 20 Zentner oder 2240 Pfund. Dies giebt das obige Gewicht des unbeladenen Schiffes = 1481 Tonnen 320 Pfund. Man kann sich für die verschiedenen Lasten und Tonnen der einzelnen Länder die Rechnung sehr erleichtern, indem man sich einen konstanten Logarithmus berechnet, zu welchem man jedesmal nur den Logarithmus des Modellgewichts zu addiren braucht. Dieser konstante Logarithmus ist die Differenz von $\text{Log}\, n^3 - \text{Log}\, p$, wenn n die Verjüngungszahl des Maaßstabes, wie vorher 48, bezeichnet, und p die Anzahl von Pfunden oder noch kleineren Gewichten, die in der Tonne oder Last enthalten sind.

Nachdem man das Gewicht des unbeladenen Schiffes gefunden, setzt man das Modell von Neuem ins Wasser, und belastet es so weit, daß die Wasserebene mit der Ladewasserlinie zusammenfällt. Darauf wiegt man das so beladene Modell, und findet auf die vorher angegebene Weise das Gewicht des beladenen Schiffs. Hierauf sucht man den Unterschied zwischen den beiden Gewichten des beladenen und unbeladenen Schiffs; und dieser ist die gesuchte Lastigkeit oder Zuladung.

22 Auf ähnliche Weise läßt sich auch der Schwerpunkt eines Schiffes finden. Man läßt ein genaues Modell machen, nach gleichem Maaßstabe wie vorher, und zwar von möglichst leichtem Holze; was auch für die vorherige Messung der Lastigkeit sehr vortheilhaft, wenn auch nicht so nothwendig ist.

Uebrigens darf das Modell selbst nur wenig oder gar nicht ausgehöhlt sein, weil es nur auf den Wasserraum ankommt; wenn nur die Dimensionen und die Gestalt möglichst genau beobachtet sind. Man läßt darauf das Modell an einem seidenen Faden in verschiedenen Stellungen frei hängen. Die Fortsetzung des Fadens wird immer durch den Schwerpunkt gehen. Da wo der Durchschnitt von mehreren dieser Fortsetzungen liegt, befindet sich auch der Schwerpunkt.

§. 360. Einige genauere Methoden der Schiffsmessung.

Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 333, ein horizontaler Durchschnitt eines 1 Schiffs; es soll der Flächeninhalt gefunden werden.

Man zieht die Mittellinie oder Längenaxe 1 b, und errichtet auf ihr die verschiedenen Perpendikel 1m, 2, 3, 4 u. s. w. bis 10a

Perpendikel		Fuß.	Zoll.	Abstände. Fuß.	Abstände. Zoll.
1	=	7	0		
				 5	10
2	=	8	0		
				 5	10
3	=	9	0		
				 10	0
4	=	11	10		
				 10	0
5	=	13	0		

Perpendikel		Fuß.	Zoll.	Abstände.
				.... 10 Fuß.
6	=	14	0	
				.... 10 „
7	=	15	0	
				.... 10 „
8	=	14	0	
				.... 10 „
9	=	11	0	
				.... 4 „
10	=	8	0	

Die Perpendikel sind lauter halbe Breiten; man sucht zwischen ihnen die mittlere Breite, indem man sie in kleinern Gruppen zusammennimmt.

Man addirt Perpendikel 1 und 3, halbirt ihre Summe, addirt diese zum Perpendikel 2, und nimmt von dieser Summe die Hälfte als die mittlere Breite des Raumes zwischen 1 und 3; diese mittlere Breite multiplizirt man mit dem ganzen Abstande von 1 bis 3, und hat den Flächeninhalt dieses Theils. Die Fläche dieses Theils heiße A. Demnach:

$$7 + 9 = 16; \;\; 16 : 2 = 8; \;\; 8 + 8 = 16; \;\; 16 : 2 = 8;$$

die Entfernungen 5 Fuß 10 Zoll + 5 Fuß 10 Zoll = 11 Fuß 8 Zoll = 11,67 Fuß; dies multiplizirt mit 8 giebt A = 93,36 Quadratfuß.

Von den übrigen Perpendikeln nimmt man immer nur zwei zusammen, halbirt ihr Summe, und multiplizirt sie mit ihrem Abstande. Darauf addirt man alle Flächen; die Summe giebt den halben Flächeninhalt mit Ausschluß des halben Segments ab10. Die Summe verdoppelt man, und hat den ganzen Flächeninhalt mit Ausschluß des ganzen Segments abc. Darauf sucht man den Flächeninhalt desselben, addirt ihn zu dem Vorigen, und hat den Flächeninhalt des ganzen horizontalen Durchschnitts.

Man hat demnach, wenn man die einzelnen Flächentheile mit A, B, C u. s. w. bezeichnet:

		Qdf.	Qdz.
	A =	93	48
9 + 11 F. + 10 Z. = 20 F. 10 Z.; Hälfte 10 F. 5 Z. × 10 F. =	B =	104	24
11 F. 10 Z. + 13 F. = 24 F. 10 Z.; Hälfte 12 F. 5 Z. × 10 F. =	C =	124	24
13 F. + 14 F. = 27 F.; Hälfte 13 F. 6 Z. × 10 F. =	D =	135	0
14 F. + 15 F. + 14 F. + 11 F. = 54 F.; Viertel 13 F. 6 Z. × 30 F. =	E =	405	0
11 F. + 8 F. = 19 F., Hälfte 9 F. 6 Z. × 4 F. =	F =	38	0
Summe der Theile zwischen 1 und 10 auf einer Seite der Mittellinie =	=	899	96
multiplizirt mit			2
Die ganze Fläche ohne das Segment =		1799	48

Bei der Berechnung solcher Theile thut man am besten, um Irrthümer zu vermeiden, wenn man den Multiplikandus und Multiplikator zuerst in Zoll verwandelt, und dann das Produkt durch 144 dividirt; es enthält nämlich ein Quadratfuß 144 Quadratzoll; z. B. die Fläche A wird folgendermaaßen gefunden:

11 F. 8 Z. = 140 Z.; 8 F. = 96 Zoll; 140 · 96 = 13440 Quadratzoll; dividirt durch 144 giebt 93 Quadratfuß und 48 Quadratzoll.

Um nun noch das Segment abc zu berechnen, kann man den Bogen abc mit einer biegsamen Latte messen, wie oben (S. 2480); alsdann die Entfernung 10b = 4 Fuß als die Sagitta, und das Segment = Bogen mal Sagitta mal $^{31}/_{49}$ nehmen.

Man kann auch erst den Radius dieses Bogens berechnen, indem die halbe Sehne a10 = 8 ist. Man hat nämlich, wenn a10 = y, und 10b = x gesetzt, also der Punkt b zum Ursprung der Koordinaten für die Kurve gemacht wird (vergl. S. 1194, 1) $y = \sqrt{2rx - x^2}$, oder $y^2 = 2rx - x^2$; also:

$$64 = 8r - 16;\ 64 + 16 = 8r;\ 80 = 8r;\ \text{also } r = 10.$$

Der Diameter ist demnach = 20, und man kann jetzt mit Hülfe der Tafel C den Flächeninhalt des Segments finden; nämlich $^4/_{20} = ^1/_5 = 0{,}2$. Die Tafel giebt als Fläche dafür 0,111823; diese multiplizirt mit $20^2 = 400$ giebt den gesuchten Flächeninhalt des Segments = 44,73 Quadratfuß = 44 Quadratfuß und 105 Quadratzoll; man hat demnach:

	Quadratfuß.	Quadratzoll.
Flächeninhalt des Durchschnitts ohne Segment =	1799	48
Flächeninhalt des Segments . . . . =	44	105
Gesuchter Flächeninhalt des ganzen horizontalen Durchschnitts . . . . =	1844	9

Man kann übrigens wohl bemerken, daß der größte Theil der gutgebauten Schiffe, namentlich in neuerer Zeit (vergl. S. 2264 u. S. 2321) parabolische Wasserlinien hat. Man kann auch bei dem Anblicke solcher Durchschnitte leicht

erkennen, daß das vorderste Ende derselben sich nicht wie ein Kreisbogen darstellt, sondern vielmehr wie zwei ähnlich gleiche Zweige einer andern Kurve, die zu beiden Seiten der Mittellinie liegen. Nimmt man nun an (vergl. S. 2264), die Parabel, zu welcher das Vordertheil des Durchschnitts gehört, sei eine gemeine oder konische Parabel: so ist (vrgl. S. 2088 Gleich. VIII), der Flächeninhalt auf einer Seite der Abszissenaxe, also hier auf einer Seite der Mittellinie $= \frac{2}{3} \cdot xy$. Es ist nun hier, wenn man b zum Ursprunge der Koordinaten nimmt, $b\,10 = x = 4$, und $a\,10 = y = 8$; daher $\frac{2}{3}xy = \frac{2}{3} \cdot 32 = 21\frac{1}{3} = a\,10\,b$, d. h. gleich dem halben Segmente; daher das ganze Segment $= 42\frac{2}{3}$ Quadratfuß. Man sieht, welch ein geringer Unterschied in dem Resultat hervorkommt, und dagegen, welche große Erleichterung sich in der Rechnung zeigt.

Dritte Methode die Lastigkeit eines Schiffes zu finden. 2

Man fällt ein Perpendikel von der Vorderseite des Vorstevens in der Höhe der Klüsgatten, und ein andres Perpendikel von der Achterseite des Achterstevens, in der Höhe des Heckbalkens.

Von der Länge zwischen diesen Perpendikeln werden drei Fünftel der größten Breite auf den Außenplanken, und ferner eben so viel mal $2\frac{1}{2}$ Zoll, als der Heckbalken Fuß über der Oberseite des Kiels liegt, abgezogen; der Rest heißt die Länge des Kiels zur Aiche.

Diese Aichlänge des Kiels multiplizirt man mit der größten Breite auf den Außenplanken; und dieses Produkt multiplizirt man nochmals mit der halben Breite auf den Außenplanken.

Das letzte Produkt dividirt man durch 94; der Quotient ist dann die Lastigkeit in Englischen Tonnen, welche bei den Engländern Builder's tonnage genannt wird.

Bei Kauffahrteischiffen, deren Klüsgatten gewöhnlich sehr hoch liegen, und deren Vorsteven ziemlich weit vorschießen, läßt man beide Perpendikel, am Achter- und am Vordersteven von der Höhe des Heckbalkens fallen.

Vierte Methode die Lastigkeit eines Schiffes zu finden. 3

Man multiplizirt die Länge des Kiels zur Aiche mit dem Quadrat der größten Breite auf den Außenplanken, und dividirt das Produkt durch 188; der Quotient giebt die Lastigkeit in Englischen Tonnen.

Fünfte Methode die Lastigkeit eines Schiffes zu finden. 4

Die bei den Engländern durch eine Parlamentsakte festgestellte Ausmessung der Lastigkeit, um darnach die Abgaben zu bestimmen, ist folgende:

Die Länge wird auf einer geraden Linie längs der Sponning des Kiels gemessen, und zwar von der Achterseite des Achterstevens bis zu einem Perpendikel, das von der Vorderseite des Vorstevens unter dem Bugspriet gefällt wird.

Von dieser Länge zieht man drei Fünftel der größten Breite ab; der Rest wird als die Länge des Kiels zur Ayche angesehn. Die Breite selbst wird auf der Außenseite der Außenplanken und zwar da gemessen, wo das Schiff am breitesten ist; mag diese größte Breite über oder unter dem großen Bergholz liegen. Es wird dabei jeder Beschlag abgerechnet, mag er aus Kupfer oder aus einer Plankenhaut bestehen.

Die gefundene Länge des Kiels zur Ayche multiplizirt man mit der auf die eben angegebene Art gemessenen Breite; dieses Produkt multiplizirt man nochmals mit der halben Breite.

Das letzte Produkt multiplizirt man durch 94, und erhält die Lastigkeit in Englischen Tonnen.

5

Sechste Methode
die Lastigkeit eines Schiffes zu finden.

Es wird sich bei jeder angestellten Berechnung eines und desselben Schiffes nach allen diesen Methoden zeigen, wie sehr die eben genannten von der Wahrheit abweichen können. Eine viel genauere ist folgende von dem Engländer Parkyns erfundene. Sie macht zuerst einen Unterschied zwischen voll- und scharfgebauten Schiffen, zu welchen letztern vorzugsweise alle Kriegsschiffe zu zählen sind.

1. Bei scharfgebauten, und vorzugsweise bei Kriegsschiffen.

Man mißt die Länge auf dem untersten Kanonendeck, von der Sponning des Vorstevens bis zur Sponning des Achterstevens, oder zwischen den Perpendikeln, und nimmt davon $^{23}/_{24}$: dies ist die Länge des Kiels zur Ayche.

Zu der größten Breite auf den Außenplanken addirt man die Länge des untern Decks, oder die Länge zwischen den Perpendikeln; von dieser Summe nimmt man $^{1}/_{23}$; dies ist die Tiefe zur Ayche.

Man setzt diese Tiefe von den Flurwegern ab, und in dieser Höhe mißt man die Breite auf den Außenplanken, und zwar am Mittel- oder Hauptspant; alsdann noch eine Breite zwischen dieser und den Flurwegern, d. h. an einer unteren Stelle des Hauptspants; diese beiden Breiten addirt man zu der größten Breite des Hauptspants auf den Außenplanken; von der Summe dieser drei Breiten nimmt man ein Drittel; dies ist die Breite zur Ayche.

Man multiplizirt darauf die drei gefundenen Dimensionen, d. h. die Länge zur Ayche, die Tiefe zur Ayche und die Breite zur Ayche, und dividirt dieses Produkt durch 49; der Quotient ist die gesuchte Lastigkeit in Englischen Tonnen.

2. Bei vollgebauten, und vorzugsweise bei Kauffahrteischiffen.

Man mißt die Länge auf dem untern oder sogenannten Zwischendeck, von

der Sponning des Vor- bis zur Sponning des Achterstevens, nimmt hievon $^{31}/_{32}$, und hat die Länge zur Ayche.

Zur größten Breite auf den Außenplanken addirt man die Länge des unteren Decks; alsdann nimmt man $^{3}/_{55}$ dieser Summe, und nennt es die Tiefe zur Ayche. Man setzt diese Tiefe von den Flurwegern aus ab, und in dieser Höhe mißt man die Breite des Hauptspants auf den Außenplanken; ferner mißt man noch eine Breite auf zwei Dritteln dieser Höhe; und noch eine dritte Breite auf einem Drittel dieser Höhe. Diese drei Breiten addirt man mit der größten Breite zusammen, und nimmt ein Viertel dieser Summe; dies ist die Breite zur Ayche.

Man multiplizirt die drei gefundenen Aychdimensionen der Länge, Tiefe und Breite mit einander, und dividirt das Produkt mit $36^2/_3$; der Quotient giebt die gesuchte Lastigkeit in Englischen Tonnen.

3. Bei Kohlenschiffen begnügt man sich mit folgender Methode: von der Länge des Kiels zieht man 6 bis 7 Fuß wegen der Kielklötze ab; den Rest multiplizirt man mit der größten Breite; das Produkt multiplizirt man mit der Wasserraumtiefe des geladenen Fahrzeuges; dieses Produkt dividirt man mit 96, und erhält die Lastigkeit in Londoner Chaldrons.

Dieses Körpermaaß beträgt an Gewicht beinahe 27 Zentner = 3024 Pfunden Englisches avoir-du-poids Gewicht, und in körperlichem Raume = 79854,9 Englische Kubikzoll, oder 46,2 Englische Kubikfuß.

Die bisher angeführten Methoden sind die bei den Engländern gebräuchlichen. Man hat auch bei den übrigen seefahrenden Nationen, leichte mechanische Methoden, die indessen sämmtlich große Ungenauigkeit zulassen.

Schwedische Ayche. 6

Man mißt die Länge des Schiffs zwischen den Steven auf dem obersten Deck; die größte inwendige Breite, d. h. ohne die Dicke der Hautplanken; und die Tiefe von der unteren Seite des obersten Decks bis an die Flurweger; man multiplizirt diese drei Dimensionen zusammen, und dividirt das Produkt durch 200. Von dem Quotienten nimmt man $^{5}/_{6}$, und dies ist dann die Lastigkeit in schweren Lasten von 18 Schiffpfund Eisengewicht.

Französische Ayche. 7

Die Länge von der äußern Seite des Vorstevens bis zur äußern Seite des Achterstevens gemessen, wird mit der größten Breite auf den Außenplanken multiplizirt. Dieses Produkt mit der Tiefe des Raums vom Kiel bis unter den Segelbalken multiplizirt und durch 100 dividirt giebt die Lastigkeit nach Französischen Tonnen von 2000 Pfund avoir-du-poids Gewicht.

Holländische Ayche. 8

Die Länge des Schiffs über Steven mit der größten Breite in der Wassertracht multiplizirt, und die Tiefe des Raumes und des Zwischendecks zusammen addirt, und damit das erste Produkt multiplizirt; dieses letztere Produkt

mit 400 dividirt, und $1/4$ des Quotienten davon abgezogen, so giebt der Rest die Lastigkeit in Holländischen Lasten zu 4000 Pfund.

9 Von allen angeführten Methoden ist die von Parkyns angeführte die einzige, welche der Wahrheit nahe kommt, während alle übrigen mehr oder weniger fehlerhafte Berechnungen veranlassen. Bei der Schwedischen Methode können z. B. zwei Schiffe, welche im Ganzen nach demselben Plan gebaut sind, scheinbar einen großen Unterschied in der Lastigkeit haben, wenn das oberste Deck nur um 1 Fuß höher liegt, als in dem andern. Auch die Dicke der Spanten kann einen bedeutenden Unterschied hervorbringen. Die allgemein gebräuchliche Methode der Englischen Ayche, welche S. 2503 Nr. 2 angegeben ist, und von den Engländern the king's rule genannt wird, weil sie bei allen Messungen in der Flotte angewendet wird, kann bei einem Linienschiffe von 100 Kanonen einen Unterschied von 300 Tonnen ergeben, um welche sie für das scharf gebaute Schiff eine zu große Lastigkeit bestimmt. Bei einem großen Kauffahrteischiff, z. B. einem Ostindienfahrer, kann sie dagegen wieder für das vollgebaute Gebäude eine um 400 Tonnen zu kleine Lastigkeit ergeben.

10 Zur Prüfung aller dieser Methoden dient natürlich eine genauere Berechnung des Tonnengehalts. Eine solche ist in der Tafel CIII, Bd. III, S. 418 bis 421 enthalten. Man kann sich aber mit einer geringeren Zahl von Bestimmungspunkten begnügen; z. B.:

		Tonnen	Pfd.
Das Gewicht eines Schiffes von 80 Kanonen, als es vom Stapel gelassen wurde, oder vielmehr das Gewicht des Wassers, welches von demselben aus der Stelle getrieben wurde, war	=	1593	406
Das Gewicht der Masten, Taue zc.	=	195	720
Das Gewicht des Schiffes ohne Ladung, nach der Lichtwasserlinie berechnet	=	1788	1126
Das Gewicht des Schiffes mit der ganzen Ladung, nach der Ladewasserlinie berechnet	=	3554	356
Wahre Lastigkeit oder Unterschied der beiden Wasserräume	=	1765	1470

Was hier den Unterschied der Pfunde anbetrifft, so muß man sich erinnern, daß eine Tonne 2240 avoir-du-poids Pfunde hat, welche mit 356 zusammen genommen 2596 geben, wovon 1126 abgezogen den Rest 1470 hervorbringt.

Dieses Schiff nach der King's oder common rule berechnet, sollte eine Lastigkeit von beinahe 1960 Tonnen enthalten, was einen Fehler von beinahe 194 Tonnen ergiebt, um welche der Tonnengehalt zu groß erschien.

11 In allen Fällen, bei denen Genauigkeit erfordert wird, ist es demnach am besten, die horizontalen Längendurchschnitte und die vertikalen Spantenflächen theils nach den S. 2265 gegrbenen Regeln parabolischer Quadraturen zu berechnen; theils die aus Chapman's parabolischem Konstruktionssysteme hergeleiteten Regeln S. 2320 bis 2332 zu beachten.

12 Zur Vervollständigung der auf Seite 2289 gegebenen Tafel, nach welcher

die Lasten und Kubikfuße Seewasser der verschiedenen Länder mit einander verglichen werden können, dienen folgende beiden Tafeln.

I. Vergleichung einiger Längen-, Quadrat- und Kubikfußmaaße.

Oerter und Länder.	Zahl d. Fuße jedes Orts, welche eine gleiche Länge betragen.	Zahl der Quadratfuße jedes Orts, welche eine gleiche Fläche ausmachen.	Zahl d. Kubikfuße jedes Orts, welche einen gleichen körperl. Raum einnehmen.
Königsberg:	845	714025	8439086
Stettin:	919	844561	7761516
Bremen:	899	808201	7265727
Hamburg:	907	822649	7461426
Lübeck;	893	797449	9791467
England (London):	852	725904	6184702
Frankreich:	800	640000	5120000
Holland (Amsterdam):	918	842724	7736206
Schweden:	875	765625	6699219

II. Vergleichung der Pfunde und Lasten einiger Länder.

Oerter und Länder.	Namen des Gewichts.	1 Pfund davon hält an Holländischen Troye Gewicht As.	Die Last (oder Tonne) jedes Orts wiegt an Schwedischem Viktualiengewicht.	Die Zahl der Lasten jedes Orts, welche einer schweren Schwedischen Last von 5760 Pfd. Viktualiengewicht gleich sind.
Königsberg;	Neu Berliner Gewicht	9750	4408,02	1,30671
Stettin:	Neu Berliner Gewicht	9750	4408,02	1,30671
Bremen:	Handelsgewicht	10380	4692,85	1,22740
Hamburg:	Handelsgewicht	10080	4557,22	1,26393
Lübeck:	Handelsgewicht	10059	4547,74	1,26657
England (London);	Avoir-du-poids	9439	2389,76	2,41023
Frankreich:	Poids-de-marc	10188	2303,03	2,50106
Holland (Amsterd.):	Troy Gewicht	10240	4629,56	1,24418
Schweden:	Viktualiengewicht	8848	5760,00	1,00000

Das Holländische alte Münz- oder Troypfund hat 2 Mark, 16 Unzen, 32 Loth zu 4 Drachmen oder Quentchen, und enthält 10240 As, während das Pfund Holländisches Handelsgewicht 10280 As enthält. Das Schwedische Pfund Viktualien- oder Schaalgewicht von 32 Loth zu 4 Quentchen zu 69⅛ Schwedischen As. Nach den neuesten Bestimmungen ist 1 Französisches Kilogramm = 2,361063 Schwedische Viktualienpfund, was nur 8813,2 Holländische As giebt.

Weil man in neuerer Zeit sehr oft die andern Maaße und Gewichte auf die neuern Französischen reduzirt, so ist es für den gebildeten Seemann nöthig, hier einige genaue Angaben darüber zu machen.

Bei diesen neueren Französischen Benennungen ist die Einheit des Längenmaaßes Mètre; die Einheit des Flächenmaaßes Are; die Einheit des Körpermaaßes zu Holz, Kohlen u. dgl. Stère (Kubikmeter); die Einheit des Körpermaaßes für Getreide und flüssige Waaren Litre (Kubik-Decimeter); die Einheit des Gewichts Gramme.

Zu den größeren Maaßbenennungen hat man die Vervielfältigungen der Einheit durch Zusätze aus den Griechischen Zahlwörtern ausgedrückt; nämlich: Deka oder Déca zehn, Hecto hundert; Kilo tausend; Myria zehntausend.

Zu den kleineren Maaßbenennungen hat man die Theilungen der Einheit durch Zusätze aus den Lateinischen Zahlwörtern ausgedrückt; nämlich: Déci Zehntel; Centi Hundertel; Milli Tausendtel.

Der Mètre enthält 443,2959 alte Pariser Linien oder 39,375 Englische Zoll. Ein Grad des Erdmeridians hat 10 Myriameter oder 100000 Meter; man hat also das Längenmaaß in folgender Weise zum zehnfach Kleinern absteigend.

Degré; Myriamètre; Kilomètre; Hectomètre; Décamètre; Mètre; Décimètre; Centimètre; Millimètre.

Eine Are, oder Flächenmaaß-Einheit ist der □ Décamètre, d. h. 10 Mètre lang und breit. Die Unterabtheilungen und die größeren Flächen heißen folgendermaaßen:

□ Degré; □ Myriamètre; Myriare oder □ Kilomètre; Kiliare; Hectare oder □ Hectomètre; Décare; Are; Déciare; Centiare oder □ Mètre; Milliare; □ Décimètre; □ Centimètre; □ Millimètre.

Der Stère, als Einheit des Körpermaaßes, ist der Kubikmeter, also 1 Meter lang, breit und hoch. Die Ober- und Unterabtheilungen werden wie vorher benannt. Der Stère hat 29,1739 Pariser Kubikfuß.

Der Litre, als Einheit des Körpermaaßes für trockne und flüssige Waaren, hat 50,4124992 alte Pariser Kubikzoll, und ist der Kubik-Decimeter; die Ober- und Unterabtheilungen sind wie vorher.

Der Gramme, als Einheit des Gewichts, enthält ein Kubik-Centimeter Wasser auf dem Eispunkt destillirt, und 18,82715 Pariser Grains.

Die Schiffstonne, sonst 2000 Pfund, ist jetzt der Kubikmeter des destillirten Wassers von 2043 Pfund Französischen Markgewichts.

Beim Handelsgewicht ist ein Französisches Pfund = 500 Grammen, oder gleich einem halben Kilogramm: Ein Gramm enthält 20,808556 Holländische As.

Im gewöhnlichen Leben gilt auch 1 Toise = 2 Mètres = 6 Fuß, und der Fuß wird wie gewöhnlich nach dem Duodezimalsystem eingetheilt, d. h. er hat 12 Zoll, jeden zu 12 Linien, jede zu 12 Punkten.

Fünftes Kapitel.

Die Lehre von der Stauung der Schiffe.

§. 361. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Die Stauung ist die Kunst, alle Güter und Ladung, die ein Schiff einnehmen soll, in demselben so zu vertheilen, und dabei in sichere, unveränderliche Lage zu bringen, daß jeder Theil der Ladung unbeschädigt bleibt; und zugleich durch seine Stelle und Schwere dazu beiträgt, die guten Eigenschaften des Schiffsgebäudes zum Schnellsegeln und zur sanften Bewegung zu erhalten und zu verstärken; und die schlechten Eigenschaften weniger wirksam zu lassen. 1

Die Heftigkeit des Stampfens (der Länge nach, oder von vorne nach hinten) und des Schlingerns (der Breite nach, oder von Seite zu Seite) hängt nicht allein von der Form des Schiffsgebäudes, sondern viel mehr von der Art ab, wie die einzelnen schweren Theile seiner Ladung in den innern Räumen des Schiffes vertheilt sind. 2

Man muß zuerst suchen, das Stampfen zu vermindern, weil dieses die Fahrt oder Schnelligkeit des Schiffes aufhält und verringert; zugleich bringt diese Bewegung eine große Anstrengung für die ganze Bemastung hervor. Wo ein Mast bricht, geschieht es beinahe immer bei einem heftigen Stampfen, besonders wenn das Vorschiff sich wieder aus seiner Versenkung hebt. 3

Das Schlingern ist immer verhältnißmäßig stärker als das Stampfen; dennoch bringt es viel weniger Schaden hervor, weil seine Bewegung langsamer geschieht. Man muß es dennoch möglichst vermindern, da oft die Wellen mit der Seitenneigung des Schiffes zusammentreffen, und es dann zu weit niederdrücken. Die Verminderung des Schlingerns erhält man dadurch, daß man den Ballast, wenn er von Eisen ist, auf die Laschungen oder Verscherbungen der Lieger oder Bauchstücke bringt. 4

So lange nämlich dieser schwerste Ballast auf dem Kolschwinn, d. h. in der Mitte des untersten Raumes liegt, befindet sich auch der Schwerpunkt des Schiffes, namentlich seines Wasserraums sehr tief, und dasselbe muß seine Segel vorzüglich gut tragen können, oder sehr steif sein; aber sobald sich das Schiff auf die Seite geneigt hat, wirkt der Schwerpunkt an einem so langen Hebelarme, daß die Aufrichtung mit großer Heftigkeit geschieht, und Masten und Tauwerk zu sehr anstrengt.

Bringt man aber die schweren Stücke auf die Laschungen der Lieger, oder in die sogenannten Flügel des Raums: so wird der Schwerpunkt nicht bedeutend erhöht; und doch erhält das Schiff, ohne von seiner Stabilität zu verlieren, dadurch sanftere Bewegungen, daß die schweren Körper weiter von der Drehungsaxe abliegen, also auch, indem sie sich gegenseitig entgegenwirken

und größere Bogen beschreiben müssen, längere Zeit dazu gebrauchen; liegt dagegen der Hauptballast auf dem Kolschwinn, so geht das Schiff gewöhnlich ruckweise von einer Schwankung zur andern über.

5 Um das Stampfen zu vermindern, muß man die schweren Ballaststücke so nahe als möglich dem Breitendurchschnitte halten, welcher durch den Schwerpunkt des Schiffes geht.

Das Schiff wird übrigens bei etwas bewegter See niemals von einer einzigen Welle getragen, sondern es sind immer ihrer zwei oder drei, welche im selben Augenblicke unter dem Schiffe durchgehen. In seltenen Fällen, wo die See in sehr langen Wallungen geht, und die Deining von sehr weit her, und aus Seestrichen kommt, die weit von allen Küsten abliegen, kann es geschehen, daß auch selbst die größten Schiffe in einzelnen Augenblicken von einer einzigen Welle getragen werden. Man findet z. B. östlich und westlich vom Kap der guten Hoffnung, zwischen dem 30° und 40° Südbreite, sehr lange und hohe Wellen; besonders wenn der Wind längere Zeit aus Westen geweht hat.

6 Für das Schiffsgebäude müssen zum Zwecke einer guten Stauung die verschiedenen Wasserlinien genau bestimmt sein. Die unterste Wasserlinie gilt für diejenige, wenn das Schiff genügenden Ballast eingenommen hat, oder ballaststeif ist. Kennt man die vom Baumeister dafür angegebene Höhe über dem untern Kielrande, so läßt sie sich leicht an der Ahming oder Zahlenbezeichnung des Achter- und Vorstevens wiederfinden. So lange die Wasserlinie der Ballaststeife noch nicht erreicht ist, kann man das Schiff im Ganzen und Großen beladen, um es tiefer gehn zu machen; sobald aber die Ballaststeife erreicht ist, darf kein schwerer Ballast weder vor noch hinter die Vertikalebene gebracht werden, welche durch den Schwerpunkt des Schiffes geht.

7 Im Allgemeinen versteht man unter Ballast (siehe diesen Artikel im Wörterbuche S. 87 u. 88) schwere Lasten, wie Steine, Eisen, Sand, welche außer der gewöhnlichen Ladung in den untern Schiffsraum genommen werden, um den Schwerpunkt des Schiffes und den Schwerpunkt des Wasserraumes tiefer hinab zu bringen, und dem Schiffe mehr Stabilität gegen die Wirkung des Windes auf die Segel zu geben. Reingewaschene Kiesel, große Steine, alte Kanonenkugeln und geborstene oder zerbrochene Kanonen werden am mehrsten dazu gebraucht. Bei der Anordnung des Ballasts kommt es hauptsächlich darauf an: daß der Schwerpunkt des Wasserraums unter denjenigen des ganzen Schiffs zu liegen kommt; wodurch das Schiff sich leichter wieder aufrichtet, wenn es vom Winde auf die Seite geneigt worden.

8 Es ist ferner eine allgemein bekannte Thatsache, daß Schiffe dann am besten Segel führen, wenn sie so weit zugeladen sind, daß ihre größte Breite ein wenig über Wasser bleibt. Ist ein Schiff zu wenig beladen, so muß es sich soweit auf die Seite neigen, daß seine größte Breite auf das Wasser zu liegen kommt, und durch den Gegendruck desselben die gehörige Unterstützung findet. Hat es indessen diese Lage erreicht, so kann es der Wind nicht weiter auf die Seite neigen, und es kann sicher in dieser schrägen Stellung fortfahren. Bei Kauffahrteischiffen hat dieselbe in den mehrsten Fällen keine weitern Nachtheile.

Bei Kriegsschiffen bleibt es dagegen immer eine Hauptsache, die unterste Lage hoch genug über Wasser zu halten. Daher ist es für ein Kriegsschiff immer nöthig, die gehörige Lage mit Hülfe des Ballasts zu erhalten.

Viel nachtheiliger ist es dagegen, ein Schiff zu überladen; Kriegsschiffe verlieren dadurch sogleich die gehörige Erhebung ihrer untersten, also wirksamsten Batterie über Wasser; außerdem wird der Widerstand des Wassers gegen das vorwärtssegelnde Gebäude sehr vergrößert; endlich aber würde der Haupttheil des Wasserauftriebes, nämlich der gegen die größte Breite fehlen, um den Schwerpunkt des Schiffes bei der Aufrichtung nach der Neigung zu unterstützen.

Die drei Hauptpunkte für die Stauung sind also: angemessene Wassertracht; Verminderung des Stampfens; und Verminderung des Schlingerns. Die in jedem wohleingerichteten Hafen angestellten Stauer müssen nicht allein nach diesen Hauptrücksichten die Ladung zu vertheilen, sondern sie auch so anzuordnen und zu befestigen wissen, daß sie selbst bei heftigen Bewegungen des Schiffes fest und unbeweglich liegen bleiben. Fässer werden deshalb mit Keilen und anderm kurzen Holz, das man Stauholz nennt, lagerweise neben- und übereinander festgekeilt. Baumwolle und andre leichte Waare, welche in ihrem natürlichen Zustande zu viel Raum bei zu geringer Schwere einnehmen, werden entweder mit Lanketten, Daumkraften, Schrauben oder Traven zusammengepreßt (vergleiche diese Artikel im Wörterbuche). Bei Sturzgütern, wie Korn, Salz und ähnlichen Gütern, sowie auch bei Ballast, der aus Sand oder Kieseln besteht, werden Lang- und Querschotten, d. h. Bretterverschläge der Länge und Breite nach im Raume gemacht, damit dieselben nicht übergehen, d. h. von einer Seite zur andern überrollen, wodurch der Untergang des Schiffes herbeigeführt werden kann. 9

Wenn Fässer, Ballen oder Kisten gestaut werden, so nimmt man natürlich die schwersten und größten nach unten, und so viel als möglich die von gleicher Länge und Höhe in der Breite des Schiffes neben einander. Eine solche, von einer Seite des Schiffes rechtwinklig über den Kiel hin nach der andern Seite des Raumes oder Zwischendecks reichende Reihe heißt eine Breitenreihe oder auch blos eine Reihe; die einzelnen Fässer liegen mit ihrer Länge nach der Länge des Schiffs. Die senkrecht übereinander liegenden Reihen von der untersten bis zur obersten bilden eine Vertikalschichte oder einen Stapel. 10

Die horizontal neben einander liegenden Reihen von der hintersten bis zur vordersten bilden eine Horizontalschichte oder eine Lage.

Wenn der Ballast aus Eisenstücken (Kanonen, Kugeln u. dgl.), oder großen Steinen besteht, so macht man erst eine Unterlage von kleinen Garnierungsbrettern, damit sich die unterste Reihe nicht auf den Unebenheiten des Ballasts beschädigt.

Eine ganze Stauung besteht also aus so vielen Lagen oder Horizontalschichten, als Reihen in einem Stapel enthalten sind; und die-

selbe Stauung besteht aus so vielen Stapeln als sich Reihen in einer Lage finden.

In einem Kriegsschiffe besteht z. B. ein Stapel gewöhnlich aus folgenden Reihen: ganz unten der Ballast; darüber die Unterlage, oder die Garnierungsbretter; darauf drei oder mehr Reihen von Fässern, die größten unten, die kleinsten oben, mit Stauholz und Brennholz festgesetzt, und durch Keile unterstützt; ganz oben ist der Raum mit Brennholz bis zur Kuhbrücke ausgefüllt.

Man theilt auch eine ganze Lage dadurch in mehrere Abtheilungen, daß man z. B. in der Gegend des großen Masts, und des Besahnmasts eine Reihe von Fässern so legt, daß sie ihre Länge rechtwinklig gegen den Kiel, also parallel mit der Breitenaxe des Schiffs haben; also mit ihrem Stapel bilden sie dann eine Scheidewand zwischen den Abtheilungen der ganzen Stauung. Gewöhnlich besteht dann der vordere Theil aus Wasserfässern; der mittlere Theil aus Fleisch und andern Lebensmittelfässern für die Mannschaft; der hinterste Theil enthält die Vorräthe für die Kajüte. Dahinter kommen die Pulver- und die Brodkammern mit ihren Wallgängen, d. h. den Gängen zwischen den Schotten. Vor der vorderen Abtheilung des Wasservorraths findet sich das Kabelgatt mit den Ankertauen, Trossen, Pferdeleinen und dem Reserve-Taakelwerk; ganz vorne ist die Vorpiek oder sogenannte Hölle, mit dem kleinern Tauwerk, wie Marlien u. dgl., mit einzelnen Blöcken, Scheiben, Daumkraften u. s. f., welche nach dem jedesmaligen Gebrauche dorthin geborgen oder verwahrt werden.

§. 362. Von der Stauung und dem Ballast der Kriegsschiffe.

1 Die Kriegsschiffe führen gewöhnlich nur solchen Ballast, welcher aus großen Blöcken von Gußeisen, oder aus alten Kanonen, oder Stücken von großen Ankern, oder alten Kanonenkugeln besteht. Scharfgebaute Schiffe erfordern mehr Ballast, als vollgebaute. Man vertheilt zuerst den Ballast über den ganzen untersten Raum, sowohl im großen oder Hauptraume, wo der Wasservorrath hinkommt; als im Lebensmittelraume; als auch unter der Plattform oder dem Rösterwerkfußboden des Kabelgatts; auch vorne unter dem Fußboden der Hölle, und hinten unter dem Fußboden der Pulverkammer; man nimmt dazu so viel Ballast, bis das Schiff auf seine unterste Wasserlinie oder seine Ballastlinie eingesunken ist, welche der Baumeister angegeben hat. Hierauf breitet man über den ganzen Raum die Unterlage von Garnierungsbrettern aus, und staut die unterste Lage der größten Fässer von vier bis fünf Oxhoofd darauf; indem man die beiden Bodenenden des Fasses durch Stauklötze unterstützt, damit nicht der Bauch der Fässer allein zur Tracht kommt, und sich eindrückt. Hat ein Faß eine mit der Garnierungsebene parallele Lage, so stützt man es noch auf jeder Seite durch zwei Staukeile; alsdann hat es eine feste Lage, die durch kein Schlingern und Stampfen geändert werden kann. Das erste Faß staut man genau mit seiner Mittellinie auf die Mittellinie des Kiels, und mit seinem vorderen Bodenrande dicht an die Schotten des Kabelgatts. Auf beiden Seiten dieses zuerst

gelegten Fasses staut man alsdann die übrigen, welche die erste Reihe von Bord zu Bord rechtwinklig gegen den Kiel zu bilden. Wo sich in dieser ersten Reihe leere Räume unter und zwischen den Fässern finden, werden sie mit Stauholz ausgefüllt. Darauf legt man die zweite parallele Reihe, indem man wieder von dem mittelsten Fasse anfängt. So fährt man fort, bis die erste Lage oder horizontale Schichte im ganzen Wasserfaßraume vollendet ist. Man muß dabei höchst genau sein, daß die oberen Wölbungen sämmtlicher Fässer eine Ebene bilden, und daß die Bodenränder der einzelnen Stücke der verschiedenen Reihen genau aneinander passen. Nachdem man zur Bildung dieser Ebene Stau- und Brennholz zwischen die oberen Wölbungen gebracht, bildet man die zweite Lage, sei es aus ganz gleichen Stücken, oder in einer Reihe größern, in der andern kleinern; nur in einer und derselben Reihe müssen die Fässer von gleicher Größe sein. Man sorgt wieder für die Festigkeit und für die Ebenheit der ganzen zweiten Lage, so daß jedes einzelne Stück mit seiner ganzen untern Hälfte, und nicht blos mit dem Bauche oder der Wölbung zur Tracht kommt. Gewöhnlich ist die zweite Lage aus Fässern von vier und drei Oxhoofden gemischt. Die dritte Lage, in gleicher Weise gestaut, besteht gewöhnlich aus Fässern von drei und zwei Oxhoofden. Wo sich aus der ungleichen Länge der Stücke Zwischenräume zwischen den Reihen einer Ebene ergeben, werden dieselben mit größeren oder kleineren Fässern ausgefüllt, welche ihre Länge parallel mit der Breitenaxe des Schiffs haben. Wo der entstandene Zwischenraum für solche Querstauung von Fässern nicht hinreicht, wird Brennholz eingestaut. Ganz oben, wo nicht mehr Raum für ganze Fässer ist, wird Brennholz bis zur Kuhbrücke aufgelegt. Hiermit ist der große oder Wasserfaßraum gestaut.

Bei der Stauung des Lebensmittelraums verfährt man in gleicher Weise, indem man die größten und schwersten Fässer mit Salzfleisch und geistigen Getränken nach unten bringt; und ebenso dafür sorgt, daß diejenigen Lebensmittel, die man zuletzt oder auf der Rückreise gebrauchen will, in die unterste Lage kommen. In die zweite Lage kommen diejenigen Stücke, welche gebraucht werden, wenn man einige Zeit in See ist; die dazu gehörigen Fleisch-, Butter-, Oel-, Wein- oder Branntwein-, Rumm, Mehl- und Gemüse-Fässer werden gewöhnlich besonders bezeichnet. Ganz oben kommen diejenigen Stücke, die man nöthig hat, sobald man unter Segel gegangen. 2

Der Raum für die Kajütenbedürfnisse oder der sogenannte Kapitainsraum ist zwar im Vergleich mit den beiden erstgenannten Haupträumen für die Mannschaft sehr klein, wird aber dennoch eben so sorgfältig, und mit Rücksicht auf die Reihenfolge des Verbrauchs gestaut. 3

Die Pulverkammern werden mit den Pulverfässern angefüllt, welche ein bis zwei Zentner Pulver zu enthalten pflegen, und sich leicht stauen lassen. In die Zwischenräume kommen die Kisten mit den Kardusen oder Geschützpatronen, und die zur Geschützbedienung gehörigen Werkzeuge, die bei der Schlacht in die Batterien gebracht, nachher wieder hieher geborgen werden. 4

Dicht vor dem Wasserfaßraume ist das Kabelgatt, in welchem man die 5

Ankertaue gehörig aufschießt, d. h. in ringförmigen Lagen übereinander legt; drei sind wenigstens immer ganz klar, um an den Ankerring gestochen zu werden; und gewöhnlich unter der Kabelgattsluke ein aus mehreren zusammengesplißtes Tau, um augenblicklich bei sehr großen Tiefen oder starkem Sturme gebraucht zu werden. Dabei sorgt man dafür, daß von zwei gleich schweren Tauen immer eines an Backbord und eines an Steuerbord zu liegen kommt. Die Trossen und Pferdeleinen werden entweder in das sogenannte Auge, d. h. den mittleren leeren Raum der aufgeschossenen Ankertaue, oder zwischen den Tauen gestaut; ebenso das starke Reservetauwerk der Taakelasche. Man läßt aber überall Zwischenräume, um die Kardusen, die sich in der vorderen Pulverkammer unterhalb der Hölle befinden, frei durchtragen zu können. Dieselben werden in Verschlägen aufbewahrt, die mit Blei ausgefüttert sind, und deren Oeffnungen einander 'gegenüberstehen, und einen kleinen Gang, sogenannten Wallgang, zwischen sich haben. Bei völliger Ausrüstung enthalten diese Verschläge an 2000 Kardusen oder ganze Kanonenladungen. In der Hölle selbst über der vorderen Pulverkammer liegt alles kleine Leinenwerk, wie Marlien, Hüsing, Bindsel, Kabelgarn u. dgl., Brennöl, Theer, Unschlitt u. s. w.

6 Oberhalb der eben beschriebenen Stauung zieht sich die Kuhbrücke hin, welche mancherlei Abtheilungen für die einzelnen Handwerker enthält, wie für den Zimmermann, Segelmacher, Faßbinder oder Küfer, Kalfaterer u. s. w.; ebenso den Schlachtverband für die Verwundeten; die Bottlerei, d. h. der Ort, wo die Lebensmittel täglich ausgetheilt werden. Hinten endigt die Kuhbrücke mit den Schotten oder dem Bretterverschlage der Brodkammer, unterhalb welcher die hintere Pulverkammer liegt. Die übrigen Einrichtungen sind theils schon oben (S. 2367) angegeben, theils sind sie auf den verschiedenen Schiffen sehr veränderlich.

7 Wenn man statt des Eisenballasts in ganzen Stücken Kiesel oder Grandballast hat, so gräbt man die unterste Lage der Fässer in ihn ein, damit nicht der Schwerpunkt des Wasserraums zu tief unter den Schwerpunkt des beladenen Schiffes zu liegen kommt, wodurch die Bewegungen des Schlingerns zu heftig werden (vergl. S. 2509).

§. 363. Von der Stauung und dem Ballast der Kauffahrtei- und Transportschiffe.

1 Die Kauffahrteischiffe, und die zum Transport von Kriegsmaterial u. dgl. gebrauchten, haben eine so große Menge verschiedenartiger Ladungsgegenstände einzunehmen, daß sich über die Stauung derselben im Allgemeinen nur wenige Bemerkungen machen lassen. Auch hat beinahe jede Nation und jeder Hafen hergebrachte Eigenthümlichkeiten. Es sei nun ein Schiff zugleich mit Eisen und Blei, Kanonen und Ankern, Wein oder Branntwein, Mehl, Fleisch, Segeltuch und Ballen verschiedener trockener Waaren zu beladen; und man will die vortheilhafteste Stauung derselben finden.

2 Die Kanonen, Mörser und Anker machen die größte Schwierigkeit. Man

kann sie indessen als Ballast ansehen; und legt die Kanonen oder Mörser nach der Länge des Schiffs auf eine Unterlage oder Bettung von Stauholz, und zwischen ihnen die Ankerschafte, und zwar so, daß beide Arme horizontal zu liegen kommen, damit nichts über die Kanonen oder Mörser hervorragt. Unter die Hände und Spitzen legt man Ankerschuhe. Auf diese Art bringt man das Schiff bis zu seiner Ballasttracht oder der Wasserlinie der Ballaststeife. Hierauf ebnet man den ganzen Raum mit Holz, Kugeln, Blei, Bomben oder Roheisen.

Ueber diese erste Lage staut man mit der vorher angegebenen Sorgfalt die Wein- und Branntweinfässer, und in die leeren Räume die Fleischtonnen und andren kleinen Fässer, so daß sie nicht zu stark von den darüber liegenden Waaren gepreßt werden. Hierauf kommen die übrigen Fleischfässer, auf diese die Mehlfässer. Der hintere Theil des Raumes bleibt für die Waaren und Ballen und für das Segeltuch, überhaupt für alle die Bestandtheile der Ladung, welche trocken liegen bleiben müssen. Die besonders sorgfältig zu haltenden Waaren kommen zwischen Deck.

3 Hat ein Schiff nur Blei oder rohes Eisen zu laden, so macht man im Raume eine Unterlage aus Stauholz von drei Fuß Höhe, und staut darauf eine Quantität Eisen, doch so, daß in der Mitte ein Theil des Raumes mit Holz ausgefüllt wird, damit sich die schweren Lasten zu beiden Seiten der Längenaxe, welche zugleich die Drehungsaxe beim Schlingern ist, das Gegengewicht halten, und die Bewegungen sanfter machen können. Zwischen die einzelnen Eisenmassen bringt man auch viel Stauholz, wodurch die schweren Lasten weniger massenhaft und desto höher hinauf gebracht werden, und der Schwerpunkt des Wasserraumes dem Schwerpunkt des ganzen Schiffs näher kommt.

Zuweilen wechselt man mit den Lagen ab; zu unterst kommt eine Lage Holz; darüber eine Lage Eisen oder Blei; darüber eine Lage Holz, dann wieder Eisen u. s. f.

4 Soll ein Schiff Wolle laden, so nimmt es seinen Ballast in Eisen, wodurch es mehr Raum für die Wolle behält, als wenn es Steine oder Kiesel nähme. Die Ballen selbst werden vorher möglichst stark zusammengepreßt.

5 Die Ostindienfahrer, welche oft in den verschiedenen Häfen des Indischen und Chinesischen Meeres die verschiedensten Waaren einnehmen, wie Porzellan, Thee, Seidenzeuge, Pfeffer und andere Gewürze, feine Mousseline, Baumwolle, Kaffee u. s. w., haben eine größere Sorgfalt nöthig.

Man beginnt mit einer Lage Ballast, und macht darüber eine Unterlage von zwei bis zwei und einen halben Fuß hoch, um die Waaren vor dem Wasser sicher zu haben, das sich in den Nüstergatten längs dem Kiele ansammelt und nach den Pumpen läuft. Die festen und dauerhaften Porzellankisten werden in den Ballast eingegraben, so daß sie einen Theil desselben ausmachen. Darauf wird rund um den ganzen Raum eine etwa einen Fuß starke Garnierung von solchem Holz gemacht, das einen Theil der Ladung ausmacht, z. B. von Sandelholz; damit das an den Seiten des Schiffes hereindringende und hinabsickernde Wasser nicht an die Waaren kommen kann. Ueber die ganze Garnie-

rung nagelt man einen Ueberzug oder eine Bekleidung von Segeltuch. Hierauf bringt man die Theekisten hinein. Man legt Bretter auf ihre obere Seite, und läßt auf diese heftige Schläge oder Stöße von großen Lasten fallen, so daß die Kisten ein vollkommen gleiches Niveau bilden. Ebenso werden die Endseiten in eine Ebene gebracht. Die Zwischenräume werden mit halben und Viertel-Kisten ausgefüllt.

Wo kostbare Waarenballen vor allen Insekten geschützt werden müssen, gräbt man ihre Lagen in Pfeffer ein, wodurch zugleich jeder Zwischenraum für die Ladung, nämlich den Pfeffer benutzt wird. Für die bei dieser Stauung beschäftigte Mannschaft ist freilich der Pfefferstaub sehr beschwerlich und Brustangreifend.

Die Kaffeesäcke oder Ballen werden nicht mit Pfeffer festgestaut, weil dies dem Geschmacke schaden würde.

6 Wenn ein Schiff die ganze Ladung in Getreide hat, so ist dieses entweder in Säcken, die sich sehr leicht stauen lassen; oder es ist looses Getreide. In letzterem Falle zieht man der Länge nach Schotten oder Bretterwände durch den Raum, damit das Getreide nicht bei heftigem Schlingern nach einer Seite überschießt, was den Untergang des Schiffes herbeiführen kann. Sind mehrere Getreidearten loose zu laden, so macht man auch der Quere nach Schotten, um sie von einander gesondert zu erhalten. Beim loosen Getreide, wie bei dem in Säcken, wird der Raum mit Matten oder mit Segeltuch bekleidet. Der Ballast kommt wieder ganz zu unterst; es bedarf aber dessen beim Getreide weniger, weil dieses an sich ziemlich schwer ist.

§. 364. Von einigen Fehlern der gewöhnlichen Stauung, und von deren Verbesserung.

1 Bei Kriegsschiffen ist es ein bemerkbarer Fehler, daß die einzelnen Theile der Stauung nicht auf See von einer Stelle zur andern gebracht werden können; obgleich der Verbrauch der Lebensmittel und der Munition das anfängliche Gleichgewicht des Vor- und Achterschiffs bedeutend stören kann; es kann z. B. ein Linienschiff in einem vierstündigen Gefecht 30 bis 40 Tonnen Munition verbrauchen. Außer der Störung des Gleichgewichts hebt sich auch das Schiff und verliert dadurch einen Theil seiner Geschwindigkeit, so wie die Fähigkeit viel Segel zu führen, und sich gut steuern zu lassen.

Die Kauffahrteischiffe sind diesem Fehler des Zuleichtwerdens bei weitem weniger ausgesetzt; weil der Verbrauch der Lebensmittel wegen der weniger zahlreichen Mannschaft im Verhältniß zur Größe des Schiffsgebäudes weit unbedeutender bleibt. Das Gleichgewicht kann aber auch bei ihnen bemerklich genug gestört werden.

2 Bei Kriegsschiffen ebensowohl wie bei Kauffahrteischiffen ist es ein Fehler, daß der Ballast ebensowohl vor als hinter der durch den Schwerpunkt gehenden Ebene gestaut wird. Da nun Vor- und Achterschiff wegen ihrer scharfen Gestalt lange nicht soviel wie das Mittelschiff vom Wasser unterstützt werden:

so dient jene Ballaststauung nur dazu, die Kielgebrechlichkeit des Schiffes zu vermehren, und die Bewegungen des Schlingerns heftiger zu machen.

Dem allmäligen Emporsteigen des Schiffes beim fortschreitenden Verbrauche der Munition und Lebensmittel läßt sich dadurch abhelfen, daß man eine Partie Packfässer mitnimmt, d. h. völlig zubereitete Dauben, Bodenstücke und Bänder, die aber noch nicht zusammengesetzt sind. Solche bedürfen wenig Raum zur Aufbewahrung, und können anfänglich einen Theil der obersten Holzlage ausmachen. Wie bald nun der Verbrauch von süßem Wasser und Lebensmitteln bemerkbar wird, und das Schiff seine vortheilhafte Wasserlinie verläßt, und dabei vielleicht noch achter- oder vorlastig wird: so läßt man die Packfässer zusammensetzen, mit Seewasser füllen, und an die passenden Stellen bringen, wo Brennholz und Kohlen verbraucht sind; ebenso läßt man auch die andern Fässer, welche vom süßen Wasser oder vom Salzfleisch leer geworden sind, mit Seewasser füllen. Je kleiner jene Packfässer sind, um desto leichter lassen sie sich an die Stellen bringen, die durch den Verbrauch der Fässer frei geworden sind. 3

Man kann auch auf der Kuhbrücke an jeder Seite der Pumpe etwa 10 Tonnen mit Bleistücken jedes von 60 Pfunden bereit halten. Von diesen trägt man je nach Bedürfniß und Gutdünken mehr oder weniger nach vorn und nach hinten, und beobachtet dabei im Vergleich mit andern Schiffen, bei welchen Quantitäten und Distanzen, die man abmißt, das Schiff an Geschwindigkeit gewinnt oder verliert. 4

Ehe man aus dem Hafen geht, aber nachdem das Schiff völlig ausgerüstet und bereit ist in See zu gehen, läßt man die 20 Tonnen Blei etwa 10 Fuß vor die Mitte des Schiffs bringen, und sieht, um wie viel das Schiff dadurch vorne niedergedrückt wird; darauf macht man denselben Versuch von 10 zu 10 Fuß weiter, und zeichnet überall die zum Vorschein gekommenen Wasserlinien auf. Alsdann kann man sich dieser Beobachtungen auf See bedienen, indem man nach dem jedesmaligen Bedürfniß die nöthigen Veränderungen der Lage des Schiffs hervorzubringen weiß. Dasselbe thut man auch mit dem Achterschiffe, indem man die Lasten von 10 zu 10 Fuß hinter die Mitte bringt, und die hervorkommenden Wasserlinien bemerkt.

Die Kriegsschiffe haben übrigens wegen der Stellung der Geschütze ihren Schwerpunkt verhältnißmäßig sehr hoch. Man muß deshalb auf See die Bleistücke dann in das Kabelgatt und in die Hölle, und hinten in die Bottlerei und in die Piek bringen lassen.

Diese Verbesserungen der Wasserlinien und die Erhöhungen der Geschwindigkeit sind besonders wichtig, wenn ein Kriegsschiff Jagd macht, oder von einem stärkern Feinde gejagt wird.

In dem Falle einer forcirten Jagd führt ein Schiff soviel Segel als möglich; kommt dabei der Wind von der Seite, so krängt das Schiff sehr stark, d. h. es neigt sich stark auf die Seite. Ist der Neigungswinkel größer als 10°, so hört der Dienst der Kanonen auf. Ist die Krängung oder Neigung also stärker, so kann man die Bleitonnen, die auf der Leeseite stehen nach der Luv-

seite bringen lassen, um der niederdrückenden Gewalt der Segel ein Gegengewicht zu geben, das sich sogleich wieder an seine vorige Stelle bringen läßt, wenn der Segeldruck aufgehört hat. Je weniger ein Schiff geneigt bleibt, desto regelmäßiger und schneller bleibt sein Lauf.

5 Auf den Kauffahrteischiffen, welche vollgeladen sind, kann man auf dem Zwischendecke längs seiner Mittellinie 10 solcher Bleitonnen aufstellen, um sich ihrer nach den Umständen zu demselben Zwecke zu bedienen. Es versteht sich von selbst, daß man diese Tonnen durch Schotten und Klampen gehörig befestigen muß, damit sie nicht bei heftigem Schlingern auf die Leeseite stürzen.

6 Linienschiffe, Fregatten und Kaper, welche nur mit einer vollständigen Ausrüstung für drei oder vier Monate auf einen Kreuzzug gehen, haben natürlich mehr Raum als die andern; es wird ihnen daher auch leichter, die gehörigen Wasserlinien zu behaupten. Dennoch ist es auch für sie von Wichtigkeit, sich der angegebenen Verbesserung der Wasserlinien zu bedienen.

7 Bei der Stauung muß man es als einen vielfach erprobten Grundsatz annehmen, daß die Heftigkeit des Schlingerns und Stampfens nicht allein von der Form des Schiffes, sondern auch noch, und zwar in größerem Maaße von der mehr oder weniger vortheilhaften Vertheilung der schweren Theile der Ladung herkommt. Wenn eine See oder Welle das Schiff an der Windviering, d. h. zwischen der großen Rüste und dem Heck trifft, und dasselbe eine schnelle Fahrt hat: so ist der Stoß der Welle ohne alle Gefahr; indem ihm das Schiff zum Theil entflieht; ist aber der Wellengang schneller als der anfängliche Gang des Schiffes, so kann man durch eine Vermehrung der Segelfläche die Geschwindigkeit beschleunigen.

Kommt dagegen die Woge von vorne, so wird der Stoß der Wassermasse gegen das Vorschiff zweimal vergrößert: das eine Mal durch das Quadrat der Geschwindigkeit der Welle; das andere Mal durch das Quadrat der Geschwindigkeit des Schiffs; die Totalwirkung geschieht also im zusammengesetzten Verhältnisse der Summe des Quadrats der Wellengeschwindigkeit und des Quadrats der Schiffsgeschwindigkeit. Trifft die Welle von hinten auf das entfliehende Schiff, so ist auch der Wasserwiderstand gegen das Vorschiff geringer; er steht nämlich im einfachen Verhältnisse des Quadrats der Schiffsgeschwindigkeit, weniger dem Quadrat des Ueberschusses der Wellengeschwindigkeit über die Schiffsgeschwindigkeit (vergl. S. 2224 bis 2239).

8 Wenn ein Schiff mit einer gewissen Geschwindigkeit den kurzen Wellen entgegenläuft, so wird es nicht allein von einem Stoße getroffen, welcher durch den Inhalt der Welle multiplizirt mit der Summe der Quadrate beider Geschwindigkeiten ausgedrückt wird; sondern es wird auch, indem es die Welle zertheilt und durch sie hindurch geht, von derselben emporgehoben, indem sie ihm eine Wassersäule entgegengestellt, welche größeres Gewicht hat, als das Vorschiff. Wenn diese Welle gegen die Mitte des Schiffs vorgeschritten ist, und das Vorschiff aus seiner Erhebung niedersinkt, fängt es die zweite Welle auf, und wenn die erste am Achterrande, die zweite in der Mitte ist, so fängt die dritte Welle das sinkende Vorschiff auf. Diese Bewegung folgt also unauf-

hörlich aufeinander, so lange das Meer Wellen schlägt; so oft die Welle darunter hinweg ist, fällt das Vorschiff nieder, und dieser Fall wird um so sanfter sein, je weniger das Vorschiff beladen ist; weil ferner der Schwerpunkt des Schiffes nahe an der Mitte liegt, so bildet auch das Achterschiff ein bedeutendes Gegengewicht, und hilft mit dazu, die Bewegung sanfter zu machen; die Bemastung leidet viel weniger, und die Fahrt wird viel weniger aufgehalten, indem der vollste Theil des Vorschiffs dem Wasserstoße nur wenig ausgesetzt ist.

9 Wird ein Schiff von einer langen Welle getragen, so sinkt es noch weniger tief, wenn es vorne wenig beladen ist, und zwar erst dann, wenn es vom Achter- und Mittelschiff nicht mehr im Gleichgewicht gehalten wird. Es erhebt sich dann auch mit geringerer Heftigkeit, wenn die zweite Welle kommt, und erleidet also auch keine heftige Erschütterung. Ist aber das Vorschiff schwer beladen, so fällt es viel tiefer zwischen die beiden Wellen hinein, und die nächstfolgende Woge steht höher als das Vorschiff; demnach geht der obere Theil derselben über das Schiff hin, weil der untere Theil nicht Auftrieb genug für das schwere Vorschiff hat, dessen Gewicht noch durch die Heftigkeit des Niedersinkens verstärkt wird. Indem das Schiff oberhalb seiner Wasserlinie plötzlich in seinem Falle gehemmt wird, erleidet es vorne eine heftige Erschütterung, welche die ganze Bemastung schnell nach vorne neigt. Während des Falles nämlich hatte dieselbe eine Neigung nach hinten, um die ihrer Schwere natürliche senkrechte Stellung zu behaupten. Der Stoß hält plötzlich diese Neigung auf; gleich nachher folgt eine Hebung des Vorschiffs, welche die Bemastung selbst rasch nach vorne neigt. Diese von 2 zu 2 oder von 3 zu 3 Minuten wiederholten heftigen Stöße, welche zuweilen 24 volle Stunden anhalten, müssen endlich unvermeidlich die Bemastung brechen. Das Wasser, welches außerdem höher steht als das Vorschiff, bedeckt dasselbe, belastet es noch mehr, und macht es daher tiefer einsinken; hiedurch hat der unterste Theil der Woge die Gelegenheit, durch die Geschützpforten der zweiten Batterie einzudringen. Die oben über Deck stürzende, und die unten eingedrungene Wassermasse lassen das Schiff noch weniger wieder emporsteigen: die nächste Welle kann es daher noch mehr anfüllen; so kann die häufige Wiederholung dieses Eindringens den völligen Untergang des Schiffes herbeiführen.

10 Man sieht aus allen diesen Bemerkungen, wie sehr man es vermeiden muß, das Vorschiff schwer zu beladen; und wie sehr es andrerseits nöthig ist, beweglichen Ballast in Bleitonnen, oder sonst beweglichen Gefäßen, z. B. in Kasten mit Rädern, auf dem Zwischendeck oder der Kuhbrücke bereit zu halten, und zwar im Verhältniß der Größe des Schiffs mehr oder weniger solchen beweglichen Ballasts.

11 Wenn unter der ganzen Ballastmasse ein verhältnißmäßig großer Theil aus Steinen oder Kieseln besteht, so kann man zuerst den Eisenballast über die ganze Flur verstauen, ohne Zwischenräume zwischen den einzelnen Stücken zu lassen. Darauf macht man eine kleine Bettung oder Unterlage von Stauhölzern, staut auf derselben die erste Lage oder Horizontalschichte der Ladung, und setzt sie mit den Steinen und dem Kiese fest; Holz gebraucht man bei dieser

Lage nur da, wo es zum Eben- und Festmachen nothwendig ist. Diese Stauung hat dieselbe Wirkung, als wenn der Ballast ganz aus Eisen bestünde, und auf die vorher angegebene Weise angeordnet würde, indem die Steine ziemlich hoch zu liegen kommen, und keinen Raum verlieren machen.

12 Besteht der ganze Ballast aus Kies, so legt man zuerst davon nur einen Fuß hoch auf die Flur, und gräbt dann die erste und zweite, und selbst auch die dritte Lage der Ladung in den übrigen Kieselballast ein; doch so, daß man unter allen Umständen nicht zu weit nach vorne und hinten schwere Lasten bringt.

13 Für die Stauung im Allgemeinen hat man folgende Regel zu befolgen. Man theilt sich das ganze Schiff von vorne bis hinten in eine gewisse Anzahl von vertikalen Abschnitten, und sorgt alsdann dafür, daß jeder derselben, sein eigenes Gewicht zusammengefaßt mit dem Gewicht alles dessen, was er als Ladung enthält, nicht schwerer sei, als sein Wasserraum, d. h. als die Wassermasse, die in seinem körperlichen Volumen enthalten sein könnte. Auf solche Art wird das Schiff in allen seinen Theilen eine angemessene Unterstützung für seine Ladung und sein Gewicht finden. Nur die beiden äußersten Enden, das Vorschiff und das Achterschiff, müssen an eigenem und Ladungsgewicht weniger enthalten, als ihr Wasserraum oder ihr mit Wasser angefüllter Wasserraum wiegen würde. Indem auf solche Art diese beiden Theile wegen ihres Zusammenhanges mit dem Mittelschiffe tiefer in das Wasser eingetaucht werden, als sie für sich allein sinken würden: so erhalten sie durch den stärkern Auftrieb des Wassers eine solche Unterstützung, daß dadurch die allgemeine Neigung des Schiffsgebäudes zur Brechung oder nach oben hin gehenden Beugung des Kiels, wenn auch nicht ganz aufgehoben, doch sehr verringert wird. Ferner werden dadurch beide Theile zur Verminderung des Stampfens beitragen, indem sie die immerwährende Neigung behalten, sich zu erheben. Durch das sanftere Stampfen wird aber auch die Fahrt oder Geschwindigkeit viel weniger aufgehalten. Bei Kriegsschiffen, welche immer einen großen Theil ihres Raumes leer behalten, läßt sich die angegebene Regel sehr leicht befolgen.

§. 365. Von den verschiedenen Einflüssen der Vor- und Achterlastigkeit.

1 Angenommen, ein Schiff habe bei richtiger Stauung die möglichst günstige Wasserlinie, so muß es diese verlieren, sobald es vorlastig gemacht wird. Die neue Wasserlinie wird vorne breiter sein, weil das Vorschiff weiter nach oben hin bauchiger ist; dadurch wird theils der Widerstand des Wassers gegen das vordringende Vorschiff, theils auch der Wasserraum oder die Masse des verdrängten Wassers vermehrt. Beides verringert die Geschwindigkeit bei gleichem Stoße des Windes. Macht man dagegen das Schiff achterlastig, so wird die neue Wasserlinie hinten breiter als die günstigste es war, weil das Achterschiff sich nach oben zu erweitert; dadurch vermehrt sich der Wasserraum des Achterschiffes; zugleich wird das Vordertheil der neuen Was-

serlinie schmäler, also auch der Widerstand des Wassers gegen das Vorschiff kleiner, mithin die Geschwindigkeit größer bei gleichem Stoße des Windes. Dieser Gewinn kann aber wieder dadurch verloren gehen, daß die achterlastige Lage des Schiffes dem Wasser mehr von dem Schiffsboden entgegenstellt, als bei gleichlastiger Lage; nämlich der Achtertheil desselben, welcher bei horizontaler Richtung der Kiellänge ganz hinter dem Boden des Hauptspants verdeckt lag, also dem Wasser keinen Widerstand leistete, kommt jetzt durch die nach hinten geneigte Lage des Kiels tiefer als der unterste Bogen des Hauptspants zu liegen, und leistet also auch dem von vorne her andringenden Wasser einen Widerstand, welcher je nach der Gestalt des Schiffsbodens eben so groß oder noch größer werden kann, als der Theil des Widerstandes gegen das Vorschiff, um welchen dieser durch das Schmälerwerden der Wasserlinie nach vorne hin verringert wird. Es bleibt daher von der Achterlastigkeit nur der sichere Vortheil übrig, daß die Wirkung des Wassers auf das Steuerruder etwas vergrößert wird, weshalb man sie auch die Steuerlastigkeit nennt (vergl. S. 2171).

2 Ein andrer wichtiger Einfluß der Vor- und Achterlastigkeit liegt in der Veränderung des Verhältnisses zwischen dem richtigen Segelpunkte (Point vélique) und dem Mittelpunkte der Segelkraft (Centre d'effort des voiles). Die theoretischen Bestimmungen dieses Verhältnisses sind oben (S. 2292 bis 2311) mit der Ausführlichkeit dargestellt worden, welche dieser wichtige Punkt der Schifferkunde erfordert. Hier ist also nur noch folgende allgemeine Bemerkung hinzuzufügen. Ist das Schiff vorlastig, so erhebt sich der richtige Segelpunkt, weil das tiefer eingetauchte Vorschiff sich dem Wasser in geraderer Richtung entgegensetzt, während der Mittelpunkt der Segelkraft in derselben Höhe bleibt; ist also die Bemastung nicht mit der in den angeführten Bestimmungen nachgewiesenen Genauigkeit eingerichtet, so wird das Schiff nicht mehr genug Segel gegen den vermehrten Wasserwiderstand haben; während auch der Schwerpunkt des Schiffes ein wenig nach vorne gerückt ist. Hieraus ergiebt sich auch eine größere Gewalt des Windes auf die Achtersegel, also auch eine größere Luvgierigkeit des Schiffs; während das ein wenig aus dem Wasser emporgehobene Steuerruder eine geringere Wirksamkeit bekommt. Es muß also beinahe fortwährend die Ruderpinne oder der Helm an der Luvseite gehalten werden; dadurch stellt sich immer ein großer Theil der Ruderfläche dem andringenden Wasser entgegen, und vermindert die Geschwindigkeit.

3 Ist das Schiff achterlastig, so sind die Folgen natürlich entgegengesetzt. Der Segelpunkt kommt niedriger zu liegen, weil das Vorschiff sich aus dem Wasser hebt, und dem Wasser schräger entgegensetzt, und der Schwerpunkt des Schiffes ein wenig nach hinten rückt, so daß der Mittelpunkt der Segelkraft über dem Segelpunkte liegt. Das Schiff hat alsdann zu viel Segel, neigt sich leicht auf die Seite, und vermindert natürlich seine zur Zertheilung des Wassers günstige Lage. Zugleich erhalten die Vorsegel mehr Gewalt, da sie weiter vom Schwerpunkte entfernt sind, sich also ihr Moment vergrößert. Das Schiff wird also lafwindig, d. h. es bekommt eine Neigung vom Winde

abzufallen. Man muß also stets das Ruder und die Achtersegel gebrauchen, um es anluven zu machen, und dies verringert natürlich die Geschwindigkeit.

4 Bei großen Schiffen werden indessen die angeführten Nachtheile erst dann bemerkbar, wann die neue oder falsche Wasserlinie sich mehr als sechs Zoll über die günstigste erhebt. Befindet sich dagegen die neue unterhalb der richtigen, so werden die guten Eigenschaften des Schiffes in den mehrsten Fällen unmerklich verringert. Aus allem Angeführten ergiebt sich aber mit Gewißheit, daß es nur eine einzige Wasserlinie für jedes Schiff giebt, welche seiner Geschwindigkeit am vortheilhaftesten ist. Diese Linie muß durch die Rechnung bestimmt und für die Stauung bekannt sein, um sie dem beladenen Schiffe unter allen Umständen so viel als möglich zu erhalten. Sie muß auch von dem Baumeister berechnet sein, ehe das Gebäude auf dem Stapel begonnen wird; denn nach ihr muß die Höhe und Stellung der Bemastung bestimmt werden; damit der Mittelpunkt der Segelkraft mit dem Segelpunkte zusammenfällt, wenn das Schiff beladen ist; nur dann hat das Schiff seine volle Geschwindigkeit, läßt sich gut steuern, und trägt seine Segel auch bei dem Winde mit Vortheil. Ein Kriegsschiff gilt übrigens für beladen, wenn es segelfertig zur Schlacht ist; und ein Kauffahrteischiff, wenn es seine vollständige Ladung am Bord hat.

5 Ist indessen die Bemastung eines Schiffes zu hoch, so daß der Mittelpunkt seiner Segelkraft für gewöhnlich über dem richtigen Segelpunkte liegt, dann freilich muß man ihm einige Vorlastigkeit geben, um den Mittelpunkt der Segelkraft etwas niedriger zu bringen. Mit beweglichem Ballast (vergl. S. 2517 Nr. 4) kann man alsdann immer die der Geschwindigkeit vortheilhafteste Wasserlinie finden, die bei der einmal fehlerhaften Bemastung möglich bleibt (vergl. S. 2304 Nr. 6).

§. 366. Von der bei der Stauung vorkommenden Körpermessung.

1 Die mehrsten Bestandtheile einer Ladung werden entweder eine parallepipedische Gestalt haben, wie die Kisten und Ballen, oder eine cylindrische, wie die Fässer. Die Volumenberechnung beider Gestalten ist schon oben bei der Ausmessung des Bauholzes, S. 2447 bis 2454 gezeigt worden. Es sind hier also nur noch einige Bemerkungen über das Gewicht, und einige zulässige Abkürzungsweisen hinzuzufügen.

2 Das spezifische Gewicht der verschiedenen Massen pflegt mehrentheils in Vergleich mit destillirtem Regenwasser angegeben zu sein, wie Bd. II, Tafel XLII, (S. 304) für die verschiedenen Materien, und Tafel CXII bis CXVII (S. 469 bis 471) für die verschiedenen zur Bemastung gebrauchten Holzarten. Regenwasser nimmt man gewöhnlich den Kubikfuß zu 70 Pariser Pfund an, während Seewasser im Durchschnitt 71½ Pariser Pfund wiegt; die letztere Zahl ist indessen wandelbar, weil in den verschiedenen Gegenden der Erde das Meer bald mehr bald weniger Salztheile enthält (vrgl. Bd. I, S. 81). Soll nun das

absolute Gewicht eines Körpers gefunden werden, von welchem das Volumen und das spezifische Gewicht in Vergleich mit dem Regenwasser gegeben ist: so multiplizirt man das Volumen mit 70, alsdann hat man die Zahl von Pariser Pfunden, welche ein gleiches Volumen Regenwasser wiegt; dies Produkt multiplizirt man mit der spezifischen Verhältnißzahl und erhält das Gewicht des gegebenen Körpers.

Beispiel.

Man verlangt das absolute Gewicht von 5 Kubikfuß Deutsches Blei.

Nach Tafel XLII, Bd. III, S. 304 hat man für Deutsches Blei die Gewichtsverhältnißzahl 11,3; dies multiplizirt mit 5 mal 70, oder mit 350 giebt das gesuchte Totalgewicht = 3955 Pfund.

Bei der Berechnung des Volumens eines Parallelepipeds, z. B. einer Planke oder eines Balkens, sind gewöhnlich zwei Dimensionen in Zollen und die dritte in Fußen gegeben. 3

Man kann alsdann die drei Dimensionenzahlen mit einander multipliziren, als wären sie sämmtlich von einerlei Werth; das Produkt muß man aber noch mit 144 dividiren, d. h. mit dem Quadratzollinhalt eines Quadratfußes; alsdann enthält der Quotient die verlangte Zahl von Kubikfußen.

Es sei z. B. die Länge eines Balkens 38 Fuß, seine Breite 11 Zoll und seine Dicke 9 Zoll; man verlangt den kubischen Inhalt desselben.

$38 \cdot 11 = 418$; und $418 \cdot 9 = 3762$; in diesem Produkt wären lauter Kubikfuß enthalten, wenn 11 und 9 auch Fuße gewesen wären; da es aber nur Zolle waren, so hätten die Multiplikationen eigentlich mit $^{11}/_{12}$ und $^{9}/_{12}$ gemacht werden müssen. Da also das Produkt um $12 \cdot 12 = 144$ zu groß ist, so muß es durch 144 dividirt werden, um Kubikfuß zu ergeben; es ist also der gesuchte Inhalt = 26,125 Kubikfuß, oder 26 Kubikfuß 216 Kubikzoll.

Noch sicherer wird man in solchen Fällen thun, die in Zollen gegebenen Dimensionen in Dezimalen des Fußes zu verwandeln, und zwar bei diesem Beispiele in Dezimalen des Quadratfußes, und damit die Fußzahl zu multipliziren. $^{9}/_{12} \cdot {}^{11}/_{12} = {}^{99}/_{144} = 0{,}6875$ Quadratfuß; 38 Längenfuß mit 0,6875 Quadratfuß multiplizirt giebt 26,125 Kubikfuß. Will man die Dezimalen des Kubikfußes in Kubikzoll verwandeln, so multiplizirt man 1728 mit 0,125; dies giebt 216 Kubikzoll. Es hat nämlich ein Kubikfuß 1728 Kubikzoll; man hat also die Proportion $1 : 0{,}125 = 1728 : x$; oder $x = 216$.

Ist der eben berechnete Balken von Eichenholz, so hat man, da das spezifische Gewicht desselben nach Tafel XLII = 0,845 ist, das Gewicht des Balkens $= 26{,}125 \times 70 \times 0{,}845 = 1545{,}3$ Pariser Pfund.

Bei dem Berechnen der Cylinder ist die Kreisfläche $= r^2\pi$ (vrgl. S. 735). Nimmt man 1 zum Diameter, so ist $r = \frac{1}{2}$, und $r^2 = \frac{1}{4}$. Da nun $\pi = 3{,}14$ so ist der Flächeninhalt des Kreises, dessen Diameter 1 ist = 0,785. Bildet man sich die Quadratfläche des Diameters, so ist sie = 1 Quadratmaaß. Es verhält sich also das Quadrat des Diameters zum Flächeninhalte des Kreises wie 1 : 0,785. Drückt man dieses Verhältniß durch ganze Zahlen aus, so hat 4

man Quadrat des Diameters zur Kreisfläche wie 14 : 11. Ist also der Durchmesser eines gegebenen Cylinders = d, und die gesuchte Kreisfläche = F, so hat man:

$$14 : 11 = d^2 : F; \text{ also } F = \frac{11 \cdot d^2}{14}$$

Man hat den Flächeninhalt F noch mit der Länge des gegebenen Cylinders zu multipliziren. War der Diameter in Zollen gegeben, die Länge aber in Fußen, so hat man das Produkt wieder durch 144 zu dividiren, um Kubikfuße zu erhalten, wenn man es nicht vorzieht, die Kreisfläche in Dezimaltheile des Quadratfußes zu verwandeln.

Beispiel.

Es sei ein oben und unten gleich starker hölzerner Cylinder von Eschenholz gegeben, dessen Diameter = 10 Zoll, und dessen Länge = 26 Fuß ist.

Die Kreisfläche ist = 1100 : 14 = 78,57 Quadratzoll; dies multiplizirt mit 26 giebt 2042,82; dies dividirt durch 144 giebt den gesuchten kubischen Inhalt = 14,19 Kubikfuß = 14 Kubikfuß 328 Kubikzoll.

Oder die Kreisfläche ist = 78,57 dividirt durch 144 = 0,5458 Quadratfuß; dies multiplizirt mit 26 Längenfuß giebt den Inhalt = 14,19 Kubikfuß. Nach Tafel XLII ist das spezifische Gewicht des Eschenholzes = 0,845; daher hat man das Gewicht des Cylinders = 14,19 × 70 × 0,845 = 839,34 Pariser Pfund.

5 Wenn ein Baum oder dergleichen keinen gleichen Diameter an beiden Enden hat, sondern eigentlich ein abgestumpfter Kegel ist, so hat man erst den mittleren Durchmesser aufzufinden, wie oben (S. 2448) gezeigt worden. Man hat indessen noch eine andere praktische Regel: man addirt die Quadrate des größten und kleinsten Diameters; zu dieser Summe addirt man weiter das Produkt der beiden Diameter. Diese zweite Summe S macht man zum dritten Gliede folgender Proportion:

$$14 : 11 = S : x; \text{ also } x = \frac{11 \cdot S}{14}$$

Das gefundene x multiplizirt man mit $1/3$ der Länge des gegebenen Masts; das Produkt ist der kubische Inhalt desselben.

Um diese Regel allgemein auszudrücken, sei D der größere, d der kleinere Diameter, L die Länge des zu berechnenden Masts, K der körperliche Inhalt; alsdann hat man aus obiger Regel folgende Formel:

$$\text{A)} \quad K = \frac{11 \cdot S \cdot L}{3 \cdot 14} = \frac{11 \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d) \cdot L}{42}$$

Diese Regel erklärt sich ganz aus der Berechnungsweise einer abgestumpften Pyramide (S. 1851 Nr. 17 und S. 1852 Nr. 18). Dort ist gefunden worden, daß der körperliche Inhalt einer abgestumpften Pyramide gleich der Summe dreier Pyramiden ist, welche sämmtlich dieselbe Höhe, wie die abgestumpfte Pyramide haben, d. h. hier die Länge des zu messenden Holzes,

oder L; von der Höhe wird bei den Pyramidenberechnungen immer nur ein Drittel genommen, wie an der angeführten Stelle gezeigt worden.

Die drei Pyramiden haben aber ungleiche Grundflächen; die eine hat die größere Grundfläche der abgestumpften Pyramide zu der ihrigen, also hier D^2; die zweite hat die obere kleinere Fläche der abgestumpften Pyramide zur Grundfläche, also hier d^2; und die dritte hat eine mittlere geometrische Proportionalgröße zwischen den beiden genannten zur Grundfläche; setzt man nun:

$$D^2 : x = x : d^2; \text{ also } x^2 = D^2 \cdot d^2; \; x = \sqrt{D^2 \cdot d^2} = D \cdot d.$$

Die Grundfläche jener dritten Pyramide ist also = Dd. Die ganze abgestumpfte Pyramide ist also wenn sie mit P bezeichnet wird:

$$P = \frac{1}{3} \cdot L \cdot (D^2 + d^2 + D \cdot d).$$

Diese abgestumpfte Pyramide ist aber größer als der auszumessende abgestumpfte Kegel, bei welchem die in Betracht kommenden Grundflächen nicht die Quadrate der betreffenden Diameter, sondern nur die Kreisflächen sind. Es verhält sich aber, wie vorher (S. 2524 Nr. 4) gezeigt, das Quadrat des Diameters zur Kreisfläche wie 14 : 11. Man hat also, wenn P die abgestumpfte Pyramide, K den körperlichen Inhalt des hier zu berechnenden abgestumpften Kegels bedeutet:

$$P : K = 14 : 11; \text{ also } K = \frac{11 \cdot P}{14}$$

Setzt man jetzt statt P den eben gefundenen Werth, so erhält man die obige Gleichung bei A.

Bei den wirklichen Berechnungen wird man wieder häufig einige Dimensionen in Zollen angegeben finden; sind es deren zwei, so muß das Produkt wieder mit 144 (vergl. S. 2523 Nr. 3) dividirt werden.

Beispiel.

Es sei ein Mast 60 Fuß lang; der Durchmesser des dicken Endes sei 28 Zoll; der des dünneren Endes 16 Zoll; man verlangt den kubischen Inhalt.

Der größere Diameter 28 zum Quadrat erhoben . .	=	784	□ Zoll.
Der kleinere Diameter 16	=	256	„
Beide multiplizirt, oder 28 mal 16	=	448	„
Summa	=	1488	„

$^{11}/_{14} = 0{,}786$; die Länge 60 dividirt durch 3 = 20;
$20 \times 0{,}786 = 15{,}72$; daher multiplizirt mit 15,72

Produkt = 23391,36

Weil zwei Dimensionen in Zollen angegeben sind, so muß das Produkt mit 144 dividirt werden; alsdann ergiebt sich der gesuchte körperliche Inhalt = 162,44 Kubikfuß oder 162 Kubikfuß 760 Kubikzoll.

Ist nun der gemessene Mast eine Riga-Fichte, deren spezifisches Gewicht

nach Bd. III, Tafel CXIII, S. 469 im Vergleich mit Regenwasser = 0,664 beträgt, so hat man den gefundenen kubischen Inhalt mit 70 × 0,664 = 46,48 zu multipliziren; alsdann ist sein Gewicht = 7550,2 Pariser Pfund.

6 Man kann aber auch jeden abgestumpften Kegel nach der Formel I auf S. 1886 berechnen, nämlich:

$$K = \frac{\pi}{3} \cdot L \cdot (R^2 + r \cdot R + r^2)$$

wo L die Länge, oder die in der angeführten Stelle mit c bezeichnete Höhe des abgestumpften Kegels, R den Radius der größeren, r den Radius der kleineren Kreisfläche bezeichnet. Nimmt man den eben berechneten Mast, so hat man:

$$\frac{\pi}{3} = 1{,}05;\ R^2 = 14^2 = 196;\ r^2 = 8^2 = 64;\ r \cdot R = 14 \cdot 8 = 112;$$

verwandelt man die Länge 60 Fuß in Zoll, so hat man L = 720, demnach:

$$K = 1{,}05 \times 720 \times 372 = 281232 \text{ Kubikzoll.}$$

Dies dividirt durch 1728 giebt K = 162,7 Kubikfuß.

7 Die Berechnung des kubischen Inhalts eines Fasses kann mit mancherlei verschiedenen Graden der Genauigkeit geschehen. Eine häufig angewandte Berechnungsweise ist folgende: man sucht den Unterschied zwischen dem größten und dem kleinsten Diameter, multiplizirt ihn mit 0,7, addirt dieses Produkt zum kleinsten Diameter, und erhält in der Summe den mittleren Diameter. Man berechnet alsdann das ganze Faß wie einen Cylinder, dessen Höhe die Länge des Fasses ist, und dessen Grundfläche den gefundenen Diameter zum Durchmesser hat.

Der größte Diameter befindet sich natürlich in der Mitte des Fasses, wo es seine größte Wölbung hat, d. h. am Spunte; der kleinste Diameter befindet sich an den Bodenenden. Wollte man das Faß wie einen Cylinder berechnen, dessen Höhe die Länge des Fasses, und dessen Grundfläche den kleinern Diameter zum Durchmesser hätte, so wäre der gefundene Inhalt offenbar zu klein. Wollte man es aber wie einen Cylinder berechnen, dessen Höhe die Länge des Fasses wäre, und dessen Grundfläche den größten Diameter zum Durchmesser hätte, so wäre der gefundene Inhalt offenbar zu groß. Wollte man jetzt auf gewöhnliche Weise das arithmetische Mittel zwischen den beiden Diametern finden, so brauchte man nur den halben Unterschied zum kleinern zu addiren; man könnte das so thun, daß man den Unterschied mit 0,5 multiplizirt, und das Produkt zum kleinern addirt. Dieser mittlere Diameter würde aber zu klein sein, weil der größte und kleinste Diameter nicht durch eine gerade, sondern durch eine krumme Linie verbunden sind, und diese Wölbung einen größern kubischen Inhalt giebt, als der sich aus solchem mittleren Diameter ergeben würde. Man multiplizirt also den Unterschied mit 0,7, um den hier anwendbaren mittleren Diameter zu erhalten.

Beispiel.

Es sei der größte Durchmesser eines kleinen Fasses am Spunt = 12½ Zoll,

der kleinere an den Bodenenden = $10\frac{1}{2}$ Zoll, die Länge des Fasses = 15 Zoll; man verlangt den kubischen Inhalt.

$12\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} = 2$ Zoll; $2 \cdot 0{,}7 = 1{,}4$ Zoll; $10{,}5 + 1{,}4 = 11{,}9$ der mittlere Diameter; das Quadrat dieses Diameters $= (11{,}9)^2 = 141{,}61$; dieses multiplizirt mit $\frac{11}{14} = 0{,}786$ giebt die Kreisfläche des mittleren Diameters = 111,31 Quadratzoll; dies multiplizirt mit der Länge = 15 Zoll giebt den körperlichen Inhalt = 1669,65 Kubikzoll.

Hiemit kann man entweder das Gewicht finden, oder die Zahl irgend eines gangbaren Maaßes, sobald man dessen Inhalt in Kubikzollen kennt.

Die genaueste Berechnung des Inhalts eines Fasses geschieht eigentlich nach der barnzentrischen Methode oder dem Guldinschen Prinzip (vergl. S. 1960 Nr. 27). Man muß sich dazu einen vertikalen Durchschnitt durch die Längenaxe des Fasses machen, und von der Hälfte desselben den Inhalt und den Schwerpunkt aufsuchen. Diesen halben Durchschnitt läßt man als die erzeugende Fläche um die Längenaxe des Fasses drehen; die Peripherie des Kreises, den der Schwerpunkt beschreibt, multiplizirt mit dem Flächeninhalte der erzeugenden Fläche giebt den kubischen Inhalt des Umdrehungskörpers, d. h. hier des Fasses.

§. 367. Von einigen mechanischen Werkzeugen der Seeleute.

Das einfachste mechanische Werkzeug das am Bord der Schiffe gebraucht wird, ist die Handspaake, die als Hebel gebraucht wird. Sie besteht deshalb aus einem Stück zähes Eschenholz, von vier bis fünf Fuß Länge und etwa sechs Zoll im Umfange; an dem unteren Ende ist sie viereckig behauen, um in die Spillgatten des Bratspills oder Gangspills eingesteckt werden zu können; am oberen Ende ist sie rund und glatt; beide Enden verjüngen sich, so daß die Spaake in der Mitte am stärksten ist. Soll sie als Druckhebel (vergl. S. 1967 Nr. 4) gebraucht werden, um beim Stauen oder Löschen eine Last auf eine kleine Höhe zu heben, so legt man das untere Ende derselben z. B. unter ein Faß, und nahe dabei ein kleines Stück Holz, welches dem Hebel zur Unterlage oder zum Stützpunkte dient. Indem man dann das obere Ende als den längern Hebelarm niederdrückt, hebt man mit dem andern Ende die Last.

Hat man nun eine Handspaake, deren ganze Länge fünf Fuß ist, deren Ruhepunkt $1\frac{1}{4}$ Fuß von der Last und $3\frac{3}{4}$ Fuß von der Kraft, d. h. von der niederdrückenden Hand des Hebenden entfernt ist, so hat man, wenn die Kraft des Mannes so groß ist, daß er 80 Pfund ohne Beschwerde heben, also = 80 Pfund geschätzt werden kann, nach den Berechnungen des Druckhebels (vergl. S. 1967 u. 1968) das Moment der Last, d. h. das Produkt aus ihrer Entfernung vom Stützpunkte multiplizirt mit ihrer Größe, gleich dem Momente der Kraft, d. h. dem Produkte aus der Kraft und ihrer Entfernung vom Stützpunkte; demnach:

$$80 \times 3\tfrac{3}{4} = \text{Last} \times 1\tfrac{1}{4}; \text{ oder } 300 \text{ Pfund} = \text{Last} \times \tfrac{5}{4}.$$

$$\text{also Last} = 300 \times \tfrac{4}{5} = 240 \text{ Pfund}.$$

Die Kraft des Mannes ist also durch die Spaake so wie sie jetzt angebracht worden, verdreifacht. Je näher der Stützpunkt der Last kommt, desto kleiner wird ihr Moment, und desto größer das Moment der Kraft.

2 Als Traghebel (vrgl. S. 1967 Nr. 4) wird die Spaake gebraucht, wenn man einen Balken, oder ein Faß, oder eine Kanone allmälig fortrückt, und zwar auf die Art, die man backsen nennt. Man stützt das untere Ende der Spaake auf das Deck; dieses bildet also den Stützpunkt; eine dem untern Ende nahe liegende Stelle der Spaake hält man an den Balken oder die Last, und mit der Kraft drückt man den obern Theil der Spaake von sich; so ist die Spaake zum Traghebel geworden, indem sich die Last zwischen dem Stützpunkte und der Kraft befindet. Es sei in dieser Lage die Handspaake wieder 5 Fuß lang; die Entfernung der Last vom Ruhepunkte sei $^3/_4$ Fuß, und die Kraft = 60 Pfund, alsdann hat man:

$60 \times 5 = {}^3/_4 \times$ Last; also 300 Pfund $= {}^3/_4$ Last; also Last $= {}^4/_3 \times 300$ = 400 Pfund; die Kraft ist also $6^2/_3$ mal vermehrt.

Das Brecheisen oder der sogenannte Kuhfuß ist als mechanisches Werkzeug durch nichts weiter von der Spaake verschieden, als daß die Entfernung der Last vom Ruhepunkte bei dem Kuhfuß kleiner ist.

3 Beim Bratspill, mit welchem auf weniger zahlreich bemannten und auf kleinern Schiffen die Anker aufgewunden werden, giebt die Mitte der Welle oder deren Axe für jede hineingesteckte Spaake den Stützpunkt, und zugleich bildet der Radius der Bratspillwelle den einen Hebelarm, an dessen Ende die Last hängt. Ist das Ankertau beträchtlich stark, so muß die halbe Dicke desselben mit zum Radius der Welle gezählt werden, weil die Wirkung der Last sich in der Axe des Taus konzentrirt. Der andre Hebelarm für die Kraft ist die Entfernung von dem obersten Ende der Handspaake bis zur Mitte der Bratspillwelle.

Es sei nun die halbe Dicke oder der Halbmesser der Welle zusammen mit der halben Dicke des Taus = $^3/_4$ Fuß; die Länge vom Ende der Handspaake bis zur Mitte der Welle = 5 Fuß, und die mittlere Kraft eines Menschen = 60 Pfund; alsdann hat man $60 \times 5 = {}^3/_4 \times$ Last; also Last $= {}^4/_3 \times 300$ = 400 Pfund; diese kann ein Mann am Spill im Gleichgewicht halten, wenn seine Kraft dazu hinreicht, 60 Pfund zu heben. Die Welle hat aber an ihrer Axe eine starke Reibung; zu deren Ueberwindung man im Allgemeinen ein Drittel der Kraft rechnen kann. Will man also eine bestimmte Last in Bewegung setzen, so ist es immer am sichersten, die dazu ohne Reibung erforderliche Kraft um $^1/_3$ zu vermehren.

Beispiel.

Es sei mit einem Bratspill eine Last von 2000 Pfunden zu heben; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zur Mitte des Taus sei = $^3/_4$ Fuß; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zum obern Ende einer Handspaacke = 5 Fuß; die Reibung soll $^1/_3$ der Kraft erfordern; man verlangt die Zahl der zum Winden am Bratspill erforderlichen Leute.

2000 × ¾ = 5 × Kraft; 1500 Pfund = 5 × Kraft; 1500 dividirt durch 5 = 300 Pfund; hiezu ⅓ addirt giebt die erforderliche Kraft = 400 Pfund; diese dividirt durch 60 giebt 6⅔ oder 7 Mann, welche am Bratspill winden müssen.

Die genaueren mechanischen Betrachtungen über die Welle finden sich S. 1975 bis S. 1980.

Die Taljen, Taakel, Gienen u. s. w., welche am Lande Flaschenzüge genannt werden (vergl. S. 1969 bis 1975), dienen dazu, Lasten bis zu bedeutenden Höhen zu erheben. Die Größe der zur Hebung einer gegebenen Last erforderlichen Kraft erhält man, wenn man diese Last durch die Anzahl der Taue dividirt, an denen sie hängt; im Fall nämlich die Taue am Taakel für parallel gelten können (vergl. S. 1975 oben). Für die Reibung rechnet man wieder ein Drittel zur Kraft. 4

Beispiel.

Eine Last von 2000 Pfunden soll durch eine Gien von 5 Scheiben (oder Rollen) gehoben werden; man verlangt die Kraft.

2000 dividirt durch 5 = 400; dazu addirt 133⅓; also die ganze erforderliche Kraft 533⅓ Pfund. Nimmt man wieder die Kraft eines Mannes zu 60 Pfund an, so müssen 9 Mann an der Gien arbeiten.

Diese letzte Berechnungsweise bedarf übrigens einer genaueren Ausführung, indem außer der Anzahl der anzustellenden Leute auch die Art der Werkzeuge und die Dicke der Taue in dem Taakelwerk zu bestimmen ist. Es sei eine Piepe (großes Faß) voll Branntwein mit einer Gien von 5 Scheiben zu heben; die Länge der Piepe ist = 4 Fuß = 48 Zoll; der größte Durchmesser am Spunt beträgt 3 Fuß = 36 Zoll; der kleinste Durchmesser am Bodenende 2 Fuß 4 Zoll = 28 Zoll. Man verlangt die Anzahl der Leute, und die Dicke der Taue, die dazu nöthig sind. 5

Um den kubischen Inhalt des Fasses (vergl. S. 2526 Nr. 7) zu berechnen, hat man: 36 — 28 = 8; multiplizirt 8 × 0,7 = 5,6; hiezu addirt der kleinere Durchmesser giebt den mittleren Durchmesser = 33,6 oder 34 Zoll; das Quadrat hievon ist 34^2 = 1156; dies multiplizirt mit $^{11}/_{14}$ = 0,786 giebt die Kreisfläche des mittleren Diameters = 908,6 Quadratzoll oder 909 Quadratzoll; dies multiplizirt mit der Länge = 48 Zoll, giebt den kubischen Inhalt = 43632 Kubikzoll; dividirt durch 1728 giebt den Inhalt = 25 Kubikfuß 432 Kubikzoll, oder 25,25 Kubikfuß. Es sei das Gewicht des Branntweins 50 Pfund auf den Kubikfuß; man hat also das Gewicht des ganzen Fasses oder der Last = 1262,5 Pfund, oder 1263 Pfund. Diese Last dividirt durch 5 giebt die erforderliche Kraft = 252,4 Pfund. Hiezu ein Drittel für die Reibung oder 84,1 giebt die ganze Kraft = 336,5 Pfund, oder 337 Pfund; dividirt durch 60 giebt 5,6 oder 6 Mann welche dazu erforderlich sind.

Um die Stärke der Seile zu finden, hat man zuerst das Gewicht des Fasses mit 5 zu dividiren; dies giebt wie vorher 252,4 oder 253 Pfund; so viel hat also jedes Seil zu tragen. Man muß nun die entsprechende Dicke der Gientaue finden.

Es sind über die Haltbarkeit gedrehter Hanftaue sehr viele Versuche angestellt worden. Die einen ergaben, daß ein gewöhnlich gedrehtes Tau, dessen Querdurchschnitt einen Quadratzoll Rheinisch darbietet, bei 10845 Berliner Pfund angehängter Last reißt. Die Stärke wächst aber nicht in gleichem Verhältnisse mit der Quadratfläche des Durchschnitts; man hat demnach durchschnittlich die Haltbarkeit auf 9000 Berliner Pfund für einen Rheinischen Quadratzoll Durchschnittsfläche angenommen. Die genauesten Versuche ergeben aber eine bei weitem kleinere Haltbarkeit, nämlich für 1 Englischen Quadratzoll Durchschnittsfläche eine Haltbarkeit von 5414 Pfund avoir-du-poids Gewicht. Da es bei allem Tauwerk der Schiffe auf die möglichste Sicherheit ankommt, so ist es für den Seefahrer am gerathensten, sich nach dieser letztern Angabe zu richten; um so mehr, als es eine bekannte Thatsache ist, daß Hanftaue desto mehr an Tragbarkeit verlieren, je mehr sie zusammengedreht sind. Denn bei der Zusammendrehung weichen die einzelnen Fasern des Hanfs mehr oder weniger von der geraden Linie ab, und kommen also gegen die Richtung der ausdehnenden Kraft schräg zu liegen, wodurch natürlich ihre Gegenwirkung oder ihre Haltbarkeit verringert wird. Nur wenn sämmtliche Kabelgarne in paralleler Richtung angebracht werden könnten, was bei der erforderlichen Länge des Tauwerks offenbar unmöglich ist, und auch bei geringerer Länge wegen des Einscheerens durch die Blöcke unthunlich ist: könnte man die volle Haltbarkeit erreichen. Naßgewordene Taue verlieren durch die Nässe noch einen neuen Theil ihrer Stärke. Es bleibt also immer am sichersten das angeführte Minimum von 5414 Englischen avoir-du-poids Pfunden auf 1 Englischen Quadratzoll Durchschnittsfläche zu rechnen.

Die Stärke des Tauwerks wird ferner gewöhnlich nach dem **Umfange**, nicht nach dem Durchmesser angegeben (vergl. Tafel CXX, CXXI, CXXIII u. CXXIV). Es ist nun die Peripherie, welche einem Quadratzoll entspricht = 3,6 Zoll.

Nach diesem Verhältnisse läßt sich nun für jede Last die entsprechende Dicke des Taus finden. Bezeichnet man die gegebene Last mit L, und den Flächeninhalt vom Querdurchschnitte des Taus mit x, so hat man zunächst für jeden Fall folgende Proportion:

$$\text{A)} \quad 5414 \text{ ℔} : L = 1 \square \text{Zoll} : x,$$

Um den Querdurchschnitt durch die Peripherie auszudrücken, hat man zunächst für zwei Kreise, wenn F die Fläche, r den Radius und p die Peripherie des einen, F' R und P dieselben Größen für den andern Kreis bezeichnen:

$$F = r^2\pi; \text{ und } p = 2r\pi; \; F' = R^2\pi; \text{ und } P = 2R\pi.$$

Vergleicht man jetzt die beiden Flächen, so hat man $F : F' = r^2\pi : R^2\pi = r^2 : R^2$; eben so hat man $p : P = 2r\pi : 2R\pi = r : R$, daher auch $r^2 : R^2 = p^2 : P^2$.

Man hat also $F : F' = p^2 : P^2$; demnach kann man in die obige Gleichung A statt des Quadratzolls das Quadrat der entsprechenden Peripherie, also $(3{,}6)^2 = 12{,}96$ oder 13 setzen, und statt x, des gesuchten Querdurchschnitts

das Quadrat des Umfanges des zu bestimmenden Taues oder u^2; aus dem gefundenen Werthe für u^2 hat man also nur die Quadratwurzel zu ziehen, um u, d. h. den gesuchten Umfang zu erhalten. Demnach heißt die allgemeine Formel:

$$B)\quad 5414 : L = 13 : u^2;\ \text{also}\ u^2 = \sqrt{\frac{13 \cdot L}{5414}}$$

Um sich die Rechnung noch mehr zu erleichtern, kann man gleich den Faktor $\frac{13}{5414}$ durch Dezimalen ausdrücken, und mit diesem Dezimalbruche jede gegebene Last multipliziren; es ist aber derselbe = 0,0024; es ist also stets:

$$C)\quad u = \sqrt{0{,}0024 \cdot L.}$$

In dem obigen Beispiele war die auf jedes Tau treffende Last = 253 Pfund; 0,0024 × 253 = 0,672; hievon die Quadratwurzel oder u = 0,7792 oder 0,8 Zoll, wofür man der Sicherheit wegen 1 Zoll nehmen kann. Es muß also bei einem Taakel mit 5 Scheiben und einer Last von 1263 Pfund jedes Tau 1 Zoll im Umfang haben.

Es ist auch noch wegen der entsprechenden Kraft zu bemerken, daß die unvermeidliche Steifigkeit oder theilweise Unbiegsamkeit der Taue die Wirkung der Kraft vermindert. Es sei, Tafel XXXV, D, Fig. 334, BCA die Scheibe eines Blocks, die sich frei um ihre Axe E drehen kann. Um die Scheibe laufe das Tau PBCAR, dessen Enden die beiden Gewichte P und R tragen. Wäre das Tau vollkommen biegsam, so müßte das eine Gewicht P, wie wenig man es auch vermehrte, heruntergehn, und das andere Gewicht R müßte steigen. Das Moment des Gewichtes P wäre alsdann P · BE, und daher größer als das Moment des Gewichts R, nämlich R · EA; beide Momente werden in Beziehung auf den Stützpunkt genommen, der sich in der Axe E, also um den Radius EA vom Tau entfernt findet. 6

Ist aber das Tau nicht vollkommen biegsam, so nimmt es bei der Bewegung eine Krümmung an, so daß es z. B. in die Lage P'B'BCA'R' kommt. Alsdann ist der Stützpunkt E von der Richtung P'F des Gewichtes P' oder P weniger entfernt, als von der Richtung R'G des andern Gewichts R' oder R. Es wird also das Moment von P kleiner als das Moment von R, wenn auch beide Gewichte als gleich angenommen werden. Wenn auch das Gewicht P um Etwas vergrößert wird, so kann doch die Zunahme nicht immer den Abgang am Momente völlig ersetzen. Es wird also die Bewegung völlig aufhören; oder doch langsamer vor sich gehen, als wenn das Tau vollkommen biegsam wäre.

Durch Erfahrung weiß man nun, daß ein Tau, welches man biegen will, desto mehr widersteht: 1) je größer die Kraft oder das Gewicht ist, durch das es gespannt wird; 2) je dicker das Tau selbst ist; 3) je kleiner die Welle oder Scheibe ist, um welche es sich windet. Das Gesetz, nach welchem diese drei Umstände zusammen die Resistenz vermehren, ist nicht genau bekannt; man nimmt aber an, daß sich die Steifigkeiten der Taue verhalten gerade wie die 7

Radien der Taue und wie die spannenden Gewichte, und zugleich umgekehrt, wie die Radien der Scheiben, um die sie sich winden; um also das Verhältniß der Steifigkeiten zweier Taue zu finden, multiplizirt man den Radius jedes Taues mit dem spannenden Gewichte desselben, und dividirt das Produkt durch den Radius der Scheibe; die Steifigkeiten verhalten sich alsdann wie diese Quotienten; es seien also die beiden Steifigkeiten S und S', die Radien der beiden Taue r und r', die Gewichte P und P', und die Radien der Scheiben R und R', alsdann hat man:

$$D)\quad S : S' = \frac{Pr}{R} : \frac{P'r'}{R'}$$

Zum Radius der Scheibe muß man auch noch, wenn man ganz genau sein will, den Radius des Taues hinzurechnen, weil sich die Wirkung der Taue in ihrer Axe konzentrirt; demnach:

$$E)\quad S : S' = \frac{P \cdot r}{R + r} : \frac{P'r'}{R' + r'}$$

Man weiß ferner aus Erfahrung, daß ein Tau, welches 9 Linien oder $^3/_4$ Zoll im Durchmesser hat, und an welchem ein Gewicht von 208 Pfund hängt, indem es sich um eine Scheibe von 11 Zoll und $3^1/_2$ Linien im Durchmesser windet, eine Steifigkeit von 4 Pfund besitzt.

Wie diese 4 Pfund gefunden werden, bedarf einer Erläuterung. Denkt man sich in Fig. 334, Tafel XXXV, D, die beiden Gewichte P und R gleich, so müßte ein ganz kleines zu P hinzugefügtes Gewicht das Gleichgewicht aufheben, und eine Bewegung hervorbringen; statt eines solchen kleinen Gewichtes müßten aber bei den angestellten Versuchen mit den eben angeführten Tauen und Scheiben dem einen Gewichte 4 Pfunde hinzugefügt werden, um eine Bewegung hervorzubringen; es war also die Steifigkeit eine solche, daß sie einem Gewichte von 4 Pfunden Widerstand leistete.

Es ist nun bei dieser Erfahrung $S = 4$ Pfd.; $P = 208$ Pfd.; $r = 4^1/_2$ Linien; $R = 67^3/_4$ Linien; man hat also zur Berechnung einer jeden andern Steifigkeit S' nach der Gleichung E:

$$4 : \frac{208 \cdot 4{,}5}{72{,}25} = S' : \frac{P' \cdot r'}{R' + r'}$$

$$\text{oder}\quad 12{,}95 : 4 = \frac{P' \cdot r'}{R' + r'} : S';\ \text{also}\ S' = 0{,}3 \times \frac{P' \cdot r'}{R' + r'}$$

Bezeichnet man ferner den letzten Quotienten, der in jedem wirklichen Falle gegeben sein muß, mit Q, so hat man als allgemeine Formel:

$$F)\quad S' = 0{,}3 \cdot Q.$$

Es sei also z. B. ein Tau im Radius = 3 Linien; eine Scheibe im Radius = 3 Zoll = 36 Linien; und das daran hängende Gewicht = 300 Pfund; alsdann hat man $Q = 900$ dividirt durch $39 = 23$; dies multiplizirt mit 0,3 giebt $S' = 6{,}9$ Pfund oder 7 Pfund. Diese ganze Rechnung ist zwar nur eine Annäherung, muß aber doch in Fällen, wo es auf Genauigkeit ankommt, um die erforderliche Kraft zu berechnen, mit hinzugezogen werden.

Zur Berechnung der **Scheiben** in den am Bord der Schiffe gebrauchten 8 Blöcke hat man sich folgendes zu merken; die Scheibe muß eben so **dick**, als der Diameter des Taus, welches um dieselbe fährt, und dabei am Rande etwas ausgehöhlt sein, damit die Rundung des Taus fest darin aufliegen kann. Den **Diameter** oder die Höhe der Scheibe nimmt man gewöhnlich **sechsmal** so groß, wie die Dicke der Scheibe. Diese Dicke multiplizirt man mit 6 und erhält die Höhe oder den Diameter der Scheibe. Uebrigens giebt es hierin für die verschiedenen Arten der Blöcke verschiedene Annahmen, wie sich in Tafel CXXII, Bd. III, S. 476 und 477 zeigt. Tiefer unten kommt noch etwas Genaueres darüber vor.

Die **Daumkraft** (vergl. S. 1980 Nr. 10), am Lande gewöhnlich Wagenwinde genannt, ergiebt folgendes Gesetz: 9

Die Kraft verhält sich zur Last, wie der Radius des Triebrades zum Arm der Kurbel.

Man kann dasselbe auch folgendermaaßen ausdrücken:

Es verhält sich die Kraft zur Last, wie die Entfernung zweier Schraubengänge zum Umfange des Kreises, den die drehende Hand beschreibt.

Es sei z. B. die Höhe eines Schraubenganges = $^3/_4$ Zoll; der Halbmesser der Kurbel = 8 Zoll; die Kraft des Drehenden = 40 Pfund; man verlangt die Last, welche damit im Gleichgewicht erhalten werden kann.

Der Radius der Kurbel = 8 Zoll giebt den Umfang = 50,24; daher

$$^3/_4 \times \text{Last} = 50{,}24 \times 40 = 2009{,}6;$$
$$\text{oder Last} = 2009{,}6 \times {}^4/_3 = 2679{,}5 \text{ Pfund.}$$

Nimmt man dafür 2680 Pfund, so ist die Kraft des Drehenden 67 mal vermehrt.

Uebrigens gilt für die Daumschraube, wie für alle Maschinen, welche durch ihre zusammengesetzte Einrichtung die Kraft bedeutend vermehren, daß sie nämlich ihre Wirkungen nur langsam hervorbringen können; daß man also unvermeidlich an Zeit verliert, während man an Kraft gewinnt.

Die **schiefe Ebene** (vergl. S. 1980 bis S. 1982) kommt zwar nicht 10 am Bord selbst in Anwendung; wohl aber dient sie dazu, Schiffe zur Ausbesserung auf das Land zu winden. In außereuropäischen Gewässern kann es leicht dazu kommen, daß dieses allein durch die Mannschaft des Schiffes und unter Leitung seiner Offiziere geschehen muß; daher müssen dem Seemanne, welcher sich für weite Fahrten ausbildet, die Hauptpunkte der dazu gehörigen Berechnung bekannt sein.

Die drei Haupterfordernisse sind: die **schiefe Ebene** am Ufer, welche nach gehöriger Einrichtung die **Helling** heißt; die **Gien**, durch deren Scheiben die Last vermindert wird; und ein **Gangspill**, oder eine senkrechte stehende Welle.

Bei der **schiefen Ebene** sei der Neigungswinkel gegen den Horizont 11 = a; das Gewicht des ganzen Schiffes = P. Nimmt man alsdann die Kraft parallel mit der schiefen Ebene, so hat man (vergl. S. 1981 Nr. 2): die Kraft

verhält sich zur Last, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge; oder wenn man die Kraft mit K bezeichnet: $K : P = \sin a : 1$; daher $K = P \cdot \sin a$.

Dies wäre aber nur die Kraft, welche einen auf der schiefen Ebene liegender Körper vom Fallen abhalten könnte; soll sie ihn dagegen hinaufziehen, so muß sie auch noch die Reibung überwinden.

Der Bruch mit welchem man das drückende Gewicht zu multipliziren hat, um die Größe der Reibung zu erhalten, heißt der Reibungskoeffizient; man kann ihn in diesem Falle gleich einem Drittel setzen.

Der Druck selbst ist aber hier auf der geneigten oder schiefen Ebene auch nur ein Theil des ganzen Gewichts, oder desjenigen Druckes, den das Gewicht auf eine horizontale Ebene ausübt. Um die Größe dieses Theils zu bestimmen, hat man folgende Betrachtung anzustellen.

Es sei, Tafel XXIII, Fig. 3, AB die schiefe Ebene; $ABC = a$ der Neigungswinkel derselben; L der auf der schiefen Ebene ruhende Körper; s sein Schwerpunkt; sd ist der senkrecht auf die horizontale Ebene oder Basis CB ausgeübte Druck des ganzen Gewichts. Dieser Druck läßt sich in zwei Kräfte zerlegen; davon geht die eine sf senkrecht auf die schiefe Ebene.

Sieht man den ganzen Druck sd als Radius an, so ist $sd : sf = r : \sin sdf$; es ist aber $\angle sdf = \angle Bdu$; dieser ist aber das Komplement des Neigungswinkels a; also $sd : sf = 1 : \cos a$; daher $sf = sd \cdot \cos a$. Man kann nun für den senkrechten Druck sd das ganze Gewicht P setzen, und hat dann den Druck gegen die schiefe Ebene $= P \cdot \cos a$. Diesen Druck muß man mit dem Reibungskoeffizienten $1/3$ multipliziren.

Auf diese Art hat man die ganze Kraft K', welche dem Gewicht des Schiffes zugleich mit der Reibung gleich kommt:

$$A)\quad K' = P \cdot \sin a + \frac{1}{3} P \cdot \cos a.$$

12 Man benutzt auch zuweilen die schiefe Ebene, um den Reibungskoeffizienten zu bestimmen. Wäre keine Reibung vorhanden, so würde ein Körper auf jeder Ebene, die noch so wenig geneigt wäre, sogleich hinabgleiten. Es zeigt sich aber, daß in vielen Fällen die Neigung ziemlich stark werden kann, ehe der Körper wirklich gleitet. Wenn man nun durch eine sehr langsame allmälige Hebung den Neigungswinkel immer vergrößert, und genau die Größe desselben $= a$ wahrnimmt, bei welcher der Körper zu gleiten anfängt, also die herabtreibende Kraft die Reibung überwindet, so ist der Reibungskoeffizient $= \tan a$.

Es muß nämlich eine mit der geneigten Ebene parallel gehende Kraft $= P \cdot \sin a$ sein, um die Last $= P$ auf der geneigten Ebene in Ruhe zu erhalten. Diese hält bei dem Grade der Neigung, wo das Herabgleiten eben anfangen will, der Reibung das Gleichgewicht. Diese Reibung ist aber dem gegen die Ebene senkrechten Drucke proportional; dieser senkrechte Druck ist $= P \cdot \cos a$; man hat also, wenn f den Reibungskoeffizienten bezeichnet, $f \cdot P \cdot \cos a = P \cdot \sin a$; daher:

$$B)\quad f = \frac{\sin a}{\cos a} = \tan a.$$

Uebrigens kommen mancherlei Nebenumstände hinzu, welche den gefundenen Reibungskoeffizienten modifiziren. Die Größe der reibenden Fläche kommt bei starkem Drucke weniger, bei schwächerm mehr in Betracht; d. h. die Reibung wächst alsdann etwas, weil sich mehr gegenseitige Theile der Unterseite und des gleitenden Körpers berühren. Ruht ein schwerer Körper lange auf einer Ebene, so drückt er sich desto mehr in die Poren der Unterlage ein.

Hat die Gien, die zum Aufwinden des Schiffs gebraucht wird, 4 Scheiben, so wird die Last (vergl. S. 2529 Nr. 4) viermal vermindert, sie wird also, mit L bezeichnet: 13

$$C)\quad L = \frac{P \cdot \sin a + \frac{1}{3} P \cdot \cos a}{4}$$

Bei den auf den Werften gebräuchlichen senkrechtstehenden Winden oder Gangspillen sind die Spillspaaken oder Windebäume 9 bis 10 Fuß lang; ist nun der Radius der Gangspillwelle = ¾ Fuß, so hat man (vrgl. S. 2528 Nr. 3) ¾ L = 10 . Kraft; oder die erforderliche Kraft = $\frac{3}{40}$. L. Bezeichnet man diese Kraft mit K'', so hat man: 14

$$D)\quad K'' = \left(\frac{P \cdot \sin a + \frac{1}{3}P \cdot \cos a}{4}\right) \cdot \frac{3}{40}$$

Soll also ein Schiff auf eine Helling gebracht werden, so muß zuerst der kubische Inhalt seines Wasserraums, so weit es von aller unnöthigen Last befreit, dicht vor dem Aufwinden im Wasser liegt, nach den oben (S. 2480 u. 2492) gegebenen Regeln berechnet, und mit der entsprechenden Pfundzahl für einen solchen Kubikfuß multiplizirt werden; darauf muß man den Neigungswinkel der Helling finden; hierauf wenn P und a, und daraus K'' gefunden, dividirt man dasselbe durch 50 Pfund, um die Anzahl von Leuten zu finden, welche zu dieser Arbeit erforderlich sind; wegen der ganzen Einrichtung der Helling ist es am sichersten, die Kraft des Einzelnen nicht höher als auf 50 Pfund anzuschlagen. 15

Berechnet man irgend ein Beispiel, so wird sich sogleich zeigen, daß wenn man dem Gangspill nur einen Radius von einem halben Fuß, und dagegen der Gien 5 Scheiben giebt, die erforderliche Anzahl von Leuten bedeutend kleiner wird.

Es sei der kubische Inhalt des Wasserraums eines ledigen Schiffs = 8460 Königsberger Kubikfuß; ein solcher enthält nach S. 2289 an Gewicht 63,5 Pfund; demnach ist das Totalgewicht des aufzuwindenden Schiffes = 537210 Pfund = P.

Der Neigungswinkel der Helling sei = 15° = a; alsdann ist sin a = 0,2588; und cos a = 0,9659; davon ein Drittel = 0,322; also sin a + ⅓ cos a = 0,5808.

$$\begin{aligned} \text{Log } P &= 5{,}7301441 \\ \text{Log } 0{,}5808 &= \bar{1}{,}7640266 \\ \hline &\ 5{,}4941707 \end{aligned}$$

daher 0,5808 . P = 312011 Pfund.

Hat die Gien 4 Scheiben, so muß dies mit 4, hat sie 5, so muß es durch 5 dividirt werden.

312011 dividirt durch 4 = 78003; dagegen 312011 dividirt durch 5 = 62402.

Nimmt man jetzt den Radius des Gangspills = $^3/_4$ Fuß, und die Spillspaaken = 10 Fuß, so hat man bei einer Gien von 4 Scheiben die gefundene Zahl 78003 mit $^3/_{40}$ = 0,075 zu multipliziren; dies giebt die ganze erforderliche Kraft = 5850,225 Pfund; dividirt durch 50 giebt es die Anzahl der erforderlichen Leute = 117.

Nimmt man den Radius des Gangspills = $^1/_2$ Fuß, und die Spillspaaken wieder = 10 Fuß, so hat man bei einer Gien von 5 Scheiben die gefundene Zahl 62402 mit $^1/_{20}$ = 0,05 zu multipliziren; dies giebt die ganze erforderliche Kraft = 3120 Pfund; dividirt durch 50 giebt es die Anzahl der erforderlichen Leute = 63.

Drittes Buch.

Zurüstungskunde.

Erstes Kapitel.

Uebersicht und Eintheilung der Zutaakelung.

§. 368. Allgemeine Erklärungen und Sätze.

Sobald das Schiffsgebäude im Innern und Aeußern vollendet worden, erhält es alle Zuthaten, durch die es befähigt wird, seine Seefahrt zu machen. Diese Zuthaten scheiden sich in zwei Gattungen; zu der einen gehören diejenigen, welche in ihren Dimensionen und ihrer Beschaffenheit von dem Schiffsgebäude abhängen, und auf allen seinen Reisen die gleichen bleiben; diese machen zusammen die Zurüstung im eigentlichen Sinne aus. Zur zweiten Gattung gehören alle diejenigen Zuthaten, welche unabhängig von dem Schiffsgebäude sind, und sich mehrentheils nach dem jedesmaligen Zweck und Ziele der Reise richten; diese bilden zusammen die Ausrüstung. 1

Die Hauptbestandtheile der Zurüstung sind folgende: 1) das Rundholz; es begreift die Masten, Stengen, Raaen und Spieren; 2) das Tau- und Taakelwerk, das theils zur Befestigung der Masten und Stengen dient, und davon stehendes Tauwerk heißt, theils zur Regierung und Richtung der Segel gebraucht wird, und davon laufendes Tauwerk heißt; zum letztern gehören auch die mancherlei Gienen, Taakel und Taljen, welche zum Heben großer Lasten gebraucht, je nach den Umständen bald an dieser, bald an jener Stelle angebracht werden; 3) die Segel, an den Raaen, Gaffeln und Bäumen, an den Staagen, und an den nur bei günstigem Winde ausgesetzten Spieren; 4) die Anker und Ankertaue, welche zuweilen, aber mit Unrecht, zur Ausrüstung gerechnet werden; denn obgleich sie in der 2

Zahl von der Länge und Entfernung der Reise abhängen, so bleiben sie doch in den Dimensionen von dem Schiffsgebäude abhängig; 5) die Spillen, Brat- und Gangspille; diese Windemaschinen werden häufig als integrirende Bestandtheile der Schiffsgebäude angesehen, und nicht mit zur Zurüstung gerechnet; sie tragen aber durchaus Nichts zur Bildung des Schiffsgebäudes bei, sondern sind nur zu seiner Regierung und Bewegung dienende Maschinen; 6) die Pumpen, entweder Ketten- oder Saugpumpen; auch diese gehören nicht zum eigentlichen Gebäude; 7) die Kombüsen oder Schiffsküchen sind theils feste, und dann gehören sie zum Gebäude, theils tragbare, und dann gehören sie zur Zurüstung; so wie die tragbaren Oefen in den Kajüten; 8) die Spillspaaken (Hebel und Windebäume), Pütsen (Wassereimer), und andere kleine Geräthschaften; die Treppen, sobald sie beweglich sind, und die Sturmleitern; 9) die Boote mit ihren Rudern und Segeln, welche zuweilen zur Ausrüstung gezählt werden, aber in ihren Dimensionen und Beschaffenheiten offenbar mehr von der Größe des Schiffes abhängen, und höchstens wie die Anker und Taue der Zahl nach für verschiedene Reisen verschieden sein können; 10) die Flaggen, Stander, Wimpel und Flügel.

3 Die Hauptbestandtheile der Ausrüstung sind folgende: 1) die Steuermannsinstrumente; theils für die geographische Steuermannskunst, wie Logge, Kompasse, Bleiloth, Fernröhren, Seekarten und nautische Tabellen; theils für die astronomische Steuermannskunde, wie Oktant, Sextant, Reflexionskreis, künstlicher Horizont, magnetische Beobachtungswerkzeuge, Thermometer, Barometer, Himmelsglobus, Himmelskarten und nautischer Kalender, Chronometer; 2) das Geschütz, Kanonen, Karronaden und Drehbassen, selten Mörser, nebst dem erforderlichen Lade- und andern Bedienungsgeräth; 3) die Waffen, Flinten, Pistolen, Säbel und Enterbeile; 4) die Munition, Schießpulver in Fässern, Kardusen und Patronen, Kanonen- und Gewehrkugeln, Lunten oder Zündhütchen; 5) die Werkzeuge für die Handwerker, den Zimmermann, Segelmacher, Schmid, Büchsenschmid, Schwertfeger, Küfer; 6) die Kochgeräthschaften nebst den Wasserfässern und Fässern für die geistigen Getränke; 7) auf Kriegsschiffen und Expeditionsschiffen Hangmatten und Kleidervorräthe; 8) die Provisionen aller Art, Eßvorräthe, geistige Getränke, süßes oder sogenanntes frisches Wasser, Brennmaterialien, Holz oder Kohlen; 9) die Arzneimittel; 10) die Mannschaft oder Besatzung.

4 Die wichtigsten Theile der ganzen Zurüstungskunde sind diejenigen, welche das Rundholz, das Tau- und Taakelwerk, und die Segel betreffen. Man benennt diese drei zusammen auch wohl die Zutaakelung eines Schiffes. Der Zweck des Zutaakelns ist: den Segeln die gehörige Stelle hinsichtlich der Höhe über der Wasserebene und hinsichtlich der Längenaxe des Schiffs zu geben; dies geschieht durch die Höhe und Stelle der Masten und Stengen; ferner ihre erforderliche Spannung zu Stande zu bringen; dies geschieht durch die Raaen, Gaffeln, Spieren, Stage und Leiter; endlich ihre Regierung, d. h. ihre jedesmalige dem gegebenen Kurse und Winde

angemessene Richtung in der Gewalt zu haben, dies geschieht durch den größten Theil des laufenden Tauwerks, während das stehende zur Befestigung und Unterstützung der Masten und Stengen dient.

5 Die Einrichtung der Zutaakelung giebt die hauptsächlichsten Eintheilungsgründe für die verschiedenen Arten der Schiffe ab. Zuerst theilt man sie in dreimastige, zweimastige und einmastige, je nachdem man die ganze Segelkraft an einem Maste anbringt, oder dieselbe auf zwei oder drei vertheilt (vergl. S. 2292 Nr. 1).

6 Bei einmastigen Schiffen heißt der Mast schlechtweg der Mast; bei zweimastigen der vordere der Fockmast, und der hintere der große Mast; bei dreimastigen der vordere der Fockmast, der mittlere der große Mast und der hintere der Besahnmast. Sowohl die ein-, und zwei- wie die dreimastigen Schiffe haben noch am Vorderende einen schräge liegenden, über das Schiff hinausragenden Mast, das Bugspriet.

7 Kleinere Schiffe, Fahrzeuge und Boote haben häufig nur einen Mast; und wenn sie deren mehrere führen, so bestehen dieselben gewöhnlich nur aus einem einzigen Stücke, oder sind sogenannte Polmasten, und stehen auf dem Kolschwinn; sie haben dann auch nur eine Raa oder einen Baum, um das Segel zu spannen. Die Masten größerer Schiffe haben aber gewöhnlich mehrere Verlängerungen, welche an ihrer Vorderseite, eine vor der andern in die Höhe geschoben werden, und diese heißen sämmtlich Stengen; die an der obern Seite des Bugspriets angebrachte Verlängerung heißt der Klüverbaum.

8 Damit die Verlängerungen gehörige Haltung bekommen, und auch nach Erforderniß wieder herabgelassen werden können, haben die eigentlichen oder feststehenden Masten auf ihrem oberen Ende oder Top ein länglich viereckiges starkes Stück Holz liegen, durch dessen hinteres Gatt (Loch) der Top des Mastes, und durch dessen vorderes die Stenge fährt. Dieses Stück Holz heißt im Allgemeinen das Eselshoofd (Eselshaupt), und wird durch den Namenszusatz des Mastes, zu dem es gehört, unterschieden; so giebt es also ein Besahn-, ein Fock- und ein Bugsprietseselshoofd. Die erste Verlängerung des Besahnmasts heißt die Kreuzstenge; die erste Verlängerung des großen Masts die große Stenge; die erste Verlängerung des Fockmasts die Vorstenge; diejenige des Bugspriets, wie eben gesagt, der Klüverbaum; und nur auf einigen kleineren Fahrzeugen der Jagerstock.

9 Die drei Stengen haben selbst wieder Eselshoofden. Durch das vordere Gatt der Stengeneselshoofde fahren die zweiten Verlängerungen der Masten, oder die ersten Verlängerungen der Stengen, welche sämmtlich Bramstengen heißen. Der Klüverbaum bekommt gewöhnlich keine Verlängerung. Kleinere Schiffe haben auch keine Bramstengen. Die Namen der drei Bramstengen sind Kreuz-, große und Vor-Bramstenge.

10 Viele große Schiffe, namentlich große Kauffahrteischiffe, haben noch dritte Verlängerungen ihrer Masten, welche Oberbramstengen heißen, und durch die vorderen Gatten der drei Bramstengeneselshoofde aufgesetzt werden. Die

großen Kriegsschiffe führen gewöhnlich keine Oberbramstengen, sondern verhältnißmäßig längere Bramstengen.

Tafel XXXV, D, Fig. 335, ist a der große Mast; c das große Eselshoofd; d die große Stenge; f die große Bramstenge; l der Fockmast; m die Vorstenge; n die Vorbramstenge; s der Besahnmast, dessen obere Theile durch „Kreuz" bezeichnet werden; t die Kreuzstenge; u die Kreuzbramstenge; y das Bugspriet; z der Klüverbaum; α, β, γ sind die Oberbramstengen.

11 Die Masten wie die Stengen erhalten durch Taue Unterstützungen an den beiden Seiten und nach vorne hin. Die Unterstützungstaue an den Seiten heißen die Wanten, und außer diesen bei den Stengen und Bramstengen noch die Pardunen. Die Unterstützungstaue nach vorne hin heißen die Stage.

12 Die Wanten der Masten reichen von dem obern Theile der Masten bis zu den betreffenden Rüsten, wo sie durch die Jungfernblöcke und Taljereepe mit den Püttingsjungfern zusammenhängen, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 33 (vergl. S. 2374). Damit sie oben am Maste festliegen, hat derselbe, Tafel XXXIII, A, Fig. 1, in dieser Höhe die sogenannten Backen, b, und die darauf liegenden Langsahlings c. Die zu den Spanten bestimmten Taue werden in der Mitte, Tafel XXXIII, B, Fig. 21 zu einem Auge b zusammengesorrt, dieses wird über den Top des Masts gelegt, und ruht auf der Sahling; die beiden Enden gehen auf derselben Seite des Masts nach derselben Rüste herunter, und bilden ein Spann des Wants. Quer über die Taue der Spannen werden in gleichen Entfernungen dünne Taue gespannt, die Wefelingen (Webeleinen), welche die Stufen einer Strickleiter bilden, aber nur von solchen, die der Schiffsausdrücke unkundig sind, Strickleiter genannt werden.

Die Wanten werden sowohl nach den Masten, als auch nach den beiden Seiten des Schiffs, Steuerbord und Backbord, benannt. Tafel XXXV, D, Fig. 335, ist 1 das Backbords-große Want; 35 das Backbords-Fockwant; 57 das Backbords-Besahnwant.

13 Damit die Stengen auch durch Wanten unterstützt werden können, wird über den Sahlingen ein Gerüst von Latten oder dünnen Brettern angebracht, welches der Mars heißt, und von Unkundigen gewöhnlich der Mastkorb genannt wird. In die Einschnitte der Langsahlings, Tafel XXXIII, A, Fig. 1, c, werden ähnliche und gleich starke Balken, die Quersahlings, gelegt, und bilden mit den Langsahlings zusammen die Grundlage für das Gerüst des Marses. Der Mars ist von verschiedener Gestalt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 25, 26 und 27, bald von Latten, bald von Brettern, am vorderen Rande rund, am hintern gerade. Am Hinterrande hat er auch gewöhnlich ein Geländer von Netzwerk oder von angestrichenem Segeltuch, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 2.

In der Mitte bleibt eine viereckige Oeffnung, damit die Wanten und das laufende Tauwerk zwischen dem Mast und dem Rande dieser Oeffnung ungehindert durchgehen kann. Diese Oeffnung heißt das Soldatengatt.

Damit der Mars an seinen beiden äußern Seitenrändern eine feste Lage erhält, so werden die Marspüttingstaue angebracht; dies sind, Tafel

XXXIII, B, Fig. 48, 49 und 50, und Tafel XXXIII, C, Fig. 2, kurze Taue, welche mit dem unteren Ende an dem obern Theile der Wanten befestigt sind, und an ihrem oberen Ende einen Haaken haben, der in die Marspüttingen eingehaakt wird, welche mit ihren Jungfern so am Rande des Marses festsitzen, wie die untern Püttingen an den Rüsten; sie bestehen aber nur aus einem eisernen Bande. An die Marspüttingsjungfern schließen sich alsdann die Stengenwanten mit ihren Jungfern an. Die Marspüttingstaue bekommen auch Webeleinen, damit man auf ihnen auf den Mars steigen kann, wobei man freilich eine etwas rückwärts geneigte Stellung hat, weshalb Ungeübte gewöhnlich durchs Soldatengatt hinaufsteigen. b ist der große, b′ der Vor-, b″ der Kreuzmars.

Sobald die Stenge hinaufgebracht ist, was auf die Art geschieht, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 40, 41 und 42 zu sehen, wo Fig. 39 ein Eselshoofd darstellt, wird durch das viereckige Loch am Fuße der Stenge das sogenannte Schlotholz oder Schlußholz gesteckt, welches auf den Sahlingen ruht, und die Stenge vom Zurückgleiten abhält; Tafel XXXIII, B, Fig. 46 a. Wenn die Stenge noch nicht völlig hinaufgeholt, und nur erst so hoch ist, wie Fig. 42, so wird die Bramsahling, aus leichteren Stücken als die untere Sahling bestehend, Tafel XXXIII, B, Fig. 43, heraufgeholt. An den Enden der Quersahlings sind runde Löcher, durch welche die Bramstengewanten gezogen werden. Die Bramsahling wird mit dem hinteren Viereck p über das runde Loch des untern Eselhoofds gelegt, und die Stenge etwas höher gewunden, so daß ihr Top in das Viereck p hineingeht, und die Sahling auf die Backen am oberen Ende der Stenge zu liegen kommt. Darauf werden die Stengewanten heraufgeholt, und ebenso über den Top der Stenge genommen, wie die untern Wanten über den Top des Masts; ebenso die Pardunen und die Stengestage. Zuletzt wird das Stengeeselshoofd auf die Spitze der Stenge gelegt, welches dieselbe Gestalt wie das untere hat, aber natürlich kleiner ist. Alsdann wird die Stenge so weit hinaufgewunden, daß das Schlußholz eingesteckt werden kann.

In ähnlicher Weise wird die Bramstenge hinaufgebracht; nur wird auf die Bramsahling kein Gerüst weiter gelegt. Auch befinden sich an ihr keine Püttingstaue, sondern die Bramwanten werden durch die Löcher in den Quersahlingen geschooren, und mit dem unteren Ende an den Wursten oder Spriewursten der Stengenwanten befestigt, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 24, a, zu sehen ist. Führt ein Schiff noch besondere Oberbramstengen, so ist auch eine Oberbramsahling da, durch welche die Oberbramstengewanten auf dieselbe Weise geschoren werden, wie die Bramstengewanten. Zuweilen stehen solche Oberbramstengen hinter der Bramstenge, mit dem Fuß auf dem Stengeneselshoofd, und ragen mit dem obern Theile über die Bramstenge hinüber. Gewöhnlich stehen aber die Oberbramstengen auf dem Schloßholz, welches auf den Oberbramsahlingen ruht, so wie die Bramstengen auf dem Schloßholz, das auf den Bramsahlingen ruht.

Die Wanten der Stengen und Bramstengen können wegen der geringen Länge der Marse und der Sahlingen dieselben nicht so gut nach hinten unter- 11

stützen, wie es die Wanten wegen der Länge der Rüsten bei den Masten vermögen. Daher haben die Stengen noch andere Seitentaue, welche von ihrem Top bis auf die Rüste hinabgehen, und diese heißen Pardunen. An ihrem unteren Ende haben sie Jungfern, welche mit Püttingsjungfern in den Rüsten zusammenhängen. Diese Püttingsjungfern stehen aber am hintersten Ende der Rüsten, so daß die Pardunen hinter den Wanten der Masten herabkommen. Es giebt zwei Arten von Pardunen: solche, die gleich den Wanten fest stehen bleiben, und daher wie die Wanten befestigt und stehende Pardunen genannt werden; und solche, die bei starkem Seitenwinde oder bei heftigem Schlingern und Laviren des Schiffs an der Luvseite zu den übrigen stehenden Pardunen noch hinzugesetzt werden; sie heißen deshalb Schlingerpardunen, und sind, da es bei ihnen auf Seitenhaltung ankommt, die vordersten, d. h. die ersten hinter den Wanten; sie können auch beim Wenden von einer Seite zur andern gebracht werden. Da sie immer nur für einige Zeit beigesetzt werden, so geschieht ihre Befestigung nicht mit Jungfern, sondern nur mit gewöhnlichen ein- und zweischeibigen Blöcken, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 53 u. 54.

Die Bramstengenpardunen, Tafel XXXIII, C, Fig. 24, o o, werden auf großen Schiffen in der Rüste mit einer eigenen Püttingsjungfer verbunden; auf mittleren und kleineren werden sie mit ihrem unteren Ende an dieselbe Pütting gesorrt, an welcher die Stengenpardunen befestigt sind.

In der eben genannten Figur ist die Oberbramstenge kein abgesondertes Stück, sondern nur eine unmittelbare Verlängerung der Bramstenge; sie hat aber dennoch eigene Pardunen, wie q. Zur oberen Haltung derselben sind am oberen Ende der Oberbramstenge Klampen angespickert, auf denen sowohl die Pardunen wie das Oberbramstengenstag s mit einem Auge ruhen. Auf der obersten Spitze der Oberbramstenge wird ein zylindrischer Knopf p aufgesetzt, welcher auf jeder Seite ein Scheibengatt enthält, wodurch die Flaggenleinen geschooren werden, an denen man die Wimpel, Stander, und auf Kriegsschiffen auch die Admiralsflaggen und Standarten aufheißt. Diesen Scheibenknopf nennt man den eigentlichen Top; so führt ein Admiral seine Flagge am Top des großen Masts; ein Viceadmiral die seinige am Vortop; der Konteradmiral am Besahntop; Kapitaine von Kriegsschiffen führen nur einen schmalen langen Wimpel mit den Nationalfarben am großen Top; Kommodore, d. h. Kapitaine die noch nicht Admiräle sind, aber bei irgend einer Gelegenheit mehrere Schiffe zugleich kommandiren, führen einen Stander, d. h. eine dreieckige Flagge am großen Top, wie Tafel XLVIII, A, Fig. 213, 214 und 215 die Stander der Amerikanischen Kommodore.

Der Name Top hat aber noch eine andere Bedeutung; er bezeichnet nämlich denjenigen Theil eines Masts, einer Stenge, oder Bram- oder Oberbramstenge von den Sahlingen bis zum Eselshaupt; dieser Theil ist gewöhnlich viereckig, wie Tafel XXXIII, A, Fig. 1 am Mast, Tafel XXXIII, B, Fig. 40 an der Stenge zu sehen ist. Wenn die Oberbramstenge ein abgesondertes Stück ist, so ist der Top der Bramstenge über der Oberbramsahling auch viereckig. Ist die Oberbramstenge nur eine Verlängerung der Bramstenge, wie Tafel

XXXIII, C, Fig. 24, so heißt sie eigentlich der Bramstengentop, und wird durch diesen Zusatz von dem Flaggentop unterschieden.

Tafel XXXV, D, Fig. 355, ist e die große Bramsahling; g der große Top (Flaggenknopf); 2 die großen Marspüttingstaue; 8 die großen Stengepardunen; 9 die großen Bramstenge- oder Brampardunen; 10 das große Stengewant; 11 die untern Enden der Bramwanten, welche auch zuweilen Brampüttingstaue heißen; 18 das große Bramwant; 36 die Vormarspüttingstaue; 42 die Vorstengepardunen; 43 die Vorbrampardunen; 44 das Vorstengewant; 45 die Vorbrampüttingstaue; 51 das Vorbramwant; 58 die Kreuzpüttingstaue; 63 die Kreuzstengepardunen; 64 die Kreuzbrampardunen; 65 das Kreuzstengewant; 66 die Kreuzbrampüttingstaue; 71 das Kreuzbramwant. 15

Damit die Wanten der Masten mehr Steifigkeit erhalten, und den Marspüttingstauen einen festeren Anhaltspunkt gewähren, werden sie in der Höhe, wo die Spierwursten (Latten, an denen die Marspüttingstaue befestigt sind) durch die sogenannten Schwigtings kreuzweise verbunden und gespannt; das sind Tafel XXXIII, B, Fig. 36, x x horizontalliegende, von den Wanten der einen Seite nach denen der andern kreuzweise hinübergehende Taue. Zuweilen werden sie auch, wie in Fig. 37 und 38 gebildet; in der letztern Figur ist a eine Kupferplatte, welche um den Mast genagelt ist, um das Scheuern abzuhalten. 16

Die Stage (vergl. S. 2540 Nr. 11) dienen dazu, den Masten und Stengen nach vorne hin eine Befestigung zu geben. Sie sind im Allgemeinen weit stärker als die Wanten; denn wie diese immer ihrer mehrere sind, welche ihren Mast oder ihre Stenge beim Schlingern zu halten haben, so muß das Stag allein den betreffenden Mast oder die betreffende Stenge beim Stampfen unterstützen. Die unteren und die Stengenstage haben auf großen Schiffen zur Unterstützung noch ein sogenanntes loses Stag neben sich. Sie richten sich in ihrer Stärke nach der Dicke des zu haltenden Masts. Die losen Stage sind gewöhnlich etwas dünner, und fahren unterhalb der Hauptstage, so daß sie zugleich den betreffenden Stagsegeln zu Leitern dienen. Auf großen Schiffen hat man vier lose Stage; für das große und Fockstag, und für das große Stenge und Vorstengestag; auf mittleren Schiffen fehlt das letztere. 17

Das große Stag, Tafel XXXV, D, Fig. 335, 3, ist das stärkste von allen, und geht vom Top des großen Masts bis zum Vorsteven. Es besteht im Ganzen aus zwei Theilen: dem Stagtau und dem Kragen, welche beide durch die Doodshoofden und das Taljereep verbunden sind. Das Stagtau besteht wieder aus drei Theilen: dem Auge, d. h. dem oberen Theile, der um den Top des Masts oder der Stenge liegt; dem eigentlichen Stage, welches schräge hinabgeht, und dem Doodshoofd an seinem untern Ende. Das Auge eines Stags ist eine der kunstreichsten Matrosenarbeiten, und sieht, wenn es fertig ist, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 24 aus. An dem obersten Ende kommt ein kleines Auge, und in gehöriger Entfernung darunter eine sogenannte Maus, damit das durchgezogene untere Ende des Stags nicht weiter durchgeht, und so das große Auge bildet. Das große Auge wird über den Top des Masts gelegt, nachdem die Wanten bereits darauf liegen. Alsdann

wird das Auge des losen Stags durch das Auge des Hauptstags durchgenommen, und über dasselbe um den Top gelegt, so daß das lose Stagauge über dem Hauptstagauge, das lose Stag selbst aber unter dem Hauptstag zu liegen kommt, damit es, wie schon gesagt, dem Stagsegel zur Leiter dienen kann. Die Augen werden an dem kleineren Auge und der Maus sehr künstlich bekleidet.

Am untern Ende des eigentlichen Stags wird ein sogenanntes Doodshoofd (Todtenkopf) befestigt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 35, p. Dies ist ein ringförmig ausgehölter Block ohne Scheiben, welcher auch zuweilen die Gestalt eines Hufeisens hat, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 58, b; doch heißt in der letztern Gestalt genauer Kragen-Doodshoofd.

Der Kragen ist auf den mehrsten Schiffen wie Tafel XXXIII, B, Fig. 56 gestaltet; ein Doodshoofd ist in ein Tau eingesorrt, das an seinem kürzeren Part ein kleines Auge hat, durch welches der andere Part gezogen, und dann fest gesorrt ist, so daß der ganze Kragen ein großes Auge bildet; es wird alsdann um das verkehrte Knie des Galjons genommen; oder es wird auch der längere Part durch einen großen Ringbolzen im Bug geschoren, dann durch das Auge gezogen, und festgesorrt. Darauf werden die beiden Doodshoofden am Stage und am Kragen durch ein Taljereep verbunden. Zuweilen hat auch der Kragen die Gestalt wie Fig. 58, der obere und der untere Kragen. Der obere Kragen ist mit seinen beiden untern Enden an zwei Augbolzen befestigt, die zu beiden Seiten des Vorstevens im Bug festsitzen; der untere hat die Einrichtung, daß die beiden Enden des Kragentaus durch die in den Klüsholzpöllern befindlichen Löcher gezogen, über das Bugspriet genommen, und dann an das Kragendoodshoofd befestigt sind. Diese Einrichtung dient dem Bugspriet zu einer Art von Borg- oder zweiten Wuhling. Bei diesen letzten Arten von Kragen liegen beide Doodshoofden hinter dem Fockmast. Bei den gewöhnlicheren Kragen liegen sie vor demselben, wie Fig. 55 u. 57. Bei Fig. 55 giebt es keinen Kragen, sondern das Taljereep geht unmittelbar um das Bugstück. Bei 57 ist kein eigentlicher Kragen, sondern ein Doodshoofd in eisernem Stropp an einem starken im Bug sitzenden Bolzen fest. Das Tau yz dient dazu, das Stag von der Reibung am Fockmast abzuhalten; es heißt der Stagstopper oder Jumper; der Augbolzen im Deck sitzt ein wenig nach Steuerbord zu, so daß das Stag an Steuerbordsseite frei vom Fockmast bleibt.

Das lose große Stag, 4, hat zuweilen auch einen eigenen Kragen, der aber um den Fockmast fährt, und von zwei darüber festgespickerten Klampen festgehalten wird, wie Fig. 58 d, f; die Klampen e halten es vom Hinaufgehen ab; d ist das Doodshoofd; f sind zwei kurze Parten, welche an der Vorderseite des Masts zusammengesorrt sind. Das Doodshoofd d steht dann mit dem Doodshoofd des losen Stags durch ein Taljereep in Verbindung.

Zuweilen wird das große lose Stag auch so befestigt, wie das nachher folgende Besahnstag. Eine noch einfachere Weise ist diese. Das lose Stag wird zuerst durch eine gehörige Anzahl von Sängern, d. h. hölzernen oder eisernen Ringen gezogen, an welche nachher das Stagsegel befestigt werden kann; darauf

wird es um den Fockmast unterhalb der dazu angespickerten Klampen genommen, wie Fig. 60, und durch das an dem untern Ende befindliche Auge g geschooren, und nach dem Top des großen Masts hinaufgeführt. Das obere Ende kann alsdann natürlich kein gewöhnliches Stagauge haben, sondern ist wie Fig. 61 gestaltet, d. h. nahe am Ende, bei k, ist von gleich starkem Tau ein Hangerschenkel h angesplißt; beide Enden haben ein Auge, und werden durch ein Taljereep l oberhalb des übrigen Tauwerks um den Top des großen Masts verbunden.

Das große Stengestag wird auf folgende Weise angebracht. Ein großer einscheibiger Block, Fig. 62, wird mit einem langen und einem kurzen Schenkel eingestroppt; der lange wird um den Top des Fockmasts genommen, wie Fig. 63, durch das Auge des kürzeren gesteckt, und an den stehenden Part gesorrt. Das große Stengestag fährt dann vom Top der großen Stenge durch diesen Block, zwischen den Langsahlingen, hinter dem Fockmast und innerhalb der Schwigtings herab. Hinter dem Fockmast ist ein Augbolzen im Deck, an welchem eine Jungfer festsitzt, die mit der Jungfer des Stengenstags durch ein Taljereep verbunden wird, wie in der Nebenfigur o bei 63 zu sehen ist. Auf kleineren Schiffen ist der Block an einen eisernen Bolzen gestroppt, der am hintern Theile des Vortops festsitzt; statt einer Jungfer befindet sich am untern Ende nur ein kleines Doodshoofd oder eine Kausche (eiserner Ring). 18

Das lose große Stengestag, Fig. 64, wird wieder zuerst durch Sänger für das große Stengestagsegel geschooren, und fährt durch eine Kausche, die um den Fockmast unterhalb der Backenklampen n festgestroppt ist, so daß sie hinter dem Mast liegt. Zuweilen fährt es auf Deck hinab; gewöhnlicher aber geht es durch die Kausche aufwärts, und wird, wie in Fig. 64, mit einer andern Kausche verbunden, die oberhalb des übrigen Tauwerks festgestroppt ist. Das Auge des Stengenstags ist auf großen Schiffen demjenigen des unteren Stags gleich; auf kleineren Schiffen splißt man aber das Ende nur einfach in den stehenden Part; ebenso beim losen Stengestag. Beide Augen werden beim Aufbringen der Stenge (vergl. S. 2541 Nr. 13) erst dann auf den Stengentop gelegt, wenn die Stengenwanten und Pardunen schon darauf liegen.

Das Besahnstag hat einen Kragen mit zwei Schenkeln um den großen Mast gesorrt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 65; das Stag selbst wird wieder erst durch Sänger geschooren, und fährt dann durch das Doodshoofd des Kragens; am untern Ende ist ein kleines Doodshoofd oder eine Kausche eingesplißt, und mit einem Taljereep a an einen Augbolzen im Deck befestigt. Auf großen Schiffen finden sich Jungfern am Stag und am Augbolzen. Noch besser ist ein Doodshoofd, Fig. 66, mit einem eisernen Bande um den großen Mast gestroppt, welches an der einen Seite ein Scheibengatt für den Niederholer des Besahnstagsegels hat. 19

Ehe das Fockstag angebracht werden kann, muß schon das Bugspriet eingesetzt, und mit der Wuhling, den Backstagen und dem Wasserstag befestigt sein. Die Wuhling kann auf mannigfaltige Weise angebracht werden. Die gewöhnlichste ist die in Tafel XXXIII, B, Fig. 4. Nachdem das 20

Bugspriet durch ein angehängtes Faß mit Wasser, oder auch durch ein angehängtes Boot gehörig fest auf den Vorsteven niedergedrückt worden, und während des Anlegens der Wuhling niedergehalten bleibt: wird das Wuhlingstau je nach der Größe des Schiffs acht, zehn oder zwölf Mal über das Bugspriet und durch das im Galjon befindliche Gatt m genommen. Beim ersten Schlage wird das Ende am stehenden Part festgestochen oder mit einem eingesplißten Auge befestigt. Die Schläge auf dem Bugspriet liegen einer vor dem andern; diejenigen im Gatt einer hinter dem andern; dieser Wechsel wird durch die Lage der Stoppklampe auf dem Bugspriet hervorgebracht, deren Vorderende mit dem Vorderrande des Gatts in einer Perpendikulärlinie liegt. Darauf wird ein Steertblock in dem Wasserstagsgatt o angesorrt; durch denselben geht ein Mantel, an dessen einem Ende das Ende des Wuhlingtaus bei n festgeknebelt oder gehaakt ist; das andere Ende führt durch ein Klüsengatt p, und wird an den Haakenblock eines losen Taakels, der andere Block an einen Ringbolzen gehaakt, und der Läufer des Taakels mit dem Gangspill eingewunden. Ist die Wuhling steif geholt, so wird sie mit Schiemannsgarn festgeseist, indem mehrere Schläge um den stehenden Theil in der Mitte theils einfach, theils kreuzweise genommen werden. Darauf fiert man das lose Taakel, und das Ende der Wuhling wird mit mehreren Kreuzschlägen um den stehenden Part geschlagen, und endlich festgestoppt. Die fertige Wuhling hat dann die Gestalt der Nebenfigur D.

Zuweilen sind die Wuhlingen so gestaltet wie Fig. 5, 6 und 7.

Was für die eigentlichen Masten die Wanten, das sind für das Bugspriet die Backstage, und was für die Masten die Stage, das ist für das Bugspriet das Wasserstag. Um sie anzulegen, werden zwei Spieren wie zu einem Bock zusammengesorrt, und horizontal über den Bug hinausgelegt; die beiden abstehenden ruhen zu beiden Seiten des Vorstevens auf dem Bug; die zusammengesorrten Enden hängen an einem um das Vorderende des Bugspriets angebrachten Taue, wie Fig. 8. Unter den Klampen e, welche für die Kragen des Fockmasts und losen Fockstags auf das Bugspriet genagelt sind, wird das Rösterwerk f irgend einer Lucke gelegt, damit die arbeitenden Leute darauf stehen können.

Führt das Schiff ein loses Fockstag, so kommt der Kragen für dasselbe der Klampe zunächst zu liegen; führt es nur ein Hauptfockstag, so kommt dessen Kragen dicht an die Klampe e. Der Kragen selbst sieht wie Fig. 9 aus, und wird in die äußere Höhlung des Kragendoodshoofds gelegt, und mit einer Sorring festgemacht, welche um Kragen und Doodshoofd in den dazu angebrachten Vertiefungen k k angebracht ist. An der einen Bugt l ist ein Sorringsbindsel angestochen, mit welchem der Kragen unterhalb des Bugspriets festgesorrt wird, was von den auf dem Rösterwerk befindlichen Leuten geschieht.

Der Wasserstagskragen hat die Gestalt von Fig. 11, und umfaßt einen Jungfernblock, welcher unter das Bugspriet zu liegen kommt. Die beiden Augen werden über dem Bugspriet zusammengesorrt. Auf sehr großen, namentlich Kriegsschiffen, liegen zwei Wasserstagskragen, einer vor dem andern.

Das Wasserstag selbst, Fig. 13 n m, wird durch das Wasserstagsgatt unter dem Galjonsbilde genommen, und mit den beiden Enden zusammengesplißt; ein Jungfernblock m wird eingebunden, und durch das Taljereep n mit dem Jungfernblock am Kragen verbunden. Um das Taljereep festzuholen, wird ein Wantstropp am Klüsholzpöller angebracht, und darin der Taakelblock p eingehaakt; der andere zweischeibige Block o dieses Taakels wird am Taljereep selbst festgehaakt, und der Läufer des ersten Taakels an einem zweiten bei q eingeholt. Ist das Wasserstag steif genug, so wird das Taljereep festgesorrt, und das Ende o unterhalb des Jungfernblocks zwischen ihm und der Sorring am Stag durchgenommen, einige Male um beide Parten des Stags geschlagen und zuletzt um die stehenden Theile des Taljereeps festgeschlungen. Wenn Schiffe zwei Wasserstage führen, so wird das Taljereep des äußeren durch eine Jungfer oder ein Doodshoofd geschooren, das am äußeren Ende des Bugspriets dicht innerhalb des Eselshoofds an einer eigenen dazu aufgespickerten Klampe befestigt ist.

Schiffe, welche kein Galjon haben, und deren Krahnbalken ziemlich weit nach vorne liegen, richten ihr Wasserstag wie in Fig. 14 ein, damit sie es beim Ankerlichten losmachen, und am Bugspriet aufholen können; der Ankerstock bleibt alsdann frei davon.

Der Backstagskragen hat die Gestalt von Fig. 12; zwei Doodshoofden sind an einem und demselben Kragen befestigt; die beiden Augen werden auf der oberen Seite des Bugspriets zusammengesorrt, so daß an jeder Seite des Bugspriets ein Doodshoofd zu liegen kommt. Manche Schiffe haben statt dieses einen doppelten Kragens zwei einfache, von denen jeder nur ein Doodshoofd, und zwar jeder an der andern Seite des Bugspriets trägt.

An jedes dieser Doodshoofde schließt sich ein Backstag, gleichsam die Wanten des Bugspriet; es hat die Gestalt wie Fig. 15; mit dem obern Doodshoofd s schließt es sich an das Doodshoofd des Kragens; mit dem Haaken r wird es in einen Augbolzen eingehaakt, der am Bug festsitzt.

21 Sobald das Bugspriet durch die Wuhling, das Wasserstag und die Backstage festgesetzt worden, kann der Fockmast seine Stage erhalten. Das Stagauge wird über den Top gelegt, wenn schon die Hanger, Fig. 16, 17, 18, und die Wanten darauf sind. Das Auge des losen Fockstags wird durch das Auge des Hauptstags hinaufgenommen, so daß es über demselben zu liegen kommt, während das lose Stag selbst unter dem Hauptstag fortläuft, um das Stagsegel anbringen zu können. In dem unteren Ende des Stags wird ein Doodshoofd festgesorrt, und dieses mit dem Doodshoofd am Kragen auf dem Bugspriet durch ein Taljereep verbunden, wie Fig. 29. Das lose Stag wird durch Säuger gezogen (vergl. S. 2544).

22 Das Vorstengestag und lose Vorstengestag werden auf den Top der Vorstenge gelegt, wenn die Hanger, Wanten und Pardunen schon darauf liegen. Das untere Ende wird durch einen Block am Außenende des Bugspriets dicht neben dem Eselshoofd, Fig. 51, a, geschooren, und mit einem Paar Jungfern oder einem Paar gewöhnlichen Taakelblöcken an einem Augbolzen neben

dem Vorsteven festgesetzt. Das lose Stag fährt an der andern Seite des Bugspriets; sein Block muß aber etwas weiter nach hinten liegen, als der für das eigentliche Vorstengestag, damit sich das Vorstengestagsegel nicht an dem letztern reibt. Das lose Vorstengestag wird ebenfalls durch Sänger gezogen.

23 Die Verlängerung des Bugspriets, der Klüverbaum, hat ebenfalls seine eigene Unterstützung, welche derjenigen des Bugspriets ähnlich ist, aber mancherlei Eigenthümlichkeiten enthält. Er wird wie die Stenge eines Masts, so durch das Eselshoofd des Bugspriets hinausgeschoben, Tafel XXXIII, B, Fig. 69. Am untern Ende ist ein Scheibengatt nach Art eines Kinnbackblocks angebracht, wie Fig. 68 zu sehen; in dieses wird der Ausholer des Klüverbaums gelegt, welcher die gleiche Bedeutung für ihn hat, wie das Stengenwindreep für die Stengen. Am Eselshoofd des Bugspriets, Fig. 69, findet sich ein Augbolzen, an welchen ein Block a gestroppt ist; durch diesen Block fährt der Ausholer, geht durch das Scheibengatt am Fuß des Klüverbaums, und ist mit dem einen Ende an einen Augbolzen gestochen, der an der andern Seite des Eselshoofds sitzt. Das andere Ende w geht nach dem Bug, wo es eingeholt wird. Der Klüverbaum wird dann erst durch das Kragendoodshoofd des Fockstags hindurch, und dann durch das obere runde Gatt des Eselshoofds geholt.

Zuweilen ist das Doodshoofd für das Fockstag so gebildet wie Taf. XXXII, B, Fig. 16; mit der untern Höhlung m ruht es auf dem Bugspriet, durch das runde Loch l fährt der Klüverbaum, und durch das obere das Taljereep des Stags. In solchem Falle sitzt der Block, durch welchen der Ausholer geschooren wird, an der hinteren Seite des Doodshoofds. Das Ende welches über die Scheibe am Fuße des Klüverbaums geht, wird auf der andern Seite des Doodshoofds durch ein dazu befindliches Loch geschooren und mit einem Wandknopf versehen, um nicht zurückgezogen zu werden. Sobald der Klüverbaum ein wenig durch das Eselshoofd hinausgeholt ist, wird das Tauwerk aufgelegt; zuerst ein eiserner Ring, der Bügel des Ausholers für das Klüversegel, welcher verschiedene Einrichtung hat, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 38 bis 42; dieser Ring ist an einem eigenen Leiter befestigt, an welchem der Klüver auf- und niedergeholt wird. Darauf werden die Pferde oder Paarden angelegt; Tafel XXXIII, B, Fig. 69, d, auf denen die Leute stehen, wenn sie Etwas am Klüver zu thun haben. In gleichen Distanzen haben sie Schauermannsknöpfe oder Knoten, um die Füße dagegen zu stützen. Das eine Ende der Paarden ist um den Klüverbaum innerhalb des Eselshoofds gestochen; das andere Ende ist am Top des Klüvers befestigt.

Die Taue, welche dem Klüverbaum die Seitenunterstützung geben, heißen auch Backstage, d. h. Klüverbackstage. Das Wasserstag des Klüvers heißt aber Stampfstag oder Klüver-Stampfstag; und zwar giebt es deren zwei, von denen das innere das Binnen-Stampfstag, das äußere das Buten-Stampfstag genannt wird.

Klüverbackstage giebt es auf jeder Seite zwei, von denen das eine

fest ist, das andere aber an dem Bügel oder Ringe des Klüvers (Klüversegels) befestigt ist, und mit demselben ein- und ausgeholt wird.

Diese Klüverbackstage haben übrigens eine sehr verschiedene Einrichtung, je nachdem ein Schiff eine blinde Raa hat oder nicht.

Führt es eine solche, wie in der angeführten Figur 69, so ist sie unter dem Bugspriet angebracht, zwischen dem Fockstagkragen und dem Eselshoofd. Sie hat alsdann auf ihrer oberen Seite vier Kauschen, zwei auf jeder Seite ee, ee. Durch die beiden äußeren werden die festen Klüverbackstage geschooren; an ihrem innern Ende ist ein Taakel angebracht, dessen Haakenblock in einen Augbolzen am Bug eingehaakt, und dessen Läufer auf der Back eingeholt wird. Die beiden beweglichen Backstage, oder Wanderbackstage, werden durch die beiden innern Kauschen auf der blinden Raa geschooren, und an ihrem inneren Ende g ebenfalls mit einem Taakel verbunden, dessen innerer Block am Bug festsitzt.

Sehr oft sind die festen und die Wanderbackstage mit einander verbunden, wie in der Nebenfigur A bei 69, so daß sie durch die Kausche des Taakelblocks d fahren. Wird dann der Klüver eingeholt, so holt man auch den Läufer des Taakels ein; es verlängert sich alsdann der Part ed, während sich der Part fed verkürzt.

Wenn ein Schiff keine blinde Raa führt, was jetzt sehr häufig ist, namentlich bei Kauffahrteischiffen, aber auch bei Korvetten und kleinern Fahrzeugen: so wird der Klüverbaum verhältnißmäßig stärker gemacht, und erhält seine ganze Unterstützung von den Stampfstagen, deren er dann aber auch immer zwei bekommt. Man kann ihm aber auch selbst in diesem Falle Backstage geben, die alsdann von seinem Top nach dem Außenende der Krahnbalken gehen.

Die Stampfstage halten den Klüverbaum nieder, indem der beigesetzte Klüver ihn emporzubiegen strebt. Sie zeigen sich Tafel XXXIV, D, Fig. 42, n und l. Um sie anzubringen, werden in die Vorderseite des Bugsprietesels-hoofds mehrere starke eiserne Krampen oder Bügel eingetrieben, in denen ein verhältnißmäßig kurzer Baum k senkrecht befestigt wird, welcher der Stampfstock heißt. An seinem unteren Ende befinden sich zwei Scheibengatten für die Stampfstage. Das äußere oder Butenstampfstag n ist um das Außenende des Klüverbaums gestochen, fährt durch das untere Scheibengatt des Stampfstocks, dann durch den Block m, der in ein Brohk am Bugspriet, dicht hinter dem Fockstagkragen festgestroppt ist; am innern Ende hat das Stampfstag einen Block o, und wird mit einem Taakel auf der Back festgesetzt. Das Binnenstampfstag l ist an dem Bügel des Klüvers festgestochen, fährt durch das obere Scheibengatt des Stampfstocks, und durch einen Block, der an der andern Seite, dem Block m gegenüber, am selben Brohk eingestroppt ist; das Ende wird ebenso mit einem Taakel auf der Back festgesetzt.

Einige Schiffe haben noch einen Außenklüverbaum, gleichsam eine Bramstenge des Bugspriets; führen sie alsdann keine blinde Raa, so haben sie zwei Stampfstöcke die einen Winkel mit einander bilden, und dadurch

einige Breite darbieten, um Backstage anzubringen; worüber tiefer unten etwas Genaueres vorkommt.

Zur Vervollständigung des am Bugspriet erforderlichen stehenden Tauwerks gehören noch die sogenannten Lauf- oder Klimmstage, und das Netz für das Vorstengestagsegel.

Die Laufstage sind zwei Taue, welche zum Geländer für die auf das Bugspriet hinaufgehenden Leute dienen; sie werden auf verschiedene Weise eingerichtet. Auf einigen Schiffen geht von jedem Klüsholzpöller oder von der Back an jeder Seite des Bugspriets ein Tau bis nach einem Augbolzen an der hinteren Seite des Bugsprieteselshoofds, so daß der auf das Bugspriet Hinaufgehende mit jeder Hand eines fassen kann. Auf vielen Schiffen finden sich, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 19, an dem Kragen des Fockstags zwei kurze Hanger unten mit Kauschen; durch diese fahren die beiden Laufstage von der Back oder von den Klüsholzpöllern bis zum Eselshoofd; bis zum Fockstagkragen sind sie dann die eigentlichen Laufstage; zwischen dem Kragen und dem Eselshoofd wird dann das Netz q für das Vorstevenstagsegel angebracht.

24. Das Kreuzstengestag geht ganz auf ähnliche Art von dem Top der Kreuzstenge nach dem Top des großen Masts, wie das große Stengestag nach dem Top des Fockmasts (vergl. S. 2545 Nr. 18); es dient zugleich zum Leiter des Kreuzstengestagsegels, Tafel XXXIV, E, 49.

25. Das große Bramstengestag geht vom Top der großen Bramstenge nach dem Top der Vorstenge, wo es durch eine Kausche nach der Vorbramsahling geht; Tafel XXXIV, E, Fig. 46, das obere Tau; der Leiter für das große Bramstengestagsegel ist entweder etwas unterhalb des Auges in das große Bramstengestag eingesplißt; oder liegt wie die übrigen losen Stage mit einem eigenen Auge über dem großen Bramstengetop; fährt durch einen Block a, der unterhalb der Vorbramsahling festgestroppt ist, und geht dann aufs Deck herab.

26. Das Kreuzbramstengestag mit dem Leiter des Kreuzbramstengestagsegels ist in ganz ähnlicher Weise von dem Top der Kreuzbramstenge nach der großen Brahmsahling geleitet, wie das eben angeführte große Bramstengestag nach der Vorbramsahling.

27. Das Vorbramstengestag geht vom Top der Vorbramstenge nach dem Top des Klüverbaums. Wenn ein Schiff einen Butenklüver (Außenklüver) führt, so dient das Vorbramstengestag zuweilen zum Leiter desselben. Gewöhnlich hat er aber einen eignen Leiter.

28. Das große Oberbramstengestag, auch das große Royalstag genannt, fährt von dem Top der großen Oberbramstenge nach der Vor-Oberbramsahling, und hat kein Stagsegel.

29. Das Kreuz-Oberbramstengestag geht von dem Top der Kreuzoberbramstenge nach dem Eselshoofd der großen Stenge, weil die Höhe des ganzen Besahnmasts um so viel niedriger ist, als der große Mast; es hat ebenfalls kein Stagsegel.

Das Vor-Oberbramstengestag fährt von dem Top der Vor-Oberbramstenge nach dem Top des Klüverbaums. Es hat kein Stagsegel. 30

Sehr selten führen große Schiffe über dem großen Oberbramsegel noch ein Ober-Oberbramsegel, oder sogenanntes Skysegel (gewöhnlich Skeisel); in solchem Falle kann man noch ein dünnes Stag vom Top der großen Oberbramstenge nach dem Top der Vor-Oberbramstenge leiten; doch geschieht es fast nie. 31

Außer den genannten Stagen giebt es noch einige stagähnliche Taue, welche nur zu Leitern (gewöhnlich Leiern) von besondern Stagsegeln dienen, die sich zwischen den eigentlichen Stagsegeln befinden; dies ist namentlich der Fall mit den Klüvern und den Fliegern. 32

Der Klüver ist eines der wichtigsten Segel, wenn das Schiff beim Winde fährt, und hat eine außerordentliche Kraft, um das Schiff abfallen zu machen. Tafel XXXIV, D, Fig. 12, ist es beigesetzt zu sehen. Der Klüverleiter oder das Klüverstag fährt vom Top der Vorstenge nach dem Bügel oder Ringe auf dem Klüverbaum, und bildet, je nach der Einrichtung dieses Bügels, entweder mit seinem untern Ende auch den Ausholer des Klüvers, oder steht mit demselben in Verbindung. Das Genauere davon findet sich tiefer unten beim Klüver. Das untere Ende des Klüverstags wandert also mit dem Bügel auf dem Klüverbaum hin und her.

Viele, namentlich Kriegsschiffe und große Kauffahrer, führen außer dem Hauptklüver noch einen zweiten, manche sogar noch einen dritten Klüver. Der zweite oder dritte Außenklüver hat gewöhnlich einen eigenen Leiter, welcher vom Top der Vorbramstenge nach dem Top des Klüverbaums geht.

Was die Klüver für die Vorstenge und Vorbramstenge, das sind die Flieger für die große Stenge und Bramstenge, und für die Kreuzstenge; sie haben ihre Leiter zwischen den eigentlichen Stagen.

Der Leiter des großen Fliegers, oder großen Marsfliegers fährt zwischen dem großen Stengestag und dem großen Bramstengestag, d. h. vom Top der großen Stenge gegen die Mitte der Vorstenge. Dies ist der einzige Flieger, den man in neuerer Zeit allgemein beibehalten hat; die andern läßt man gewöhnlich fort, weil sie zu selten gebraucht werden; sie sind der große Bramflieger, der Kreuzflieger und der Kreuzbramflieger.

Der Leiter des großen Bramfliegers fährt zwischen dem großen Bramstengestag und dem großen Oberbramstengestag, also vom Top der großen Bramstenge nach der Vorbramstenge.

Wie die beiden Flieger des großen Masts, so fahren auch, wenn sie überhaupt geführt werden, die beiden Flieger des Besahnmasts.

Die genannten Stage und losen Stage sind Tafel XXXV, D, Fig. 335 auf folgende Weise bezeichnet: 3 ist das große Stag; 4 das große lose Stag; 12 das große Stengestag; 13 das große lose Stengestag; 19 das große Bramstengestag; δ das große Oberbramstengestag; die Stage des Besahnmasts sind nach denen des großen Masts leicht zu erkennen; 59 das Besahnstag; 67 das Kreuzstengestag; 72 das Kreuzbramstengestag; ε das Kreuz-Oberbramstenge- 33

stag; 37 das Fockstag; 38 das lose Fockstag; 46 das Vorstengestag, und darunter das lose Vorstengestag; 52 das Vorbramstengestag; zwischen den beiden letzern in diagonaler Richtung der Klüverleiter oder das Klüverstag ζ; ferner η das Vor-Oberbramstengestag; ϑ der Leiter des Außenklüvers; ϰ der Leiter des großen Fliegers.

34 Zu den großen Tauen der Masten, welche auch noch bei dieser Uebersicht bekannt werden müssen, gehören die Seitentaakel, die Stengenwindreepe und das Topreep.

Unter den Seitentaakeln versteht man Taakel, welche an jeder Seite der Masten an die daselbst befindlichen Hanger befestigt werden. Die Gestalt dieser Hanger ist Tafel XXXIII, B, Fig. 16 und 17 zu erkennen, und Fig. 18 ist ein Hanger schon über den Top des Masts gelegt. Sie dienen dazu, daß große Taakel angebracht werden, mit denen man Boote, Schaluppen und andere große Lasten am Bord oder vom Bord heißen kann. Die Seitentaakel am großen Mast heißen die großen; am Besahnmast die Hinterseitentaakel; und am Fockmast die Vorseitentaakel. Die letzteren dienen auch dazu, den Anker, wenn er gelichtet worden, zu kippen, d. h. in eine Lage zu bringen, wobei der Ankerstock perpendikulär neben dem Bug steht, und die Arme eine solche horizontale Lage erhalten, daß sich der eine an den Bug anlehnt.

Wenn an einem Mast an jeder Seite eine ungerade Zahl von Wanttauen sich befindet, so werden die Hanger zu den Seitentaakeln sogleich aus demselben Taue gebildet, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 23, wo m der Hanger, n das nach unten gehende Wanttau ist; das Auge wird um den Top des Masts gelegt. Solche Taue heißen Borgwanttaue, und sind gewöhnlich die vordersten. Auf großen Schiffen wird der obere Block des eigentlichen Taakels in die Kausche des Hangers eingehaakt, welche wie Fig. 16 an dessen Ende eingesplißt ist; auf kleineren Schiffen ist, wie Fig. 17, der obere Taakelblock in den Hanger eingestroppt. Bei Fig. 31 dieser Tafel ist der Gebrauch des Seitentaakels zum Steiffsetzen eines Wanttaues dargestellt. Auf Tafel XXXVI, A, Fig. 11, ist der Mantel t des Seitentaakels am Penterhaaken fest, um den Anker damit zu kippen. Tafel XL, A, Fig. 1 sind die Seitentaakel des großen und Fockmastes beim Einsetzen des Boots in Anwendung zu sehen.

Am Top der Stengen befinden sich ebenfalls Hanger mit Taakeln, welche die Stengenseitentaakel heißen; Tafel XXXIII, B, Fig. 32 ist die Anwendung eines Stengenseitentaakels zum Steiffsetzen eines Stengewanttaus dargestellt.

35 Das Stengewindreep ist ein starkes Tau, mit welchem die Stengen aufgebracht und gestrichen werden. Nach der neuern Weise sind die Stengen an dem unteren Ende, vom Gatt des Schlottholzes bis dahin wo sie in dem runden Gatt des Eselshoofds stehen, achteckig gestaltet, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 40, von d bis e; f ist das Gatt für das Schlottholz; g ist ein Scheibengatt, welches von einer der acht Seiten, die nach hinten zu an Backbord liegt, nach der gegenüberliegenden Seite nach vorne zu an Steuerbord geht; durch

dieses Scheibengatt fährt das Stengewindreep; die beiden Seiten haben aufwärts, bis zum Rande des achtseitigen Theils, eine Keep, oder rinnenartige Vertiefung, damit das Stengewindreep besser anschließen kann, und sich nicht an den Sahlingen reibt.

Die Stenge wird erst wie in Fig. 41 am Bord geheißt. Darauf wird das Eselshoofd über dem Top des Masts festgeschlagen, so daß das runde Gatt desselben über dem Top der Stenge zu liegen kommt. Hierauf wird der Stengewindblock n an einen Augbolzen gehaakt, der an Backbordsseite unter dem Eselshoofd festsitzt. Durch diesen wird das Stengewindreep m geschooren, zwischen den Sahlingen auf Deck niedergelassen, durch das vorher bezeichnete Scheibengatt im achtseitigen Theile der Stenge geschooren, wieder zwischen den Sahlingen an Steuerbordsseite hinaufgenommen, und an einem Augbolzen festgestochen, der an dieser Seite unter dem Eselshoofd festsitzt. An dem andern Ende des Stengewindreeps unter m ist ein Auge eingesplißt. Dieses wird über den Stropp des Blocks p genommen, und mit einem Knebel o festgemacht. Der untere Block k der Gien wird in einen Augbolzen im Deck eingehaakt, und der Läufer q durch einen Leitblock oder Fußblock geschooren und um das Gangspill zum Einwinden genommen.

Auf großen Schiffen hat man, wie in der Nebenfigur D bei 42, zwei Stengewindblöcke a und b, einen an jeder Seite des Eselshoofds; das Stengewindreep wird dann nicht, wie vorher, an einen Augbolzen unter dem Eselshoofd festgestochen, sondern durch den andern Stengewindblock a geschooren, und an den obern Block c einer zweiten Gien festgeknebelt, welche wie vorher mit einem Gangspill eingewunden wird. Tafel XXXV, D, Fig. 335, ist 15 das große Stengewindreep; 48 das Vorstengewindreep. Die Stengenwindreepe für die Bramstengen sind viel einfacher, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 23 zu sehen; ein kleiner Stengewindblock a wird unter dem Eselshoofd der Stenge eingehaakt, und das Stengewindreep c durchgeschooren, durch das Scheibengatt k am unteren Ende der Bramstenge geleitet, und am Top derselben bei f um die Stenge und den stehenden Part festgestochen. Das andere Ende fährt neben den Bramsahlingen und dem Mars herunter, und wird unten eingewunden.

36 Das Topreep ist ein Tau, welches vom Top des Fockmasts zum Top des großen Masts geht, und dazu dient, eine Talje oder ein Ladetaakel daran zu hängen, um damit Güter durch die große Lucke ein- und auszuladen. Seine Dicke kommt derjenigen der großen Wanttaue gleich. Tafel XXXV, D, Fig. 335, 25 ist das Topreep, 26 das daran hängende Ladetaakel. Mit dem am Fockmast durch den Block herabgehenden Läufer kann man dem Ladetaakel eine mehr nach vorne zu gehende Stellung über der großen Lucke geben; daher heißt dieser Theil des Topreeps auch der Ausholer desselben. Sehr häufig wird auch das Ladetaakel am großen Stage angebracht, und heißt dann Stagtaakel.

37 Das zur Befestigung der Masten und Stengen Aufgezählte heißt vorzugsweise das stehende Tauwerk. Man versteht unter dieser Benennung im Allgemeinen alle diejenigen Taue, welche an beiden Enden befestigt sind, und ihre Stelle unveränderlich behalten. Das laufende Tauwerk dagegen besteht aus

solchen Tauen, welche durch Blöcke auf und nieder oder hin und her bewegt werden können; gewöhnlich sind sie auch an dem einen Ende fest, und dieser Theil heißt der stehende Part, der andere der laufende Part.

Sowohl das stehende wie das laufende Tauwerk theilt man auch in das obere und das untere. Das obere ist alles dasjenige, welches sich über den Marsen befindet, und nicht aufs Deck herabläuft; das untere ist alles dasjenige, welches ebensowohl zur Befestigung der Masten, als zur Regierung der Segel dient, und auf Deck gehandhabt wird.

Das laufende Tauwerk dient theils zur Befestigung und Regierung der Raaen, Gaffeln, Bäume und Spieren, theils zur unmittelbaren Aufspannung, Regierung und Einziehung der Segel selbst.

38 Es sind, wie schon oben (S. 2538 Nr. 4) gesagt, die Segel die Haupttheile der ganzen Zutaakelung, um deren willen alle übrigen Theile derselben da sind. Sie haben entweder eine dreieckige Gestalt, wie die über dem Bugspriet und Klüverbaum aufzuspannenden Stagsegel, oder eine viereckige Gestalt, und zwar entweder eine rechtwinklige oder eine trapezoidische, wie die an den Masten und Stengen, und hinter denselben an Stagen, Gaffeln und Bäumen aufzuspannenden. Sie werden der bei weitem größern Mehrzahl nach aus Segeltuch gemacht; nur die ganz kleinen zuweilen aus Leinwand oder Baumwollenstoff. Das Segeltuch ist ein Gewebe aus Hanf, von welchem man hinsichtlich der Stärke dreifach verschiedenes zu haben pflegt; das stärkste und daher auch dem Gewichte nach schwerste zu den Untersegeln, d. h. denen unter den Marsen an den Masten befindlichen; das mittlere zu den Marssegeln, d. h. denen an den Stengen aufzuspannenden; das leichte zu den Bramsegeln, d. h. denen an den Bramstengen befindlichen. Auf kleinern Schiffen werden diese letztern auch von Leinwand gemacht. Je nach der Breite eines Segels werden mehr oder weniger Stücke des Segeltuchs mit verschiedenen Nathen aneinander genäht; diese Stücke von der ursprünglichen Breite des Tuchs heißen Kleider; ihre Länge bestimmt die Höhe oder Tiefe des Segels; ihre Zahl die Breite desselben; Tafel XXXIV, A, Fig. 3; Tafel XXXIV, C, Fig. 1 und Fig. 15. Am Rande werden die Segel mit einem starken Saume eingefaßt, an welchen zu noch größerer Haltbarkeit ein nach der Größe des Segels mehr oder minder starkes Tau angenäht oder angemarlt wird; dieses einfassende Tau heißt das Leik, und besteht aus sehr gutem aber nicht stark zusammengedrehtem Garn, damit es möglichst biegsam bleibt. Das Leik, welches bei dem aufgespannten Segel oben bleibt, heißt das Oberleik, oder auch, wenn das Segel an eine Raa gebunden wird, das Raaleik; das gegenüberliegende heißt das Unterleik; die beiden andern heißen dann bei einem viereckigen Segel die stehenden Leike.

Bei Stagsegeln heißt das am Stag befindliche das Vorleik; das unten befindliche das Unterleik, und das nach hinten zu gerichtete das Achterleik. Das letztere ist gewöhnlich etwas dünner als die beiden ersteren.

Theils zur Spannung, theils zur Regierung der Segel müssen verschiedene Taue an den Leiken befestigt werden. Hiezu werden an den Leiken Augen von

demselben Tau angebracht, welche im Allgemeinen Lägel heißen, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 1, c, e, f. Damit das Segeltuch an diesen Stellen nicht zu sehr angegriffen wird, erhält das Segel rund um längs dem Leik eine Verdoppelung, welche die Doppling genannt wird. Wo die nachher angebrachten Taue eine sehr große Zugkraft ausüben, werden neben den Lägels auch noch besondere viereckige Stücke Segeltuch aufgesetzt, welche Bolten heißen, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 15, g, g, g.

Die Gestalt eines Segels macht es nothwendig, daß die Kleider desselben von verschiedener Länge sind; das schräge Zuschneiden derselben nennt man das Gillen, und den schrägen Schnitt selbst die Gillung des Segels, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 3. Die Art wie ein Segel gespannt und regiert wird, bedingt seine übrigen Eigenthümlichkeiten und Zurüstungen. Die auf einem dreimastigen Schiffe der mehrsten seefahrenden Nationen Europas und der Nordamerikaner gebräuchlichen Segel sind: Raasegel, Gaffel-, Baum- und Giekſegel, Stagsegel und Leesegel; die letzteren werden nur bei günstigem Winde an den sogenannten Spieren beigesetzt, und sobald der Wind ungünstig wird, wieder unter Deck geborgen; die drei andern Arten bleiben aber während der ganzen Reise an ihren Stellen, und werden daselbst, wenn sie nicht beigesetzt sind, festgemacht oder beschlagen. Zu ihrer Uebersicht dient Tafel XXXIV, A, Fig. 1 und 2.

Die eilf eigentlichen Raasegel sind: a das Focksegel; b das Vormars-, c das Vorbram-, d das Voroberbramsegel; dies sind die Raasegel am Fockmast und seinen Stengen; h das Großsegel, i das große Mars-, k das große Bram-, l das große Oberbramsegel; dies sind die Raasegel am großen Mast und seinen Stengen; die Raasegel am Besahnmast befinden sich nur an dessen Stengen, und erhalten daher sämmtlich den Namen von Kreuz, weil man wie schon oben gesagt, Alles was sich oberhalb des Marses am Besahnmast zeigt, durch den Zusatz „Kreuz" von den übrigen Theilen der Zutaakelung unterscheidet, daher: o das Kreuzsegel; p das Kreuzbramsegel, wird auch zuweilen das Gretchen genannt; q das Kreuzoberbramsegel.

Das zwölfte Segel, die Besahn, ist ein Gaffel- oder ein Baum- oder ein Giek-Segel, an der hinteren Seite des Besahnmastes; in frühern Zeiten war es ein sogenanntes Ruthensegel.

Unter Gaffelsegel versteht man im Allgemeinen ein solches, dessen Raa nicht mit ihrer Mitte am Mast hängt, sondern mit ihrem einen gabelförmigen Ausschnitte sich am Maste bald nach Steuerbord, bald nach Backbord drehen läßt. Am deutlichsten ist eine solche Raa, welche von ihrer Gestalt Gaffel (Gabel) heißt, Tafel XXXIII, C, Fig. 18, zu sehen; Fig. 19 und 20 sind etwas andere Einrichtungen derselben. Hat ein Segel unten keine zweite ähnliche Raa, sondern wird es nur mit seinem Unterleik allein ausgespannt, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 51, so heißt es ein Gaffelsegel. Auf vielen Schiffen ist zu jetziger Zeit die Besahn ein Gaffelsegel.

Wenn aber ein solches Segel auch noch an dem Unterleik eine der Gaffel

ähnliche Raa hat, die aber dann der Baum genannt wird, so heißt ein solches Segel ein Baumsegel, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 54; namentlich wenn, wie bei dieser letzten Figur, die Gaffel und der Baum von gleicher Länge sind. Ist dagegen der Baum im Verhältniß zur Gaffel bedeutend länger, wie auf derselben Tafel Fig. 53, und auf Tafel XL, A, bei Fig. 3, 5 und 6, so heißt er Giekbaum, und ein solches Segel genauer ein Giekſegel.

Statt der genannten drei Arten der Besahn hatte man in frühern Zeiten eine Besahnruthe, wie Tafel XL, C, an Fig. 15 und 17 zu sehen ist; diese Ruthe war eine lange Raa, welche auch ungefähr in ihrer Mitte an dem Besahnmast aufgehängt war, aber nicht horizontal und mit der Breite des Schiffs parallel, sondern schräg, mit dem Vorderende nach hinten geneigt, und parallel mit der Länge des Schiffs; der hintere nach oben gehende Theil that dann dieselben Dienste wie jetzt die Gaffel. Wegen der mancherlei Unbequemlichkeiten, die mit der Handhabung einer solchen Ruthe verbunden sind, hat man sie bei den mehrsten Europäischen Nationen und den Nordamerikanern gänzlich abgeschafft, und statt ihrer die Gaffel- und die Giek-Taakelasche für die Besahn eingeführt; nur auf den Fahrzeugen der Mittelländischen See findet man sie noch; diese führen überhaupt noch viele sogenannte lateinische Raaen, zu denen ursprünglich die Besahnruthe gehört, und von denen tiefer unten noch etwas Genaueres vorkommt.

Außer den genannten eilf Raasegeln und der Besahn hat man auf manchen Schiffen noch zwei Raasegel, und noch ein bis drei Gaffelsegel.

Von den beiden Raasegeln befindet sich eines unter dem Bugspriet, und heißt das blinde Segel oder die Blinde, Tafel XXXIV, A, Fig. 2, r; das andere unter dem Klüverbaum, und heißt das Schieb-blinde-Segel oder die Schiebblinde, in der letztgenannten Figur s. Viele Schiffe haben aber keine der beiden Raaen, oder höchstens nur die blinde Raa ohne Segel, zur Anbringung der Klüverbackstage (vergl. S. 2549). Von den drei andern Gaffelsegeln außer der Besahn führen einige Schiffe, jedoch nur die sogenannten Barken und Schuner, welche kein Kreuzsegel haben, das Gaffel-Topsegel, oder Kreuz-Gaffel-Segel, ein der Besahn ähnliches aber kleineres Segel, dessen Gaffel an der Kreuzstenge fährt, und dessen Unterleik von der Gaffel der Besahn gespannt wird. Es hat mancherlei Einrichtungen; in neuerer Zeit führt es gewöhnlich keine eigentliche Gaffel, sondern eine schräge Raa, wie Tafel XXVIII, Fig. 12 und 13 an dem Schuner und Kutter zu sehen ist. Auf manchen Schiffen hat es weder ein Gaffel noch eine Raa, sondern schließt sich mit der obern Spitze an die Kreuzstenge an, und hat dann keine Trapezform, sondern ist ein Dreieck.

Die beiden andern in neuerer Zeit auch von dreimastigen Schiffen zuweilen geführten Gaffelsegel sind das sogenannte große Schuner- und das Vor-Schuner-Segel; beide sind der Besahn ähnlich; das erstere hat seine Gaffel am großen, das zweite am Fockmast.

Führt ein Schiff alle die bisher aufgezählten Segel, so hat es zu den genannten Raasegeln die dreizehn gleichnamigen Raaen, und noch eine vierzehnte

am Besahnmast. Die dreizehn gleichnamigen Raaen dienen sämmtlich dazu, das Oberleik oder Raaleik ihrer Segel daran festzubinden, es also auch zugleich dadurch zu spannen. Das Großsegel, das Focksegel und das blinde Segel hängen an der großen, der Fock- und der blinden Raa, ohne an ihrem Unterleik durch eine zweite Raa gespannt zu werden. Die übrigen zehn Raasegel werden zugleich von den darunter befindlichen Raaen gespannt. Die drei genannten Raaen haben auch das Eigenthümliche, daß sie für alle gewöhnlichen Fälle, und namentlich auch bei der Ausspannung und Beisetzung ihrer Segel dieselbe Stelle, an der sie hängen, beibehalten; dagegen die übrigen zehn Raaen werden, wenn ihre Segel beigesetzt werden sollen, höher geheißt.

Liegt z. B. ein Schiff vor Anker, und hat alle Segel festgemacht oder beschlagen, wie z. B. Tafel XXXV, D, Fig. 335, so hängt die Fockraa o an der Vorderseite des Fockmasts in der Höhe, wo sich die Vormarspüttingstaue an die Fockwanten anschließen; diese Höhe behält sie auch, wenn das Focksegel beigesetzt ist, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen. Diese Höhe hat und behält auch die Großraa, Tafel XXXV, D, Fig. 335 h, am großen Mast. Die blinde Raa ch hängt, wenn das blinde Segel nicht beigesetzt ist, in der Mitte zwischen dem Fockstagkragen und dem Eselshoofd des Bugspriets, und behält in neuerer Zeit gewöhnlich diese Stelle unverändert bei, wenigstens bei den Kauffahrteischiffen. Auf Kriegsschiffen führt man wohl noch ein Fall für die blinde Raa, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 15 und in der Fig. A darunter zu sehen ist; doch auch in diesem Fall kann sie nur um einen kleinen Raum weiter am Bugspriet hinaufgezogen werden.

Am Besahnmast führt die unterste Raa, Tafel XXXV, D, Fig. 335, w, den besondern Namen Bagienraa, und unterscheidet sich von allen übrigen Raaen dadurch, daß sie kein eigenes Segel führt, sondern nur dazu dient, das Unterleik des Kreuzsegels zu spannen, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1, o zu sehen; sie verändert daher auch für gewöhnlich ihre Stelle nicht.

Die Vormarsraa dagegen hängt bei festgemachten Segeln ein wenig über dem Fockeselshoofd, Tafel XXXV, D, Fig. 335, p; dagegen mit beigesetztem Vormarssegel, Tafel XXXIV, A, Fig. 1, kommt sie bis zu der Höhe hinauf, wo sich die Vorbrampüttingstaue an die Vorstengewanten anschließen. Das Vormarssegel b ist dann unten durch die Fockraa, oben durch die Vormarsraa gespannt. Die Taue, mit denen die beweglichen Raaen in die Höhe geheißt werden, heißen im Allgemeinen Falle; so wird die Vormarsraa durch das Vormars-Fall geheißt.

Dasselbe ist der Fall mit der großen Marsraa, Tafel XXXV, D, Fig. 335, i, der Kreuzraa x, der Vorbramraa q, der großen Bramraa j, der Kreuzbramraa x′, der Voroberbramraa r, der großen Oberbramraa k, und der Kreuzoberbramraa x″. Alle diese Raaen hängen bei festgemachten Segeln nahe über der Stelle, wo ihre zugehörigen Stengen aus dem untern Eselshoofd hervorkommen, und werden, wenn ihre Segel beigesetzt sind, bis zu den Püttingstauen ihrer Stengen vermittelst ihrer Fallen aufgeheißt. Nur wenn bei heftigem Winde die Segel gereeft,

d. h. von oben her durch theilweises Zusammenbinden (wovon tiefer unten) verkleinert werden, erhalten die Raaen eine etwas tiefere Stelle gegen die Mitte ihrer Stengen zu.

Auch die Schieb-blinde-Raa, st in der letztgenannten Figur, wird mit einem eigenen Fall, welches aber bei ihr den besondern Namen Ausholer hat, höher am Klüverbaum hinaufgeheißt. Bei festgemachten Segeln hängt sie nahe am Eselshoofd des Bugspriets, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 16; dagegen wenn das Schiebblindesegel beigesetzt wird, heißt man die Schiebblinde-Raa bis zum Außenende des Klüverbaums; Tafel XXXIV, A, Fig. 2, s, und Tafel XXXIV, D, Fig. 34 und 35.

Die Besahngaffel bleibt auch gewöhnlich fest an ihrer Stelle, wenn sie nicht des Reefens wegen etwas herabgelassen wird. Nur bei einigen kleinern Fahrzeugen wird sie, wenn das Besahnsegel festgemacht werden soll, herabgelassen, wie Tafel XL, A, Fig. 4, G zu sehen ist. Auf großen Schiffen wird der eine Theil des Segels um die oben bleibende Gaffel beschlagen, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 53, und Tafel XXXVI, B, 2, Fig. 3, 8, und Tafel XXXV, D, Fig. 335, v zu sehen.

Die Stagsegel, welche gewöhnlich von einem dreimastigen Schiffe geführt werden, sind folgende: Tafel XXXIV, A, Fig. 2, t der Klüver; u das Vorstengestagsegel; v das Fockstagsegel; zu diesen kommt noch bei den mehrsten Kriegsschiffen und Kauffahrteischiffen, welche scharf gebaut sind, der Außen- oder Butenklüver, welche Tafel XXXV, D, Fig. 335, festgemacht bei $\varkappa'$ zu sehen ist. Diese Stagsegel am Bugspriet und Klüverbaum sind besonders wichtig, um das Schiff beim Manövriren, und auch beim Schwaien (Schwenken) vor dem Anker vom Winde abfallen zu machen.

Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist w das große Stagsegel. Statt desselben führen in neuerer Zeit viele Schiffe das Vorschunersegel, dessen Gaffel Tafel XXXV, D, Fig. 335 bei λ zu sehen.

Tafel XXXIV, A, Fig. 1, ist x das große Stengestagsegel; y der große Marsflieger; z das große Bramstengestagsegel; aa das Besahnstagsegel, wird auch gewöhnlich Aap (Affe) genannt; ein zu den Wendungen des Schiffes sehr dienliches Segel, welches bei großem Sturme zuweilen allein beigesetzt werden kann, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 36 zu sehen.

Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist ab das Kreuzstengestagsegel, und ac das Kreuzbramstengestagsegel.

Wenn Schiffe ein großes Schunersegel führen (dessen Gaffel auf Tafel XXXV, D, Fig. 335 mit λ' bezeichnet ist) so wird das Besahnstag am großen Mast tiefer herabgenommen, wodurch das Besahnstagsegel kleiner und dreieckig wird; während es auf einem Schiffe ohne Schunersegel eine Trapezgestalt hat.

Läßt man den Außenklüver und die beiden Schunersegel fort, so hat ein gewöhnlich zugetaakeltes dreimastiges Schiff zehn Stagsegel.

Die Leesegel heißen diejenigen, welche nur bei sehr günstigem und nicht

zu starkem Winde beigesetzt werden. Sie dienen dazu, die Segelfläche der Raasegel und diejenige der Besahn zu vergrößern; nur die beiden blinden Segel erhalten keine Leesegel. Das Leesegel der Besahn heißt Brodwinner oder Treiber; die andern Leesegel erhalten ihre Namen von denjenigen Segeln, an deren Seite sie beigesetzt werden; selten führen die Schiffe noch außerdem solche Leesegel, welche Wassersegel heißen; in früheren Zeiten führte man sie häufiger, sie sind aber von geringem Nutzen.

Die Leesegel an der Seite der Raasegel haben eine längliche parallelogrammatische, oder eine längliche trapezoidische Gestalt, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 4 und 5 zu sehen.

Auf der Fock-, Vormars-, Großen-, Großmars- und zuweilen auch auf der Bagien-Raa befinden sich eiserne Bügel, nahe am Ende, und an dem Ende oder der Nock selbst, Tafel XXXIII, C, Fig. 6, entweder in Gestalt von n und l, oder von o und m, durch welche die Leesegelsspieren fahren, d. h. runde raaähnliche Bäume, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 1 und 4 zu sehen. Werden keine Leesegel beigesetzt, so sind sie ganz in die Bügel hineingezogen; sollen welche beigesetzt werden, so schiebt man sie soweit hinaus, wie in den beiden letztgenannten Figuren.

Das Fockleesegel hat die Gestalt wie auf der letztgenannten Tafel, Fig. 4 und Fig. 5 das unterste. Es ist ein längliches rechtwinkliges Viereck. An dem äußeren Ende des oberen Leiks ist es an eine kurze Raa geschlagen, deren Fall durch einen Block an der von der Fockraa ausgeschobenen Spiere fährt; der übrige Theil des Oberleiks wird durch ein Tau gespannt, das durch ein oder zwei Blöcke unter der Fockraa fährt. Zur Spannung des Unterleiks wird eine Spiere ausgesetzt, deren inneres Ende mit einem Haaken in einen Augbolzen gehaakt wird, der an der Back festsitzt, wie auf der letztgenannten Tafel Fig. 2 zu sehen ist, und entweder Fockleesegels-Spiere oder auch Backspiere heißt. Das Leesegel hängt also neben dem Focksegel.

Das Vormarsleesegel, Tafel XXXIV, B, Fig. 5, w ist an seinem Unterleik durch die Vormarsleesegels-Spiere gespannt, die von der Fockraa ausgeschoben ist; sein oberes Leik ist schmäler als sein unteres, und ganz an eine kurze Raa geschlagen, welche mit einem Fall geheißt wird, das durch einen Block unter der Vormarsraa fährt. Das Leesegel hängt also neben dem Vormarssegel. Das Vorbramleesegel über dem vorigen ist unten durch die von der Vormarsraa ausgeschobene Vorbramleesegelsspiere gespannt; sein oberes, ganz an eine kleine Raa geschlagenes, Leik hängt an einem Fall, das durch einen Block unter der Vorbramraa fährt. Das Leesegel hängt also neben dem Vorbramsegel.

Das Große-, das Großmars- und das Großbram-Leesegel sind in ganz ähnlicher Weise an den entsprechenden Spieren und Blöcken am großen Mast und dessen Stengen angebracht.

Führt ein Schiff auch Kreuzleesegel, so sind sie wie die beiden Marsleesegel zwischen der Spiere angebracht, die von der Bagienraa ausgeschoben wird, und der Kreuzraa.

Nur wenn der Wind ganz von hinten weht, werden die Leesegel an beiden Seiten der Raasegel beigesetzt; weht er aber etwas von der Seite, so setzt man sie nur an der Luvseite bei, d. h. an der Seite, von welcher der Wind kommt. Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist e das Fock-, f das Vormars-, g das Vorbram-, m das Großmars- und n das Großbram-Leesegel; der Wind weht etwas von Backbord, daher sind die Leesegel nur an Backbord beigesetzt; das große Leesegel ist nicht beigesetzt, weil es nur dem Focksegel den Wind auffangen würde; es ist sogar der Backbordtheil des Großsegels aufgegeit, um den Vordersegeln desto mehr Wind zuzulassen. Das Kreuzleesegel ist ganz fortgelassen, weil es höchst selten geführt wird.

Der Brodwinner oder Treiber ist das Leesegel der Besahn, und wird auf zwei verschiedene Arten gebildet, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 52 und 53 zu sehen ist.

In der ersteren Figur ist der Treiber wie ein Marsleesegel geschnitten, und wird oben durch ein Fall an der Gaffel gehalten; unten ist er vermittelst einer Spiere gespannt, die über den Heckbord ausgesetzt wird.

Die neuere Art den Treiber zu bilden ist aber die in Fig. 53. Das Unterleik wird durch den Giekbaum gespannt; das Oberleik wird theilweise durch die Gaffel, theilweise durch eine kleine Raa gespannt, deren Fall durch einen Block an der Gaffel fährt. Soll der Treiber beigesetzt werden, so wird die Besahn aufgegeit, wie in der Figur 53. Auf Tafel XXXIV, A, Fig. 1 ist ad der Treiber; die Besahn ist ebenfalls aufgegeit.

Die Wassersegel sind Leesegel, welche noch unter der Backspiere, unter der großen Leesegelsspiere und unter der Treiberspiere angebracht werden; sie heißen danach das Vor-, das große und das Achter-Wassersegel. Ihr Oberleik wird von den genannten Spieren gehalten, ihr Unterleik fährt aber dicht am Wasser hin, so daß sie nur bei sehr ruhiger See geführt werden können; sobald diese aber Wellen schlägt, würden sie in dem Wasser nachschleppen, und die Fahrt hindern, statt sie zu fördern. Ihres geringen Nutzens wegen werden sie jetzt nur selten oder gar nicht geführt.

39 Die Raasegel gelten im Allgemeinen für die Hauptsegel eines Schiffes, während die Stagsegel und Leesegel nur Beisegel heißen. Die beiden obersten Ecken eines Raasegels, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 1 dd, heißen die Nockohren, weil sie gegen die Nocken oder Spitzen der Raa befestigt werden. Die beiden untersten Ecken bb heißen die Schoothörner. Durch die Doppelung unter dem oberen oder Raaleik wird, parallel mit demselben, eine Reihe von runden Löchern eingeschnitten, und jedes mit dünner Leine eingefaßt; dies sind die Raaband-Gatten; der Leinenring, welcher in jedem Gatt mit Segelgarn eingenäht wird, heißt Lägel oder Gattlägel. Soll das Segel angeschlagen, d. h. an die Raa gebunden werden, so werden die Raabanden, kurze Taue, ungefähr von der Dicke der Webeleinen an den Wanten, durch die Raaband-Gatten des Segels gestochen, um die Raa geschlungen, und auf ihr mit einem Knoten festgemacht.

Die Raabanden haben, Tafel XXXIV, C, Fig. 9, folgende Einrichtung:

sie bestehen alle aus einem langen und einem kurzen Bande, jedes an dem einen Ende mit einem Auge. Das Ende des kurzen Bandes h geht durch das Gatt im Segel, und zwar so, daß das Auge an die Vorderseite des Segels zu liegen kommt; das Ende des langen Bandes k geht durch das Auge i des kurzen, und das Ende des kurzen h durch das Auge m des langen Bandes.

Beinahe alle Segel, mit Ausnahme solcher, wie die Leesegel, welche nur bei leichten Winden geführt, und sogleich geborgen oder festgemacht werden, wenn er stärker wird, haben eine Einrichtung, vermöge welcher man sie kleiner machen kann, ohne sie ganz einnehmen zu müssen. Hiezu wirk ein Streif Segeltuch, etwa ein Drittel oder ein Viertel des Kleides breit, quer über das Segel genäht, wie auf der letztgenannten Tafel Fig. 1, b b; ein solcher Streif heißt eine Reefdoppelung oder ein Reef. Durch dieselbe wird eine Reihe von runden Löchern geschnitten, und jedes mit einem Gattlägel von dünner Leine versehen. Wie weit die Reefdoppelungen von einander abstehen, das hängt von der Tiefe oder Höhe des Segels ab; insoferne danach die Verkleinerung der Segelfläche bei stärker werdendem Winde bestimmt werden muß. Die Löcher selbst heißen Reefgatten, und werden so angebracht, daß entweder zwei in jedem Kleide sind, oder daß sich immer eines in der Mitte jedes Kleides und eines in jeder Nath befindet; die letztere Anordnung zeigt sich in Fig. 1.

Durch die Reefgatten werden die Reefbanden gezogen. Sie sind entweder einfache Leinen, welche mit einer Hälfte vor, mit der andern hinter dem Segel herabhängen, und an jeder Seite des Gatts mit einem einfachen Knoten, einem sogenannten Sackstich (Tafel XXXII, A, Fig. 42) versehn werden, damit sie auf keiner Seite aus dem Gatt gezogen werden können; oder sie haben die bessere Einrichtung, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 10, mit den drei Nebenfiguren A, B und C, d. h. sie bestehen aus einem langen und einem kurzen Bande, welche beide platt geflochten sind; jedes hat an dem einen Ende ein Auge, wie Fig. A, länger als das an den Raabanden, so daß man einen Schlag darin machen kann, wie Fig. B, damit dasselbe, nachdem es durch das Gatt gestochen, die doppelte Stärke erhält. Das Auge des einen Bandes wird auf der einen Seite des Segels, das Auge des andern Bandes auf der andern Seite desselben durch dasselbe Gatt gestochen, wie Fig. 10; durch das doppelt genommene Auge des Bandes c wird das Band b, und durch dessen Auge das Band c gestochen. Zuweilen werden die Augen so wie in Fig. C gemacht, d. h. klein, und dann wird jedes Band durch sein eigenes Auge gesteckt, um ein größeres Auge zu bilden; das gegenseitige Durchstechen der beiden Bänder geschieht dann wie vorher. Die geflochtenen Reefbanden heißen Reefseisings.

Soll nun ein Segel, z. B. ein Marssegel gereeft werden, so läßt man, Tafel XXXVI, B, Fig. 17, die Marsraa herab, damit das Segel seine Spannung verliert, und die Leute, welche mit den Füßen in den sogenannten Pferden oder Paarden (den an der Raa hängenden Trittleinen) stehen, ziehen die nächsten Reefbanden auf die Raa, und binden so den oberen Theil des Segels auf die Raa fest; um diesen Theil ist es also kleiner geworden. Das jedesmalige Festmachen eines solchen Theils heißt ein Reef einstechen. Je

nach der Größe eines Segels hat es ein, zwei, drei auch wohl vier Reefe, oder Reefdoppelungen; sind alle eingestochen, so nennt man das Segel dicht gereeft; die Zahl der eingestochenen Reefe ist zugleich ein Zeichen von der Stärke des Windes; die Arbeit selbst heißt das Reefen.

An dem Ende einer jeden Reefdoppelung wird an dem stehenden oder Seitenleik ein Lägel angebracht, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 1, cc, und zwar auf folgende Weise: man nimmt, Fig. 2, eine Ducht c (einen von den drei zusammengedrehten Theilen) eines guten Taus von hinreichender Länge, macht in der Seitendoppelung des Segels zwei Löcher in dem Abstande der Breite des Reefs, a und b, zieht die Ducht durch jedes Loch und durch zwei Duchten des Leiktaues, und legt dann die durchgezogene Ducht so in die eigenen Windungen zusammen, daß sie einem Taue gleichsieht. Die Enden werden wie beim Splissen zwischen die Duchten des Leiktaus gestochen. Diese Lägel heißen die Reeflägel, und dienen dazu, das Leik beim Reefen näher an die Raa zu holen; am untersten Reeflägel ist der Schenkel der Reeftalje befestigt, wovon tiefer unten.

Die Rockohr-Lägel oder Rock-Lägel, Fig. 1 dd, werden durch eine Splissung des Leiktaus in sich selbst gebildet.

In der Mitte der stehenden Leike, Fig. 1 ee, werden auch Lägel angebracht, welche die obern Bulienlägel heißen. Je mehr ein Segel gespannt ist, d. h. je näher es einer Ebene kommt, um desto senkrechter und kräftiger ist die Wirkung des Windes darauf. Zwar wölbt sich wegen der Elastizität des Segeltuchs jedes Segel; aber man muß diese Wölbung so viel als möglich zu vermindern suchen. Noch mehr ist diese Spannung nöthig, wenn der Wind von der Seite kommt, also durch den Neigungswinkel gegen die Segelfläche schon an sich eine verminderte Wirkung hat. Um in solchem Falle das an der Luvseite (wo der Wind herkommt) befindliche stehende Leik möglichst anzuspannen, damit der Wind nicht durch die Wölbung abgehalten wird, in das Segel zu treffen, hat man die Bulienen an allen Raasegeln; sie werden an den dazu bestimmten Lägels an den stehenden Leiken angebracht, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 7, bei x, y, z zu sehen ist. Hat ein Segel eine bedeutende Tiefe, so hat es mehrere Bulienlägels; diese werden dann, wie Fig. 16 zu sehen ist, durch mehrere Taue verbunden, welche zusammen das Bulienspriet heißen, an dessen Spitze die eigentliche Bulien befestigt wird. Unter dem obern Bulienlägel wird der untere, oder werden die unteren Bulienlägel angebracht. Sie werden wie die Reeflägel von einer Ducht gemacht, aber nicht durch die Doppelung des Segels gestochen, sondern nur durch die Duchten des Leiktaus genommen. In jetziger Zeit bringt man in allen diesen Lägels eiserne Kauschen, d. h. eiserne Ringe an, in deren äußerer Höhlung die Lägel zu liegen kommen.

Die Schoothornlägel oder Schoothörner an den beiden untern Ecken eines Raasegels, Fig. 1 hh, werden auf Kriegsschiffen von stärkeren Tauen als das Leik gemacht; auf Kauffahrteischiffen macht man sie von derselben Stärke, um sie biegsamer und handhäbiger zu behalten. Man nimmt auch gewöhnlich das Leiktau selbst dazu, wie in der Figur zu sehen; will man

sie verstärken, so kann man eine Ducht von demselben Tau in die Vertiefungen der eigentlichen Duchten nach Art der Trensing hineinlegen, wodurch das Schoothorn runder und stärker wird. Nachdem es bekleidet, d. h. mit Garn dicht umwunden worden, macht man Löcher in die Doppelung des Segels und marlt es an das Schoothorn, d. h. man bindet es mit solchen Schlägen fest, daß jeder Schlag auch zugleich das lose Ende festhält. Wegen der Bekleidung des Schoothorns kann man nämlich die Nadel nicht durchbringen; und außerdem ist eine gute Marling besser, als ein bloßes schneckenliniges Nähen; denn bricht bei diesem letztern ein Stich, so reißen die übrigen nach; bei der Marling halten aber die übrigen Schläge das lose Ende. Zum Marlen hat man eigenes dünnes aber festgedrehtes Tauwerk, Marlien genannt. Der Gebrauch der Schoothörner wird sogleich erklärt werden.

Am Unterleik des Segels werden noch mehrere Lägels angebracht, Fig. 1 g g, je nach der Breite des Segels mehr oder weniger, und in gleichen Distanzen; sie heißen die Bauch-Gordings-Lägel. Sie werden wie die Bulienlägel gearbeitet und mit Kauschen versehen. In der Nähe und Richtung der Bauchgordingslägel werden bis zu einer angemessenen Höhe hinauf, über die Doppelung noch Kleider in ihrer ganzen Breite genäht, Fig. 1, i i, um das Segel an diesen sehr angestrengten Stellen zu verstärken; sie heißen Bauchgordingskleider.

Die Bauchgordingen sind Taue, vermittelst welcher der Bauch oder der untere Mitteltheil des Segels nach der Raa hinaufgezogen wird; sie fahren an der Vorderseite der Segel von den Lägeln nach einem Block an der Raa, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 23 a a, und Fig. 25 c e f.

Die Bauchgordingskleider, so wie auch die Seitendoppelungen, Tafel XXXIV, C, Fig. 1 kk, welche auch die Breite eines Kleides haben, werden an der Vorderseite, d. h. der vom Mast abgekehrten angebracht. Wenn sie durch längern Gebrauch abgenutzt worden, näht man quer über das Segel zwischen den Bulienlägels ein neues Kleid, welches ein Band oder Mittel-Band heißt.

Wenn ein Raasegel die bisher aufgezählten Lägel u. s. w. erhalten hat, und an die Raa gebunden oder angeschlagen werden soll, so wird zuerst der Geitaublock, Tafel XXXIV, C, Fig. 3, l, angebracht, welcher Fig. 4 genauer dargestellt ist. Auf Tafel XXXII, B, Fig. 11 ist er ohne Stropp zu sehen. Er hat an seinem unteren Theile auf jeder breiten Seite des Gehäuses einen Vorsprung, Hacke oder auch Schulter genannt; durch diese Schultern sind, in der letztgenannten Figur h, vertikale Löcher gebohrt, durch welche der Stropp fährt. Die Vorsprünge selbst dienen bei diesen Blöcken dazu, um die am Schoothorn eines Segels zusammentreffenden Taue von der gegenseitigen Bekneifung abzuhalten, die leicht stattfinden könnte, wenn nicht die Blöcke durch die Hacken oder Schultern einen größern Abstand ihrer Räume oder Scheibengatten erhielten. Auf Tafel XXXIV, C, Fig. 4 ist der Stropp oben über die beiden breiten Seiten des Gehäuses gelegt; seine beiden Enden sind durch die Gatten nach unten hin gesteckt, und dort zusammengesorrt. An jedem Ende befindet sich ein Auge; diese Enden werden an der Achterseite des Schoot-

horns durchgesteckt, um dasselbe herumgenommen, und dann zusammengesorrt, wie in Fig. 4 zu sehen.

Darauf wird ein einscheibiger Block, Fig. 3 m, der Schootblock genannt, an das Schoothorn befestigt, indem man seinen Stropp über dasselbe legt. Der Block selbst kommt an der Hinterseite des Segels zu liegen, damit das Schoottau oder die eigentlichen Schooten p durchgeschooren werden können.

Endlich kommt noch der Hals an das Schoothorn. Besteht er aus einem einfachen Tau, wie Fig. 3 n, so ist dieses gewöhnlich so gemacht, daß es sich nach dem einen Ende hin verjüngt. An dem dicken Ende wird ein deutscher Wandknopf o angebracht, dessen Gestalt Tafel XXXII, A, Fig. 25 zu sehen ist. Das dünne oder verjüngte Ende wird durch das Schoothorn gesteckt, so daß es nach der Vorderseite des Segels fährt; der Knoten aber an der Hinterseite liegt, und den Hals vom Durchschlüpfen durch das Schoothorn abhält.

Wenn der Hals aus einem doppelten Tau besteht, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 5 i und Fig. 7 a, so kann der Halsblock einfach in das Schoothorn selbst eingesorrt werden, wie bei Fig. 7. Sehr häufig aber wird dieser Block wie bei Fig. 5 angebracht; die beiden Enden des Stropps werden durch das Schoothorn gesteckt, und dann zu einem Blinde-Schooten-Knopf vereinigt, dessen Gestalt Tafel XXXII, A, Fig. 33, genau zu sehen ist. Derselbe liegt an der Hinterseite des Schoothorns, damit der Halsblock an der Vorderseite des Segels fährt.

An dem Schoothorn eines unteren Raasegels vereinigen sich also drei Taue, die Geitaue, die Schoote und der Hals.

Die Geitaue dienen dazu, die Schoothörner eines Segels nach der Raa hinaufzuziehen, oder aufzugeien. Sie fahren, Tafel XXXIV, C, Fig. 7 d, von der Raa, wo das Ende festgestochen ist, nach dem Geitaublock am Schoothorn, von da nach dem an der Raa befestigten Blocke e, und von da herab auf das Deck. Auf großen Schiffen haben nicht nur die beiden untern Segel, das große und das Focksegel, sondern auch die Mars- und Bramsegel doppelte Geitaue; auf kleinern haben die oberen Segel nur einfache Geitaue, welche an das Schoothorn gestochen sind, und dann durch einen Block an der Raa fahren, wie an der rechten Seite des Bramsegels Tafel XXXIV, D, Fig. 27 d zu sehen ist.

Die Schooten sind Taue, welche dazu dienen, die Schoothörner eines Raasegels von vorne nach hinten herunterzuholen, und so die Segel zu spannen. Die Schooten des großen und des Focksegels sind doppelt, und laufen von der Gegend des Bords aus, in welcher die Schoothörner des Segels zu stehen kommen, wenn man bei dem Winde, d. h. mit sehr schräge gestellten Raaen bei ungünstigem Winde segelt; sie sind dort an einen Augbolzen gestochen, der an dieser Stelle in der Außenseite des Schiffs festsitzt; z. B. die Fockschoote, Tafel XXXIV, D, Fig. 30 g, ist in den Augbolzen u gestochen; von dort läuft sie nach dem Schootblock h, und durch denselben nach einem Scheibengatt, das in der Seite angebracht ist; binnen Bords wird sie um Pöller oder Kreuzklampen belegt. Die große Schoote fährt in ganz ähnlicher

Weise. Die Schooten der Mars- und der Bramsegel bestehen aus einem einfachen Tau, und fahren von dem Schoothorn nach einem Block, der nahe an der Nock der untern Raa auf deren oberer Seite befestigt ist; von dort längs der unteren Raa bis gegen deren Mitte, und durch einen an der unteren Seite derselben befindlichen Block auf Deck herab; z. B. die Vormarsschooten, Tafel XXXIV, D, Fig. 24 mm, fahren von dem Schoothorn längs der Fockraa nach dem Block n, und durch denselben herab. Die Bramschooten fahren eben so längs der Marsraa.

Das blinde Segel hat ebenfalls seine Schooten, Tafel XXXIV, D, Fig. 32, entweder doppelt, wie e, oder einfach wie f. Die einfachen Schooten werden entweder auf die Weise in den Schoothörnern befestigt, wie vorher (S. 2564) von den Halsen gesagt, mit einem Blinde-Schootknopf; oder sie werden nur an die Schoothörner festgestochen. Wenn die Schooten des blinden Segels doppelt sind, so ist ihr stehender Part an einen Augbolzen festgestochen, der im Bug festsitzt, und der laufende Part fährt nach der Back, ähnlich wie vorher die Fockschooten beschrieben worden. Die Schooten des Schiebblindensegels fahren längs der blinden Raa.

Die Halsen sind Taue, mit denen die Schoothörner des großen und des Focksegels an der Luvseite nach vorne hin gezogen werden, damit der halbe oder schiefe Wind besser in das Segel fallen kann. Kommt z. B. der Wind von Süden, und das Schiff fährt dabei nach West - Südwest, so muß es die Segel so stellen, daß der Wind an Backbordsseite (der linken) in dieselben fällt; man sagt alsdann, es segelt mit Backbordshalsen zu, nämlich zu- oder angeholt. Die Mars- und Bramsegel haben keine Halsen, weil ihre Schoothörner an den unteren Raaen fest sind, und zugleich mit deren Stellung in die gehörige Lage gebracht werden. Das Blinde- und das Schiebblindesegel haben keine Halsen, weil man sie höchst selten bei schiefem Winde beisetzt. Man giebt ihnen deshalb auch keine Bulienen; statt der letztern hängt man zuweilen Kugeln oder Gewichte an ihre Luvschooten.

Die großen Halsen fahren durch die Halsklampen oder Halsgatten ins Schiff; dies sind zwei Scheibengatten an der Seite des Schiffs, in der Gegend, über welcher die Nock der großen Raa zu stehen kommt, wenn sie möglichst schräg gebraßt ist, d. h. nahe am Hinterrande der Fockrüste (vergl. S. 2397). Gewöhnlich sind sie zur Schonung des Tauwerks mit weichem Holze bekleidet, das mit Bildhauerarbeit verziert wird.

Die Fockhalsen fahren nach dem Butenluf, Tafel XXXIV, D, Fig. 30 mfe; der Butenluf ist eine starke Spiere, in der letztern Figur mit e bezeichnet, Tafel XXXVII, Fig. 3 BLF, welche in der Richtung aus dem Galjon hervorragt, die die scharf beigebraßte Fockraa hat (vergl. S. 2415). Der stehende Part der Halsen wird um den Butenluf gestochen; der laufende Part fährt von dem Fockhalsblock durch einen am Butenluf festgestroppten Block nach der Back. Kleinere Schiffe, welche kein Butenluf führen, leiten den Fockhals nach dem Ende des Krahnbalkens.

Die Bauchgordingen auf Kriegsschiffen und großen Kauffahrern werden

folgender Weise angebracht, Tafel XXXIV, C, Fig. 6; die beiden Gordingsschenkel werden durch den Schuhblock p und zwar durch dessen obere Scheibe geschoren, während der Läufer w durch dessen untere Scheibe fährt. Die genauere Ansicht eines solchen Blocks ist Tafel XXXII, B, Fig. 8; die Ebenen der beiden Scheiben durchschneiden einander senkrecht; er wird auch zuweilen Schenkel- und Läuferblock genannt; der dicht daneben abgebildete Block, Fig. 7, ist ein gewöhnlicher Violinblock, dessen beide Scheiben in derselben Ebene über einander liegen; wegen der ähnlichen Figur nennen manche auch den Schuhblock so.

Unter dem Mars, nahe am Achterrande sind auf jeder Seite zwei zweischeibige Blöcke, Tafel XXXIV, C, Fig. 6 qo, befestigt; ebenso an jeder Seite zwei zweischeibige Blöcke p und r nahe am Vorderrande des Marses; die Figur zeigt nur die Backbordshälfte des Marses und der Raa; die Steuerbordshälfte ist ganz auf dieselbe Weise eingerichtet. Von den zweischeibigen Blöcken q und r werden nur die innern Scheiben zu den Bauchgordingen gebraucht. Der eine Schenkel ihres Mantels fährt aus dem Schuhblock P nach den inneren Scheibengatten der Blöcke q und r; dann nach dem äußeren Bauchgordingsblock s auf der Raa, und von da an der Vorderseite des Segels herab zu dem äußeren Bauchgordingslägel. Der andere Schenkel fährt von dem Schuhblock P durch die beiden äußern Scheiben der Blöcke o und p nach dem innern Bauchgordingsblock v auf der Raa, und von da an der Vorderseite des Segels herab zu dem innern Bauchgordingslägel. Der Läufer w, welcher über die untere Scheibe des Schuhblocks P fährt, wird mit dem stehenden Part an einen Augbolzen im Deck gehaakt oder gestochen. Auf der Steuerbordsseite fahren die Bauchgordingen in gleicher Weise; in Fig. 8 sind die vier Bauchgordingen d d an der Vorderseite des Segels zu sehen.

Auf kleineren, namentlich Kauffahrteischiffen, hat man statt der Schenkel und Läufer lieber zwei einfache Bauchgordingstaue, weil der Schuhblock es einerseits schwierig macht, den Bauch des Segels völlig aufzuholen; und andrerseits durch seine Schwere verhindert, daß die Bauchgordinge loose genug an der Vorderseite des Segels herabhängen.

Die tiefen Segel haben auch noch außer den Bauchgordingen andere Gordinge, nämlich die Nockgordinge, und das Kerkedoortjen.

Die Nockgordinge werden, Tafel XXXIV, C, Fig. 8 ee, an die obern Bulienlägel gg festgestochen, fahren an der Vorderseite des Segels an den Nockgordingsblöcken ff auf der Raa, dann durch die äußern Scheiben der vorher bei Fig. 6 genannten Blöcke r und q unter dem Mars, und von da auf Deck herab; sie dienen dazu, den oberen Theil des stehenden Leiks an die Raa heranzuholen.

Das Kerkedoortjen, Tafel XXXIV, C, Fig. 7 cb, auch Schlappleine genannt, besteht zuerst aus einem Schenkel oder Bruhk c, dessen beide Enden an die innern Bauchgordingslägel festgestochen werden; er fährt darauf an der innern oder hintern Seite des Segels hinauf, wo ein einfaches Tau in seine Mitte eingesplißt ist, und durch den Block b an der Raa hinabfährt. Das Kerkedoort-

jen findet sich nur an dem großen und Focksegel, und dient dazu, die Mitte dieser Segel etwas aufzuholen, um dem am Steuer Stehenden freie Aussicht nach vorne zu verschaffen; daher heißt es auch zuweilen Durchgucktau.

Obgleich nur die von den Schoothörnern an der hinteren Segelseite nach der Raamitte hinaufführenden Taue, wie vorher (S. 2564) gesagt, Geitaue heißen: so nennt man doch nicht allein das mit ihnen vorgenommene Aufholen des Segels, sondern auch das mit den Gordingen und Kerkedoortjen ausgeführte Aufgeien.

In die Nockohren der Segel (S. 2560) werden Leinen oder dünne Taue eingesplißt, um damit das Segel an die Nocken oder äußeren Enden der Raaen zu befestigen; sie heißen deshalb Nockbendsel, Tafel XXXIV, C, Fig. 11 nn. Zu ihrer Befestigung befinden sich an den Raaen Vorsprünge oder Erhebungen, die sogenannten Nockklampen; gegen diese wird das Nockbendsel, Fig. 12 a, mit zwei Schlägen durch das Nockohr c genommen, und dann bei b mit so vielen Schlägen, als die Länge des Nockbendsels zuläßt, um die Raa befestigt. Die beiden an der Außenseite der Klampen gegen dieselben liegenden Schläge sind hinreichend, weil sie nur dazu dienen, das Segel oben gespannt zu halten; dagegen die Schläge bei b um die Raa haben den ganzen Zug der Schooten, Bulienen, Geitaue und bei den untern Segeln auch der Halsen auszuhalten. Nachdem die Nockbendsel befestigt, wird das Raaleik des Segels auf die Raa gehoben, und mit den Raabanden (S. 2561) an die Raa geschlagen. Das lange Raaband, Fig. 9 k, welches vor dem Segel hängt, wird über und unter die Raa genommen, und mit dem hinter dem Segel hängenden und heraufgenommenen kurzen Raabande h durch einen Raabandsknoten verbunden. Ein solcher Knoten ist Tafel XXXII, A, Fig. 52 dargestellt. Hierauf bringt man die Beschlagseisings an. Diese sind plattgeflochtene Bänder, wie Tafel XXXII, A, Fig. 87 und 88, welche zum Festmachen oder Beschlagen der Segel dienen. Die an den Nocken befestigten heißen die Nockseisings; die in der Mitte befindlichen Bauchseisings. Sie werden sämmtlich so geflochten, daß sie sich nach den Enden zu verjüngen. Die Bauchseisings haben bei kleinern Raasegeln die Einrichtung, wie Tafel XXXIV, C, Fig. D; bei größeren aber solche wie Fig. 13; ein langes Ende hat eine Kausche d, durch welche die andern Theile b b geschooren und auf der Raa in Gestalt eines Spriets befestigt werden. Sind die Segel sehr groß, so befinden sich auf jeder Seite der Bauchseisings noch drei oder vier andere Seisings, von denen die äußersten die Nockseisings heißen; sind aber die Segel kleiner, so befindet sich auf jeder Seite nur eine Seising, die von der Nock bis zur Bauchseising reicht.

Ein völlig festgemachtes oder mit den Beschlagseisings beschlagenes Segel hat die Gestalt wie Tafel XXXVI, B 1, Fig. 25 und 26; nachdem das Segel völlig mit den Geitauen und Gordings aufgegeit worden, wovon der Anfang auf der letztgenannten Tafel Fig. 18 und 23 zu sehen ist, so ziehen die zum Festmachen an der Raa in den Pferden stehenden Leute das stehende Leik auf beiden Seiten längs der Raa hin, und das übrige Segel in beliebig vielen Falten auf die Raa hinauf, bis es etwa die Gestalt von Fig. 14 auf Ta-

fel XXXIV, C, hat. Von dem oberen Theile des Segels dicht unter der Raa, welcher in solchem Augenblick hinter dem übrigen hinaufgeholten Segel sich befindet, wird eine hinreichende Bugt a ohne Falten hängen gelassen; diese wird zuletzt von unten herauf über das übrige zusammengefaltete Segel herumgeschlagen, und bildet so die Bedeckung des ganzen Segels; nur die beiden Schootenhörner mit den daran befindlichen Blöcken und Tauen hängen gegen die Mitte der Raa aus der glatt gezogenen Bedeckungsbugt heraus, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 25 n n. Zwischen den beiden Schoothörnern wird die Bauchseising von unten herauf und über die Raa herumgenommen, und das Ende durch die vorher angegebene Kausche, Tafel XXXIV, C, Fig. 13, d, gezogen und festgestochen. Die Nockseisings werden von den Nocken an immer von unten an der Vorderseite des Segels um dasselbe und um die Raa in gleich weit abstehenden Schlägen herumgeschlagen, bis sie entweder an die Bauchseising, oder an die nächste innere Seising festgestochen werden können. Bei dem Herumnehmen dieser Seisings muß man sich hüten, nicht die Schooten des darüber befindlichen Segels, welche längs der Raa laufen (S. 2565) mit einzubinden. Eben so muß man sie frei von den Raabanden lassen.

40 Von den bei den Segeln vorkommenden Tauen sind nun noch die Reeftaljen zu erklären, welche sich an den Marssegeln befinden. Die großen Schiffe haben, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 15, bis vier Reefdoppelungen, aa, mit den entsprechenden Reeflägels, bb (S. 2561). Zwischen dem untersten Reeflägel und dem obersten Bulienlägel c befindet sich ein eigener Lägel d für die Reeftalje. Weil das Segel eine große Tiefe hat, so befinden sich an jedem stehenden Leik drei Bulienlägel c c c. Wegen der großen Gewalt, welche das Marssegel beim Reefen und von den Bulienen auszuhalten hat, befinden sich neben dem Reeftaljenlägel und neben den Bulienlägeln auf den Seitendoppelungen noch besonders aufgesetzte Verstärkungsstücke von Segeltuch, gg, welche Bolten heißen. Die Marssegel erhalten auch noch zuweilen an der Innenseite in der Mitte des untern Theils eine Verdoppelung, welche die Topdoppelung genannt wird, Tafel XXXIV, D, Fig. 24, 1, damit es nicht durch die Reibung gegen den Top des Masts und gegen das Eselshoofd zerrissen wird; diese Doppelung ist aber schädlich, weil sich leicht das Regenwasser zwischen der Doppelung festsetzt, und das Segeltuch zur Fäulniß bringt.

Weil das Segel drei Bulienlägels hat, so erhält auch das Bulienspriet drei Schenkel, Tafel XXXIV, C, Fig. 16, k, m, o; die beiden oberen k und m gehen durch die Kausche des unteren o l, welcher selbst wieder durch die Kausche n fährt. Weil beim Reefen die verschiedenen Stellen des stehenden Leiks in der Nähe der Raanocken festgebunden werden müssen, so befindet sich an jedem Reeflägel ein Nockbendsel, welches auch zur Unterscheidung Reefnockbendsel genannt wird; in der letztgenannten Figur 16 wird das erste Reefnockbendsel g in den obersten Reeflägel eingesplißt, und sein Ende an das Nockohr festgestochen, wo schon das eigentliche Nockbendsel eingesplißt ist; so werden auch die folgenden Reefnockbendsel mit ihrem unteren Ende in ihren Reeflägel eingesplißt, und ihr oberes Ende an die darüberliegenden Reeflägel fest-

gestochen, um bei vorkommender Gelegenheit losgestochen, und um die Nockklampen befestigt werden zu können.

Die Reeftalje wird nun folgendermaaßen angebracht. In dem vordersten Spann der Stengewanten, Tafel XXXIII, B, Fig. 45, ist ein Violinblock eingesorrt, so daß sich an jeder Seite des Stengentops ein Paar Scheiben befinden. Durch die obere Scheibe wird der Schenkel der Reeftalje, Tafel XXXIII, C, Fig. 12, i, geschooren; sein unteres Ende fährt durch das an der Nock der Marsraa, außerhalb der Nockklampen befindliche Scheibengatt, und wird nachher, wenn das Segel angeschlagen, an den Reeftaljelägel des stehenden Leiks angestochen; am andern Ende ist ein zweischeibiger Block eingestroppt; dieser steht durch einen Läufer n n mit einem einscheibigen Block in Verbindung, welcher an der unteren oder Langsahling des Marses festgestroppt oder gesorrt ist. Der laufende Part geht durch einen Leitblock auf Deck herab.

Der durch das Scheibengatt der Marsraa geschoorene Theil des Reeftaljenschenkels wird entweder einfach an den Reeftaljenlägel gestochen, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 23, gg; oder er ist doppelt, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 19 und 20.

In Fig. 19 ist an den Lägel ein Block a gestroppt; der Schenkel fährt aus dem Scheibengatt in der Marsraa durch diesen Block a, und sein Ende ist um die Raa festgestochen. Auf Kauffahrteischiffen, wo die Bemannung schwach ist, wird, wie in Fig. 20, ein Block b um die Raa gestroppt; ein zweiter, c, an den Lägel; ein dritter, d, an den Mars. Der Schenkel der Reeftalje fährt von unten durch die drei Blöcke d, b und c, und ist dann mit dem oberen Ende um die Raa gestochen.

Soll nun das Marssegel gereeft werden, so wird erst die Bramraa gestrichen, oder niedergelassen, und das Bramsegel aufgegeit; zuweilen muß auch erst der Flieger niedergeholt werden. Darauf wird das Marsfall gefiert, und das Marssegel mit den Geitauen aufgegeit; zugleich wird die Luvbrasse der Marsraa (von der nachher das Genauere vorkommt) angeholt, damit das Segel nicht mehr vom Winde gefüllt wird, sondern hin und her flattert, oder gekillt sei. Darauf werden, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 17, die Reeftaljen a a an beiden Seiten des Segels angeholt, und die Mannschaft steigt längs der Raa in die Pferde oder Paarden; wenn die Bauchgordinge b festgehalten werden, während man das Marsfall fiert, so helfen sie das Segel killen. Das Reefnockbendsel c an der Luvseite wird zuerst von dem Manne d eingeholt, welcher auf der Raanock sitzt; das Reefnockbendsel an der Leeseite holt sich nachher sehr leicht ein, weil der Wind das Segel leewärts treibt. Alle Leute auf der Raa ergreifen einen Reefseising, und ziehen das Segel luvwärts nach dem Manne d zu, bis dieser (wie beim Anschlagen mit dem Nockbendsel geschieht, S. 2567) das Reefnockbendsel mit zwei Schlägen außerhalb der Nockklampen um die Raa schlagen kann, und den übrigen Theil desselben innerhalb der Klampen umschlägt. Darauf wird das Nockbendsel an der Leeseite festgemacht, und zuletzt werden die Reefseisings in der Mitte mit einem Raabandknoten auf der Raa festgeknüpft. Zwei äußere Schläge der Reefnock-

bendsel reichen zur Spannung des Segels hin, während die innern in größerer Anzahl da sein müssen, weil sie den ganzen Zug des stehenden Leiks beim Aufheißen der Marsraa nach dem Reefen und beim Anholen der Bulien auszuhalten haben. Damit beim jedesmaligen Reefen der Mann auf der Nock das Reefnockbendsel fassen kann, ist es vorher dazu (S. 2569) an den darüber befindlichen Lägel festgestochen; er braucht dann nur diesen Stich loszumachen.

41 Die Reefe oder Reefdoppelungen an dem blinden Segel gehen, Tafel XXXIV, D, Fig. 32, kreuzweise über das Segel hin, und heißen deshalb Kreuzreefen. Wenn das Schiff bei dem Winde segelt, so wird die blinde Raa an der Leeseite aufgetoppt; es sei z. B. die Backbordsseite in Lee, wie Fig. 33; damit alsdann die Luvseite des Segels nicht im Wasser schleppt, wird dieselbe eingereeft; das gereefte Segel sieht dann aus, wie Fig. 33, welche die Vorderseite desselben zeigt.

42 Nachdem nun alles zu den Raasegeln unmittelbar gehörige Tauwerk aufgezählt ist, müssen auch die Raaen selbst, und die zu ihnen unmittelbar gehörigen Taue angegeben werden.

Unter Raaen im genaueren Sinne versteht man nur die quer am Mast zur Spannung der Segel hängenden Rundhölzer; welche S. 2557 und S. 2558 aufgezählt sind. Sie werden in der Regel von Tannenholz, überhaupt von leichtem aber zähem Holz gemacht, wie die Masten, um die Last oberhalb des Schiffsgebäudes so geringe als möglich zu haben. Auf sehr großen Schiffen müssen die Hauptraaen ebensowohl wie die Masten aus mehreren Stücken zusammengesetzt werden. Zwei Stücke machen alsdann mit ihrer Verscherbung die ganze Länge aus, und die übrigen dienen dazu, die Dicke der Raa zu bilden; die Verscherbungen der einzelnen Theile müssen ebensowohl um 4 bis 5 Fuß gegeneinander verschießen, wie bei den Spanten und Planken (vergl. S. 2340 Nr. 17); die ganze Zusammensetzung wird nachher zusammengebolzt und mit eisernen Banden umgeben. Die Raaen kleinerer Schiffe, und auch die kleineren Raaen großer Schiffe bestehen aus einem Stücke. Die Raaen werden von der Mitte nach den Nocken zu dünner. Tafel XXXIII, C, Fig. 6. Der mittelste Theil g heißt der Racktheil oder die Raaschlinge (the slings). Von der Schlinge nach jeder Seite hin um ein Achtel ihrer ganzen Länge ist die Raa achteckig, so daß ein Viertel der ganzen Raa gleichmäßig dick ist; gewöhnlich werden auf die einzelnen Seiten dieses achteckigen Theils dünne Latten genagelt. Auf jeder Seite der Schlinge ist eine Klampe i auf die Raa genagelt; diese beiden heißen Rack-Klampen. An den Spitzen oder Nocken sind die Nockenklampen k aufgespickert, gegen welche das Nockbendsel und das übrige Tauwerk zu liegen kommt. Die Bügel für die Leesegelsspieren werden entweder so festgespickert und mit eisernem Beschlage befestigt, wie bei l zu sehen; oder sie werden so angebracht wie bei m, daß sie auf die vierkantig behauene Nock leicht aufgetrieben und wieder abgenommen werden können. Auf großen Schiffen haben die Raaen auch noch einen innern Leesegelsspierenbügel n, welcher mit einem eisernen Bande an der Raa

befestigt wird; auf kleinern Schiffen findet sich nur ein hölzerner Sattel o, in welchem die Spiere ruht.

Auf Tafel XXXII, B, ist Fig. 22 eine Rackklampe und Fig. 23 eine Rockklampe in deutlicher Zeichnung zu sehen.

Zunächst kommen die Pferde oder Paarden an die Raa, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, cc. Dies sind dünne Taue unter den Raaen, in denen die Leute mit den Füßen stehen können, um sich mit der Brust gegen die Raa zu stützen. Sie haben an dem einen Ende ein Auge eingesplißt, welches weit genug ist, um über die Rock der Raa bis zur Rockklampe zu gehen. In gleichen Entfernungen sind um die Raa kurze Taue befestigt, dd, welche Springstroppen heißen, und sämmtlich an ihrem unteren Ende ein Auge eingesplißt haben. Durch diese Augen wird das Pferd c geschooren; an seinem Ende hat es eine Kausche eingesplißt, mit der es um die Raa, an der Außenseite der Rackklampe festgesorrt wird, welche nach der entgegengesetzten Rock zuliegt, als von welcher das Pferd durch die Springstroppkauschen herkommt. Zuweilen ist das innere Ende entweder an den Stropp des Geitaublocks r, oder an den Stropp des Quarterblocks q gestroppt; doch immer nach der entgegengesetzten Rock zu. In der Nebenfigur C ist ein Pferd im Großen zu sehen; das untere Auge ist das um die Rock liegende; die obere Kausche mit ihrem Bendsel kommt an die Raa in der Nähe der Rackklampe. In der Nebenfigur D ist ein Springstropp im Großen zu sehen; die Kausche kommt nach unten; von ihr bis gegen die Mitte ist es bekleidet; der obere unbekleidete Theil kommt um die Raa zu liegen, er wird aus den aufgedrehten Kabelgarnen des Springstropptaus selbst plattgeflochten, dann mit zwei bis drei Schlägen um die Raa genommen, und durch die Platting hindurch festgespickert. Dies muß natürlich vor dem Durchscheeren der Pferde durch die Kauschen geschehen. Die Pferde selbst sollten übrigens auf allen, namentlich aber auf großen Schiffen in angemessenen Entfernungen mit Mäusen versehen werden, d. h. mit birnenförmigen Verdickungen des ursprünglichen Taus, wie Tafel XXXII, A, Fig. 83. Diese Mäuse verhindern das Pferd durch die Kauschen der Springstroppen hin und herzugehen. Sind nämlich keine Mäuse da, so sinkt ein allein auf dem Pferde fortgehender Mann, und noch mehr ein Knabe, gegen das letzte Viertel der Raa so tief in das nachgebende Tau ein, daß er größtentheils in eine gefahrvolle, und jedenfalls in eine Stellung kommt, bei welcher er so gut wie Nichts auf der Raa arbeiten kann.

Weil ferner die Pferde an den Rocken einen zu kleinen Raum zwischen dem Fuße und der Raa lassen, so fügt man noch eigene Rockpferde hinzu. Sie werden auf zweierlei Art gemacht; Tafel XXXIII, C, Fig. 12, entweder wie b; d. h. an dem einen Ende hat es ein Auge eingesplißt, und wird mit diesem um den Bügelbolzen an der Rock festgesorrt; das andre Ende wird um die Raa befestigt, und zwar an der Innenseite der Rockklampen; oder es wird wie bei d gebildet; d. h. das innere Ende wird um das Hauptpferd bei d eingesplißt, und das äußere Ende um den Block d gestroppt, welcher der Leesegelsfallblock heißt.

43 Nach den Pferden kommen an der großen und an der Fockraa die Schenkel der Rocktaakel. Wie sich an den Masten die Seitentaakel (S. 2552), so befinden sich an den Nocken der beiden genannten Raaen, die Nocktaakel zum Aufheißen und Niederlassen schwerer Lasten, namentlich der Boote, wie Tafel XI., A, Fig. 1 zu sehen ist. Der Schenkel dieses Taakels, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, e, hat an dem oberen Ende ein Auge eingesplißt, welches über die Nock der Raa paßt; am unteren Ende hat er eine Kausche, in welche der zweischeibige Block des Taakels gehaakt wird, welcher häufig ein Violinblock ist. Wenn die Nocktaakel keine Schenkel haben, wie in der letztgenannten Figur bei g, so kommt ein kurzer Stropp über die Nock, mit einer Kausche g, in welche der obere Taakelblock eingehaakt wird. So lange die Nocktaakel nicht gebraucht werden, holt man sie mit dem sogenannten Aufholer an die Raa hinauf, damit sie nicht dem übrigen zur Raa gehörigen Tauwerk im Wege sind. Dieser Aufholer fährt durch einen Block h, der in einiger Entfernung von der Nockklampe an die Raa gestroppt ist; die Entfernung beträgt ungefähr die Länge des Schenkels des Nocktaakels. Wenn man ein Nocktaakel mit einem Schenkel hat, so giebt es noch außer dem eben genannten äußeren einen innern Aufholer; der letztere fährt durch einen Block, welcher an der Spriewurst unter den Märspüttingstauen befestigt ist; am Ende des Aufholers ist eine Kausche eingesplißt, in welche der untere oder einscheibige Block des Nocktaakels eingehaakt wird. Hat das Nocktaakel keinen Schenkel, sondern nur einen Stropp, g, so findet sich auch nur ein Aufholer, der gewöhnlich durch eine eiserne Krampe unter der Raa, und durch einen keinen Block fährt, welcher an den Schenkel der Racktalje nahe an der Raa bei der Sorring gestroppt ist; der Ausholer wird unten am Mast auf einer Klampe belegt.

44 Nach den Nocktaakeln kommen die Schenkel der Brassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, i, welche den Nocktaakelschenkeln ähnlich sind, mit dem Unterschiede, daß statt einer Kausche der Brassenblock in das Ende des Schenkels eingesplißt wird. Statt eines Schenkels haben jetzt gewöhnlich die Brassen einen starken Stropp, in der größeren Nebenfigur mit K, an der Raa selbst mit k bezeichnet, welcher eine Kausche eingesplißt hat, in die der Brassenblock eingestroppt wird.

Die Brassen gehören zu den wichtigsten laufenden Tauen, mit denen die Manöver des Schiffes ausgeführt werden. Sie fahren nämlich durch die eben bezeichneten Brassenblöcke, von denen einer an jeder Nock der Raa befestigt ist, und dienen dazu, die Raa in horizontaler Richtung zu bewegen; so daß sie bald einen rechten, bald einen mehr oder weniger schiefen Winkel mit dem Kiel oder der Längenaxe des Schiffs macht, um dem Winde je nach seiner Richtung die Segelfläche so vortheilhaft als möglich darzubieten. Segelt also das Schiff z. B. vor dem Winde, so sind beide, die Backbords- wie die Steuerbordsbrassen gleich stark angeholt, und die Raa bildet rechte Winkel mit dem Kiel; kommt aber dagegen der Wind schief gegen den Kurs, z. B. von der Steuerbordsseite, so werden im Fall die Brassen von der Raa nach hinten fahren, die Steuerbordsbrassen gefiert, und die Backbordsbrassen angeholt;

alsdann bietet sich die Segelfläche dem Winde möglichst vortheilhaft dar. Wenn also die Brassen von den Raaen nach hinten zu fahren, so werden im Allgemeinen bei schrägem Winde die Luvbrassen gefiert, und die Leebrassen eingeholt.

Die Brassen der Raaen am Fockmast und dessen Stengen und Bramstengen werden immer, und die Brassen der Raaen am großen Mast werden gewöhnlich nach hinten geleitet, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen ist. Nur bei zweimastigen Schiffen müssen die Brassen am großen Mast nach vorne gehen. Die Brassen der Raaen am Besahnmast und dessen Stengen und Bramstengen müssen größtentheils nach vorne geleitet werden. Die Brassen der Bagienraa müssen nach vorne geleitet werden, weil nach hinten zu kein Block für sie angebracht werden kann, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1, und Tafel XXXIII, C, Fig. 37, qps zu sehen ist. Die Brassen der Kreuzraa, der Kreuzbram- und der Kreuzoberbram-Raa hängen von der Einrichtung der Besahngaffel ab. Wenn diese auf- und niegeheißt wird, so müssen die genannten Brassen ebenfalls nach vorne fahren.

Wenn aber die Gaffel fest an ihrem Orte bleibt, so befinden sich an ihrer Spitze oder der Piek, Tafel XXXIII, C, Fig. 37, w, zu beiden Seiten zweischeibige Blöcke, durch deren eine Scheibe die Kreuzbram- und durch deren andere Scheibe die Kreuzbrassen fahren, wie xx und vv, also auch nach hinten gehen. Dies ist auch Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu sehen.

Fahren nun Brassen nach vorne, so versteht es sich von selbst, daß bei schrägem Winde die Luvbrassen angeholt, und die Leebrassen gefiert werden müssen, wenn sie nicht kreuzweise fahren.

Die Brassen der Blinden- und der Schiebblinden-Raa haben den eigenthümlichen Namen der Trissen. Bei der Blindenraa, Tafel XXXIII, C, Fig. 15, cc, fahren die Trissen entweder mit oder ohne Schenkel durch die eine Scheibe eines zweischeibigen Blockes m unter dem hinteren Theile des Fockmarses, ferner durch einen Block unter dem vorderen Theile desselben, durch den Trissenblock an der Nock, und werden zuletzt mit dem Ende des stehenden Parts oo an dem Auge des Fockstags festgestochen. Bei der blinden Raa, wie auch bei den Bram- und Oberbramraaen, wenn sie nicht groß sind, bestehen die Brassen nur aus einfachen Tauen, welche mit einem Auge um die Nock befestigt werden.

Wenn die Schiebblinderaa Trissen hat, so fahren sie, wie diejenigen der Blinden, nach dem Fockmars. Sehr häufig ist aber diese Raa, wie auch größtentheils die Oberbramraaen, eine fliegende, d. h. ohne Brassen und ohne sonstiges Tauwerk außer dem Fall, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 31 bei dem Oberbramsegel, und Fig. 35 bei dem Schiebblindensegel. Alle mit den Brassen und Trissen gemachten Manöver nennt man das Brassen.

Zunächst an die Brassenblöcke kommen auf die Raaen die Schootenblöcke der darüber liegenden Segel. Z. B. auf die Fockraa werden die Vormars-Segels-Schooten-Blöcke gestroppt, Tafel XXXIII, C, Fig. 5, l; zu-

45

weilen werden diese Schootenblöcke in die gleich zu erklärenden Toppenanten eingesplißt, wie in der Nebenfigur N zu sehen; unter der Sorrung bleibt das Auge der Toppenant, womit sie über die Raanock geschoben wird. Wenn die Toppenanten doppelt gehen, also einen eigenen Block an der Raanock haben, so wird, in der Nebenfigur, der Schootenblock P zunächst am Auge, und der Toppenantsblock O über dem Schootenblock in einen und denselben Stropp gestroppt; sie kommen dann, wie in der Hauptfigur 5 p o zu sehen ist, über einander zu liegen. Hierbei läßt sich auch leicht einsehen, warum der Schootenblock p oder P einen klampenartigen Vorsprung an der unteren Seite, oder eine sogenannte Hacke oder Schulter hat. Diese kommt an der Innenseite auf die Raa zu liegen, und verhütet, daß nicht die Schoote zuweilen zwischen den Block und die Raa eingeklemmt oder bekniffen wird; was geschehen würde, wenn sich der Block mit dem Scheibengatt auf die Raa legen könnte.

46 In der Mitte der Raa, dicht an der Innenseite der Rackklampen werden die beiden Quarterblöcke, in der letztgenannten Figur q q, angestroppt. Unter Quarterblock (bei den Engländern auch thick-and-thin-block genannt) versteht man einen solchen zweischeibigen Block, dessen eine Scheibe dicker als die andere ist; über die dickere Scheibe fährt die bei weitem stärkere Marsschoote; über die dünnere das Geitau des untern Segels auf Deck. Man trennt aber in neuerer Zeit die beiden Scheiben, und läßt den Quarterblock nur einscheibig für die Marsschoote, welche so hindurch fährt, wie Tafel XXXIV, C, Fig. 18, x und Fig. 19, t zu sehen ist. Der Quarterblock hat Tafel XXXIII, C, Nebenfigur Q, einen Stropp mit einem langen und einem kurzen Schenkel; beide haben ein Auge, in deren eines ein Bendsel eingesplißt ist, mit welchem der Block durch beide Augen vermittelst einer Rosenkreuzung um die Raa befestigt wird. Eine solche ist Tafel XXXII, A, Fig. 86 zu sehen.

47 An der Außenseite der Rack- oder der Hangerklampen werden die Geitaublöcke r r für das untere Segel auf dieselbe Weise mit einer Rosenkreuzung angestroppt; ferner auf jeder Seite zwei Bauchgordingsblöcke s s, und ein Nockgordingsblock t, für das untere Segel; diese letzteren Blöcke kommen auf die Oberseite der Raa; daher ihre Rosenkreuzung unter dieselbe.

48 Die Toppenanten sind Taue, welche von beiden Nocken einer Raa nach dem Top oder auch unter das Eselshoofd des betreffenden Masts oder der betreffenden Stenge gehen, und dort durch einen Block hinabfahren. Sie dienen dazu, entweder die Raa horizontal zu halten, wenn sie auf beiden Seiten gleich angeholt sind; oder die Raa zu toppen, d. h. ihr eine schräge Stellung zu geben, so daß eine Nock höher ist als die andere; dies geschieht, indem man die eine Toppenant anholt, die andere fiert, und ist namentlich nöthig, wenn Schiffe in einem Hafen nahe aneinander liegen, und sich mit horizontal liegenden Raaen leicht verwickeln würden.

Je nach der Größe der Schiffe und Raaen sind die Toppenanten entweder einfach oder doppelt. Im ersten Falle fahren sie durch Blöcke die an den vorderen Theil des Eselshoofds in einen Augbolzen eingehaakt sind, und gehen

für die unteren Raaen durch das Soldatengatt der Marse hinab. Am unteren Ende ist ein einscheibiger Block eingestroppt, welcher durch einen Läufer mit einem andern einscheibigen Block in Verbindung steht, der in einen Augbolzen in der Rüste festgehaakt ist, und zwar innerhalb der Jungfern für die Wanten; der Läufer selbst fährt auf das Deck, wo er eingeholt wird. Die Toppenantsblöcke sind auch zuweilen, statt der Einhaakung, mit einem Bruhk oder Schenkel um das Doodshoofd, und zwar um dessen Mitte befestigt.

Zuweilen hat man am Eselshoofd gar keine Blöcke, sondern läßt die Toppenant, wohl mit Leder bekleidet, über die Mitte des Eselshoofds durch das Soldatengatt hinabgehen; am unteren Ende ist ein zweischeibiger Block eingestroppt, der mit einem einscheibigen in der Rüste in Verbindung steht. Man hat in diesem Falle auch wohl einen Sattel auf dem Eselshoofd, worin die Toppenant ruht.

Doppelte Toppenanten fahren auf diese Art, Tafel XXXIII, C, Fig. 7; sie werden durch den Block v am Eselshoofd geschooren, dann durch den Toppenantsblock u, welcher über dem Schootenblock an der Nock festgestroppt ist; das eine Ende wird an dem Eselshoofd und zwar am Augbolzen festgestochen; das andere Ende geht hinab, und hat an seinem Ende einen Block, der durch einen Läufer mit einem zweiten Block in der Rüste in Verbindung steht.

Es kommen jetzt die Taue, mit denen die Raaen am Maste gehalten werden. Wenn die Raaen nicht zu schwer sind, so wird um ihre Mitte ein Hangerstropp gelegt; dieser besteht aus einem großen Auge, an welches eine Kausche oder ein kleines Doodshoofd festgesorrt ist, und zwar so, daß die Splissung des Auges auf die Kausche zu liegen kommt; darauf legt man den Stropp genau unter die Mitte oder den Rackthеil der Raa, zwischen den Hanger- oder Rackklampen, und zwar so, daß die Kausche oder das Doodshoofd vor die Raa zu liegen kommt; darauf nimmt man die große Bucht des Stropps von hinten auf die Raa, und die Kausche von vorne, steckt sie durch die Bucht und zieht den Stropp fest zusammen; alsdann hat der Hangerstropp die Gestalt wie Tafel XXXIV, C, Fig. 15, d. h. die Kausche steht nach oben hin, und die zugezogene Bucht vor derselben; das in dieser Figur zwischen den beiden Theilen des Stropps hinabgehende Tau ist ein Schenkel der Bauchseisings, welcher unterhalb des Stropps festgemacht ist. 49

An diese Kausche schließt sich dann der nachher beschriebene Hanger an, vermittelst dessen die Raa an dem Maste festhängt.

Das Kardeel zum Aufheißen der unteren Raaen ist auf Kriegsschiffen und großen Kauffahrteischiffen folgendermaaßen gebildet. Eine große Klampe wird an jede Seite des viereckigen Mastentops genagelt; sie ist oben etwas breiter als unten. Darauf nimmt man zwei dreischeibige doppelgestroppte Blöcke, wie Tafel XXXII, B, Fig. 34, und splißt lange Bendsel an ihre Stroppen; das Bendsel des an Steuerbord hängenden Blocks nimmt man, Tafel XXXIII, C, Fig. 8, über die Klampe an der Backbordsseite des Mastentops herum; und das Bendsel des an Backbord hängenden Blocks über die Steuerbordsklampe um den Top herum, so daß jeder Block mit seinem doppelten 50

Stroppauge dicht unter die Klampe zu liegen kommt, wie die letztgenannte Fig. 8 zeigt; jedes Bendsel geht so viel Male um den Top und durch das Stroppauge, als seine Länge es zuläßt. Darauf werden zwei zweischeibige Blöcke auf der Raa festgesorrt, zu beiden Seiten des Hangerstropps. Sie sind beide ebenfalls doppelt gestroppt, und mit einer Rosenkreuzung (vergl. S. 2571 Nr. 46) befestigt, welche an der Unterseite der Raa liegt. Darauf kommt der Läufer in folgender Weise: sein Ende wird von hinten heraufgenommen, und durch das äußere Scheibengatt des oberen dreischeibigen Blocks geschooren, dann von vorne durch das äußere Scheibengatt des untern zweischeibigen Blocks a; so fort durch die übrigen Scheiben beider Blöcke bis das Ende an den Stropp des untern Blocks a festgestochen oder festgesplißt wird.

Auf kleinern Kriegsschiffen und Kauffahrern, namentlich Ostindienfahrern haben die Kardeele ein Drehreep, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 9; es werden zwei Stroppen, ähnlich dem vorhin beschriebenen Hangerstropp, über die Raa, und zwar innerhalb der Hangerklampen, dicht an jeder derselben einer gelegt, wie bei a. Darauf wird das Drehreep, ein ziemlich starkes Tau, durch den einscheibigen Block z geschooren, welcher ebenso an dem Masttop um die angespickerten Klampen gesorrt ist, wie vorher beim Kardeel beschrieben worden; das untere Ende des Drehreeps wird mit einem Schootenstich (wie Tafel XXXII, A, Fig. 61) an den Stropp gestochen, und dann mit einem Rundbindsel (wie Tafel XXXII, A, Fig. 73) an den stehenden Part b festgesorrt. In das andere, nach unten gehende Ende des Drehreeps, Tafel XXXIII, C, Fig. 9, welches hinab punktirt ist, wird ein drei- oder zweischeibiger Block c mit einem Hartbindsel (wie Tafel XXXII, A, Fig. 75) festgenäht; darauf wird in der genannten Figur 9 ein andrer vier- oder dreischeibiger Block d an einen Augbolzen im Deck festgestroppt. Beide Blöcke werden durch den Kardeelläufer wie vorher verbunden; nur daß in diesem Fall das Ende des Läufers an den Stropp des obern Blocks festgestochen wird.

Auf kleinern Schiffen geht das Drehreep auch wie in derselben Figur 9 bei f, d. h. es ist ohne Stropp um die Raa durch sein eigenes Auge gezogen.

Die Kardeele dienen dazu, die unteren Raaen aufzuheißen. Man läßt sie aber in neuerer Zeit häufig fort, und hängt dafür die Raaen blos in feste Hanger.

51 Die Hanger bestehen aus einem großen Stropp; das eine Ende desselben hat ein kleines Auge, durch welches das andere Ende, nachdem es um den Mastentop genommen, durchgestochen, und mit einem Hartbindsel an den eigenen Part festgesorrt wird, so daß der ganze Stropp ein großes Auge bildet. In das untere Ende desselben wird eine Kausche mit einem Rundbindsel eingebunden; man kann auch an dieser Stelle ein Hartbindsel machen. Darauf splißt man ein Taljereep in die Kausche ein, und dieses scheert man abwechselnd durch die Kausche des Hangers und durch die Kausche des Hangerstropps an der Raa (vergl. S. 2575 Nr. 50). Wenn genug Schläge durchgenommen worden, wird das Ende um die Mitte dieser Schläge fest herumgeschlagen und zuletzt gestoppt. Alsdann hängt die Raa an diesem Hanger. Durch denselben,

durch die Toppenanten und durch die Brassen wird die Raa in horizontaler und senkrecht gegen den Kiel gerichteter Lage gehalten. Einfache Hanger finden sich auch bei den Raaen, welche Kardeele haben.

Wenn große Schiffe keine Kardeele führen, so haben sie häufig zwei Hanger, von denen der eine der Borghanger oder das Borg genannt wird. Tafel XXXIII, C, Fig. 10 ist das innere der Haupthanger; der andere äußere der Borghanger. Der innere geht zwischen den Langsahlings hinauf um den Top und ruht auf der an der Achterseite desselben angespickerten Klampe. Der äußere geht mit einem Schenkel außerhalb, mit dem andern innerhalb der Langsahlings. Beide werden oft, was die punktirte Linie a andeutet, an der Seite des Tops zusammengesorrt. Wenn Schiffe nur einen Hanger an den untern Raaen führen, so legen sie einen Borghanger um die Raa, sobald eine schwere Last vermittelst der Rocktaakel aufgeheißt werden soll, damit nicht der eigentliche Hanger breche. Es befindet sich dazu eine Kausche an der Raa, durch welche der Borghanger geschooren, und mit beiden Enden hinter dem Mast festgestochen wird.

Auf Kriegsschiffen werden vor dem Treffen eiserne Ketten als Borghanger um die Raaen gelegt, damit sie nicht so leicht herabgeschossen werden können.

Auf einigen Schiffen wird auch der Hanger über das Eselshoofd genommen, und ruht dann gegen die Stenge.

Zuweilen findet sich kein eigener Hangerstropp auf der Raa, sondern der Hanger hat zwei lange Schenkel, jeden mit einem Auge; die mittlere Bugt des Hangers wird von vorne nach unten herum genommen, und die beiden Enden von vorne über der Raa durchgesteckt, und dicht über derselben mit einem Rundbindsel zusammengesorrt; ihr langes Ende wird von der Seite um den Top genommen, und an der Achterseite desselben werden beide Enden durch ihre Augen zusammengesorrt.

Wenn Raaen statt der Hanger Ketten haben, so wird ein Bolzen, gewöhnlich mit einem Haaken, zwischen die Backen des Masts hineingetrieben; alsdann erst das eine Endglied der Kette auf den Haaken gehaakt, das andere Ende durch den eisernen Stropp an der Raa geschooren, und mit dem letzten Gliede ebenfalls auf den Haaken gehaakt.

52 Durch die eben beschriebenen Hanger wird die Mitte der Raa in einer gewissen Höhe am Mast gehalten; es sind aber noch verschiedene Einrichtungen nöthig, um sie auch fest an den Mast anliegen zu machen, und hiezu dienen die verschiedenen Arten von Racken.

An den untern Raaen werden gegenwärtig fast allgemein Tauracken gebraucht, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 11, und zwar auf großen Schiffen mit eigenen Taljen, den Racktaljen, wie in der Figur. Sie werden folgendermaaßen gebildet. Jeder Schenkel einer Racktalje hat an dem einen Ende ein Auge mit einer Kausche eingesplißt; der an Steuerbord wird so um die Raa genommen, daß das Ende mit dem Auge oben zu liegen kommt; dieses wird an den stehenden Part mit einem Hartbindsel festgesorrt, und zwar so,

daß die Sorring hinter die Raa kommt; ebensa bringt man den Schenkel an Backbord an, jedoch so, daß die Sorring zwar wieder nach hinten, aber die Kausche etwas nach oben zu liegen kommt. Hierauf zieht man den stehenden Part des Steuerbordschenkels durch die Kausche des Backbordschenkels; und den stehenden Part des Backbordschenkels durch die Kausche des Steuerbordschenkels. In das Ende eines jeden Schenkels wird ein einscheibiger Block i gesplißt, welcher durch einen Läufer mit einem an den Langsahlingen oder an der hintersten Quersahling gesorrten Block k in Verbindung steht. Dieses eben beschriebene Taurack dient auch zugleich als Vorghanger, im Fall der eigentliche Hanger brechen sollte; weil es die Raa so lange in die Höhe hält, bis sie durch einen neuen Hanger gesichert ist. Das Ende des Läufers fährt auf Deck.

Statt des eben beschriebenen Tauracks giebt es noch mancherlei anders eingerichtete. Das ähnlichste ist ein solches, bei dem die stehenden Parte der Schenkel mit dem einscheibigen Block nach unten gehen, und den zweischeibigen Block der Racktalje an einen Augbolzen im Deck gehaakt haben.

Es giebt auch ein Taurack aus einem einzigen Schenkel bestehend; an Steuerbord wird er wie vorher um die Raa gelegt, dann aber der stehende Part an Backbord von oben her um die Raa genommen, durch die Kausche geschooren, und nach unten geleitet.

Man legt auch zwei einfache Stroppen von der Innenseite gegen die Rackklampen um die Raa, und scheert einen Hanger, so daß er hinten um den Mast liegt, durch die beiden Kauschen der Stroppen und sorrt in sein unteres Ende einen zweischeibigen Block ein; der untere einscheibige Block ist in einen Augbolzen gehaakt, der an einem eisernen Bande an der Vorderseite des Masts festsitzt.

Bei dieser letzten Art kann man auch den Hanger nach oben leiten, so daß der einscheibige Taljeblock an einen Augbolzen gehaakt wird, der unter dem Vorderrande des Eselshoofds festsitzt. Diese letztere Art wird vorgezogen; weil man jetzt überhaupt die Racktaljen nach oben leitet, um die Hanger der Raaen zu verstärken.

Um die Buchten der Tauracken vom Hinabgleiten am Mast abzuhalten, wird oft eine Klampe an die hintere Seite des Masts und zwar in perpendikulärer Richtung gespickert, durch deren beide perpendikulär übereinander liegende Löcher die Schenkel gesteckt werden, ehe man sie durch die Kauschen steckt. Wenn keine Klampen da sind, so wird zuweilen ein Leguan um den Mast gelegt, wie Tafel XXXII, A, Fig. 81; der mittlere dickere Theil kommt an die Achterseite des Masts zu liegen; die beiden dünnern Enden werden mit ihren Augen an der Vorderseite des Masts zusammengesorrt.

53 Die bisher angegebene Zutaakelung der Raaen paßt für alle drei untern Raaen: nur hat die Bagienraa die Brassenschenkel an der vorderen Seite hängen, weil ihre Brassen nach vorne gehen (vergleiche S. 2573); außerdem gehen die Brassen über Kreuz, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 37; die Backbordsbrasse q ist mit dem stehenden Part p an das hinterste Steuerbordswant-

tau des großen Masts gestochen; der laufende Part fährt durch den dicht darunter festgesorrten Block s. In gleicher Weise geht die Steuerbordsbrasse nach dem Backbordswanttau des großen Masts. Durch diese kreuzweise Leitung hat man den Vortheil, daß die Brassen aller drei untern Raaen an Steuerbord eingeholt werden, wenn die Steuerbordsnocken dieser Raaen mehr nach hinten kommen sollen.

Die Zutaakelung der Marsraaen unterscheidet sich von derjenigen der untern Raaen hauptsächlich durch die drei Eigenthümlichkeiten: erstlich durch die Reeftaljen; zweitens durch das Drehreep und das Marsfall; drittens durch das Klotenrack; dagegen die Pferde, Toppenante und Brassen sind denen der unteren Raaen ganz ähnlich. 51

Die Reeftaljenschenkel, Tafel XXXIII, C, Fig. 12, ii, werden entweder wie in der Figur durch die Scheibengatte außerhalb der Nockklampen geschooren, dann durch die obere Scheibe des Violinblocks, welcher in das vorderste Spann der Stengenwanten eingesorrt ist, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 15 (vergl. S. 2569). Am untern Ende ist Tafel XXXIII, C, Fig. 12, n, die eigentliche Reeftalje angebracht, deren Läufer auf Deck geht.

Der Drehreepsblock, in der letzten Figur k, ist um die Mitte der Raa, wie die Kardeelblöcke (S. 2576) mit einer Rosenkreuzung, die an der untern Seite der Raa liegt, gesorrt. Am oberen Ende hat der Drehreepsblock entweder zwei kleine Blöcke, wie in der Figur, oder zwei Kauschen, für die Bauchgordinge eingestroppt.

Auf großen Schiffen ist das Drehreep doppelt, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 13; alsdann ist ein großer einscheibiger Block a an jeder Seite des Stengentopps festgestroppt, und zwar dicht unter dem Auge des Stengenstags; die Enden der Drehreepe werden durch dieselben nnd durch den zweischeibigen Block c auf der Raa geschooren, und zuletzt über dem übrigen Tauwerk um den Stengentopp festgestochen. In das Ende jedes Drehreeps b ist ein zweischeibiger Block, der Marsfallblock d, eingestroppt. Durch diese Blöcke werden die Marsfalle geschooren, und gehen nach einem einscheibigen Block in der Rüste, an dessen Stropp das eine Ende festgeknebelt ist. Die Kreuzraa hat dieselbe Einrichtung wie die beiden Marsraaen. Auf manchen Schiffen haben die Marsraaen nur einen einscheibigen Drehreepsblock auf der Raa. Das Drehreep fährt dann nur durch diesen Block und durch die Blöcke am Stengentop, ohne an diesem letztern festgestochen zu sein; an den beiden Enden finden sich dann wieder die Marsfallblöcke. Bleibt die Raa lange aufgeheißt, so kann sich das Drehreep leicht scheuern oder schamvielen; man muß deshalb die Bekleidung ziemlich stark machen, und zuweilen die eine Talje fieren und die andere einholen, um eine andere Stelle des Drehreeps in die Tragstelle zu bringen. Auf kleineren Schiffen haben die Stengen unter der Bramsahling ein Scheibengatt statt der beiden festgesorrten Blöcke. Das Drehreep ist dann mit einem Ende am Stengentop festgestochen, fährt mit dem andern durch den einscheibigen Drehreepsblock auf der Raa, und dann durch das Scheibengatt in der Stenge, und hat an seinem Ende nur ein Marsfall.

Zuweilen ist auch statt eines Drehreepblocks auf der Raa nur ein Hangerstropp um die letztere geschlagen, von welchem aus das Drehreep durch das Scheibengatt im Stengentop fährt, und am unteren Ende das Marsfall hat. Wantstroppe sind wegen ihrer Biegsamkeit hierzu am besten.

Bei der letzten Art kann man auch eine für wenig zahlreiche Mannschaften sehr vortheilhafte Aenderung anbringen. In das durch das Scheibengatt in der Stenge geschoorene Ende stroppt man einen großen einscheibigen Block, und scheert durch diesen einen starken Mantel, an dessen beiden Enden dann die Marsfallblöcke angebracht werden.

Wenn der untere Block des Marsfalls in der Rüste eingehaakt ist, so hat er den Haaken an dem Ende eines langen Stropps mit zwei Bindseln, um von dem Schandeckel frei zu bleiben. Der Augbolzen, in den der Haaken eingehaakt ist, hat einen Warrel (Wirbel), d. h. das Auge des Bolzens kann sich herum drehen, wie bei den Warrelblöcken die Haaken, z. B. Tafel XXXII, B, Fig. B und Fig. G. Der Haaken des Marsfallblock-Stropps wird mit einem Bindsel belegt. Nach der gegebenen Erklärung ist es leicht das Drehreep von dem eigentlichen Marsfall zu unterscheiden; obgleich Viele diese beiden mit einander verwechseln.

Das Klotenrack hält die Marsraaen so an der Stenge fest, wie das Taurack eine untere Raa am Mast. Ein solches Klotenrack besteht, Tafel XXXIII, C, Fig. 14 der Hauptsache nach aus hölzernen Kugeln oder länglichrunden Spindeln, welche auf ein, zwei oder drei Taue aufgezogen sind, und durch ihre Drehung um das Tau das Auf- und Niedergehen an der Stenge erleichtern. Diese kugelförmigen Hölzer heißen die Kloten oder Rackkloten, und ein mit ihnen gebildetes Rack heißt, zum Unterschiede des vorhin (S. 2578) beschriebenen, ein Klotenrack. Damit die neben einander befindlichen Kloten sich nicht reiben, und die übereinander liegenden perpendikulär übereinander bleiben, werden zwischen je zwei perpendikulären Paaren platte Hölzer, die sogenannten Rackschleten, welche zu dem Zwecke durchbohrt sind, auf die Racktaue gezogen. Die letzteren haben an dem einen Ende eine Kausche. Soll das Rack gebraucht werden, so legt man die Mitte des Racks an die Achterseite der Stenge und nimmt eine Kausche über, die andere unter die Raa; die beiden andern Enden nimmt man abwechselnd über und unter die Raa, und läßt sie dann um die nach Außen hinliegenden Einbugten der Schleten und durch die Kauschen so viele Male gehen, als ihre ganze Länge zuläßt; darauf werden die Enden zusammengemarlt. Das Rack darf nicht zu fest an der Raa anliegen, damit dieselbe erforderlichen Falls scharf angebraßt werden kann.

Auf kleinern, namentlich auf Kauffahrteischiffen, gebraucht man statt der Klotenracke nur die Tauracke ohne Kloten und Schleten, welche durch Bekleidung oder Lederüberzug zum leichtern Auf- und Abgleiten eingerichtet sind. Sie bestehen gewöhnlich aus einem hangerartigen Tau, welches an beiden Enden mit Kauschen versehen ist. Man legt es so zusammen, daß das eine Ende das andere um eine der Größe der Raa angemessene Länge überragt. Die bei der Zusammenlegung entstehende Hauptbugt wird um die Raa gelegt, und

oberhalb derselben zusammengesorrt. Die beiden mit Kauschen versehenen Enden bilden die Bugt um den Mast.

55 Die Blinde Raa erhält ihre Pferde, Brassen und Topenanten ganz in ähnlicher Weise. Das Taurack derselben hat gewöhnlich die Einrichtung wie Tafel XXXIII, C, Fig. 15, und darunter in der Nebenfigur B. In das eine Ende des Racktaus ist ein Auge mit einer Kausche g eingesplißt. Dies Ende wird unter der Raa herum wieder nach oben genommen, und beide Parten werden wie bei h mit einem Rundbindsel zusammengesorrt. Das andere Ende nimmt man über den Sattel auf dem Bugspriet, unter der Raa auf der andern Seite wieder über den Sattel, durch die Kausche g, und sorrt es mit einem Hartbindsel an den eigenen stehenden Part. Bei k werden auch die beiden Parten über der Raa mit einem Rundbindsel zusammengesorrt. Dieses Rack wird gewöhnlich mit Leder überzogen.

Zwischen den beiden Bugten dieses Racks wird auch zuweilen ein Hangerstropp m, in der Nebenfigur A, angebracht, mit einer an der Vorderseite der Raa liegenden eingesplißten Kausche. In diese haakt man einen einscheibigen Block n, welcher mit dem Violinblock o in Verbindung steht, der am untern Ende des Bugsprieteselshoofds in einen Augbolzen eingehaakt ist; das Ende des Läufers fährt auf die Back. Diese Talje heißt der Ausholer der Blinden, und dient derselben wie ein Fall. Gegenwärtig läßt man diesen Ausholer gewöhnlich fort, und hat nur eine einfache Länge oder einen Längenstropp, welcher mit einer Kausche in die Kausche des Stropps auf der Raa eingespließt, und am oberen Ende mit einem Haaken in den am Bugsprieteselshoofd sitzenden Augbolzen eingehaakt ist.

Bei der Schieblindenraa, Tafel XXXIII, C, Fig. 16, hat man den Ausholer beibehalten; der Läufer t wird durch den Block s am Top des Klüverbaums und durch den Block r am Stropp der Raa geschooren. Das eine Ende des Läufers wird entweder am Stropp des Blocks s festgeknebelt, oder um den Klüverbaumtop festgestochen; das andere Ende fährt auf die Back, um dort eingeholt zu werden. Dieser Ausholer ist für die Schiebblinde ganz dasselbe, was das Marsfall für die Marsraaen ist.

56 Nach den jetzt der Hauptsache nach beschriebenen Raasegeln und ihren Raaen verdient die nächste Berücksichtigung das Besahnsegel mit der Gaffel und dem Giekbaum.

Wenn die Besahn oder das Besahnsegel ein Gaffelsegel ist (vergl. S. 2555 unten), so hängt die Zutaakelung vorzugsweise von der Gaffel ab. Die verschiedenen Arten derselben finden sich Tafel XXXIII, C, Fig. 17 bis 20. Die Gaffel, Fig. 17, hat an ihrem inneren stärkeren Ende einen gabelförmigen Ausschnitt m, welcher die Mick heißt, und je nach der größeren oder geringeren Erhebung, welche die Raa erhalten soll, inwendig geschmiegt ist; mit dieser Mick dreht sie sich am Mast, und hat zum Auf- und Niedergehen ein einfaches Klotenrack k daran gebunden. An der oberen Seite der Mick ist ein Augbolzen n eingetrieben; ein kleinerer an der Unterseite; bei Fig. 19 sind sie beide zu sehen. An der Rock, die auch bei der Gaffel zuweilen

die Piek heißt, wird auch ein Augbolzen b mit einem eisernen Beschlage angebracht.

Die eine Art von Zutaakelung der Gaffel ist Fig. 18 zu sehen; an dem oberen Augbolzen der Mick sitzt eine Kausche, in welche die Bucht des Gaffelhangers p eingreift. Die beiden mit Augen versehenen Enden des Hangers werden zwischen den Sahlingen des Besahnmarses hinauf, hinter den Mast q genommen und dort zusammengesorrt, so daß sie oberhalb des übrigen Tauwerks zu liegen kommen. Zuweilen hat auch dieser Hanger einen langen und einen kurzen Schenkel; an dem letztern befindet sich ein Auge, durch welches der längere Schenkel geschooren, und dann am eigenen Part festgesorrt wird.

Darauf wird ein Bruhk r bekleidet und mit Leder überzogen, durch eine Kausche geschooren, die sich am Ende eines Hangers t befindet; dieser ist in einen an der Hinterseite des Besahneselshoofds festsitzenden Augbolzen eingehaakt. Die beiden Enden des Bruhks r haben Augen, mit denen sie um die Gaffel und gegen zwei Klampen s s anliegend festgesorrt sind. Jedes der beiden Enden ist in einer gewissen Entfernung von der Mitte der Gaffel befestigt. Ein andrer Hanger v, welcher das Piektau oder der Piekschenkel genannt wird, ist gegen die Nock- oder Piekklampe befestigt, und mit einer Kausche und einem Taljereep an die Kausche eines Stropps befestigt, welcher um den Top der Kreuzstenge über dem andern Tauwerk liegt. Diese eben beschriebene Zutaakelung der Gaffel giebt ihr natürlich in Hinsicht der Höhe eine unbewegliche Stelle am Besahnmast.

Soll sie sich aber auf- und niederbewegen, so ist ihre Zutaakelung folgende, Fig. 20: ein einscheibiger oder ein zweischeibiger Block, je nach der Größe der Gaffel, wird an den Augbolzen a der Mick gehaakt; ein zweiter zweischeibiger Block b mit doppeltem Stropp wird so festgemacht, daß die langen Schenkel der Stroppe vor dem Besahnmast über dem andern Tauwerk zusammengesorrt werden. Der Läufer c wird abwechselnd durch beide Blöcke geschooren, und heißt das Gaffelfall. Zuweilen ist der obere Block b desselben an einen eisernen Stropp gehaakt, der um den Besahntop geschlagen ist.

Der Dirk oder das Piekfall ist am vollständigsten auf diese Weise gebildet: an der Gaffel sind die beiden einscheibigen Blöcke d und e gegen die Piekklampen festgestroppt; unter dem Besahneselshoofd ist der zweischeibige Block f um den Besahntop festgestroppt. Das feste Ende oder der stehende Part des Läufers oder eigentlichen Dirks wird entweder, wie in der Figur, an einen Augbolzen g, der im Eselshoofd sitzt, oder um den Besahntop festgestochen; von da geht der Dirk durch den Block d, über die eine Scheibe des Blocks f, durch den Block e, über die zweite Scheibe von f, und durch das Soldatengatt auf Deck. Zuweilen ist der Dirk folgendermaaßen gebildet: das feste Ende desselben ist nicht am Eselshoofd, sondern an der Piek oder der Nock der Gaffel festgestochen; so daß der Augbolzen g und der Block d fehlen. Ein doppelter Block wie bei f ist dann gewöhnlich um die Mitte des Besahneselshoofds gestroppt, so daß er an dessen Achterrande zu liegen kommt; der Dirk geht

dann von der Rock über die eine Scheibe von f, durch den Block e, über die andere Scheibe von f und dann auf Deck.

Auf großen Schiffen hat die Gaffel, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 21, ein Drehreep und Fall für die Piek, und ein Drehreep und Fall für die Mick. Das letztere f ist um eine Kausche gesplißt, die an der oberen Seite der Mick in dem Augbolzen festsitzt; von da fährt das Drehreep durch den einscheibigen Block g, der über den Besahnsahlings festgestroppt ist, und an der Achterseite des Besahntops herabhängt; am unteren Ende ist der zweischeibige Taakelblock e eingestroppt, für welchen der untere einscheibige Block c in einem Augbolzen im Deck festgehaakt, und durch den Läufer d mit ihm in Verbindung gesetzt ist; dieser Läufer ist dann das eigentliche Fall.

Das Drehreep h für die Piek ist bei b um eine Kausche gesplißt, die an dem Bruhk auf- und niedergeht, welcher an den beiden Klampen der Piek befestigt ist; am untern Ende des Drehreeps ist der zweischeibige Block i eingestroppt, durch den der Läufer oder das eigentliche Fall geht.

Eine solche zum Auf- und Niederholen eingerichtete Gaffel hat dann weder Geerden noch Blöcke für die Kreuz- und Kreuzbrambrassen; sondern ein Block k wird an den Augbolzen an der Piekspitze gestroppt, und durch diesen fährt der Niederholer der Piek l.

Wenn die Gaffel nicht auf und nieder zu heißen ist, sondern in einem festen Hanger hängt, so erhält sie an der Piek, da wo sich das äußerste Tau des Dirks anschließt, also bei der Rockklampe, noch zwei starke Taue, welche gleichsam ihre Brassen vorstellen und Geerden oder Geeren heißen. Sie werden folgendermaaßen angebracht: ein ziemlich starkes und gehörig langes Tau wird in seiner Mitte um die Piek, gegen die Rockklampe gestochen, so daß es an Steuer- und an Backbord bis etwa zur Höhe des halben Besahnmasts herabhängt; jeder Theil bildet einen Geerenschenkel, in dessen unteres Ende ein zweischeibiger Block eingestroppt ist. Der einscheibige Block dazu ist in einen Augbolzen eingehaakt, der in einer Heckseiten- oder Windveeringsstütze (vergl. S. 2348) festsitzt. Der beide Blöcke verbindende Läufer heißt der Geerenläufer. Die Geerden dienen dazu, die Gaffel bei verschiedenen schrägen Richtungen des Windes festzustellen. Soll z. B. das Besahnsegel, also auch die Gaffel, nach der Backbordsseite gebracht werden, so fiert man die Steuerbordsgeerde, und holt die Backbordsgeerde ein. Man haakt auch zuweilen die unteren Blöcke des Geerdenläufers aus, und gebraucht dann die Geerden wie ein Rocktaakel, um Lasten in dieser Gegend des Schiffs am Bord zu heißen oder herabzulassen. Die Geerden sind, Tafel XXXIV, A, Fig. 1 zu erkennen, wie sie von der Rock der Gaffel an Backbord vor dem Brodwinner, an Steuerbord hinter demselben, herabgehen. Ebenso Tafel XL, A, Fig. 2. An dem Augbolzen in der Piekspitze wird ein einscheibiger Block für die Flaggleine oder das Fall der Flagge festgestroppt. Kriegsschiffe führen immer, Kauffahrteischiffe gewöhnlich im Hafen und bei besondern Gelegenheiten die Nationalflagge an der Gaffel. In früheren Zeiten hatten, namentlich die großen Kriegsschiffe, einen eigenen Flaggenstock, der

in einem Eselshoodfd in der Mitte des Heckbords stand, und zwar so schräge nach hinten geneigt, wie das Heck selbst; er hatte auf Linienschiffen zuweilen eine Länge von 40 Fuß, und eine Dicke von 9 Zoll, und trug oben einen runden Top oder Knopf mit einem Scheibengatt, durch welches das Flaggenfall fuhr. Eine an solchem Flaggenstock aufgeheißte Flagge hieß dann Kampanjeflagge, wie Tafel XL, C, Fig. 15. In gegenwärtiger Zeit, wo auch die größten Kriegsschiffe einen Giekbaum führen, welcher über den Heckbord hinausragt, und sich über demselben von Steuerbord nach Backbord hin- und herbewegt, hat der Flaggenstock natürlich wegfallen müssen; die Nationalflagge wird daher an dem Flaggenfall bis zur Gaffelpiek aufgeheißt, wie Tafel XL, A, Fig. 1 und Fig. 5.

57 Da wo statt einer Gaffel eine Besahnruthe gebraucht wird, wie Tafel XL, C, Fig. 15, hängt sie schräge an Backbordsseite des Masts, und hat im Ganzen dieselbe Zutaakelung wie die eben angegebene der Gaffel. An ihrem vorderen nach unten geneigten Ende hat sie auch einen Augbolzen, an welchen zwei einscheibige Blöcke gestroppt werden. Durch diese beiden Blöcke fahren diejenigen Taue, welche Besahnbulienen oder auch Pitspoten heißen, und als Brassen der Besahnruthe dienen; sie sind mit einem Ende an einer Seite des Schiffs an der Want oder an einem Deckbolzen festgestochen, und fahren mit dem laufenden Part durch den Pitspotblock nach derselben Seite zurück, wie Tafel XL, C, Fig. 15 zu sehen.

58 Ist das Besahnsegel ein Gaffelsegel, d. h. hat es zur Spannung seines Unterleiks keinen Baum, so erhält es die trapezoidische Gestalt, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 51. Die vier Ecken haben eigene Namen: die untere am Mast befindliche d heißt der Hals; die gegenüberstehende untere die Schoote oder das Schoothorn; die obere Ecke e am Mast oder an der Mick heißt das Nock oder Nockohr; und die obere Ecke b an der Piek heißt die Spitze oder das Piekohr.

Das Achterleik oder Mastleik ist mit einem ganzen Kleide verdoppelt; das Oberleik wird mit der nachher erklärten Lissung an die Gaffel gebunden. Wenn die Gaffel in einem festen Hanger hängt, so werden längs dem Achterleik Lägel angebracht (vergl. S. 2560); geht sie aber am Mast auf und nieder, so werden nur Bandgatten in das Segel hineingemacht (vrgl. S. 2561), wie Fig. 54.

Das Piekohr, Fig. 51, b, wird wie bei den Raasegeln (vrgl. S. 2567) an der Nockklampe mit zwei äußern Schlägen, und so vielen innern festgemacht, als das Nockbindsel geben will; denn die beiden äußern dienen nur zur Spannung des Oberleiks; die innern widerstehen aber dem ganzen Zuge des Achterleiks.

Das Nockohr, auch das Mickohr genannt, wird mit einem Bindsel abwechselnd durch den Ohrlägel und durch den an der untern Seite der Gaffel sitzenden Augbolzen (vergl. S. 2581) befestigt. Die Lissung oder Litzung ist ein langes Tau, womit das Oberleik, statt der Raabanden an die Gaffel gebunden wird; die Lissung wird in das Piekohr eingesplißt, und durch die

Bandgatten im Segel und um die Gaffel genommen, wie bei c zu sehen ist, bis sie das Rock erreicht.

Das Mastleik wird auch mit einer Lissung um den Mast befestigt; sie wird an das Rockohr e gesplißt, und dann abwechselnd durch die Lägel und um den Mast genommen, und zuletzt am Halsohr d festgestochen. Geht die Gaffel am Mast auf und nieder, so werden die im Segel angebrachten Bandgatten an Säuger gebindselt, d. h. an große Ringe, welche um den Mast und an ihm auf- und niedergehen, wie Fig. 54.

Die Dempgordinge, Fig. 51, g, g, g, sind Taue, welche zum Aufgeien der Besahn dienen; sie fahren durch Blöcke, welche in eben solchen Entfernungen von der Piek an der Gaffel befestigt sind, wie die entsprechenden Gordingslägel am Achterleik, so daß z. B. der Block m eben so weit von der Piek b entfernt ist, wie der Lägel n, der Block k eben so weit wie der Lägel l u. s. w.

Die Gording h heißt noch besonders der Besahnsbruhk; er ist auf jeder Seite der Mick durch einen Block e geschooren; ferner auf jeder Seite des Segels durch eine Kausche o die an dem untern Ende eines Schenkels oder Bruhks eingesplißt ist, und zuletzt ist der Bruhk an den Bruhk- oder Gordingslägel i im Achterleik festgestochen. Der Besahnsbruhk heißt auch die Rock-Demp-Gording.

Die Mitteldempgording fährt durch den mittleren Dempgordingsblock k, durch die Kausche o in dem obern Schenkel, und geht nach dem Lägel l im Achterleik.

Die Piekdempgording geht durch den obern Dempgordingsblock m nach dem Lägel n.

Wenn die Besahn mit den Dempgordingen aufgegeit war, und sie darauf beigesetzt oder ausgeholt werden soll, so hat man zur Erleichterung ein eigenes Tau, den sogenannten Aufholer der Dempgordings, oder auch den Aufholer des Besahnbruhks, q q; er hat an dem einen Ende eine Kausche p eingesplißt, und fährt durch den Block r an der Piek; durch die Kausche p ist ein Schenkel geschooren, an dessen Enden die vorher genannten Kauschen o gesplißt sind, durch welche der Brukh und die Mitteldempgording fährt.

Zuweilen besteht der Aufholer aus einem kurzen und einem langen Schenkel, welche bei q züsammengesplißt sind; alsdann ist nur ein Fall nöthig, welches auf Deck geht. Der Hals der Besahn, d, ist an einen Augbolzen im Deck hinter dem Besahnmast geseist. Die Schoote fährt mit einer Kausche an einem eisernen Bügel, wie die Figur zeigt, von Bord zu Bord; dieser heißt der Besahnschootenbügel.

Der Giekbaum, mit welchem gegenwärtig beinahe auf allen Schiffen das Unterleik der Besahn gespannt, und zugleich der Brodwinner ausgesetzt wird, hat mancherlei Arten von Zutaakelung. Die vollständigste ist die auf Tafel XXXIII, C, Fig. 22 dargestellte. 59

Gewöhnlich hat er an dem innern schwächern Ende einen Schwanenhalshaaken l, welcher mit einem Beschlage eingetrieben ist. Dieser wird

in das Auge eines um den Besahnmast befestigten Ringes gehaakt. Auf einigen Schiffen hat der Giekbaum auch eine Mick und ein Klotenrack, wie die Gaffel (S. 2581), womit er sich um den Besahnmast dreht, an dem zur Haltung eine Schulterklampe festsitzt.

Das Baumreep des Giekbaums m, welches gleichsam seine Topenanten darstellt, wird in der Mitte um den Top des Kreuzmasts über dem andern Tauwerk geschlagen, und hinter demselben zusammengeseist und bis auf vier Fuß unterhalb der Kreuzbramsahling bekleidet. An das Ende eines jeden Schenkels wird ein einscheibiger Block n gesplißt; ein zweischeibiger Block o wird um den Giekbaum gegen die Rockklampe gestroppt. Das Ende des Läufers wird mit der Mittelbugt um den Baum außerhalb des Blocks o gestochen; die beiden Enden werden durch die einscheibigen Blöcke n geschooren, dann durch den zweischeibigen Block o, darauf durch eine Kausche p, die an jeder Seite des Baums an einer Krampe festsitzt, und zwar nahe am Binnenende der Pferde q; zuletzt werden die Enden an einer Klampe d, an jeder Seite des Baums belegt, und zwar schon binnen Bords.

Die Pferde oder Paarden (S. 2571) werden mit dem Außenende an den Augbolzen gesplißt, der an der Außenspitze des Baums eingetrieben ist. Sie heißen genauer die Rockpaarden des Giekbaums. Ihrer ganzen Länge nach sind sie entweder mit Schauermannsknoten (wie Tafel XXXII, A, Fig. 29 und 30), oder mit Bauerknoten (Tafel XXXII, A, Fig. 42) versehen, damit die auf den Pferden Stehenden einigen Gegenhalt für die Füße haben. Am innern Ende haben sie Augen eingesplißt, mit denen sie um den Giekbaum festgeseist sind, und zwar gerade über dem Heckbord, so daß man von diesem aus auf die Pferde steigen kann. Hat der Giekbaum keinen Augbolzen an der Rock, so werden die Pferde mit einem Doppelpart vor der Rockklampe um die Rock gestochen.

Der Schootenblock, Tafel XXXIII, C, Fig. 22, r, des Giekbaums ist doppelt gestroppt; die Bugt des Stropps geht über das innere Ende des Baums zwischen zwei Klampen. Zuweilen sind die Enden des Stropps zusammengesorrt, und zwar oberhalb des Baums, wie bei den Raablöcken. Gewöhnlich wird ein Rundbindsel unterhalb des Baums um die beiden Stroppenden gelegt. Das Ende der Schoote s ist an den Stropp des Blocks r geknebelt, und zwar mit einem Schootenstich (wie Tafel XXXII, A, Fig. 61); darauf wird sie in der genannten Fig. 22 wechselsweise durch den obern Block r und den untern i geschooren, und vorwärts auf Deck geführt. Der untere Block i läuft mit einer Kausche an einem eisernen Bügel h, welcher der Giekbaumbügel oder auch Pferdebügel heißt.

An den Baumreepschenkeln tt sind zwei türkische Knoten oder Türkenköpfe (wie Taf. XXXII, A, Fig. 95) eingearbeitet; auf jedem Baumreep ist zwischen den türkischen Knoten ein einscheibiger Block festgestroppt, durch den ein dünnes Tau uu geschooren wird, vermittelst dessen das Baumreep fest angesetzt werden kann; diese Taue heißen Krahnleinen. An das untere Ende jeder Krahnleine kommt ein deutscher Wantknopf (wie Tafel XXXII, A,

Fig. 24), welcher an einer Krampe befestigt wird, die auf der Schanz- oder Hüttenreiling sitzt; das andre Ende der Krahnleine wird auf Deck belegt.

Auf kleineren Schiffen hat man ein einfacheres Baum-Reep. Seine Doppelbucht ist um die Nock des Giekbaums gestochen und geseist. An jeder Seite des Besahntopps ist ein einscheibiger Block festgesorrt, durch welchen die Enden des Baumreeps fahren. An ihrem unteren Ende wird ein zweischeibiger Block eingesplißt, welcher durch einen Läufer mit einem einscheibigen in Verbindung steht, der in einem Augbolzen auf Deck eingehaakt ist.

Eine andere Art des Baumreeps ist, einen Hanger mit einem Haaken am obern Ende in einen Augbolzen einzuhaaken, der am Eselshoofd des Besahnmasts, und zwar an dessen Achterseite sitzt; am untern Ende ist ein einscheibiger Block eingesplißt; durch diesen fährt ein Läufer, der an dem einen Ende ein Auge hat, womit er gegen die Nockklampe des Giekbaums befestigt ist; das andre Ende des Läufers fährt durch ein Scheibengatt, das dicht vor der Nockklampe in den Baum gemacht ist. Unterhalb des Baums ist in das aus dem Scheibengatt hervorkommende Ende des Läufers ein zweischeibiger Block eingesplißt, der wieder mit einem einscheibigen zusammenhängt, der um die Mitte des Baums gegen eine Klampe festgestroppt ist. Das Ende des Läufers wird um eine Klampe am innern Viertel des Baums belegt.

Noch eine andre Einrichtung des Baumreeps ist diese: Das eine Ende wird mit seinem Auge um die Nock des Giekbaums gegen die Nockklampe festgestochen; das andre Ende fährt durch einen einscheibigen Block am Besahntop und hat einen einscheibigen Block eingesplißt. Ein zweischeibiger Block ist an dem Giekbaum festgesorrt und angestroppt, und ruht gegen eine Stoppklampe. Das eine Ende des Läufers dieser beiden Blöcke ist an dem einscheibigen Block am Ende des Baumreeps festgeknebelt, und das andre Ende ist wechselsweise durch beide Blöcke geschooren, und zuletzt am Baume selbst belegt.

Zuweilen hat man das Ende dieses Läufers durch einen besondern einscheibigen Block geschooren, der am Besahntop festsitzt; es fährt dann am Mast herunter, und wird auf einer Klampe am untern Theile desselben belegt.

Die zuerst beschriebene Einrichtung mit doppeltem Baumreep ist indessen die beste, weil man alsdann nicht genöthigt ist, die Piek bei jeder Wendung nieder zu lassen.

Zuweilen nennt man das Baumreep auch die Piektaue; man muß sie aber dann, um keine Verwechselung mit den Piektauen der Gaffel zu veranlassen, durch den Zusatz „des Giekbaums" unterscheiden. Man nennt es auch die Baumgiek, zuweilen sogar die Krahnleine, welcher Name aber nur auf die Tafel XXXIII, C, Fig. 22, u u angeführten Taue paßt.

Die Taakelasche eines Giekseгels oder der laufenden Besahn, wie man es bei solcher Einrichtung nennt, wenn es die Besahn vorstellt, ist mit wenigen Zusätzen dieselbe, wie die Taakelasche eines Gaffelsegels (S. 2584). Die beiden Haupteigenthümlichkeiten sind: das Bullentau und die Baum- 60

schoote. Die letztere ist schon bei Tafel XXXIII, C, Fig. 22, S. 2586, beschrieben, wie sie aus den beiden Blöcken r und i und dem Läufer s besteht, und mit der Kausche des untern Blocks i am Giekbaumbügel oder Pferdebügel h hin und her geht.

Das Bullentau, Tafel XXXIV, E, Fig. 54, f w, besteht zuerst aus dem Hanger f; dieser ist an einen um die Mitte des Baums liegenden Stropp gehaakt; in sein unteres Ende ist der zweischeibige Taakelblock w und der einscheibige Block in einen Augbolzen am Achterrande der großen Rüste eingehaakt.

Mit der Besahn ist in neuerer Zeit fast immer der Brodwinner (vgl. S. 2560), und zwar nach Art einer großen Besahn, verbunden, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 53; einen solchen nennen die Engländer Spanker, und den Giekbaum, der dazu eingerichtet ist, Spanker-boom. Weil die Gaffel nicht lang genug ist, um den obern Theil des Brodwinners zu spannen, so ist der Achtertheil des Oberleiks an eine eigene kleine Raa a gebunden. Der Hals wird mit einer eigenen Talje angesetzt; der zweischeibige Block m ist in eine Kausche am Halsohr, der einscheibige in einen Augbolzen des Decks eingehaakt. Hat aber der Giekbaum eine Mick, wie die Gaffel, so wird der einscheibige Block in einen auf dem Baum selbst festsitzenden Augbolzen eingehaakt.

Der Brodwinner hat vier Falle: das äußere c fährt durch einen am Ende der Gaffel sitzenden Block d, und ist an dem innern Drittel der kleinen Raa a festgestochen; das mittlere Fall e führt durch den an der Mitte der Gaffel sitzenden Block f, und ist an einen Bügel im Oberleik gestochen und zwar auf ein Drittel der Entfernung zwischen der Raa a und der Nock des Segels oder der Gaffelmick; das innere Fall g fährt durch den an der Gaffel sitzenden Block h, und ist an einen Lägel im Oberleik gestochen, der auf der halben Entfernung zwischen dem mittleren und dem Nockfall sitzt.

Das Nockfall wird gewöhnlich durch einen Block geschooren, der an den Besahnstop gesorrt ist; auf großen Schiffen aber, oder wenn sonst der Brodwinner sehr groß ist, wird der untere Block des Falls l in eine Kausche am Nockohr gehaakt, und der obere k an einen Stropp, der um den Besahnstop liegt.

Das Schootentau des Segels n, welches von der Baumschoote unterschieden werden muß, fährt durch ein Scheibengatt im Giekbaum und ist an einen eisernen Wanderbügel oder Wanderring gestochen, der auf dem Baum hin und her fährt. In das andre Ende unterhalb des Baums ist eine Kausche eingesplißt, in welche der äußere Taljenblock o gehaakt wird; der innere Block p ist in einen am Baum sitzenden Augbolzen eingehaakt.

Auf manchen Kauffahrteischiffen hat man statt der angegebenen kurzen eine so lange Brodwinnerraa, daß das ganze Oberleik von der Piek bis zur Nock gespannt werden kann, wodurch man vermeidet, daß sich das Segel oben zwischen den Falllägels sackt.

Zuweilen wird das Mast- und das Unterleik geradlinig geschnitten; häufiger aber mit einer Gilling, wie in der angegebenen Figur 53. Wenn der

Brodwinner Litzunggatten hat, so findet sich gewöhnlich ein eigenes Leiterstag, wie Fig. 55, welches vom Top des Besahnmasts bis auf Deck gespannt ist, und auch Schnaustag genannt werden kann. An diesem Leiterstage fahren kleine Kauschen oder Säuger auf und nieder, welche an die Gatten des Brodwinners gebunden sind.

Nachdem die Zutaakelung der unteren Raaen, der Marsraaen, der Gaffel und des Giekbaums gezeigt worden, müssen noch einige Besonderheiten der Bramraaen angegeben werden. Sie sind, Taf. XXXIII, C, Fig. 28, ihrer ganzen Länge nach, rund; Rackklampen, a, und Nockklampen werden wie auf den untern Raaen aufgespickert. Die Pferde b gehen in gleicher Weise über die Nocken, und die Geitaublöcke c sind ebenso an die Raa gestroppt. Um die Mitte der Bramraa wird gewöhnlich ein einfacher Stropp mit einer Kausche d gesplißt, um das Drehreep des Bramfalls daran zu stechen. Häufig ist aber das Drehreep oder das Fall nur mit einem Ankerstich oder Fischerstich (wie Tafel XXXII, A, Fig. 62) um die Raa gestochen. 61

Zwei Stroppen e e, einer lang, der andre kurz, beide mit Augen, werden um die Raa gesplißt oder geſorrt, um das Rack zu bilden. Häufig wird dieses wie bei den Marsraaen gemacht.

Die Brassen f f und die einfachen Toppenanten g g werden wie bei den andern Raaen angebracht; die Toppenanten werden durch eine Kausche geschooren, die zwischen den beiden vordersten Bramstengewanten dicht unter der Augensorring angebracht ist.

Das Drehreep des Bramfalls wird durch das Scheibengatt in der Bramstenge geschooren; am andern Ende ist ein zweischeibiger Block eingestroppt; der einscheibige für das Fall wird an die Marssahling angestroppt. Zuweilen wird es auch an einen Augbolzen im Deck hinter dem Mast angestroppt.

Häufig ist das Drehreep und das Fall ein und dasselbe Tau, es ist dann, Fig. 29, a, an den Stropp des obern einscheibigen Blocks geknebelt, und dann abwechselnd durch den untern Block b, der an der Marssahling festgehaakt ist, durch den obern a geschooren, so daß es mit diesem untern Theile zugleich das Fall bildet. Nimmt man alsdann den Knebel beim Block a heraus, und scheert das Tau aus beiden Blöcken, so kann es zugleich als Windreep dienen, um die Raa aufzubringen oder herunter zu nehmen.

Wenn aber Drehreep und Fall zwei verschiedene Taue, wie bei den größern Raaen sind, so bringt man die Bramraaen folgendermaßen auf.

Ein Fallblock oder Jackbl., Fig. 30, wird mit einem kurzen Schenkel c und einem langen d gestroppt; ein deutscher Wantknopf wird am Ende d angebracht, und ein Auge in das Ende des kürzern Schenkels c eingesplißt; der Knopf heißt im Englischen button, das Auge loop; der Stropp wird um die Bramstenge genommen, wie in Fig. 31, und zwar so, daß der lange Schenkel durch das Auge gesteckt und dann der Knopf von demselben zum Rückhalt aufgearbeitet wird.

Das Windreep oder Raawindreep e in Fig. 31 wird durch den

Block geschooren, und von dem Top auf Deck herabgelassen, so daß der laufende Part durch das Soldatengatt im Mars herabgeht. Das Drehreep f wird dann um den Stropp g gestochen; und indem die Leute auf Deck am Bramfall holen, heißen sie die Bramraa in die Höhe. Das Windreep wird um die Mitte der Raa mit einem Fischerstich festgestochen, und mit Schiemannsgarn in der Gegend des Viertels der Raa festgebunden; und zwar am Steuerbordsende, wenn die Raa an Backbord aufgebracht wird; umgekehrt wenn man sie an der andern Seite aufbringt.

Die Brassen der Bramraa fahren gewöhnlich, wie in Fig. 33; das eine Ende ist am hinteren Stengenstagauge e festgestochen, fährt durch den Brassenblock k, durch den Block i, der am selben Stengenstag festgestroppt ist, und endlich durch den Block h, der an dem eigenen Mast unter dem Eselshoofd festsitzt, auf Deck.

Ist die Brambrasse einfach, nur mit einem Auge um die Nocke der Bramraa festgestochen, wie Fig. 34, so fährt sie durch einen Block am Stengenstag, und durch einen zweiten, der am vordersten Stengewant festgestroppt ist.

62 Die Bramsegel, Tafel XXXIV, D, Fig. 25 und 27, haben eine ähnliche Gestalt und Zutaakelung wie die Marssegel. Das Unterleik ist größer als das Oberleik, damit es bis zu den Bramschootenblöcken g, Fig. 25, reicht, die auf der darunter befindlichen Raa festgestroppt sind; oder bis zu den Scheibengatten, die in den untern Raanocken dazu statt der Schootenblöcke gemacht sind. Das Unterleik der Bramsegel, wie das der Marssegel, ist auf den Kriegsschiffen geradlinig, auf Kauffahrteischiffen gewöhnlich mit einer Aufbugt ausgegillt, um das Reiben an den Marsen und Bramsahlingen leichter zu verhindern.

Zuweilen wird das Segel schon unten auf Deck an die Raa geschlagen, ehe dieselbe aufgebracht wird; wenn das nicht der Fall ist, so wird es zusammen gebunden, wie in Fig. 26, mit den Geitauen h h bis auf die Bramsahling geheißt, und dort zum Anschlagen ausgebreitet.

Das Bramsegel hat gewöhnlich, wie Fig. 25, an jedem stehenden Leik zwei Bulienlägels, von denen der obere in der Mitte des Leiks sitzt; an diese werden die Buliensprieten a a gestochen, und die Bulien b b selbst mit einem Knebel daran befestigt.

Die Bauchgording c ist durch einen Block d geschooren, der am Bramstengentop festsitzt, und dann durch eine Kausche, die am Stropp für das Bramfall-Drehreep festgesorrt ist. Ein andrer eingesplißter Schenkel bildet das Gordingsspriet e, das in die Gordingslägel f f am Fuße eingestochen ist.

Die Bramschooten sind mit einem deutschen Wantknopf an dem Schoothorn a, in Fig. 27, festgemacht, welcher sie von dem Zurückgehen abhält; statt dessen ist auch oft nur ein Schootenstich, der am stehenden Part festgesorrt ist.

Die Geitaue gehen entweder doppelt, wie Fig. 27, b, durch den Geitaublock b am Schoothorn, durch den Geitaublock c an der Raa, und dann

herab; der stehende Part ist bei e um die Bramraa festgestochen. Ein einfaches Geitau wird, wie in derselben Fig. 27, durch den Mars heraufgenommen, durch den Block d an der Raa geschooren, und dann an das Schoothorn festgestochen. Von den Beschlagseisings kommen zwei Nockseisings an die Nocken, und eine Bauchseising in die Mitte (vergl. S. 2567).

Die Oberbram-Raaen haben entweder ganz ähnliche Einrichtung wie die Bramraaen, oder sie sind fliegende Raaen. Das erste ist der Fall, wenn die Oberbramstenge von der Bramstenge abgesondert ist, mit einem eigenen Schloßholz auf der Oberbramsahling ruht und durch das Bram-Eselshoofd hinaufgeht. Zuweilen stehen solche abgesonderte Oberbramstengen auch hinter der eigentlichen Bramstenge, mit dem Fuß auf dem Stengeneselshoofd, und überragen die Bramstenge um ihre Hälfte. Am Top der Bramstenge sind sie dann mit derselben nicht durch ein Eselshoofd, sondern durch ein eisernes Band verbunden. In solchem Falle bringt man aber auch eine Oberbramsahling an, und giebt der Oberbramraa die nämliche Zutaakelung wie der Bramraa. 63

Ist aber die Oberbramstenge, wie gewöhnlich bei den Linienschiffen, nur eine Verlängerung der Bramstenge, oder ein sogenannter Pahl (Pfahl) oder Pol, so hat sie gewöhnlich noch zwei Abtheilungen; die untere heißt dann der Oberbrampol oder Royalpol, und dient zum Aufheißen des Oberbram- oder Royalsegels; die obere Abtheilung heißt dann der Flaggenpol, weil er zum Aufheißen der Admiralsflaggen, der Kommodorestander und der gewöhnlichen Wimpel dient; oder man nennt ihn auch den Skeisegelpol, weil manchmal, doch selten, noch ein Ober-Oberbramsegel oder Skeisegel (sky-sail) daran aufgeheißt wird.

Wenn nun die Oberbramstenge nur ein Pol, oder eine bloße Verlängerung der Bramstenge ist, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 23 und 24, und Tafel XXXIV, D, Fig. 31, so wird die Oberbramraa, wie in der letztgenannten Figur, nur fliegend angebracht, d. h. ohne Toppenanten und Brassen; zuweilen giebt man ihr die letzteren, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1, d und l.

Das Segel selbst wird, Tafel XXXIV, D, Fig. 31, mit Platting an die Raa geschlagen. Das Oberbramfall wird durch das Scheibengatt im Top des Royalpols auf Deck hinabgelassen, und dort wird die Oberbramraa mit dem angeschlagenen Segel wie die Bramraa, hinaufgeheißt. Die Schoothörner werden an die Nocken der Bramraa gesorrt. Soll das Oberbramsegel nicht gleich beigesetzt werden, so macht man das Oberbramfall los, und sticht es vorläufig an das Bramstengestag, damit es die Bramraa, wenn sie etwa herabgelassen werden soll, nicht aufhält. Das festgemachte Oberbramsegel ruht dann mit seiner Raa so lange auf der Bramraa, an der es mit Knebeln befestigt ist.

Die Bramstengestage haben eine zweifach verschiedene Einrichtung: entweder sind sie fest, wie die übrigen Stage; alsdann muß die Oberbramraa und natürlich auch eine Schoote über dasselbe hinüber genommen werden, damit das Oberbramsegel geheißt werden kann; oder das Bramstengestag ist an einen Wanderring, wie in der letzgenannten Figur das Stag b an den Ring

c gesplißt; alsdann kann es bald festgesetzt, bald losgemacht werden. Soll nun das Oberbramsegel beigesetzt werden, so kann man bei dieser letztern Einrichtung das ganze Segel unterhalb des Stags lassen, wie in der Figur; man sticht das Oberbramfall durch den Ring an die Raa, macht das Stag los, und heißt die Oberbramraa; das Stag b geht dann mit dem Ringe c in die Höhe. Ist das Oberbramsegel völlig geheißt, so setzt man unten das Bramstengestag wieder fest.

64 Nachdem nun die Raasegel und die Besahn mit ihren Raaen, Gaffeln, Bäumen und ihrem laufenden Tauwerk erklärt worden, müssen die Stagsegel genauer betrachtet werden (vergl. S. 2558).

Dasjenige Leik eines dreieckigen Stagsegels, welches mit Säugern oder Lägeln am Stag auf und nieder geht, heißt das Vorleik; das perpendikulär herunterhängende das Achterleik, und das untere das Unterleik. Hat aber ein Stagsegel eine trapezoidische Gestalt, so heißt z. B. Tafel XXXIV, E, Fig. 48, das obere Leik kf, das Stagleik, oder Oberleik; das hintere km, das Achterleik; das untere ml das Unterleik; und das vordere fl, welches gewöhnlich kürzer als das Achterleik ist, der Sprung. Die vier Ecken haben ebenfalls eigene Namen. Die oberste Spitze k heißt die Nock, oder das Nockohr; die obere vordere Spitze f heißt der Oberhals, die untere vordere l der Unterhals, und die untere hintere m die Schoote. Bei einem dreieckigen Stagsegel fällt natürlich der Oberhals fort; die drei andern Spitzen behalten aber dieselben Namen, die Nock, der Hals und die Schoote.

65 Die Taakelasche der Stagsegel ist viel einfacher als diejenige der Raasegel; sie besteht zuerst aus einem Fall, um das Segel an dem Stag oder dem Leiter hinauf zu ziehen; zweitens einem Niederholer, welcher dem Fall entgegenwirkt und dazu dient, das Segel nieder zu holen; drittens die Schooten, welche die unteren Achterecke in die jedesmalige angemessene Stellung bringen. Nur der Klüver hat noch einen eigenen Aus- und einen eigenen Einholer.

66 Das Fockstagsegel, Tafel XXXIV, D, Fig. 36, ist dreieckig, und hat eine gehörige Anzahl von Gatten in der Doppelung des Vor- oder Stagleiks, und ist mit Säugern an dem losen Fockstag (vergl. S. 2547, Nr. 21) zum Auf- und Niedergehen eingerichtet. Die Säuger sind entweder von Eisen oder von Eschenholz, seltener von Tauwerk, oder bloße Lägel. Am Stagleik ist das Segel regelmäßig gegillt; das Achter- und das Unterleik haben keine Gillung, d. h. sie sind geradlinig. An das Nockohr ist ein Block b für das Fall geforrt. An das Halsohr ist ein Taljereepbendsel gesplißt, welches abwechselnd durch das Doodshoofd c des losen Fockstagkragens und durch das Halsohr geschooren und dann festgemacht wird. Am Hals c, an der Schoote d und an der Nock b ist ein Bolzen von Segeltuch aufgesetzt.

Der Niederholer f f ist durch einen am Halsohr festgeforrten Block e geschooren, dann durch einige wenige Säuger in der Nähe des Halses, und

durch eben so viele in der Nähe der Rock, und zuletzt an dieser letzteren festgestochen.

Das **Fall** g fährt durch den Block h, der am Top des Fockmasts über dem andern Tauwerk, oder unter dem Auge des Stags festgestroppt ist, dann durch den Block b an der Rock, und das stehende Ende ist um den Top des Fockmasts festgestochen. Ein einscheibiger Block i ist in das andre Ende eingestroppt; durch diesen fährt ein Läufer k, mit dem stehenden Part an einen Augbolzen in der Seite festgestochen, und mit dem laufenden durch einen **Fuß- oder Leitblock** l. Unter Fuß- oder Leitblock versteht man im Allgemeinen einen einscheibigen Block, der irgendwo festgemacht ist, und nur dazu dient, dem laufenden Part einer Talje oder Gien u. dergl. eine andere Richtung zu geben, um ihn besser anholen zu können. Das Fockstagsegel wird gemeinhin nur auf Kriegs- und großen Kauffahrteischiffen gebraucht.

Die **Schooten** werden mit einem Schenkel gebildet, dessen Mittelbucht durch das Schoothorn geht, und dessen Enden durch die Bucht gezogen sind, so daß die Befestigung wie ein Reefknoten aussieht; die Enden werden dann mit einem Hartbindsel zusammengesorrt. Zuweilen gebraucht man einen Schootenstich. Ein einscheibiger Block m m ist in jedes Ende des Schenkels eingesplißt, und durch jeden das eigentliche Schootentau geschooren; das eine Ende ist an einen Augbolzen in der Seite festgestochen, das andre fährt durch einen Fußblock, bis es auf einer Klampe an der Seite belegt wird.

Das **Vorstengestagsegel**, Fig. 37, geht mit Säugern an dem losen Vorstengestag (vergl. S. 2547, Nr. 22) auf und nieder. 67

Das **Fall** q wird auf großen Schiffen durch einen Schildpattblock geschooren, der an Backbordseite am Top der Vorstenge festgespickert ist. Ein Schildpattblock ist nämlich ein halber Block mit einer oder auch mit zwei Scheiben unter einander, so daß die Scheiben nur von einer Seite durch das halbe Gehäuse bedeckt werden; mit der offenen Seite wird er dann an einen Mast, oder sonst wohin gebracht und festgespickert; das andre Ende des Falls ist entweder an die Rock des Segels gestochen, oder fährt erst durch einen dort angestroppten Block n, und ist dann um den Top der Vorstenge festgestochen. In das andre durch den Schildpattblock fahrende Ende wird ein einscheibiger Block gesplißt, dessen Läufer im Uebrigen demjenigen des Fockstagsegelfalls gleich ist.

Auf Kauffahrteischiffen hat man gewöhnlich keine Schildpattblöcke an den Stengen; alsdann wird das Fall durch ein Scheibengatt eines zweischeibigen Blocks geschooren, der an jeder Seite des Stengentopps unter dem übrigen Tauwerk hängt, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 44, b, zu sehen ist, oder auch durch Blöcke, die ausschließlich zu diesem Zwecke unter dem Vorderrande der Vorbramsahling festgesorrt sind. Das Fall geht einfach, und fährt durch einen Fußblock in der Seite, wie vorher.

Die **Schooten** sind mit Schenkeln, wie die Fockstagsegelsschooten gebildet, und gehen klar oder ohne alle Blöcke über das Fockstag; nur auf kleinern Schiffen sind sie einfach und fahren durch einen Block auf der Back.

Der Niederholer fährt durch einen Block p, Taf. XXXIV, D, Fig. 37, der am Halsohr festgestroppt ist, und dann entweder durch einige Säuger, wie beim Fockstagsegel, oder durch eine Kausche o, welche an das Stagleik gestroppt ist.

68 Der Klüver, Tafel XXXIV, D, Fig. 38 bis 42, hat (vergl. S. 2551, Nr. 32) einen eigenen Leiter, das Klüverstag oder den Klüverleiter, dessen Beschaffenheit sich nach dem Wanderbügel oder Klüverbügel richtet.

Zuweilen ist dieser Wanderbügel oder Wanderring wie Fig. 38 gebildet, d. h. er hat einen Bujenbügel p, worin sich am obern Ende eine Rolle befindet; bei solchem Ringe wird das Klüverstag um den Top der Vorstenge gestochen, oder mit einem Auge über denselben gelegt; das andre Ende wird, wie in Fig. 39, durch den Bujenbügel auf dem Ringe, und zwar so geschooren, daß es an der untern Seite der Rolle fährt; darauf geht es durch das Scheibengatt o am Vorderende des Klüverbaums.

Ein zweischeibiger oder ein Violinblock q wird an das Ende des Klüverstags eingestroppt, und steht vermittelst eines Läufers r mit dem einscheibigen Blocke n in Verbindung, der in einem Augbolzen an der Vorderseite des Bugspriet-Eselshobfds eingehaakt ist; oder in einem am Bug sitzenden Augbolzen. Der Läufer geht auf die Back, wo er eingeholt werden kann. Bei dieser eben angegebenen Einrichtung ist also Klüverstag und Ausholer ein und dasselbe Tau.

Ist aber der Klüverbügel oder der Wanderring so gemacht, wie Fig. 40, so wird noch ein eigener Ausholer nöthig. An dem Ringe befindet sich zuerst ein Bujenbügel s ohne Rolle, welcher sich aber um den Ring herumdrehen kann; ferner innerhalb des Bujenbügels ein ebenfalls beweglicher Haaken t, und zwischen diesem und dem Bujenbügel eine Kausche u.

Das Klüverstag wird alsdann durch den oberen Schildpattblock geschooren, der an der Steuerbordsseite des Vorstengetopps sitzt; oder auf Kauffahrteischiffen durch den vorher erwähnten zweischeibigen Block, der an der Seite des Stengentopps unter dem übrigen Tauwerk hängt, oder an die Bramsahling gesorrt ist. Das untere Ende des Stags wird, wie in Fig. 41, an die Kausche u am Wanderringe gesorrt. In das andere, durch den Block am Vorstengentop geschoorene, Ende des Klüverstags wird ein ein- oder zweischeibiger Block gestroppt, der durch einen Läufer mit einem einscheibigen in Verbindung steht, der an die Vormarssahling festgestroppt ist; der Läufer geht durch den Mars auf Deck. Bei kleinen Schiffen ist nur ein einscheibiger Block in das Ende des Klüverstags eingestroppt; das eine Ende des Läufers sitzt an der Vormarssahling fest; das andre Ende geht durch den einscheibigen Block auf Deck.

Der eigentliche, vom Klüverstag verschiedene, Ausholer, Taf. XXXIV, D, Fig. 41, v, wird durch das Scheibengatt am Vorderrande des Klüverbaums geschooren, an den Bujenbügel s am Ringe, Fig. 40, gestochen, und am an-

dern Ende unterhalb des Klüverbaums mit einem Taakel festgesetzt, dessen Haakenblock am Eselshoofd des Bugspriets festgehaakt ist.

Der Klüver, oder das Klüversegel ist dreieckig und geht mit Säugern an dem Klüverstag auf und nieder. Auf Kriegsschiffen hat er nur eine Gilling am Stagleik, vom Hals bis zur Rock; auf Kauffahrteischiffen hat er gewöhnlich auch eine Niederbucht am Unterleik, die Fußgillung, wie Tafel XXXIV, D, Fig. 42, a. Wenn sich ein Haaken am Wanderbügel befindet, so ist eine Kausche an das Halshorn festgesorrt, um in denselben eingehaakt zu werden.

Der Niederholer wird durch einen kleinen, an den Wanderring gesorrten Block b geschooren, und entweder oben und unten durch einige Säuger genommen, oder, wie in der Fig. 42, durch einige am Stagleik befestigte Kauschen w w gezogen, und an der Rock festgestochen; das andre Ende fährt auf die Back.

Der Einholer c wird durch einen zweiten am Wanderringe festgesorrten Block d geschooren; das eine Ende wird an einen Augbolzen im Bugspriet-Eselshoofd festgestochen, und das andre fährt auf die Back. Kleine Schiffe haben keinen Einholer, indem der Niederholer zugleich dazu gebraucht wird.

Die Schooten haben einen Schenkel, wie das Fockstagsegel, einscheibige Blöcke, f f, sind in die Enden eingesplißt, durch welche die Schootentaue g geschooren werden; das eine Ende ist an einen Augbolzen im Bug gestochen, das andre fährt durch einen Fußblock oder durch ein Scheibengatt in einem Pöller nach der Back. Die Schooten gehen klar über das Vorstengestag h.

Das Fall wird durch den untern Schildpattblock geschooren, der an der Steuerbordsseite des Vorstengetops festgespickert ist; oder auf Kauffahrteischiffen durch einen Block, der unter dem übrigen Tauwerk um den Vorstengetop gestroppt, oder an die Vorbramsahling gesorrt ist; ferner auf großen Schiffen durch einen Block i, der an das Rockhorn gestroppt ist; das eine Ende ist um den Vorstengetop gestochen, und das andre geht hinter dem Top hinab, und fährt durch einen Block, der an einen in der Seite sitzenden Augbolzen gestroppt ist.

Obgleich der Klüverbaum durch die Klüverbackstage (vgl. S. 2548), Tafel XXXIII, B, Fig. 69, c c, gesichert ist, welche durch die Kauschen auf der blinden Raa fahren, so werden doch noch zur größern Festigkeit die Stampfstage, Tafel XXXIV, D, Fig. 42, l und n angebracht (vergleiche S. 2549), namentlich wenn keine Blinderaa da ist. Einige Schiffe haben alsdann sogar einen doppelten Stampfstock, welcher folgendermaaßen angebracht wird (Tafel XXXV, D, Fig. 336). An dem Bugsprieteselshoofd, dicht unter dem Gatt für den Klüverbaum, wird eine Hänge oder Häspe o befestigt, und mit einem eisernen Bande oder Stropp p am untern Theile des Eselshoofds umgeben. Die Hänge läßt sich mit einer Pinne schließen und wieder öffnen, wenn z. B. der Stampfstock beim Liegen in der Dock oder in einem Haafen aufgeholt oder ganz ausgenommen werden soll.

Zwischen den beiden nach unten zu weiter auseinander gehenden, also

auch an den Seiten hervorragenden, Schenkeln des Stampfstocks befindet sich eine eiserne Stange mit einer Rolle q und zwei eisernen Streben oder Stützstäben r. In jedem Schenkel sind drei Scheibengatten 1, 2, 3, und unter ihnen ein kleines rundes Gatt s angebracht.

Das Stampfstag t fährt von unterhalb durch die Rolle q, und durch eine Kausche u, die an einem um das Bugspriet liegenden Stropp festsitzt. Das andere Ende ist an einen Pöller oder an einen Augbolzen im Bug festgestochen.

Hat das Schiff einen eignen Außenklüverbaum, wie owy, so ruht dieser mit seinem Fuße gegen das Bugsprieteselshoofd, und ist in dieser Gegend, so wie am Top des Klüverbaums durch eiserne Banden oder Bügel an den eigentlichen Klüverbaum befestigt. Das Backstag dieses Außenklüverbaums oder das Butenklüverbackstag hat an seinem stehenden Ende einen Deutschen Wantknopf, der hinter dem runden Gatt s liegt; von da fährt es durch den am Top des Außenklüverbaums sitzenden Block y, durch das Scheibengatt 3, durch die zweite Kausche am Stropp u, und dann nach der Back. Ein gleiches Butenstampfstag fährt durch das runde und durch das unterste Scheibengatt des andern Schenkels. Das Hervorragen der beiden Schenkel nach den Seiten hin ersetzt gleichsam die Seitenhaltung, welche eine Blinde-Raa geben kann.

Das Klüverbackstag v kommt von einem Pöller oder einem Augbolzen im Bug, an dem es festgestochen ist, durch eine Kausche am Stropp u nach dem Scheibengatt 2, durch den Block w am Klüvertop, durch das Scheibengatt 1, durch eine über der vorigen liegenden Kausche am Stropp u, und endlich nach der Back.

Das Achterbackstag x geht mit einem laufenden Auge um das Ende z des Stampfstocks, und durch eine Kausche an einem weiter nach hinten um das Bugspriet liegenden Stropp mit einer Talje nach der Back.

Man kann auch noch ein Butenstampfstag anbringen, indem man an die beiden unteren Enden des Stampfstags einen Brohk legt, und einen Block a an dessen Mitte stroppt; darauf leitet man das Butenstampfstag vom Ende y des Butenklüverbaums durch den Block a nach einem Block am Bugspriet.

Manche Schiffe führen am Klüverbaum nur ein Stampfstag, nämlich nur das äußere n, Tafel XXXIV, D, Fig. 42; aber das innere oder Binnenstampfstag t, welches am Wanderringe oder Wanderbügel fest ist, leistet wesentliche Dienste zur Haltung, wenn der Klüver um ein Drittel oder um die Hälfte eingeholt worden, indem es alsdann unmittelbar unter dem Stage wirkt.

69 Das große Stagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 43, fährt mit Säugern am losen großen Stag (S. 2544), und ist regelmäßig dreieckig. Es wird selten, gewöhnlich nur dann gebraucht, wenn man beiliegt, d. h. bei einem Sturme mit möglichst wenigen Segeln nahe beim Winde segelt. Man giebt ihm auch zuweilen den Namen Deckschwabber. Der Hals ist am Stagkragen befestigt. Das Fall ist doppelt und wird durch einen Block b geschooren, der

um den Top des großen Masts gestroppt ist, oder am Vordertheile der Langsahling des großen Marses herabhängt; dann durch einen Block, oder eine Kausche c am Stage, durch den Block d am Rockohr; das Ende ist um den Top des Masts über dem Tauwerk gestochen. Die Schooten haben Schenkel e, welche auf dieselbe Weise wie bei den vorhergehenden Segeln an das Schoothorn gebunden werden; das eine Ende der Schooten f wird an einen Augbolzen oder einen Pöller in der Nähe der Fallreepstreppe festgestochen; das andere Ende fährt durch einen andern Block, der an das Ende des Schenkels e gestroppt ist, und durch einen zweiten, der ebenfalls in der Nähe der Fallreepstreppe angehaakt ist. Der Niederholer g wird durch einen Block geschooren, der am Stagkragen festgesorrt ist, und dann entweder durch einige Säuger oben und unten, oder durch einige Kauschen am Stagleik. Wenn ein Schiff, wie in der neuern Zeit häufig, ein Vorschunersegel als Gaffel- oder Gieksegel führt, so fällt das große Stagsegel entweder ganz fort, oder es wird viel kleiner gemacht, und sein Leiter fährt niedriger nach dem Fockmast herab.

Das große Stengestagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 41, hat eine trapezoidische Gestalt, also auch ein kürzeres Vorderleik, oder einen sogenannten Sprung, welcher mit einem ganzen Kleide verdoppelt ist. Auf Kauffahrteischiffen wird keine Doppelung, sondern statt derselben das vorderste Kleid von stärkerem Segeltuch genommen. Das Segel fährt am losen großen Stengestag h (S. 2545) mit Säugern auf und nieder. Das Fall wird auf Kriegsschiffen durch den Schildpattblock geschooren, der an der Steuerbordsseite des großen Stengentops sitzt; auf Kauffahrteischiffen durch einen Block, der mit einem Brohk um denselben Top früher als das andere Tauwerk umgelegt wird, dann durch den Block i, der an die Rock gesorrt ist; das Ende ist um den großen Stengetop gestochen. Der Läufer wird durch einen Fußblock geschooren, der an einen Augbolzen in der Seite gestroppt ist. 70

Das Segel hat auch ein eigenes Geitau m, das wie die Rockdempgording der Besahn (S. 2585) angebracht ist; es geht durch den zweischeibigen Block n, der an den Stagkragen des großen Stengestags, am Fockmast, festgestroppt ist; an beiden Seiten des Segels geht die Gording nach dem Gordingslägel o.

Der Niederholer geht vom Deck aufwärts durch einen Block p, der an den obern Hals des Segels gesorrt ist, dann durch einige Säuger oben und unten, oder durch eine Kausche am Oberleik; durch einen kleinen Block s am Rockohr, und durch eine Kausche t in der Mitte des Achterleiks; das Ende ist an das Schoothorn u festgestochen. Diese Einrichtung des Niederholers ist sehr zweckmäßig. Weil nämlich dieses Segel gegenwärtig so tief herabgehend gemacht wird, daß es schwer ist, die Schooten qq über das große Stag r hin und her zu bringen: so werden sie vermittelst des Niederholers so weit zusammt dem Schoothorn in die Höhe gehoben, daß sie dann leicht über das Stag von einer Seite zur andern gebracht werden können. Hiemit und vermittelst der vorher angegebenen Gording m wird das Segel, wenn es eingezogen werden

soll, so gut zusammengefaltet, daß die Leute, die in den Schwigtings der Fockwant stehen (S. 2543 Nr. 16), es leicht festmachen oder wegstauen können. Der obere Hals ist an eine Kausche befestigt, die in dem Stropp am Fockmast festsitzt. Das untere Halstau wird mit der Mittelbucht durch das Halsohr genommen; und an jeder Seite durch einen Block oder eine Kausche v an der Fockwant geschooren.

Die Schooten w haben Schenkel q; das eine Ende der Schoote wird an einen Pöller hinter der Fallreepstreppe festgestochen; das andere Ende geht durch einen Fußblock an der Fallreepstreppe, und durch den Block am Schenkel q; die Schooten selbst gehen klar über das große Stag r.

71 Der große Marsflieger, Tafel XXXIV, E, Fig. 45, hat einen eigenen Leiter; dieser fährt durch die obere Scheibe des Schildpattblocks an der Backbordsseite des großen Stengentops; um die Vorstenge ist ein Kranz oder Taukragen s mit einem Auge und einer Kausche gelegt; an diese letztere wird der Leiter, nachdem er durch die Sänger geschooren, festgestochen. Ein Block t ist an die Vorbramsahling gesorrt; durch diesen wird ein Tau u geschooren, welches der Aufholer heißt, und an den Kragen gestochen wird.

Statt dieses Aufholers wird auch der Leiter häufig mit einem Auge über den großen Stengetop gelegt, durch die Kausche am Kranz s, und durch den Block t an der Bramsahling geschooren, und fährt durchs Soldatengatt herab, so daß er sich selbst aufholt. Der Kranz an der Vorstenge wird jetzt selten gebraucht; statt dessen wird ein Schnaustag (Jack-stay), wie Tafel XXXIV, E', Fig. II, in folgender Weise angebracht: es hat eine Kausche b an seinem untern Ende eingesplißt, und ist durch eine andere Kausche geschooren, die an einen Augbolzen am Achtertheile des Fockeselshoofds festsitzt; dann durch die darüber befindliche Kausche d, und ist oben entweder um den Stengetop oder an die Vorbramsahling gestochen. Die Kausche b am untern Ende steht durch ein Taljereep mit einer Kausche an der Marssahling in Verbindung.

Der Leiter wird an seinem obern Ende wie vorher geschooren, und dann an seinem untern Ende um die Kausche d gesplißt; ein Block g ist an der Vorbramsahling festgesorrt, und ein Aufholer durch denselben geschooren dessen eines Ende am Leiter, dicht über der Kausche festgestochen ist; mit diesem Aufholer wird der Leiter zur angemessenen Höhe aufgeheißt.

Der Niederholer wird wie vorher durch eine Kausche am Oberleik und durch einen Block am Oberhals geschooren; das obere Ende an der Nock befestigt. Der Oberhals v, in Fig. 45, ist an dem Taukranz, oder an dem Schnaustag befestigt.

Der Unterhals ist mit der Mittelbucht am Halsohr befestigt, und das eine Ende fährt durch eine Kausche an dem Vorstengewant auf der einen Seite, das andere Ende ebenso auf der andern Seite. Die Schooten w gehen klar über dem großen Stengestag z, und fahren auf jeder Seite durch einen dazu in der Nähe der Fallreepstreppe festgestroppten Block. Das Segel ist an dem Sprunge verdoppelt, oder hat statt der Doppelung ein Kleid von stärkerem Segeltuch.

Zuweilen ist kein eigener Aufholer am Leiter, sondern ein Block oder eine Kausche h, Tafel XXXIV, E, Fig. K, ist an eine Kausche am Schnaustage gestroppt; der Leiter i wird dadurch geschooren, und rund um den Vorstengetop oder um die Vorbramsahling k gestochen. Der Unterhals m wird an die Vorstengewant auf der Luvseite genommen; man holt alsdann am Leiter selbst, der sich dann selbst so weit in die Höhe bringt, bis der Hals ihn aufhält.

Das große Bramstenge-Stagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 46, fährt gewöhnlich an einem Leiter, der in das große Bramstengestag ein wenig unterhalb des Auges eingesplißt ist; zuweilen liegt der Leiter mit einem eigenen Auge über dem Top der großen Bramstenge. Er fährt durch die Säuger, und durch einen Block oder eine Kausche a an der Vorbramsahling, und dann auf Deck, lang genug um im Top verfahren werden zu können. 72

Das Fall b fährt durch das Scheibengatt im Pol der großen Bramstenge, oberhalb der Flechting oder dem übrigen Tauwerk, und ist mit einem Schootenstich an das Rockohr h gestochen. (Ein Schootenstich ist Tafel XXXII, A, Fig. 62 im Großen zu sehen.)

Der untere Hals e, Tafel XXXIV, E, Fig. 46, wird mit der Mittelbucht an das Halsohr befestigt, dann mit einem Hartbindsel zusammengebunden, und an jeder Seite ein Ende an ein Vorstengewant befestigt. Der obere Hals wird an den Block a gestroppt, durch den der Leiter fährt, aber nur, wenn das Segel geheißt wird. Der Niederholer g wird durch eine Kausche oder kleinen Block am obern Hals, durch einige Säuger oben und unten, oder durch eine Kausche am Stagleik geschooren, und dann an das Rockohr h gestochen.

Die Schooten d werden mit der Mittelbucht an das Schootohr befestigt, fahren klar über den Leiter des großen Marsfliegers k, und werden an einem Karveelnagel der Schanzreiling belegt.

Wenn dieses Segel niedergeholt werden soll, wie Fig. 47, so läßt man zuerst das Fall gehn, fiert die Schooten, und holt am Niederholer, bis die Rock an den Block e kommt, durch welchen der Leiter geschooren ist. Alsdann macht man das Bindsel des obern Halses los, und fiert den Leiter f. Zuletzt holt man nochmals am Niederholer, und bringt das Segel und die Bucht des Leiters f in den Fockmars, wo es festgemacht oder aufgestaut wird.

Manche Schiffe führen keinen großen Marsflieger, haben aber dann das große Bramstengestagsegel desto größer, so daß es bis zur Flechting oder dem umgelegten Tauwerk des Fockmasts reicht; die große Bramstenge ist bei solcher Einrichtung stärker als gewöhnlich.

Das Besahnstagsegel, auch häufig der Aap (Affe) genannt, Tafel XXXIV, E, Fig. 48, hat zuweilen einen eigenen Leiter, fährt aber auch oft mit Säugern am Besahnstag (S. 2545 Nr. 19). Am Sprunge oder Vorderleik hat es entweder ein stärkeres oder ein doppeltes Kleid. Zuweilen ist in der Mitte ein Bolzen b aufgesetzt, mit einem Gatt darin, durch welches ein kurzer Schenkelbruhk gezogen ist, von welchem an jeder Seite des Segels ein 73

Schenkel mit einer eingesplißten Kausche herabhängt; diese Einrichtung ist aber jetzt seltener. Am Achterleik ist ein Lägel i angebracht.

Das Fall wird durch einen am Besahntop oder der Besahnmarssahling befindlichen Block geschooren, dann durch den Block k am Rockohr, und das Ende ist um den Top des Besahnmasts gestochen, und zwar mit einem Stich, wie Tafel XXXIV, D, Fig. N.

Der obere Hals ist an dem Kragen des Stags befestigt, der um den großen Mast liegt, Tafel XXXIV, E, Fig. 48; der untere Hals ist an den Augbolzen im Deck l hinter dem großen Mast gesorrt.

Der Niederholer fährt durch den Block f, der am Stagkragen festgesorrt ist; zuweilen durch ein Scheibengatt im Doodshoofd (vergl. S. 2545 Nr. 19 und Tafel XXXIII, B, Fig. 66); dann durch einige Sänger oben und unten, oder durch eine Kausche am Oberleik, und ist zuletzt am Rockohr, Tafel XXXIV, E, Fig. 48, k, festgestochen.

Die Gording oder das Geitau n wird über die eine Scheibe eines zweischeibigen Blocks am Stagkragen am großen Mast geschooren; oder einfach an jeder Seite durch das Gatt des Bolzens h in der Mitte des Segels; mit dem Ende ist sie an den Gordingslägel i befestigt.

Die Schooten gehen mit einem kurzen und einem langen Schenkel, welche an das Schoothorn gestochen sind; der kurze Schenkel m hat an seinem Ende einen Block oder eine Kausche eingesplißt; das lange Ende ist durch einen Block p geschooren, der an einen Augbolzen an der Seite gestroppt ist; dann durch den Block m, und wird zuletzt auf einer an der Seite angebolzten Klampe belegt.

Wenn das Schiff ein großes Schunersegel führt, so wird das Besahnstag tiefer am großen Mast herabgeleitet, und das Besahnstagsegel erhält eine kleinere Ausdehnung, und eine dreieckige Gestalt, und heißt dann besonders der Nap.

74 Das Kreuzstengestagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 49, fährt mit Sängern am Kreuzstengestag, und hat am Sprung ein stärkeres oder ein doppeltes Kleid. Das Fall geht einfach, fährt durch einen Block an der Kreuzbramsahling, und ist an das Rockohr s gestochen. Der Niederholer fährt durch eine Kausche oder einen kleinen Block t am obern Hals, und ist am Rockohr befestigt. Der obere Hals ist an den Stagkragen q gesorrt, der um den großen Mast liegt; der untere Hals u fährt durch eine Kausche am großen Want herab. Die Schooten v werden mit der Mittelbucht an das Schoothorn gestochen, und fahren klar über das Besahnstag an jeder Seite durch eine Kausche oder einen Block an der vordersten Besahnwant.

75 Das Kreuzbramstengestagsegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 50, fährt mit Sängern am Kreuzbramstengestag. Dieses letztere fährt durch einen Block oder Kausche am Top der großen Stenge, und wird in den großen Mars auf ähnliche Art niedergeholt, wie das große Bramstengestagsegel in den Fockmars (vergl. Nr. 72). Zuweilen wird es an einem Schnaustage, wie der große

Marsflieger, aufgeheißt. Die ganze Gestalt des Segels hängt von dieser verschiedenartigen Einrichtung ab.

Das Fall w wird durch das Scheibengatt im Pol der Kreuzbramstenge geschooren, unmittelbar über der Flechtung, d. h. allen den Schlägen der Brammanten, Pardunen u. s. w.; oder durch einen dort angestroppten Block, und dann mit einem Schootenstich an das Rockohr gestochen. Der Niederholer fährt wie bei den vorigen Segeln; die Schooten, ähnlich angebracht wie vorher, fahren klar über das Kreuzstengestag, und werden an der vordersten Besahnwant, oder an der Schanzreiling, auf jeder Seite eine, belegt.

Man näht sehr häufig, namentlich bei den Kauffahrteischiffen, alle Stagsegel mit einer Zickzacknath, die auch wohl Papennath heißt, weil der Zug der Schooten größtentheils in einer Diagonalrichtung geht.

Das große und das Vor-Schunersegel sind, wie schon öfter bemerkt, Gaffelsegel, welche an der Achterseite des Fockmasts angebracht sind. Die Einrichtung der Gaffel, und die ganze Zurichtung der Segel ist ganz ähnlich der Besahn (vergl. S. 2584). Eine Eigenthümlichkeit besteht darin, daß sie an eigenen hinter den eigentlichen Masten aufgestellten, den sogenannten Schnaumasten, fahren. Diese haben gewöhnlich nur ein Drittel vom Durchmesser des Besahnmasts, und sind ihrer ganzen Länge nach rund und von gleicher Dicke. Sie ruhen mit dem Fuße auf den Fischungen der eigentlichen Masten, und sind mit einer Klampe umgeben; zuweilen stehen sie auch in dem Auge eines um den Mast gelegten eisernen Bandes; am Top sind sie entweder mit einer Art von Eselshoofd von Ulmenholz befestigt, das zwischen den Langsahlingen des betreffenden Marses angebracht ist; oder auch durch ein Schlotholz oder einen Bolzen, der durch den Top des Schnaumasts geht, und auf den Langsahlingen ruht. Die Schunersegel haben ihren Namen von den zweimastigen Schunern, Tafel XXVIII, Fig. 12, deren Hauptsegel, solche Giek- und Gaffelsegel sind. Man hat die beiden Schunersegel jetzt bei vielen dreimastigen Schiffen, sowohl Kauffahrern als Kriegsschiffen, bei Korvetten, Fregatten und Linienschiffen, weil sie das Beiliegen so sehr erleichtern, d. h. mit wenigen Segeln beim Sturme so nahe beim Winde zu segeln als möglich, um nicht durch den schweren Wind vom richtigen Wege zu weit verschlagen, oder auf eine nahe Küste getrieben zu werden. Beiliegen heißt im Englischen to try; daher heißt ein Schunersegel try-sail, seine Gaffel try-sail-gaff, und ein Schnaumast try-sail-mast. 76

Die Gaffel der Schunersegel haben, wie schon bemerkt, dieselbe Einrichtung wie die Besahngaffel (vergl. S. 2582), eine Mick am innern Ende, mit der sie sich an ihren Schnaumast anschließt, und an der Piek einen Augbolzen an einem eisernen Rockbeschlage oder Rockbügel. In der Zutaakelung erhalten die Gaffeln oder Schunersegel auch Geerden oder Geeren (S. 2583); ebenfalls auch Piektaue oder einen Dirk, der aber gewöhnlich einfacher, als derjenige der Besahngaffel ist, und gewöhnlich Hanger genannt wird, d. h. großer Schunerhanger und Vorschunerhanger.

Bei eigentlichen Schunern sind gewöhnlich beide Segel Baum- 77

oder Giekſegel; ſie haben alsdann die Einrichtung wie Tafel XXXIV, E, Fig. 54. Der hintere Maſt, oder der eigentliche Beſahnmaſt, wird ſo hoch wie der große Maſt gemacht, und auch ſo genannt. Dieſer führt dann gemeinhin keine vollſtändige Stenge, ſondern nur einen Flaggenſtock m, um die Flagge zu heißen; der Stock wird oft ſtark genug gemacht, um ein kleines Topſegel anzubringen; mehrentheils hat dieſes eine Raa, welche an ihrem dritten Theile an den Stock gehängt iſt, ſo daß zwei Drittheile nach hinten ragen, wie Tafel XXVIII, Fig. 12 zu ſehen iſt; zuweilen iſt dieſe Raa eine kleine Gaffel; in beiden Fällen wird die Schoote nach der Piek der untern Gaffel herausgeholt. Schuner führen auch daher keine Bagienraa, und kein Kreuzſegel; dafür iſt aber das hintere Giek- oder Baumſegel, oder große Schunerſegel im Verhältniß zu den übrigen Segeln ſehr groß.

Das Stag o des hintern Maſts wird nach dem Top des vorderen geleitet, und dort durch einen Block p geſchooren, der an einen Augbolzen unter dem Eſelshoofd feſtgeſtroppt iſt. Das Piektau q des vorderen Giekbaums, oder das vordere Baumreep fährt nicht nach dem vorderen, ſondern nach dem Top des hintern Maſtes. Ein zweiſcheibiger Block r iſt an einen Augbolzen an einem eiſernen Bande um den großen Maſt geſtroppt; der einſcheibige Block s iſt mit einem Haaken und einer Kauſche geſtroppt, und durch das Fall t des Baumreeps mit dem zweiſcheibigen verbunden. Der Hanger oder Schenkel q hat am obern Ende eine Kauſche, in welche der einſcheibige Block s eingehaakt wird. Das untere Ende iſt an eine Kauſche g geſplißt, die am Augbolzen in der Rock des vorderen Giekbaums feſtſitzt. Die Piektaue und das Gaffelfall fahren wie bei der Beſahngaffel, wenn ſie auf- und niedergeht; die Schoote des hintern Giekbaums fährt am Schootenbügel; die Schoote des vorderen Giekbaums iſt an einen Augbolzen in der Mitte des Decks gehaakt.

Der Schenkel f des Bullentaus iſt an einen um die Mitte des Baums liegenden Stropp gehaakt; der zweiſcheibige Block w der Bullentautalje iſt an den Schenkel, der einſcheibige an den Hinterrand der großen Rüſte gehaakt. Auf- und niedergehende Gaffeln haben einen Niederholer an der Mick; der untere Block v iſt an einen um den Maſt liegenden Stropp gehaakt; der obere an einen Augbolzen unter der Mick der Gaffel.

78 Die Leeſegel (vergl. S. 2558 bis 2560) haben, da ſie nur zuweilen, bei günſtigem und mäßigem Winde, beigeſetzt werden, eine viel einfachere Zurüſtung wie die Raaſegel.

Sollen die unteren, das große und das Fockleeſegel beigeſetzt werden, ſo wird zuerſt die Marsleeſegelsſpiere, Tafel XXXIV, B, Fig. 1 und 4, welche im Spierenbügel der untern Raa liegt, herausgeſchoben, und am innern oder Fußende durch eine Sorrung befeſtigt. Am äußern Ende dieſer Spiere befinden ſich zwei Blöcke, der obere iſt für den Hals oder die Außenſchoote des Marsleeſegels angebracht; durch den untern fährt das äußere Fall des untern Leeſegels. Neben dem obern Block iſt ein Schenkel an der Spiere angebracht, welcher einen Block, Fig. 1, an ſeinem untern Ende hat, durch den

eine Art Brasse fährt, um die Spiere bei frischem Winde besser zu sichern. Man bringt auch oberhalb einen andern Schenkel an, um eine Art von Toppenant zu bilden; es wird nämlich in das obere Ende des Schenkels eine Kausche eingesplißt, in welche man den untern Block der Stengenseitentalje einhaakt, wie Fig. 5 zu sehen ist, und so die Spiere, wie eine Raa mit der Toppenant, festsetzt. Die erwähnten Taue werden vor dem Ausschieben der Spiere befestigt.

Wenn die Marsleesegelsspiere, wie auf kleinern Schiffen, leicht ist, so wird sie mit der Hand ausgeschoben; auf großen Schiffen hat man dazu eine eigene Vorrichtung, die Spierschoote genannt. Es wird ein Tau an der Fußsorring der Spiere befestigt, fährt dann nach einem Block am Außenende der untern Raa, durch diesen durch einen andern Block, am Viertel derselben, und auf Deck, wo es eingeholt, und damit die Spiere herausgebracht wird.

79 Die Bramleesegelsspiere ruht, wie Fig. 5, v zu sehen ist, auf der Marsraa, und wird beim Herausschieben mit einer Sorring um dieselbe befestigt. Sie hat keine weitere Zutaakelung wie die Marslesegelsspiere, sondern an ihrem Außenende nur eine Kausche, durch welche der Hals oder die Außenschoote des Bramleesegels fährt.

80 Die untern Leesegelsspieren werden durch besondere Namen von einander unterschieden; diejenige des großen Leesegels nennt man Schwingbaum; diejenige des Fockleesegels Backspiere, weil sie an der Back ausgesetzt wird; man nennt aber auch wohl beide zusammen Schwingbäume (swinging booms). Sie haben an ihrem stärkeren innern Ende einen Schwanenhalshaaken, wie Fig. 4 u zu sehen, womit man sie in einen Augbolzen an der Seite des Schiffs einhaakt. Wenn sie nicht gebraucht werden, so hängen sie gewöhnlich an der Außenseite des Schiffs, in eiserne Bügel oder Krampen eingeschoben, die unter dem Schandeckel, oder an der Schanzkleidung über den Rüsten angebracht sind, wie Fig. 3 zu sehen. An dem Außenende ist, Fig. 2 g, ein Block angestroppt, durch den der Hals oder die Außenschoote des untern Leesegels fährt; das eine Ende desselben fährt nach der Außenseite des Schiffs; das andere nach dem hinten liegenden Theile des Decks. In der Mitte des Schwingbaums sind zwei Kauschen angestroppt, von denen eine an der obern, die andere an der untern Seite liegt.

Die Toppenant nn wird vor dem Aussetzen des Schwingbaums an die obere Kausche in der Mitte desselben festgehaakt, und durch einen Block geschooren, der an dem untern Ende eines langen Schenkels oder Hangers befestigt ist, welcher letztere um den Top des betreffenden Mastes gestroppt ist. Um den Schwingbaum vom Aufwärtsgehen abzuhalten, wird an seiner untern Seite eine Art von Stampfstag angebracht; es ist an die untere Kausche gestochen, und geht durch den Block s an der Schiffsseite nach dem nächsten Pöller am Bord. Große Schiffe, namentlich Kriegsschiffe, haben statt eines solchen einfachen Schwingbaumstampfstags eine Talje, mit welcher sie den Baum nach unten hin festsetzen. Um ferner denselben von dem Vor- und Rückwärtsgehen abzuhalten, werden die Kehrtaue angebracht; das vordere Kehr-

tau p ist an die obere Kausche in der Mitte des Baums gestochen, fährt durch einen Block o, der für den vorderen Schwingbaum oder die Backspiere an den äußeren Theil der blinden Raa festgestroppt ist, und geht zuletzt auf die Back, wo es eingeholt werden kann. Das Achterkehrtau q ist an der untern Kausche in der Mitte des Baums festgestochen, und fährt durch einen Block, der an einen Pöller in der Nähe der Fallreepstreppe angestroppt ist. Durch diese beiden Kehrtaue, durch das Stampfstag und durch die Toppenant wird also der Schwingebaum nach allen vier Hauptrichtungen hin festgesetzt. Der Hals oder die Außenschoote r wird durch den Block g geschooren.

Wenn die genannten Taue angebracht sind, so bringt man die Backspiere folgendermaaßen aus. Man heißt an der Toppenant n, Fig. 3, und zugleich holt man an dem vorderen Kehrtau p, und fiert dabei natürlich das Achterkehrtau, bis die Backspiere die Lage wie in Fig. 2 hat.

Soll das untere Leesegel beigesetzt werden, Fig. 4, so wird das äußere Fall r mit einem Fischerstich an die Raa gebunden; das innere Fall s an den innern Lägel am Top des Segels, mit einem Schootenstich; der Hals t an das Halshorn, und die Schoote oder Binnenschoote u an das Schoothorn. Hierauf holt man zuerst den Hals t aus; dann heißt man die Raa mit dem äußeren Fall r; wenn beide eben genannten Taue belegt sind, heißt man am innern Fall s, und spannt zuletzt das Segel mit der Schoote u.

Soll das untere Leesegel wieder eingenommen werden, so geschieht es folgendermaaßen; man zieht Tafel XXXVI, B, Fig. 16, zuerst die Schoote g nach hinten, nachdem man das äußere Fall b, und den Hals i gefiert hat; das Segel wird auf das Deck eingeholt, und dann auch das innere Fall gefiert. Der Schwingbaum wird dann nach hinten geschwungen, indem man das vordere Kehrtau fiert, und das Achterkehrtau einholt; der Baum wird dann in den Rüsten mit einer Sorring befestigt, oder in die Bügel eingeschoben, und das Tauwerk aufgeschossen und geborgen. Der Block an der blinden Raa wird ebenfalls abgenommen.

81 Die Marsleesegel werden folgendermaaßen beigesetzt. Das Marsleesegelfall wird durch einen Bruhkblock am Top der Stenge geschooren, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 5 zu sehen; dann durch den Leesegelsfallblock, welcher an der Nock der Marsraa festsitzt; der Hals geht durch den Block am Ende der Marleesegelsspiere.

Das äußere Fall des untern Leesegels wird durch den Block geschooren, der am Außenende der Marsleesegelsspiere festgestroppt ist. Auf ganz großen Schiffen hat man nicht blos die vorher (S. 2603 Nr. 78) erwähnte Spierschoote, um die Marsleesegelsspiere auszubringen, sondern sogar ein vollständiges Taakel.

Eine von den Seitentaljen der Stenge wird, Tafel XXXIV, B, Fig. 5, an einen Wantstropp an der Marsraa gehaakt, welcher nur ein Viertel von der Nocke entfernt umgelegt ist; den zweischeibigen Block haakt man an das Stengeneselshoofd; diese Talje dient dann zu einer Borgtoppenant, welche die Marsraa hindert, von dem Gewicht des Marsleesegels herabgezogen zu werden.

Die andere Seitentalje der Stenge wird mit dem zweischeibigen Block an den eigenen Hanger gehaakt, und mit dem einscheibigen Block an den Toppenants-schenkel an der Marsleesegelsspiere; diese Talje hält die Spiere ab, von dem Gewicht des untern Leesegels herabgezogen zu werden.

Das Fall wird um ein Drittel vom innern Ende der kleinen Raa mit einem Fischerstich befestigt. Der Hals wird an das Halshorn gebunden, nachdem er vorher durch den Block an der Marsleesegelsspiere vor deren Herausschieben geschooren worden. Der Niederholer wird durch den an dem Halshorn befestigten Block und durch die in der Mitte des Außenleiks befindliche Kausche geschooren, und an der Außennock der Leesegelsraa befestigt. Die Schoote wird mit einem kurzen und einem langen Schenkel an das Schoothorn gebunden; das kurze Ende hat eine Kausche eingesplißt. Nachdem diese Taue auf Deck an das Segel gebunden, wird das Segel zusammengerollt, und um seine Raa mit Schiemannsgarn festgemacht. Darauf stroppt man ebenfalls das Fall an die äußere Nock der kleinen Raa, und heißt daran das zusammengerollte Segel in die Höhe, während ein Mann auf der Nock der Marsraa sitzt. Dieser sticht, sobald das Segel in seiner Höhe ist, das Ende der Spierenschoote an die Kausche des kurzen Schootenschenkels, und schneidet dann die Bendsel von Schiemannsgarn los. Der Hals wird darauf zum Außenende der Spiere geholt, das Segel völlig aufgeheißt. Wenn das Leesegel an der Luvseite beigesetzt wird, so kommt die Raa hinter das Leik des Marssegels zu liegen, und der Mann auf der Nock der Marsraa muß ihr diese Richtung geben; wird aber das Leesegel leewärts beigesetzt, so kommt seine kleine Raa vor das Leik des Marssegels zu liegen. An der Luvseite drückt nämlich der Wind das Außenende der kleinen Leesegelsraa stärker als das Binnende; läge nun die Raa vor dem Marssegel, so würde die Binnennock derselben theils den Druck des Windes hindern, theils das Marssegel beschädigen. Das Gegentheil findet Statt, wenn das Leesegel an der Leeseite beigesetzt wird; soll es vor das Marssegel gebracht werden, so fiert man die Spierschoote, und holt die Schoote auf Deck, d. h. den langen Schenkel nach vorne.

Wenn das Segel auf ist, so holt man die Spierschoote aus; es hat alsdann die Gestalt wie Fig. 5 w.

Der Hals des Marsleesegels wird zuweilen ebenso geleitet, wie die Marsschooten, d. h., Tafel XXXIV, B, Fig. 1, nämlich durch einen Block i an der unteren Raa, und durch einen zweiten an ihr weiter nach innen zu, statt auf die Laufplanke genommen zu werden. Wenn alsdann das Schiff mit raumem Winde, oder vor dem Winde segelt, und man das Marsleesegel doch beigesetzt behält, wenn auch der Wind ziemlich frisch weht, was bei weiten Reisen in den großen Ozeanen geschieht: so ist es am sichersten, sowohl eine starke Brasse für die Marsleesegelsspiere zu führen, wie in Fig. 1 zu sehen (vergl. S. 2603), als auch die Schoote des Marsleesegels längs der unteren Raa zu leiten.

Geht nämlich der Wind plötzlich weiter nach vorne, und müssen die Luvbrassen gefiert werden, so kann der Hals an der Luvseite nicht immer im glei-

chen Verhältnisse nachgelassen werden; hat dies in bedeutendem Grade statt, so kann leicht die Spiere durch den Zug gebrochen werden.

82 Der eigentliche Schwingbaum oder die große Leesegelsspiere hat im Ganzen dieselbe Einrichtung und Zurüstung wie die Backspiere oder die Fockleesegelsspiere (vergl. S. 2603). Er wird an einen Augbolzen gehaakt, welcher am Vorderrande der großen Rüste an der Außenseite des Schiffs festsitzt. Der Hals des großen Leesegels wird durch einen Block geschooren, der an einen Pöller dicht hinter dem Quarterdeck gesorrt ist. Das Achterkehrtau fährt durch einen Block, der an einen Augbolzen in der Seitenheckstütze gestroppt ist; das Vorkehrtau fährt durch einen Block an der Fockrüste. Die großen Mars- und die großen Bramleesegel unterscheiden sich in sehr wenigen Theilen der Zutaakelung von den Vormars- und den Vorbramleesegeln.

83 Die Marsleesegel werden mit Knüttels und Rockbendsel an ihre Raaen gebunden. Knüttels sind eine Art dünner Leinen, die mit den Händen aus zwei Kabelgarnen zusammengedreht werden, und hier bei den Leesegeln die Raabanden ausmachen. Häufig werden die Marsleesegel mit einer Litzung (vergl. S. 2584), d. h. mit einem im Zickzack durch die Raabandgatten und um die Raa fortlaufenden Bande festgebunden. Am Außenleik ist das Marsleesegel gegillt, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 5, w zu sehen. Zuweilen hat es auch, namentlich auf großen Schiffen, welche viel im Passatwinde fahren, also die Leesegel fast beständig führen, ein Reefband. Das Unterleik des Segels ist gewöhnlich parallel mit dem Oberleik. Weil auf Kauffahrteischiffen die Marsraaen im Verhältniß zu den untern Raaen kleiner als auf den Kriegsschiffen sind, so müssen auch die Marsleesegel bei den Kauffahrteischiffen mehr Gillung als auf den Kriegsschiffen haben. In der Mitte des Außenleiks befindet sich ein Lägel mit einer Kausche, durch welche, wie schon vorher gesagt, der Niederholer geschooren wird. Derselbe fährt vom Außenende der Marsleesegelsraa, wo er festgestochen ist, durch die eben erwähnte Kausche, und durch einen Block am Halsohr des Segels nach dem Deck. Das Fall der Marsleesegel fährt von der Leesegelsraa, wo es, wie erwähnt, um ein Drittel von dem innern Ende derselben mit einem Fischerstich festgestochen, durch einen Block an der Nock der Marsraa, und durch einen Block, der an einen Augbolzen am Eselshoofd der Stenge festgehaakt ist. Der Hals fährt durch einen Block, der am Außenende der Marsleesegelsspiere sitzt, und von da nach einem Block an einem Pöller in der Gegend der Laufplanke. Die Schoote wird mit einem kurzen und einem langen Schenkel an das Schoothorn gebunden; der lange Schenkel fährt an der Vorderseite des untern Segels herab; das kurze Ende wird, wie erwähnt, mit der Spierschoote verbunden.

84 Zu den Leesegeln gehört auch der Treiber oder Brodwinner, indem er bei günstigem Winde zur Vergrößerung der Besahn dient (vergl. S. 2560). Er hat entweder die größere Gestalt, wie Tafel XXXIV, E, Fig. 53; alsdann ist seine Zutaakelung die (S. 2588) beschriebene; oder er hat die kleinere Gestalt, wie ein Marsleesegel, Tafel XXXIV, E, Fig. 52; dies ist namentlich der

Fall, wenn die Besahn ein bloßes Gaffelsegel ist. Er wird dann folgendermaaßen zugetaakelt. Zur Spannung seines Unterleiks dient eine eigene Spiere, die Brodwinnerspiere r, welche über den Heckbord ausgesetzt wird.

Das Fall wird durch einen Block an der Gaffelpiek geschooren, und wird an dem innern Drittel der Brodwinnerraa c mit einem Fischerstich festgestochen.

Der Hals p wird an der Schanzreiling auf der Luvseite befestigt. Die Schoote q wird durch einen an der Spiere befindlichen Block geschooren. Im Vorderleik sind zwei Bulienlägels angebracht; das Bulienspriet ist durch eine Kausche der eigentlichen Bulien t geschooren.

Die Bramleesegelsspiere, Tafel XXXIV, B, Fig. 5, v, wird von einem Manne auf der Marsraa mit der Hand ausgeschoben. Der Hals w wird durch eine am Außenende der Spiere befindliche Kausche geschooren, und nach dem Mars eingeholt, und dort mit dem Fall festgemacht. Das Segel selbst ist, wie die Figur zeigt, am Außen- und Unterleik gegillt. Das Fall fährt durch einen Block an einem Bruhk, der um den Top der Bramstenge über der Flechtung liegt; ferner durch den Bramleesegelsblock an der Bramraa, und wird an dem innern Drittel der Bramleesegelsraa festgestochen; das untere Ende wird im Mars belegt. Die Schoote ist mit dem einen Ende nach dem Mars geleitet, mit dem andern an der Marsraa befestigt, wie an der Figur zu sehen. Ein eigener Niederholer findet sich selten; ist einer da, so wird er ähnlich wie bei den Marsleesegeln angebracht. Auf großen Schiffen wird das Bramleesegel auch an der Raa mit Schiemannsgarn zusammengebunden aufgeheißt, wie das Marsleesegel (S. 2605); ein Mann auf der Marsraa schiebt es auch hinter das Bramsegel. 85

Sehr oft wird das Bramleesegel fliegend beigesetzt, d. h. ohne eigene Bramleesegelsspiere. In solchem Falle werden die beiden untern Hörner, das Hals- und das Schootenhorn, desselben an die Nocken der Marsleesegelsraa gestochen; der Niederholer des Marsleesegels wird durch eine Kausche geschooren, die sich an der äußern Nock der Marsleesegelsraa befindet, und dann an der äußern Nock der Bramleesegelsraa festgestochen. Die letztere wird vor dem Aufheißen an die Marsleesegelsraa gebunden, und mit ihr zugleich aufgebracht.

Die bisher gegebene Beschreibung und Erklärung der Zutaakelung ist diejenige einer Fregatten-Taakelasche, welche die vollständigste, und zum Schnellsegeln vortheilhafteste ist. Fregatten heißen diejenigen dreimastigen Kriegsschiffe, welche nur eine Reihe oder volle Lage Kanonen zwischen Deck, und mehr oder weniger leichtes Geschütz auf dem freien Deck oder Verdeck führen, wie Tafel XI., Fig. 1 zu sehen. Sie machen den leichten Theil einer Kriegsflotte aus, und sind durch ihre Bauart und Zurüstung die schnellsten Segler. Kauffahrer, welche zu weiten Reisen in den großen Ozeanen bestimmt, und deshalb ähnlich gebaut und zugetaakelt sind, heißen Handels- oder Kauffahrteifregatten. Die Linienschiffe, welche den Hauptheil einer Kriegsflotte, oder die eigentliche Stärke derselben bilden, sind ebenfalls fregattisch gebaut und zugerüstet, und unterscheiden sich nur dadurch von ihnen, daß sie 86

entweder zwei volle Geschützlagen zwischen Deck führen, und dann Zweidecker heißen; oder sogar drei volle Kanonenlagen zwischen Deck haben, und dann Dreidecker genannt werden. Auf dem Verdeck führen sie ebenfalls noch leichte Kanonen.

Wenn die kleineren Kriegsschiffe und die Kauffahrer eine andere Bauart, und eine von der beschriebenen abweichende Zutaakelung haben, so erhalten sie auch andere Namen; z. B. ein zweimastiges Schiff, dessen Segel und Zutaakelung an den beiden Masten fregattisch ist, heißt eine Brigg; ein dreimastiges Schiff, welches am Fock- und großen Mast Fregatten-Taakelasche, aber am Besahnmast gar keine Raasegel, sondern nur Giek- und Gaffelsegel führt, heißt ein Barkschiff oder eine Bark; zweimastige Schiffe, die nur Gaffel- und Stagsegel, und gar keine oder nur kleine Raasegel führen, heißen Schuner oder Schooner u. s. w. Ueber die verschiedenen Zutaakelungen und Benennungen kommt tiefer unten noch etwas Genaueres vor. Ebenso haben die Boote und Schaluppen eines Schiffes verschiedenartige Segel und Zurüstung, wie sich tiefer unten zeigen wird.

87 Von den bisher aufgezählten Raa-, Gaffel-, Giek- und Stagsegeln unterscheiden sich zuerst die sogenannten Lateinischen Segel; es sind Ruthensegel, welche vorzugsweise auf den Fahrzeugen geführt werden, die den Küstenbewohnern des Mittelländischen Meeres gehören. Ihre Gestalt ist Tafel XXVIII, Fig. 5 zu sehen; ferner Tafel XL, B, Fig. 12, 13 und 14; Tafel XL, C, Fig. 15 und 16. Diese Segel sind vorzüglich vortheilhaft, um bei dem Winde zu segeln; auch ist die Taakelasche viel leichter und einfacher, als bei Raasegeln. Sie besteht zuerst aus einem Paar Geerden, welche durch einen Block fahren, der am unteren Ende eines einfachen Schenkels angestroppt ist, der an der Piek oder dem erhobenen Ende der lateinischen Raa befestigt ist. Diese Geerden sind besonders deutlich an Fig. 14 auf Tafel XL, B zu erkennen. Der zweite Bestandtheil der Taakelasche ist eine Art von Brassen, welche ganz wie die Geerden gebildet sind, deren Schenkel mit dem Block aber an der Mitte der Raa befestigt ist. An dem nach unten gerichteten Ende der Raa befinden sich zwei Pitspoten, wie bei der Besahnruthe (S. 2584); jeder hat einen Schenkel, durch dessen Block ein Läufer nach der einen Seite des Schiffes fährt. Am Schoothorn ist ein Schootblock mit einer Schoote angebracht; endlich geht noch vom Schoothorn nach der Mitte der Raa ein Geitau durch zwei einscheibige Blöcke, von denen einer am Schoothorn, der andere an der Mitte der Raa sitzt.

Die Raa selbst, oder die Ruthe, wird gewöhnlich so an den Mast gehängt, daß ihr Vordertheil nach unten geneigt ist, und etwa nur ein Drittel der ganzen Länge beträgt. Das Rack ist ein einfaches Klotenrack; an der Piek befindet sich eine Art von einfachem Piektau oder Dirk, wie Tafel XL, C, Fig. 15. Zuweilen geht auch noch ein Tau zur Haltung nach dem Vorderende, wie Tafel XL, B, Fig. 13. Bei dem Boote Tafel XXVIII, Fig. 5, ist nur das vorderste ein eigentliches lateinisches Segel; die beiden andern haben

vorne einen kleinen Sprung, und dadurch eine trapezoidische Gestalt; die Engländer nennen solche settee-sails.

Die Aegyptischen Schiffe unter Ptolomäus Philadelphus, darauf die Karthaginensischen, und die Griechischen in Sizilien, namentlich Syrakusanischen führten zuerst die eben beschriebenen dreieckigen Ruthensegel, als ihnen mehrere Masten gegeben wurden. In den Punischen Kriegen nahmen die Römer dieselbe Bemastung und Beseglung ihrer Schiffe an; und weil nachher ihre Flotten die alleinherrschenden auf der Mittelländischen See wurden, so erhielten diese Ruthensegel den noch jetzt üblichen Namen der Lateinischen Segel.

Bei den dreimastigen Schiffen der genannten Völker zu jener Zeit hieß der große Mast Akation; der hintere, welcher der Größe nach der zweite war, Epidron; und der vordere Dolon. Auf sehr großen Schiffen setzten sie noch ganz hinten einen vierten kleinern Mast, den sie Artimon hießen, welchen Namen noch gegenwärtig die Franzosen dem Besahnmast geben. Nur der große Mast, oder Akation, hatte ein Raasegel, welches aber nach unten zu spitzig, also ein Dreieck war, dessen Basis oben an der Raa, und dessen Spitze unten auf dem Deck stand. Ueber diesem Großsegel war ein Topsegel angebracht, welches ebenfalls dreieckig war, aber seine Basis an derselben großen Raa, und seine Spitze oben am Mast hatte.

Die beiden, oder die drei, andern Masten führten nur lateinische Segel. In spätern Zeiten erhielten sämmtliche drei oder vier Masten noch eine kleine Raa ganz oben, deren Segel ebenso gestaltet war, wie das Großsegel, d. h. dreieckig, mit der Basis oben und der Spitze unten.

Es hängt natürlich von der Größe eines lateinischen Segels ab, wie die Ruthe oder Raa gemacht sein soll, d. h. ob sie aus einem Stücke bestehen kann, oder aus zweien zusammengesetzt werden muß.

Bei den Engländern, Franzosen und Spaniern wurde schon seit längerer Zeit eine eigene Art von dreieckigen Segeln auf kleinen Fahrzeugen eingeführt, die man jetzt häufig auch bei andern Nationen zur Beseglung der Boote und Schaluppen gebraucht, wie Tafel XXVIII, Fig. 4. Ein solches Segel heißt im Englischen Sliding-gunter-sail; im Französischen Voile de houari; im Spanischen Vela escandalosa. Die Einrichtung ist folgende, Tafel XXXV, D, Fig. 337. Eine Raa ll wird, wie eine Stenge mit dem Stengenwindreep, so vermittelst eines Falls i längs dem Mast und zwar an dessen Achterseite in die Höhe gezogen; um den letztern liegt kein Eselshoofd, sondern statt dessen befinden sich an demselben zwei doppelte eiserne Bügel n n, welche die Gestalt wie die Nebenfigur N haben, d. h. der eine Theil, welcher um den Mast liegt, ist ein vollständiger Ring, der andre, an der Achterseite des Masts liegende Theil ist nach hinten zu offen, damit das an die Raa gebundene Segel ohne Hinderniß auf- und niedergehen kann. Die übrige Taakelasche besteht nur aus einem Hals h und einer Schoote k. Das Segel selbst ist mit der Spitze oder der Nock an der Raaspitze festgebunden; das Raaleik fährt mit Säugern oder Lägeln oben an der Raa, unten am Mast. Wenn das Segel gereeft werden soll, läßt man die Raa in den Bügeln etwas herabgleiten; soll es ganz fest-

88

gemacht werden, so läßt man die Raa ganz herab, wie in der Nebenfigur P, und beschlägt es gegen den Mast selbst. Die auf- und niedergleitende Raa ist der eigentliche Sliding-gunter, und wird in der jedesmaligen Höhe durch das belegte Fall i festgehalten. Die genaueren Dimensionen für ein dreimastiges Boot mit Sliding-gunter Taakelasche, so wie diejenigen für ein solches mit lateinischen Segeln sind Bd. III, S. 482, Tafel CXXXIII angegeben.

Auf kleineren Booten hat man noch einfachere Segel; sie heißen im Englischen Shoulder- oder Mutton-sails Schaafschenkel; das Segel fährt mit Säugern am Mast selbst, ist dreieckig wie das Sliding-gunter-Segel, und hat nur einen Fall, eine Schoote, und einen Hals.

89 Ein Sprietsegel, Tafel XXVIII, Fig. 9, ist ein solches, das ungefähr nach der Diagonale durch eine Spiere ansgespannt wird, welche das Spriet heißt, und mit dem Fußende in einem um den Mast gelegten Stropp oder Kranz feststeht, sich an der Achterseite desselben nach oben hin erhebt, und die Piek oder obere Hinterecke des Segels vom Mast wegspannt. Wenn ein Sprietsegel bedeutend groß ist, so hat es eine Taakelasche wie ein Gaffelsegel, d. h. einen Dirk und Geeren, außerdem einen Hals, eine Schoote, eine Rock und eine Piek oder Spitze, und häufig auch ein Reefband. Sprietsegel mit sehr hohem Spriet, und starker Gillung des Oberleiks heißen Schaafschenkel.

90 Luggersegel, in einigen Deutschen Häfen auch Ewersegel genannt, Tafel XXVIII, Fig. 6 und 7, sind Raasegel für kleinere Fahrzeuge, deren Raaen am dritten Theil ihrer Länge am Mast hängen. Die Segel sind deshalb an der einen Seite länger als an der andern; die längere Seite kommt an die Leeseite. Zuweilen haben die Luggersegel auch an der Leeseite eine Toppenant und eine Brasse. Wie vortheilhaft solche Segel auch bei dem Winde sind, so haben sie doch darin manche Unbequemlichkeit, daß sie beim Wenden gestrichen und durchgekait werden müssen, weil die an der Leeseite befestigte Schoote nicht zugleich als Hals an der Luvseite gebraucht werden kann; denn die größere Segelfläche am längeren Leik muß auf die Leeseite kommen. Durchkaien heißt, die Raa erst perpendikulär an den Mast bringen, und dann auf seine andre Seite herumnehmen; dies kann natürlich nur durch Streichung oder Aufgeiung des Segels geschehen. Eine Gaffel hat darin unverkennbaren Vortheil vor einer solchen an ihrem Drittel aufgehängten Raa. In frühern Zeiten, wo man eine sogenannte ganze Besahn an der Besahnruthe führte, mußte dieselbe auch bei jeder Wendung durchgekait werden; deshalb verkleinerte man das Segel bis auf die Hälfte, so daß es nur an dem hintern Theil der Ruthe und längs dem Besahnmast fuhr, so daß die Ruthe nur an ihrem vorderen Theile mit den Pitspoten (S. 2584) gedreht zu werden brauchte, und die sogenannte halbe Besahn ohne Durchkaiung ihre angemessene Stellung erhielt. Endlich verwandelte man sie in ein Gaffel- oder Giekfegel, und ersparte so die beschwerliche und so viel Raum einnehmende Handhabung der Besahnruthe. Bei Booten und Schaluppen stellen die Lugger-Segel-Raaen auch eine Art von Besahnruthen dar; weil indessen bei dieser kleinen Dimen-

sion die Durchkaiung keine große Mühe macht, so behält man sie wegen ihrer sonstigen Vortheile bei.

Topsegel nennt man auf allen kleinern Fahrzeugen, welche keine eigentlichen Stengen, also auch keinen Mars führen, diejenigen Segel, welche bei einer Fregatten-Taakelasche Marssegel heißen, wie Tafel XXVIII, Fig. 12. Die über den großen Gaffel- oder Schunersegeln angebrachten; ebenso bei Fig. 13; Tafel XL, A, Fig. 5; Tafel XL, B, Fig. 7 und 9. Die genaueren Angaben über die verschiedenartigen Zutaakelungen finden sich im Wörterbuche. 91

Im Allgemeinen hat man jetzt bei den Kriegsflotten, soweit es die Segelschiffe betrifft, also die Dampfschiffe und Boote ausgenommen, fünf Arten von Taakelaschen: 1) die Fregattentaakelasche, die vorher beschriebene dreimastige, wie Tafel XXXIV, A, Fig. 1 und 2; diese findet sich bei den Linienschiffen, eigentlichen Fregatten, und den Korvetten; letztere sind dreimastige Schiffe, kleiner und leichter als die Fregatten, ohne Back und Schanze gebaut, und mit höchstens 20 Kanonen von leichterem Kaliber besetzt; sie dienen hauptsächlich dazu, Befehle und Nachrichten von einem Orte zum andern zu bringen. 2) Die Briggtaakelasche, wie Tafel XL, A, Fig. 1; die Briggen führen nur zwei Masten, von denen der hintere der große, der vordere der Fockmast heißt. Die ganze Beseglung ist an diesen beiden Masten, und am Bugspriet und Klüverbaum fregattisch. Das hintere große Gieksegel wird aber Briggsegel genannt. Zuweilen ist noch ein Gaffelsegel am Fockmast; das Briggsegel und dieses Vorgaffelsegel haben dann auch oft eigene Schnaumasten (vergl. S. 2601).

3) Die Schunertaakelasche, Tafel XXVIII, Fig. 12; die Schuner führen auch nur zwei Masten mit kurzen Stengen; die beiden Hauptsegel sind die beiden Schunersegel, von denen das hintere das große, das andere das Vorschunersegel heißt. Ueber beiden sind Topsegel angebracht, welche unten von den Gaffeln der Schunersegel gespannt werden, oben aber, nach Art der Luggersegel an einem kleineren Theile der Raa aufgehängt sind. Am Fockmast befindet sich ein Marssegel, und zuweilen auch ein Bramsegel an gewöhnlichen Raaen. Klüver und vordere Stagsegel sind fregattisch.

4) Die Kuttertaakelasche, Tafel XXVIII, Fig. 13; Kutter führen nur einen Mast mit einer kleinen Stenge. Das Hauptsegel ist ein Gieksegel; darüber befindet sich ein Topsegel, wie bei den Schunern, an einem kurzen Theile der Raa aufgehängt; Stagsegel und Klüver sind wie gewöhnlich.

5) Die Luggertaakelasche bei den Kriegsluggern hat die größte Aehnlichkeit mit der Bootstaakelasche auf Tafel XXVIII, Fig. 7, mit der Abänderung, daß das Segel am Besahnmast keine Raa oben hat, sondern gewöhnlich nur ein Schaafschenkel (S. 2610) ist, also dreieckig, mit der Spitze am Mast.

Kriegsdampfboote oder Dampffregatten führen gewöhnlich drei Masten, von denen aber nur der Fockmast eine vollständige fregattische Zutaakelung, mit Fock-, Mars- und Bramsegel hat, und außerdem ein Vorschunersegel führt. Der große Mast hat nur ein Schunergaffelsegel, und an

der Polstenge keine Raa. Der Besahnmast führt nur eine Giekbesahn, und an der Stenge ebenfalls keine Segel.

92 Unter den übrigen Gegenständen, welche außer dem Rundholz, dem Tau- und Taakelwerk, und den Segeln (vrgl. S. 2538) zur Zurüstung gehören, sind die Flaggen, Stander, Wimpel und Flügel von der Art, daß sie hier füglich in die allgemeine Uebersicht aufgenommen werden können.

93 Die Flaggen sind gemeinhin viereckig, von leichtem wollenen Zeuge, dem sogenannten Flaggentuche, gemacht, und haben denselben Zweck für die Schiffe, wie die Fahnen bei dem Landheere. Sie dienen aber nicht allein durch ihre Farben die Nationalität des Schiffes anzuzeigen, sondern auch zugleich zur Bezeichnung der Würde des kommandirenden Offiziers am Bord; ferner werden sie auch zu Signalen gebraucht, d. h. zu einer Art telegraphischer Mittheilung von Befehlen und Nachrichten.

Eine eigentliche Flagge hat mehrentheils eine viereckige Gestalt, und ist um ein Drittel länger als tief, wie Bd. III, Tafel XLI bis XLVIII zu sehen.

1. Die Nationalflagge, sonst auch Kampanjeflagge genannt, wird jetzt gewöhnlich an einem eigenen Fall an die Piek der Besahngaffel aufgeheißt, wie Tafel XL, A, Fig. 1. Bei Nationen, welche eine Kriegsflotte haben, sind zuweilen die Nationalflaggen der Kriegsschiffe von denen der Kauffahrer durch irgend ein besonderes Zeichen unterschieden, wie auf mehreren der Tafeln XLI bis XLVIII zu sehen ist. In frühern Zeiten, wo die Schiffe eine Besahnruthe, also keinen Giekbaum führten, wurde die Nationalflagge an einem eigenen Flaggenstock, der am Heckbord stand, aufgeheißt, und deshalb Kampanjeflagge genannt.

2. Der Gösch ist eine kleinere Nationalflagge, die zuweilen auch nur einen Theil von dem ganzen Farbenbilde der letztern enthält, wie z. B. Tafel XLII, Fig. 45, der Gösch der Briten, den sie Union-Jack nennen, und welcher von den drei unmittelbar vorhergehenden Nationalflaggen nur das doppelte Kreuz enthält. Die Britische Flotte ist nämlich in drei Divisionen getheilt, von denen jede eine besondere Nationalflagge führt. Die erste Division führt die sogenannte rothe Flagge, Fig. 42, welche für die vornehmste gilt; die zweite Division führt die weiße Flagge, Fig. 43; und die dritte Division führt die blaue Flagge, Fig. 44; alle drei haben das doppelte Kreuz ganz gleich, und nur der größere Theil der Flagge ist von der Farbe des Namens. Der Gösch wird am Bugspriet, entweder an einem eigenen Flaggenstock, oder an einem Fall, das mit einem der vorderen Stage parallel geht, gewöhnlich aber nur im Hafen oder vor Anker aufgeheißt. Die Nationalflagge der Kauffahrteischiffe ist häufig dieselbe, wie der Gösch der Kriegsschiffe.

3. Die Kommandoflagge ist eine viereckige Flagge, die an einem der drei Mastentoppe (vergl. S. 2542) aufgeheißt wird, und anzeigt, daß ein Admiral auf dem Schiffe befindlich sei; ein voller oder eigentlicher Admiral führt seine Flagge am großen Top; ein Vizeadmiral die seinige am Vortop; ein Contreadmiral die seinige am Kreuztop; ein Offi-

zier ohne Admiralsrang darf keine viereckige Flagge am Top führen; dagegen kann ein Vizeadmiral oder ein Contreadmiral, wenn er ganz allein eine Flotte kommandirt, zuweilen seine Flagge an einem andern Top aufheißen.

4. Zu den Kommandoflaggen kann man auch die Stander rechnen; dies sind etwas kleinere dreieckige Flaggen, wie Tafel XLVIII, Fig. 213, 214 und 215; der Stander ist das Zeichen eines Kommandeurs, oder nach Englischer und Amerikanischer Benennungsweise eines Kommodors, d. h. eines Linienschiffs-Kapitains, welcher in dem Zeitpunkte eine ganze Flottenabtheilung, oder wenigstens mehrere Schiffe zugleich befehligt. Zuweilen hat der Stander die Gestalt wie Tafel XLIX, bei den Tagsignalen, die in beiden Abtheilungen zu oberst in der linken Ecke stehenden, roth im Haupttheile und weiß an den beiden Spitzen; solche Stander nennt man auch breite Wimpel. Sie sind, wie die beiden Figuren zeigen, an einer Art von kleiner Raa befestigt, welche das Standerholz heißt, und mit einem eigenen Fall an den Top geheißt wird. Das Standerholz ist gewöhnlich an einem Ende mit Blei ausgefüllt, damit es senkrecht oder parallel mit dem Top niederhängt. Der Stander wird am Top des großen Masts geheißt.

5. Wenn der Monarch eines Staates am Bord ist, so wird die Standarte am großen Top aufgeheißt; sie unterscheidet sich durch mancherlei Wappen und andere Zeichen von der Nationalflagge, wie Tafel XLII, Fig. 39 die Standarte von Großbritannien; Tafel XLIII, Fig. 66 die Französische Standarte. Bei einigen Nationen, welche noch über dem vollen Admiral stehende Seeoffizierstellen haben, wie Großadmiral u. dgl., haben auch diese das Recht eigene Flaggen am großen Top zu führen.

6. Ein Wimpel ist eine sehr lange und schmale Art von Flagge, wie Tafel XL, A, Fig. 1, Fig. 4 und Fig. 5 zu sehen, welche an einer kleinen Raa, dem sogenannten Wimpelholz, vom Top des großen Mastes weht. Er ist auf zwei Drittel seiner Länge von unten her gespalten, und endigt sich in zwei Spitzen. Er ist das Zeichen des Befehlshabers eines einzelnen Kriegsschiffes, und soll eigentlich von keinem Kauffahrer geführt werden. Indessen bei feierlichen Gelegenheiten und in Häfen, in denen sich keine Kriegsschiffe befinden, schmücken sich die Kauffahrer, wie mit andern Flaggen, so auch mit Wimpeln. Sie werden bei Sonnenaufgang geheißt, und bei Sonnenuntergang gestrichen.

7. Ein Flügel ist auf dem Top der Masten dasselbe, was der Wetterhahn auf einer Thurmspitze, wie Tafel XL, A, Fig. 1 über dem Wimpel, und Tafel XL, B, Fig. 8. Die Flügel sind entweder so gebildet, wie der breite Wimpel, der in Nr. 4 beschrieben, so daß das Flügelholz nur eine kleine Raa ist, die am Top hängt; oder ein Flügel steht aufrecht, wie Tafel XL, B, Fig. 8. In diesem letztern Falle wird das Stück Flaggentuch, aus welchem der Flügel besteht, am innern Ende an eine leichte Holzeinfassung genäht, welche die Flügelscheere heißt, und dazu dient, den Flügel möglich zu spannen. Die beiden Enden dieser Scheere sind durchbohrt, um die eiserne Stange durchzulassen um welche sich der Flügel dreht, und welche auf den Top der Masten gesteckt,

und das Flügelspill genannt wird. Die Flügel bleiben während der ganzen Reise oben auf dem Top der Masten, um die jedesmalige Richtung des Windes anzugeben, wonach die Stellung der Segel geschieht.

8. Außer den genannten Flaggen, Standern, Wimpeln und Flügeln giebt es eine große Anzahl besonderer Flaggen, namentlich auf den Kriegsschiffen, und unter diesen vorzugsweise auf den Admiralschiffen; indem die Befehle des Admirals für die ganze Flotte und die einzelnen Schiffe derselben vermittelst einer Menge von Flaggen gegeben werden, die man an den Masten des Admiralschiffs aufheißt, und denen entsprechende Flaggen die einzelnen Schiffe an ihren Masten, die sogenannten Kontrasignale, aufheißen, um entweder Anzeige zu machen, daß sie den Befehl vernommen, und denselben auszuführen im Stande seien; oder um die Antwort auf eine an sie gerichtete Frage zu geben. Weil das Admiralschiff selbst in der Schlachtlinie liegt, so sind seine Signale schon deshalb nicht für alle Schiffe derselben sichtbar; noch mehr verliert sich die Sichtbarkeit durch den Pulverdampf. Deshalb werden längs der Flotte in bestimmten Entfernungen an der nicht mit dem Feinde im Kampfe begriffenen Seite Fregatten gelegt, welche die Signale des Admiralschiffs genau beobachten, und sogleich an ihren Masten wiederholen, damit sie in der ganzen Linie gesehen werden können; solche heißen Repetitionsfregatten. Tiefer unten kommt noch etwas Genaueres über die Signale vor.

Unter den vielen Signalen ist das auch für die Kauffahrteischiffe wichtige Lootsensignal, wodurch ein Schiff, das sich einer Küste oder einem Hafen nähert, anzeigt, daß es einen Lootsen an Bord zu haben wünscht, um sicher auf den Ankerplatz oder in den Hafen geführt zu werden. Die mehrsten Nationen haben eine eigene Flagge zu diesem Signale, welche von allen ihren Schiffen dazu gebraucht wird; sie ist viereckig und kleiner als der Gösch, und enthält gewöhnlich einen Rand, dessen Farbe von der Farbe des Haupttheils unterschieden ist, wie Tafel XLI, Fig. 5; Tafel XLII, Fig. 33 und 48; Tafel XLIII, Fig. 63 und 68.

94 Die eigentlichen Flaggen haben nicht alle eine viereckige Gestalt, sondern werden zuweilen an der von dem Flaggenstocke abgekehrten Seite ausgeschnitten. Eine Spleet- oder Splittflagge heißt eine solche, an deren Vorderseite ein keilförmiges oder dreieckiges Stück ausgeschnitten ist, so daß sich die Flagge wie ein breiter Wimpel in zwei Spitzen endigt, wie Tafel XLI, Fig. 3, Tafel XLIII, Fig. 61 und 62. Eine Flagge mit einer Zunge ist eine solche, an deren Vorderrande zwei Dreiecke ausgeschnitten sind, so daß sie sich mit drei Spitzen endigt, deren mittlere die Zunge heißt, wie Tafel XLI, Fig. 20. Die Türkischen Flaggen, namentlich an der Afrikanischen Küste haben noch mancherlei andere Gestalten; z. B. eine Standerform mit einer oder mehreren Zungen, wie Tafel XLVII, Fig. 208 und 210.

95 Fast bei allen Nationen hat man eine weiße Flagge als Friedensflagge; ein Schiff zeigt durch ihre Aufheißung statt derjenigen der Nationalflagge an, daß es eine Unterhandlung zu führen habe, und für so lange alle

Feindseligkeiten eingestellt wünscht. In frühern Zeiten hatten die Flotten eine ganz rothe Flagge als Zeichen der Schlacht, und nannten sie die Blutflagge.

Die Flagge streichen heißt dieselbe an ihrem Fall herunter holen. In der Schlacht streicht ein Schiff, das sich dem Feinde ergiebt, die Flagge. Außerdem gilt das Streichen derselben auf einige Minuten als Zeichen der Ehrerbietung und des Grußes. Wenn z. B. ein Kauffahrteischiff einem Kriegsschiffe begegnet, so streicht es die Flagge; oder wenn ein Kriegsschiff von geringerer Bedeutung einem Admiralschiffe begegnet, thut es dasselbe. Schiffe, die gerade keine Flagge führen, streichen alsdann die obern Segel für eine kurze Zeit. Wenn ein Admiral den Oberbefehl einer Flotte übernimmt, so läßt er seine Flagge am großen Mast unter Kanonendonner und Musik aufheißen. Alle im Hafen befindlichen Schiffe streichen in dem Augenblicke ihre Flaggen, und die zu dem Geschwader gehörigen haben noch besondere Begrüßungsfeierlichkeiten. Dies bedeutet der Ausdruck: der Admiral ließ seine Flagge in dem und dem Hafen am Bord des und des Schiffes aufstecken. Wenn in einer Schlacht das anfängliche Admiralschiff zu sehr beschädigt ist, so nimmt der Admiral seinen Aufenthalt auf einem andern Schiffe; dies heißt: er habe seine Flagge nach dem und dem Schiffe verlegt. 96

Außer den Nationalflaggen, Standern, Wimpeln, Flügeln und Signalflaggen führen die Kriegsschiffe, und während der Kriegszeiten auch Kauffahrer, die Nationalflaggen fast aller seefahrenden Nationen am Bord, um je nach den Umständen Gebrauch davon zu machen; namentlich werden bei großen Feierlichkeiten fast alle am Bord befindlichen Flaggen an den Masten, Stagen u. s. w. aufgeheißt; dies wird unter dem Ausdrucke: die Schiffe flaggen, verstanden. Je freundschaftlicher die Verhältnisse mit einer andern Nation sind, einen desto höhern Platz giebt man ihrer Flagge; je feindseliger sie sind, einen desto tiefern; der verächtlichste Platz ist derjenige am Galjon, wegen der dort befindlichen Abtritte. 97

Während eines Seekrieges werden die Kauffahrteischiffe der kriegführenden Nationen von einem oder mehreren ihrer Kriegsschiffe zum Schutz gegen die feindlichen Schiffe, namentlich gegen die Kaper, begleitet. Solche bewaffnete Begleitung heißt eigentlich Konvoy. Man nennt aber auch die ganze Handelsflotte, die unter einem solchen Schutze zusammensegelt, eine Konvoy. Wenn Kriegsschiffe zu einer solchen Begleitung bestimmt worden, so wird der Ort und Tag der Abreise öffentlich bekannt gemacht, damit sich die sämmtlichen Kauffahrteischiffe, welche diesen Schutz genießen wollen, an dem Sammelplatze einfinden. Der kommandirende Offizier der Kriegsschiffe theilt dann jedem Schiffer oder Kauffahrtei-Kapitain die sogenannten Sein-Briefe, die Angabe der Signale und sonstigen Verhaltungsbefehle mit. Nach den Signalen und Anordnungen hat sich dann die ganze Konvoy zu richten. 98

Die Wimpel und Flaggen werden zum Behufe der Signale in untere und obere eingetheilt; die oberen können dann Zehner und die untern Einer bedeuten; oder auch nöthigenfalls, wenn man Verrath befürchtet, um- 99

gekehrt; z. B. Tafel XLX, Tagsignale, erste Abtheilung, bedeuten die zehn oberen Wimpel, aus grellen Farben auf verschiedene Weise zusammengesetzt, lauter Zehner, von 10 bis 100; zur leichtern Unterscheidung wechseln ihre verschiedenen Farben von dem Wimpelholz nach den Spitzen zu; die neun unteren Wimpel, deren Farben nach der Breite wechseln, bedeuten lauter Einer, von der 1 bis zur 9. Wird einer dieser 19 Wimpel allein aufgeheißt, so bedeutet er nur seine Zahl allein; werden aber zwei derselben zusammengeheißt, so erhält man eine zusammengesetzte Zahl; z. B. der neunte obere mit dem sechsten unteren zusammengeheißt giebt 96. Beide Reihen zusammen geben also in allem 109 Nummern. Die in der zweiten Abtheilung derselben Tafel enthaltenen Flaggen haben dieselbe Einrichtung; nur giebt man den von ihnen gebildeten Zahlen andre Bedeutungen, als denen der Wimpel.

Man setzt für jede von den Flaggen gebildete Nummer einen kleinen Satz, als deren Bedeutung fest; diese 109 Erklärungen oder Bedeutungen zusammengetragen machen das erste Signalbuch aus. Nimmt man nun für alle 109 Zahlen noch zweite Bedeutungen an, so machen diese das zweite Signalbuch aus. So kann man noch ein drittes oder irgend wievieltes Signalbuch zusammensetzen.

Zu den Flaggen kommen zunächst die Stander hinzu, welche unmittelbar über den Signalflaggen aufgeheißt werden, und anzeigen, in welchem Buche die Bedeutung der einen oder der beiden aufgeheißten Flaggen zu suchen sei. So soll z. B. auf Tafel XLIX der roth und weiße Stander oder breite Wimpel oben in der linken Ecke das erste Signalbuch bezeichnen. Für jedes Buch muß also ein eigner Stander da sein, der sich deutlich von den übrigen unterscheidet. Diese Stander heißen auch zuweilen die Schlüsselflaggen, welches Wort aber auch eine nachher zu erklärende andere Bedeutung hat.

Die Wimpel bezeichnen größtentheils viererlei: erstens, die einzelnen Schiffe der eben zusammensegelnden Flotte; jedes derselben erhält eine bestimmte Nummer gewöhnlich nach der Stelle, an der es unter den übrigen segeln, oder in der Schlacht fechten soll. Soll nun ein Befehl nur an ein Schiff allein gerichtet sein: so wird unmittelbar über den Signalflaggen, welche diesen Befehl ausdrücken, der Wimpel oder die Wimpelzusammensetzung aufgeheißt, durch welche das Schiff bezeichnet ist.

Wenn ein Signal mehrere benannte Schiffe angeht, so werden zuerst die Wimpel aufgeheißt, welche deren Nummern anzeigen, und zwar die zu einem Schiffe oder einer Nummer gehörigen dicht aneinander; die der verschiedenen Schiffe aber in gehörigen Zwischenräumen, um keine Verwirrung zuzulassen. Auf die Wimpel folgt dann der Stander, welcher das Buch anzeigt, in welchem die Bedeutung des darunter wehenden Flaggensignals gefunden werden kann. Zuweilen werden, um Zeit und Raum zu ersparen, mehrere Flaggensignale zugleich unter einander aufgeheißt; dann müssen aber natürlich die Signale durch Zwischenräume geschieden werden. Wenn Raum und Zeit genug vorhanden ist, wird es immer besser sein, die einzelnen Flaggensignale mit

ihren zugehörigen Standern und Wimpeln an verschiedenen Orten der Bemastung, oder nach einander aufzuheißen.

Die zweite Bedeutung der Wimpel ist diejenige eigentlicher Zahlen, z. B. für Mannschaften, feindliche Schiffe, Vorräthe u. dgl. In solchem Falle hat man eigene Signalflaggen, welche über den Wimpeln aufgezogen werden, um anzuzeigen, daß diese für jetzt nicht die Schiffe der Flotte, sondern Zahlen bedeuten sollen. Wenn man also z. B. aus Tafel XLIX, erste Abtheilung, den weiß und rothen Wimpel, der 20 anzeigt, zu oberst, und gleich darunter den weiß und blau gestreiften, welcher 5 anzeigt, und beide zuerst aufheißen wollte, so würde dieses anzeigen, daß das darunter folgende Signal nur das Schiff anginge, welches durch 25 bezeichnet ist. Wäre aber über diesen beiden Wimpeln die blaue Flagge Nr. 3 aufgeheißt, welche in dem ersten Signalbuch anzeigt, daß die folgenden Wimpel Zahlen ausdrücken sollen, so würden die beiden genannten Wimpel die Zahl 25 ausdrücken.

Die dritte Bedeutung der Wimpel ist diejenige der Buchstaben des Alphabets; in dem ersten Signalbuche ist dann eine bestimmte Flagge, z. B. auf Tafel XLIX Nr. 4, roth und weiß, angegeben, welche anzeigt, daß die folgenden Wimpel Buchstaben ausdrücken; wäre also diese über den beiden obigen Wimpeln aufgeheißt, so würde diese den Buchstaben Z bedeuten.

Die vierte Bedeutung ist endlich diejenige der Kompaßstriche, welches durch die Signalflagge blau und weiß, Nr. 5 ausgedrückt werden kann; wäre also diese über den beiden obigen Wimpeln aufgeheißt, so bedeuteten sie den Kompaßstrich West; indem Norden mit 1 bezeichnet, und durch Osten weiter herumgezählt wird.

Man hat in neueren Zeiten auch statt der Wimpel eine Art von telegraphischer Bezeichnung auf den Schiffen erfunden, wodurch Zahlen und Buchstaben leichter ausgedrückt werden können.

Wenn die Wimpel Zahlen ausdrücken sollen, welche größer als 109 sind, was noch unmittelbar angegeben werden kann: so müssen die größten Nummern dazu gebraucht, und so oft wiederholt werden, bis die verlangte Zahl da ist; z. B. 620 auszudrücken, müßten sechs Wimpel aufgezogen werden, von denen jeder 100 bedeutet, und darunter der, welcher 20 ausdrückt.

Wenn eine Flotte zahlreich, und in mehrere Divisionen abgetheilt ist, von denen zuweilen eine mit allen ihren Schiffen ein Manöver ausführen soll: so sind auch noch über den Wimpeln der einzelnen Schiffe Divisionsflaggen angebracht.

Werden aber Signale ohne die Wimpel und Divisionsflaggen aufgeheißt, so sind sie allgemeine Signale, welche die ganze Flotte betreffen.

Zuweilen sind aber die in den Signalbüchern angegebenen Signale von solcher Art, daß sie zugleich angeben, wen sie betreffen; z. B. die Flaggenoffiziere, d. h. die Vize- und Kontreadmiräle sollen sich zum Admiral begeben; oder die luvwärts segelnden Schiffe sollen sich in das Kielwasser des Admiralschiffs begeben, d. h. gerade hinter ihm segeln.

Zur Anordnung der Signale befindet sich ein Schiffslieutenant mit meh-

reren Flaggenleuten, deren Zahl auf einem Linienschiffe zehn und noch mehr beträgt, auf dem Halb- oder Quarterdeck, oder auf der Kampanje. Die Signalbücher liegen auf einem Tische, um jeden Augenblick darin nachschlagen zu können; die Signalleute, die unter dem Signalmeister stehen, halten die Flaggen stets zierlich aufgerollt und nach Nummern in Kisten gepackt, um die verlangten sogleich aufheißen zu können.

Soll ein Signal gegeben werden, so sucht man im Signalbuche seine Nummer auf; ist es an ein einzelnes Schiff gerichtet, so sucht man dessen Wimpelbezeichnung. Hierauf sticht man zuerst diese Wimpelbezeichnung, darauf den Stander für das Signalbuch, und zuletzt das Signal selbst an das Flaggenfall, und heißt es auf.

Wenn Windstille herrscht, so daß die Wimpel, Stander und Flaggen nicht wehen oder sich ausbreiten, so müssen die unteren Enden vermittelst angeknüpfter dünner Taue ausgespannt werden. Sobald die Flotte, oder eine Division, oder einzelne Schiffe das sie angehende Signal bemerkt haben, wozu eine unaufhörliche Beobachtung des Admiralschiffs durch Fernröhre unterhalten wird: so müssen sie sogleich ein Kontrasignal aufheißen, wodurch sie zu erkennen geben, daß sie das Signal gesehen haben, und zu dessen Befolgung bereit sind. Dies besteht in einer auf allen Schiffen gleichen und ausschließlich dazu bestimmten Flagge, die beständig an einem Fall, gewöhnlich am Top des großen Mastes, zum augenblicklichen Gebrauche bereit liegt. Kein Signal wird herabgelassen, ehe das Kontrasignal darauf erfolgt ist; und kein Kontrasignal niedergeholt, ehe man der Bedeutung des Signals gewiß ist.

Sollte der Feind durch Verrath, oder wie sonst, die Bedeutung der Signale entdeckt haben, so verändert man sie dadurch, daß man alle Bedeutungen um eine oder mehrere Nummern auf- oder abwärts rückt, so daß z. B. nach der neuen Ordnung dasjenige Signal, welches vorher bei Nr. 5 stand, jetzt bei Nr. 4, 3, 2, 1 oder bei Nr. 6, 7, 8 zu finden ist.

In älteren Zeiten hatte man sogenannte örtliche Signale, wo die Bedeutung einer und derselben Signalflagge sich nach der Stelle änderte, an der sie aufgeheißt war. Weil aber in der Schlacht sehr leicht die einzelnen Stengen, Raaen u. s. w. herabgeschossen wurden, so konnte ein Admiralschiff bald unfähig werden, die gehörigen Signale zu zeigen, und der Befehlshaber war genöthigt ein anderes Schiff zu besteigen, was Zeitverlust und mannigfaltige Nachtheile hatte. Daher hat man die Signale unabhängig von den bestimmten Stellen gemacht.

Jeder Offizier der Flotte hat die Signalbücher in eigenem Besitz; entweder so, daß für jedes Buch eine besondere Tafel auf einem großen Bogen Papier mit farbigen Flaggenzeichnungen und beigeschriebenen Signalen verfertigt ist; oder, weil diese einzelnen Bogen sehr schnell verderben und unleserlich werden, so sind die sämmtlichen Signalbücher in einem eigens dazu eingerichteten Buche zusammengebunden. Jedes Signalbuch füllt 12 Seiten; die erste enthält den Titel, d. h. Erstes Buch, Zweites Buch u. s. w. Die zweite Seite enthält die untern Wimpel oder Flaggen, am vorderen, d. h. linken

Rande des Blatts, welches links herausgelegt werden kann. Neben jeder Flagge steht die Nummer, und dabei die Bedeutung dieser Flaggen, wenn sie einzeln aufgeheißt werden. Auf jeder der zehn folgenden Seiten ist oben in der linken Ecke eine der obern Flaggen farbig dargestellt, welche in der nämlichen Folge auf einander folgen, wie auf der Signaltafel Taf. XLIX in der horizontalen Reihe der zweiten Abtheilung. Neben jeder Flagge steht zuerst ihre besondere Bedeutung, wenn sie allein aufgeheißt wird, und darunter stehen nach ihren Nummern die Bedeutungen, welche sie in Verbindung mit den neun unteren hat. Auf solche Art enthält jede Seite zehn Signale, die jeder der unteren auf der zweiten Seite des Signalbuchs gemalten Flagge, zu der sie gehören, gegenüber stehen.

Für jedes folgende Signalbuch sind neue zwölf eben so eingerichtete Seiten vorhanden.

Um sich einen deutlichen Begriff von den Signalen zu machen, mögen hier einige aus einem Signalbuche folgen.

1. Ja. 2. Nein. 3. Anzeige, daß die folgenden Wimpel Zahlen ausdrücken. 4. Anzeige, daß die darunter wehenden Signalwimpel Buchstaben des Alphabets bezeichnen. 5. Anzeige, daß die unten wehenden Signalwimpel Kompaßstriche bezeichnen. 10. Anzeige, daß die beigehende Zahl die der Verwundeten ausdrückt. 16. Anzeige, daß das nächstvorhergegangene Signal ungültig ist. 17. Befehl, die obern Signalflaggen um die beigesetzte Zahl zu verändern. 18. Befehl, die untern Signalflaggen um die beigesetzte Zahl zu verrücken. 20. Befehl, die Anker fallen zu lassen. 29. Befehl, an Backbord zu brassen. 48. Befehl, das Besteck anzuzeigen. 64. Alle Schaluppen zu bewaffnen. 72. Das vorsegelnde Schiff soll den Lauf verstärken. 82. Befehl, daß alle Schiffe zugleich vor dem Winde wenden. 90. Befehl, daß die Schiffe eine ganze Kabellänge Distanz zwischen einander nehmen sollen.

Schon bei der Dämmerung und beim Nebel, vollends aber bei Nacht, 100 werden die Flaggen unkenntlich. Man hat daher eigene Nachtsignale. Diese bestehen der Hauptsache nach in Laternen, oder auch in Lampen mit farbigem Feuer. Diese werden, wie Tafel L in der obersten Reihe zeigt, an die Ecken oder in die Mitte von Vier- oder Dreiecken gehängt, die früherhin von 5—6 Fuß langen, drei Zoll breiten und einen Zoll dicken Latten zusammengefügt wurden. Weil diese aber sehr zerbrechlich waren, und vom Winde zu sehr geschaukelt wurden, so daß die Laternen, welche an den daran befindlichen Haaken aufgehängt waren, zuweilen herunterfielen: so nimmt man lieber Vierecke von zolldickem Tauwerk, welche durch einen runden eisernen Stab in der Diagonale ausgespannt werden; diese bieten wegen der Rundung der Taue und des Stabes dem Winde viel weniger Fläche dar, werden durch den Eisenstab in einer perpendikulären Lage gehalten, und sind nicht zerbrechlich. Das ganze Tau zu einem solchen Viereck ist 20 bis 24 Fuß lang, so daß jede Seite des Vierecks fünf oder sechs Fuß lang ist. An jeder Ecke befindet sich ein Auge eingesplißt, und der Eisenstab hat in der Mitte ein Loch

oder einen Einschnitt, so daß die Laternen angebunden werden können. Solch ein Viereck wird an demjenigen Mast, oder sonst an derjenigen Stelle an einem Fall aufgeheißt, wo das Signal dem Betreffenden am besten in die Augen fällt. Damit es sich nicht wendet, wird an der einen Seitenecke ein dünnes Tau befestigt und mit demselben das Viereck in solcher Lage gehalten, daß die Gestalt des Feuers sich deutlich und so darstellt, wie solche auf der Tafel der Nachtsignale zu sehen ist.

Zugleich mit dem Aufheißen der Laternen werden Kanonenschüsse abgefeuert, entweder einer oder mehrere, und diese mehreren in gleichen oder in verschiedenen Zwischenzeiten. Die Zahl der Schüsse und die Größe der Zeitintervalle darf natürlich nicht groß sein, um möglichst wenig Zeit zu verbrauchen. Auf Tafel L sind in der horizontalen Reihe die Tauvierecke mit den verschieden aufgehängten Laternen, und in der ersten Perpendikularreihe die Schüsse durch Kanonenkugeln angedeutet. Die höchste Zahl von Schüssen ist vier; der kleinste Zeitintervall ist fünf Sekunden, der größte fünfundzwanzig Sekunden.

Es werden immer einige Kanonen mehr geladen und in Bereitschaft gehalten, damit, wenn eine versagt, sogleich die nebenstehende abgefeuert werden kann; zum Abfeuern werden die geübtesten Leute angestellt, und ein Lieutenant steht dabei, um die Befehle zum Abfeuern zu geben. In älterer Zeit, wo man nur Lunten hatte, war die genaue Einhaltung der Zeitpunkte etwas schwierig; in neuerer Zeit hat man auch entweder Schlösser, die an die Kanonen geschraubt werden, mit Zündhütchen; oder eine Einrichtung, wodurch schnell eine Art Zündhölzchen über das Zündloch gezogen wird, und durch die Reibung sich selbst und das Pulver schnell entzündet.

Die Laternen, oder hierbei Feuer genannt, vertreten die Stelle der obern Flaggen bei den Tagsignalen; die untern werden durch die Kanonenschüsse ersetzt, wie Tafel L zu sehen ist; nur muß man bemerken, daß die Laternenfiguren nicht Zehner, und die Kanonenschüsse nicht Einer bezeichnen; denn Laternen ohne Schüsse, und Schüsse ohne Laternen haben keine Bedeutung; sondern nur in gegenseitiger Verbindung haben sie wirkliche Signalbedeutung. Um aber alle Nummern ausdrücken zu können, hat man zehn Feuer für die obere Reihe, und zehn durch Zahl und Zwischenräume verschiedene Kanonenschüsse. Durch die Kombination beider Reihen erhält man hundert verschiedene Nummern, deren Bedeutung im Nachtsignalbuch angegeben ist.

Zum Kontrasignal kann man Blickfeuer nehmen, d. h. Anzündungen von losem Pulver, oder irgend ein anderes Zeichen, um anzuzeigen, daß das Signal erkannt worden.

Die bei Nacht vorkommenden Erfordernisse sind der Zahl nach viel weniger, als bei Tage; indem Schlachten, welche die mehrsten Befehle erfordern, fast nie bei Nacht geliefert werden, oder höchstens das Ende einer Schlacht sich bis zur Dunkelheit fortzieht.

Die Nebel- oder Mistsignale sind noch schwieriger als die Nachtsig-

nale, weil man alsdann blos durch den Schall signalisiren kann, und dazu für bedeutende Entfernungen fast nur Kanonenschüsse hat. Gewöhnlich dauern aber die Nebel kürzere Zeit als die Nächte. Wenn Schiffe einer Flotte einander nahe sind, so braucht man, um das Zusammenstoßen oder plötzliche Gefahren von Strand und Klippen zu verhüten, um zum Wenden aufzufordern, Trommeln, Trompeten, Glocken, Sprachröhre, und läßt das Zeichen von Schiff zu Schiff weiter gehen.

Einige Signale sind bei allen Nationen ganz allgemein dieselben, z. B. der Morgenschuß, der Abendschuß, der Preischuß, die Flagge im Schau.

Der Morgenschuß wird bei einer Kriegsflotte jeden Morgen bei Tagesanbruch vom Admiralschiff abgefeuert, und dient dazu, die Besatzungen zur Arbeit zu wecken.

Der Abendschuß, ebenfalls vom Admiralschiff beim Eintritte der Nacht abgefeuert, ist das Zeichen für alle Besatzungen, zur Ruhe zu gehen.

Der Preischuß unter Aufheißung einer Flagge ist ein Zeichen, daß ein Schiff mit dem andern sprechen will; denn preien heißt in der Seemannssprache, mit einem andern Schiffe durch ein Sprachrohr reden, um irgend eine Auskunft zu erhalten.

Die Flagge im Schau wehen lassen, heißt, sie ihrer Tiefe nach zusammengelegt an der Gaffelpiek aufheißen. Es ist dieß ein Zeichen, Jemand an Bord zu rufen. Auf einer Rhede weht die Flagge im Schau, wenn die am Ufer befindlichen Schaluppen an Bord kommen sollen, um abzusegeln. Auf See ist es zuweilen ein Nothzeichen. Eine Flagge im Schau nur bis zur halben Höhe aufgeheißt, ist ein Trauerzeichen.

Wenn mehrere zu einer Flotte zusammengehörige Schiffe zusammensegeln und eines stößt auf den Grund, so feuert es schnell zwei Kanonenschüsse ab, um die übrigen zu warnen.

Beim Salutiren oder Begrüßen wird eine bald größere, bald kleinere Anzahl von Kanonen abgefeuert, wie beim Absegeln und bei der Ankunft, beim Vorbeisegeln an einer Festung oder einem Schiffe von höherem Range.

§. 369. Vom Tauwerk und seiner Zubereitung zur Taakelasche.

Tafel XXXII, A.

Die einfachen Hanffäden, aus denen ein Tau gedreht wird, heißen Garne oder Kabelgarne. Die dünnsten Taue heißen Leinen, und bestehen aus 6, 9, 12 oder 15 Garnen, welche in drei Theile vertheilt werden, die man Duchten nennt. In jeder Ducht liegen die Garne parallel, die Duchten aber werden zusammengedreht. Dickere Taue von wenigstens 18 Garnen heißen Trossen; sie bestehen auch nur aus drei Duchten, sind also auch nur einmal zusammengedreht. Alles Tauwerk, welches nur aus Duchten besteht, auch die Leinen, heißt troßweise geschlagen, wie Fig. 1.

Stärkere Taue, wie die Anker- oder Kabeltaue; diese werden aus drei Trossen geschlagen, so daß sie also zweimal zusammengedreht sind; eine solche zu einem stärkeren Tau zusammengedrehte Troß heißt alsdann das Kardeel dieses stärkeren Taus; und alles zweimal zusammengedrehte, also aus Duchten und Kardeelen, folglich aus dreimal drei Duchten bestehende Tauwerk heißt kabelweise geschlagenes, oder dreischäftiges, wie Fig. 3.

Man hat auch vierschäftiges, aus vier Kardeelen bestehendes, wie die Wanttaue, deßhalb nennen die Engländer es shroudlaid. Weil die vier Kardeele sich nicht so genau an einander schließen, wie drei, sondern in der Mitte ein leerer Raum bleibt, so wird dieser zuweilen durch ein sogenanntes Herz ausgefüllt, d. h. durch eine als Axe zwischen den vier andern durchgehende Ducht. Diese aber bricht leicht, weil sie nicht so stark wie die andere zusammengedreht ist, sich also auch nicht so weit ausdehnen kann. Fig. 2 ist ein vierschäftiges Tau.

Tauwerk, welches so zusammengedreht ist, wie Fig. 1 und 2, heißt mit der Sonne geschlagen; solches aber, wie Fig. 3, gegen die Sonne gelegt.

2 Schiemannsgarn wird an Bord der Schiffe selbst und zwar auf folgende Weise verfertigt. Altes Tauwerk wird aufgedreht, und die einzelnen Garne werden herausgezogen, zusammengeknüpft, und über die Hand zu Knäueln zusammengerollt. Je nachdem man das Schiemannsgarn drei- oder vierschäftig machen will, legt man drei oder vier solcher Knäuel neben einander auf Deck, nimmt das Ende von jedem und schießt alle vier zusammen auf einem Rösterwerk, oder sonst wo, um das Deck von Theer frei zu halten, in Bugten auf; jede dritte oder vierte Bugt wird vermittelst eines Theerquasts getheert. Nachdem alles Garn aufgeschossen und getheert worden, befestigt man die Enden zusammen an eine sogenannte Schiemanns-Garn-Woid oder Schiemanns-Garnmühle, wie Fig. 4, indem man einen Zimmerstich oder halben Schlag um die eine Speiche E nimmt. Der Mann, welcher spinnt, geht in eine gehörige Entfernung, und indem er die Garne in der Hand hält, dreht er die Woid mit einer raschen Bewegung gegen die Sonne, d. h. links herum. Wenn es genug gesponnen ist, reibt er es rück- und vorwärts mit einem Stück alten Segeltuch, und haspelt es auf die Woid. Hierauf nimmt er einen neuen Zimmerstich um die Speiche E, und verfährt wie vorher. Wenn die Woid voll ist, nimmt man das Schiemannsgarn ab, und wickelt es in einen Knäuel auf, oder nach der Seemannssprache in einen Klohn oder Kloon.

Eine viel vortheilhaftere Woid ist die in Fig. 5 abgebildete. Die Krücke 1 ist in ein Gatt 2 des Bratspills gesteckt, eine hölzerne Spindel 3 geht durch die beiden runden Gatten der Krückenarme. An dem einen Ende der Spindel ist ein hölzernes Rad angebracht. Der zwischen den Krückenarmen befindliche Theil 3 der Spindel ist viereckig, der in den Löchern und außerhalb befindliche rund, und hat an dem Ende einen Pflock 4 durchgestoßen. Eine dünne Leine 5, von der Dicke einer Webeleine, wird mit Kreide bestrichen, und um den

viereckigen Spindeltheil 3 genommen. Der Zimmerstich wird um den Pflock 4 genommen. Während ein Knabe mit dem Garn längs Deck geht, und es mit Segeltuch reibt, zieht ein andrer heftig an dem Theile a der Leine, während er in jeder Hand ein Ende hat; hierauf dreht sich die Spindel mit dem Schwungrade. Alsdann läßt er den Part a los, und holt an dem andern, wodurch die Leine wieder die ursprüngliche Lage erhält. Dieses Anziehen und Nachlassen wiederholt er so oft, daß die Spindel in ununterbrochener Drehung bleibt. Der Knabe mit dem Garn in der Hand kann längs dem ganzen Deck gehen, ehe er es auf den runden Theil der Spindel aufdreht. An der dem runden Spindeltheile gegenüber liegenden Fockwant kann ein Haaken mit einem Taljereep befestigt werden, auf den man die Buchten des Garns aufhängt. Das Schiemannsgarn wird zum Trensen, Bekleiden, Sorren u. s. w. gebraucht.

Trensen heißt den zwischen den Kardeelen und Duchten eines dicken Taus an seiner Außenseite befindlichen Zwischenraum mit einer dünneren Leine, die man herumschlängelt, ausfüllen, wie Fig. 6. Man gebraucht hiezu besonders starkes Schiemannsgarn. Die Trensing dient sowohl zur Verstärkung, als zur Ebenmachung des Taus. 3

Schmarting heißt altes Segeltuch, welches um ein Tau gewickelt und wohl getheert wird; das Tau wird dadurch zur Bekleidung vorbereitet und dagegen geschützt, daß nicht Regenwasser zwischen die Duchten und Kardeele kommt, wenn die Bekleidung durchgerieben ist.

Die Bekleidung oder Kleidung eines Taus wird mit einer hölzernen sogenannten Kleidkeule, Fig. 7, umgelegt. Diese ist an der einen Seite ausgehöhlt, um fest auf dem Tau anliegen zu können. Das zu bekleidende Tau wird zuerst mit einer Talje straff ausgespannt, und dann getrenst. Darauf wird das Ende des Schiemannsgarns zur Bekleidung auf das Tau gelegt, und mit zwei oder drei Schlägen darüber und darunter fest angeholt. Die Kleidkeule wird sodann mit ihrer Höhlung auf das Tau gelegt, wie in Fig. 8. Ein Schlag vom Schiemannsgarn wird dicht neben den letzten, mit der Hand um das Tau gelegten, um das Tau und die Kleidkeule genommen; ein zweiter Schlag neben diesem und ein dritter um den vordern Theil der Kleidkeule; von dem letztern leitet man das Garn um den Stiel oder die Handhabe i der Keule, welche der Bekleidende mit der Hand hält. Die Schläge des Schiemannsgarns oder die Kleidung wird immer in einer entgegengesetzten Richtung genommen, als in welcher das Tau geschlagen ist, d. h. z. B. gegen die Sonne, wenn das Tau mit der Sonne geschlagen ist; auf diese Art bleibt die Spannung der Kleidung ziemlich unverringert, wenn auch das Tau sich ausdehnt. Der Klohn oder der Knäuel Schiemannsgarn k wird von einem Knaben gehalten, und zwar in einiger Entfernung von dem Bekleidenden; er nimmt dieses Knäuel eben so oft um das Tau, als der Andre die Kleidkeule herumnimmt. Das Ende wird durch die letzten drei oder vier Schläge der Kleidung gesteckt und fest angezogen. 4

Splissen heißt die Enden zweier Taue mit einander vereinigen, indem 5

man die Kardeele und Duchten eines jeden bis auf eine hinlängliche Weite aufdreht, und solche wieder kreuzweise zwischen die nicht aufgedrehten Duchten und Kardeele sticht, so daß die beiden Enden nicht wieder von einander gehen können. Ist eine Splissung gut gemacht, so hält sie besser als das ursprüngliche Tau selbst. Es giebt verschiedene Arten von Splissungen, zu deren Bildung man sich des **Splißhorns** und der **Marlpfrieme** bedient.

Ein **Splißhorn**, Fig. 9, dient zur Splissung der schweren Taue, und ist deßhalb größer als ein Marlpfriem; es wird gewöhnlich von hartem Holz, wie Brasilien- oder Pockholz u. dergl. gemacht; zuweilen auch von Eisen; es nimmt von der Spitze an allmälig an Dicke zu, um die Kardeele und Duchten besser zum Durchstecken öffnen zu können. Wenn es von Eisen gemacht ist, so hat es gewöhnlich die Gestalt wie Fig. 10, d. h. am obern Ende ein Auge; in dieser Weise nennt man es auch gemeinhin Marlpfriem.

Der **eigentliche Marlpfriem** hat aber die Gestalt von Fig. 11; er ist von Eisen, an der Spitze sanft gebogen, und oben mit einem Knopf oder Kopf versehen.

6 Eine **kurze Splissung** dient dazu, die Enden zweier Taue, oder die beiden Enden eines Taues zu vereinigen. Sie wird folgendermaßen gemacht: Man nimmt, Fig. 12, die Duchten bis auf eine angemessene Länge auseinander, und schiebt sie in einander, so daß jede Ducht des einen Taues zwischen zwei Duchten des andern zuliegen kommt, und zieht sie etwas fest zusammen. Darauf hält man die Duchten a b c und das Ende des Taus d in der linken Hand fest; ist das Tau dazu zu groß, so stoppt oder bindet man sie mit einem Kabelgarn an das Tau d fest. Darauf nimmt man die mittelste Ducht 1, steckt sie über die Ducht a, und dann unter die Ducht c, wie in Fig. A, nachdem man die letztere mit dem Marlpfriem geöffnet hat, und zieht die Ducht 1 fest. In der gleichen Weise verfährt man mit den andern Duchten von 1, indem man eine jede über die erste und unter die zweite Ducht des andern Taus nimmt, und zwar auf beiden Seiten, oder an beiden Tauen; die Splissung erscheint dann, wie in Fig. 13. Um ihr aber mehr Festigkeit zu geben, so wiederholt man die Arbeit, indem man jedes Ende über die dritte und unter die vierte Ducht steckt. Man kann auch die Enden selbst aufdrehen, nnd mit einem Messer dünn schrapen, und dünner zulaufend auf das Tau festmarlen, und mit Schiemannsgarn bekleiden; so daß die Splissung in der Mitte am dicksten ist, und nach der Seite zu dünner wird.

7 Eine **Augsplissung**, Fig. 14, a, wird folgendermaaßen gemacht: man dreht ein Tau auf, und legt die Duchten e f g in einiger Entfernung, je nach der Größe des beabsichtigten Auges auf das Tau, oder den sogenannten stehenden Part a. Das Ende h, in der Figur B, steckt man durch die ihm nächste Ducht, nachdem man sie mit dem Marlpfriem geöffnet hat; das Ende i nimmt man über dieselbe Ducht, und steckt es durch die zweite; und das Ende k durch die dritte auf der andern Seite.

8 Eine **Langsplissung**, auch **Spanische** Splissung genannt, Fig. 15, kommt auf folgende Weise zu Stande: man legt die aufgedrehten Duchten der

beiden Taue zwischen einander, wie zur kurzen Splissung. Darauf nimmt man eine Ducht, z. B. 1 in Fig. C, hebt sie bis auf eine beträchtliche Länge hin aus ihrem Tau heraus, und legt in den leer gewordenen Raum die Ducht 2 des andern Taus hinein; so kommt auf der linken Seite die Ducht 4 in den leeren Raum der Ducht 3 hinein. Die beiden mittleren Duchten 5 und 6 werden aufgedreht, und von jeder die aufgedrehte Hälfte mit der gegenüberliegenden Hälfte durch einen sogenannten Sackstich verknüpft; die Enden werden über die nächste und unter die zweite Ducht, wie bei der kurzen Splissung gesteckt. Die beiden andern Hälften werden abgeschnitten. Man macht auch zuweilen einen Sackstich aus beiden ganzen Duchten, dreht sie dann erst auf, und steckt nur die Hälften über und unter die festen Duchten. Aber dies giebt keine so gleichmäßige Splissung wie die vorher angegebene Verfahrungsweise.

Wenn die Ducht 2 in Fig. C auf die Ducht 1 gelegt worden, so werden sie ebenfalls aufgedreht und mit ihren einen Hälften verknüpft, während die anderen weggeschnitten werden. Dasselbe geschieht mit den Duchten 3 und 4. Diese Langsplissung dient dazu, ein solches Tau zu verlängern, welches durch einen Block oder ein Scheibengatt fährt, indem seine ursprüngliche Dicke sehr wenig verändert wird.

Eine Flämische Augsplissung, Fig. 17, macht man auf folgende Weise. Man nimmt eine Ducht 7 in Fig. 16 aus dem Tau bis auf eine gewisse Länge heraus, und bildet das Auge Fig. 17, indem man die beiden liegengebliebenen Duchten 8 an den stehenden Part legt, und die entstandenen in der Figur durch die Schattirung angedeuteten Zwischenräume mit der Ducht 7 ausfüllt, bis sie wieder unter das Auge zurückkehrt, und mit den beiden Duchten 8 zusammentrifft. Die Enden werden geschraapt, zugespitzt, gemarlt und zuletzt mit Schiemannsgarn bekleidet. 9

Ein Spindelauge, Fig. 18, wird gemacht, indem die einzelnen Kabelgarne des ganzen Taus von einander gelegt werden; man nimmt darauf ein rundes Holz oder Tau von dem Umfange des beabsichtigten Auges, und sticht um dasselbe je zwei und zwei Garne zusammen, wie es die Figur zeigt. Die Enden werden geschraapt, gespitzt, gemarlt und bekleidet; das Ganze bildet ein gutes Auge für das Ende eines Stags. Die einzelnen Garne sind in der Figur der Deutlichkeit wegen stärker gezeichnet, als sie im wirklichen Verhältnisse zum Tau sind. 10

Eine Bugtsplissung, Fig. 19, entsteht, wenn man ein Tau in zwei Theile zerschneidet, und je nach der Größe des beabsichtigten Auges jedes Ende an das andre Tau legt, und die aufgedrehten Duchten, wie bei der gewöhnlichen Augsplissung durch die festen Duchten des andern Taus steckt. Hiedurch wird das Auge U in der Bugt des Taus gebildet; man gebraucht es zu Hangern, Klüverbaumbackstagen u. dgl. 11

Um einen einfachen oder Englischen Wandknopf oder Wandknoten zu machen, dreht man Fig. 20 die Duchten eines Tauendes auf; mit der Ducht 1 bildet man eine Bugt und hält das Ende an der Seite des Taus 2 herab; das Ende der nächsten Ducht 3 nimmt man rund um die Ducht 1; 12

und das Ende der Ducht 4 rund um die Ducht 3, und durch die Bugt, welche zuerst von der Ducht 1 gebildet war; darauf zieht man alle Enden fest, und der Wandknopf wird wie in Fig. 21 aussehen.

13 Der Schildknopf mit einem Schild- oder Kreuzknopf, ist nur eine besondre Art des Wandknopfs; man legt, Fig. 22, eines der Enden als das erste a über den Knopf; darauf das zweite b über a und das dritte c über b, und zieht es durch die Bugt von a; holt man alle Enden fest an, so erscheint der Knopf wie Fig. 23, wo nur die Enden der Deutlichkeit wegen nicht ganz festgezogen sind. Man nennt diesen Knoten auch den einfachen Schildknopf.

14 Ein doppelter oder Deutscher Wandknopf, wie Fig. 24, entsteht auf folgende Weise: man nimmt eines von den Enden des einfachen Schildknopfs 23, z. B. das Ende b, und bringt es unterhalb der ihm nächstliegenden Bugt, und steckt es durch dieselbe Bugt d; man thut das nämliche mit den andern Duchten, indem man sie nach oben zu durch zwei Bugten steckt; alsdann hat der Knopf die Gestalt wie Fig. 24, d. h. eine doppelte Wandung und einen einfachen Schildknopf oben auf.

15 Um einen Türkischen Knopf mit doppeltem Schilde, Fig. 25, zu machen, hat man die Enden des vorigen Knopfs neben den Duchten derselben zu legen, und durch die doppelten Bugten der Wandung nach unten hin zu stecken, wie in der Fig. 25 zu sehen. Man nennt diesen Türkischen Knopf auch doppelten Schildknopf, und zuweilen auch Halsknopf, und gebraucht ihn auch zu den Marsschooten.

Uebrigens muß die erste Wandung oder erste Bugt eines Wandknopfs in entgegengesetzter Richtung gemacht werden, als das Tau geschlagen ist, d. h. gegen die Sonne, wenn es mit der Sonne geschlagen worden; die einzelnen Duchten liegen alsdann schicklich für die zweite Schildknopfbildung. Die Enden werden geschraapt, nach unten hin zugespitzt, gemarlt, und mit Schiemannsgarn bekleidet.

16 Ein Taljereepsknopf (Matthew-Walker's-knot), Fig. 27, entsteht auf folgende Weise. Man dreht die Duchten eines Taus, Fig. 26, auf, und nimmt die eine davon 1 um das Tau herum, und durch ihre eigene Bugt; das Ende 2 unterhalb durch die Bugt des ersten Endes, und durch seine eigene Bugt; das Ende 3 unterhalb durch die Bugten der Enden 1 und 2 und durch seine eigene Bugt. Holt man sie fest an, so bilden sie den Knoten 27, und werden zuletzt abgeschnitten. Dieser Knoten dient besonders das Ende eines Taljereeps zu sichern.

Sämmtliche Knoten sind in den Zeichnungen etwas loser gelassen, als sie in der Wirklichkeit sein dürfen, um den Lauf der einzelnen Duchten deutlicher zu zeigen. Die Knoten dienen zum großen Theile dazu, ein Tau von dem völligen Durchgehen oder Durchschlüpfen durch ein Gatt oder ein Ohr abzuhalten, so daß es nicht festgestochen zu werden braucht, sondern seine Haltung durch den Knopf erhält.

17 Der einfache Schauermannsknopf, Fig. 29, wird auf folgende

Weise gemacht. Ein Tau wird, Fig. 28, bis auf eine bedeutende Länge aufgedreht; von den drei Duchten bildet man drei Bugten am Tau herab, und hält sie fest. Darauf steckt man das Ende der Ducht 1 über die Ducht 2 und durch die Bugt der Ducht 3, wie die Figur zeigt; darauf steckt man die Ducht 2 über die Ducht 3, und durch die Bugt der Ducht 1; endlich die Ducht 3 über die Ducht 1 und durch die Bugt der Ducht 2, und zieht alle Enden fest an; nachdem so der Knopf gebildet, legt man die Enden wieder zusammen, und dreht sie zum ursprünglichen Tau zusammen; alsdann zeigt sich der Schauermannsknopf in der Mitte des Taus, wie in Fig. 29. Dieser Knoten, den die Engländer single diamond-knot nennen, wird besonders an Klüverbaumbackstagen, Glockentauen, Fallreepen und Scheertauen gebraucht, welche letztere durch die Finknetzstützen geschooren werden. Auch dienen sie zu den Pferden an den Raaen, am Klüver- und am Giekbaum, damit dieselben nicht zu weit durch die Kauschen der Springstroppen hindurch gehen, und das Stehen auf den Pferden unsicher machen.

18 Der doppelte Schauermannsknopf (double diamond-knot), Fig. 30, wird auf gleiche Weise wie der einfache, nur mit dem Unterschiede gebildet, daß die Duchten durch zwei einfache Bugten gehen, daß die Enden an der oberen Seite des Knotens herauskommen, und die letzte Ducht durch zwei doppelte Bugten geht.

Bei beiden Arten von Schauermannsknöpfen werden die Enden nachher wieder bis dahin zusammengedreht, wo der nächste Knopf hinkommen soll.

19 Der Blinde-Schooten-knopf, Fig. 33, wird auf folgende Weise gemacht. Man dreht die beiden Enden eines Taus, Fig. 31, auf, und macht mit der Ducht 1 eine Bugt. Darauf wandet man die sechs Duchten gegen den Schlag des Taus zusammen, also bei troßweise geschlagenem von rechts nach links, gerade so wie bei dem einfachen Wandknopf (S. 2625 Nr. 12); d. h. man legt die zweite Ducht über die erste, die dritte über die zweite u. s. f., die sechste über die fünfte und durch die von der ersten gebildete Bugt, und zieht sie etwas fest; alsdann sieht die einfache Wandung wie Fig. 32 aus. Man macht dann oben den Schildknopf, wie bei Fig. 33, indem man zwei Duchten, welche am passendsten dazu liegen, wie 5 und 2, kreuzweis über die Oberseite der Wandung legt; darauf steckt man die andern Duchten 1, 3, 4, 6 abwechselnd über und unter die zwei vorhergenannten, und zieht sie fest; alsdann erhält der Knopf genau die Gestalt von Fig. 33. Man kann auch die Wandung verdoppeln, indem man die Duchten 2, 1, 6 u. s. w. unter die links von ihnen liegenden Wandungen, und durch dieselben Bugten steckt, wenn die Enden für die zweite Schildung heraufkommen. Dies geschieht, indem man den Wegen der einzelnen Schildung folgt, und die Enden durch die Wandung herabsteckt, wie vorher für drei Duchten gezeigt worden. Dieser doppelt gewandete und geschildete Knopf dient auf den Kauffahrteischiffen oft zum Stopperknopf.

20 Der Stopperknopf, Fig. 34, wird durch einfache und doppelte Wandung, wie bei den eigentlichen Wandknöpfen (S. 2625 u. 2626) aber ohne Schildung

gemacht, und zwar gegen den Schlag des Taus, die Enden werden, wie in der Figur, mit einem Bindsel gestoppt.

21 Der Wanttauknoten, Fig. 35, dient dazu, ein durchschossenes oder sonst gebrochenes Wanttau wieder zusammenzuknüpfen. Man legt die aufgedrehten Duchten beider Enden ineinander, wie zu einer kurzen Splissung; alsdann macht man die einfache Wandung gegen den Schlag des Taus, also bei kabelweise geschlagenem von der linken zur rechten Hand, wie in der Figur, um den stehenden Part des andern Taus. Die Enden werden geschraapt, zugespitzt, gemarlt und mit Schiemannsgarn bekleidet.

22 Der Französische Wanttauknoten, Fig. 37, sieht zierlicher als der vorige aus, und ist eben so haltbar. Man legt die Duchten der beiden Enden, Fig. 36, wie vorher zwischen einander. Man legt die Enden 1, 2, 3 zurück auf ihren eigenen Taupart b, und macht eine einfache Wandung mit den Enden 4, 5, 6 rund um die Bugten der drei andern Duchten, und den stehenden Part b; alsdann erhält man den Knoten wie Fig. 37. Die Enden werden geschraapt u. s. w. wie vorher.

23 Ein Boyereepsknoten, Fig. 39, wird auf folgende Weise aus einem kabelweise geschlagenen Taue gemacht. Man dreht die Kardeele auf, und nimmt aus jedem eine Ducht hervor. Die Kardeele dreht man wieder zusammen, und läßt die Duchten draußen, wie Fig. 38. Darauf macht man mit diesen letztern eine einfache und eine doppelte Wandung, wie bei dem Stopperknoten (Nr. 20), rund um das Tau, und legt die Enden wie eine Trensing in die Zwischenräume, und stoppt sie mit Schiemannsgarn, wie Fig. 39 d.

24 Ein Stich wird von einem Ende eines Taus um dasselbe gemacht, und unterscheidet sich von einem Knoten darin, daß er nicht so fest wie der letztere zusammengezogen oder geschliert wird, sondern sich wieder leicht öffnen läßt. Man nimmt, Fig. 40, das Ende b eines Taus um dessen stehenden Part, bringt es durch dessen Bugt herauf, und sorrt oder bindselt es an den stehenden Part d. Ein solcher einfacher heißt ein Halbstich (Half-hitch). Wenn dagegen das Ende zweimal herumgenommen wird, wie Fig. 41, so heißt es ein Zimmer- oder Timmerstich (Clove-hitch).

25 Bei einem Sackstich (Over-hand-knot), Fig. 42, nimmt man das Ende b über den stehenden Part a und durch die obere Bugt c.

Eine besondere Art von Sackstich, den man der Gestalt wegen einen Achtstich (Figure-of-eight-hitch) nennt, ist Fig. 43. Man nimmt das Ende a um den stehenden Part b, unter seinen eigenen Part d und durch die Bugt c.

26 Ein einfacher Bulienstich, Fig. 46, wird gebildet, indem man Fig. 44 das Ende a in die rechte Hand, und den stehenden Part b in die linke Hand nimmt, das Ende über den stehenden Part legt, und mit der Linken eine Bugt des letztern dreht, wie Fig. 45; darauf führt man das Ende um den stehenden Part und wieder durch die Bugt; alsdann erscheint es wie Fig. 46.

Ein Bulienstich an einer Taubugt, Fig. 48, entsteht auf diese Art: man nimmt Fig. 47 die Bugt a in eine Hand, und die stehenden Parten b in die andere, und schlägt von den letztern eine Bugt oder eine Kink über die

Bugt a, wie für den einfachen Bulienstich. Darauf nimmt man die Bugt a um die stehenden Parten b, und über die großen Bugten c c, und bringt sie wieder herauf. Alsdann ist der Stich fertig, wie in Fig. 48.

Um einen laufenden Bulienstich zu machen, wie Fig. 50, nimmt man Fig. 49 das Ende rund um den stehenden Part b und durch die Bugt c, und macht den einfachen Bulienstich auf den Part d; alsdann ist der laufende Stich fertig.

27 Ein Reefknoten, Fig. 52, beginnt mit einem Sackstich, Fig. 51, um eine Raa oder Spiere; das nähere Ende a bringt man nach links, und das andere b nach rechts, nimmt a um b und zieht den Knoten fest.

28 Ein Fischerstich (Timber-hitch), Fig. 53, bildet sich, indem man das Ende eines Taus a um eine Spiere oder ein andres Holz, und unten über den stehenden Part b nimmt; darauf nimmt man einige Schläge um seinen eigenen Part c, und der Stich ist fertig.

29 Ein Rollstich (Rolling-hitch), Fig. 54, entsteht auf folgende Art: man nimmt zwei runde Schläge mit dem Ende a um eine Spier oder dgl. bei c; darauf macht man zwei Halbstiche um den stehenden Part b, und hat den Rollstich fertig.

30 Ein Schottstich (Magnus-hitch), Fig. 56, wird gemacht, indem man, Fig. 55, mit dem Ende eines Taus zwei runde Schläge um eine Raa oder Spier macht, dann das Ende a vor den stehenden Part bringt, wieder unter die Spier und um sie herum nimmt, und durch die eigene Bugt steckt; das Ende wird mit der Bugt zugeschliert, wie Fig. 56 d.

31 Ein einfacher (enkelter) Holländer, Fig. 58, entsteht folgendermaaßen. Man macht, Fig. 57, eine einfache Bugt c, indem man das Ende a unter den stehenden Part b nimmt; die Bugt legt man, Fig. 58, über den Haaken eines Taakelblocks, indem man den Part d auf demselben ruhen läßt; der Part a wird mit dem stehenden Part zugeschliert; dieser Holländer wird beim Ansetzen der Wanten in dem Taljereep gemacht.

32 Eine Katzenpfote (Cats-paw), Fig. 60, macht man folgendermaaßen: man legt, Fig. 59, das Ende a über den stehenden Part b, und bildet die Bugt e; man nimmt die Seite c dieser Bugt in die rechte, und die Seite d in die linke Hand, und dreht sie dreimal von sich ab; alsdann wird in jeder Hand eine Bugt sein, c und d in Fig. 60; durch diese Bugten steckt man den Haaken eines Taakelblocks.

33 Ein Schootenstich (Sheet-bend), Fig. 61, entsteht, wenn man das Ende a des einen Taus durch die Bugt b eines andern steckt, und um beide Parten c d desselben herum und durch die eigene Bugt nimmt.

34 Zu einem Leesegelsfallstich (Fischerman's-bend), Fig. 62, macht man mit dem Ende c zwei Schläge um die Spier, einen Halbstich um den stehenden Part b, und unter die Schläge bei c, und noch einen Halbstich um den stehenden Part b.

35 Ein Plattstich (Carrick-bend), Fig. 64, wird auf folgende Weise gemacht: man bildet, Fig. 63, eine Bugt c, indem man das Ende a über den

stehenden Part b legt. Man legt das Ende e eines andern Taus d unter a und b; dann folgt man dem Wege der punktirten Linie, über a, durch die Bugt, unter d, und wieder durch die Bugt hinauf, wie Fig. 64, wo c dasselbe Ende darstellt, welches in Fig. 63 mit e bezeichnet worden.

36 Trossen werden zuweilen so mit einander verbunden, wie Fig. 65; die eine Troß hat einen Halbstich, und das Ende ist an den stehenden Part bei b mit einem Hartbindsel und bei a mit einem Rundbindsel festgebindselt. Eine andre Troß wird durch die Bugt gezogen und auf dieselbe Weise mit dem Halbstiche und den Bindseln bei d und e versehen.

Zuweilen werden die Enden zweier Taue, Figur 66, a c, zusammengelegt, und ein Hartbindsel wird bei e angebracht; das Ende a wird auf den stehenden Part b, und der stehende Part d nach c zurückgebogen; ein neues Hartbindsel wird, wie bei f in Fig. 67, und am Ende ein Rundbindsel g angebracht; dasselbe geschieht auf der andern Seite.

37 Einen Midschipman'sstich, Fig. 69, macht man auf folgende Art: mit dem Ende a, Fig. 68, nimmt man einen Halbstich um den stehenden Part b, und einen andern Schlag durch dieselbe Bugt, und läßt es zwischen den Parten des Stichs festschlieren; wenn der Stich zusammengezogen ist, so sieht er wie Fig. 69 aus. Das Ende kann um den stehenden Part genommen, oder an denselben gestroppt werden. Mit solchem Midschipman'sstiche wird der Steertblock eines losen Taakels an ein Tau oder ein Fall gestochen, um die Zugkraft zu vermehren.

38 Bindseln heißt die beiden Parten eines Taues mit Schiemannsgarn, oder Hüsing, oder Marlien, oder irgend einer dünnen Leine zusammenbinden.

Ein Kreuzbindsel (Round seizing), Fig. 73, wird auf folgende Weise gemacht. Man splißt zuerst ein Auge in das Bindsel, wie in Fig. 70 zu sehen, nimmt das andere Ende um beide Parten des größeren Taues, und durch das Auge, schlägt noch zwei Schläge herum, und zieht sie mit der Hand fest. Darauf macht man eine Art Katzenpfote mit dem Bindsel, indem man einen Schlag mit einem Marlpfriem macht, den Endpart über den stehenden Part legt, den Marlpriem abwärts durch die Bugt, unter den stehenden Part, und wieder durch die Bugt hinauf nimmt. Diese beiden Schläge werden mit dem Marlpfriem so fest als möglich gedreht. Darauf nimmt man die übrigen Schläge des Bindsels um das Tau, und dreht sie auf gleiche Weise fest, und zwar je nach der Größe des Taus, sechs, acht oder zehn Schläge; das Ende wird durch den letzten Schlag gesteckt, wie in Fig. 72. Mit dem durchgesteckten Ende macht man ein zweite Lage von Schlägen über der ersten, und zwar immer einen weniger als unten, also fünf, sieben oder neun, welche die Reiter genannt werden; diese dreht man aber nicht fest, damit nicht die darunter liegenden von einander getrennt werden. Das Ende wird durch das Bindsel hinaufgenommen; hierauf macht man zwei perpendikuläre oder Kreuzschläge zwischen den beiden Parten des Taus und um die Bindselschläge, wie in Fig. 73, und steckt das Ende durch den letzten Schlag; diese Kreuzschläge werden wieder fest angedreht. Besteht das Bindsel aus dünnem Tauwerk, so macht man an

dem Ende einen Wandknopf; besteht sie aber aus Schiemannsgarn, so macht man nur einen Sackstich.

Wird ein solches Bindsel an die beiden Enden eines Taus gelegt, so heißt es ein Endbindsel; bringt man es an der Bugt an, wie in der Figur, so nennt man es ein Augbindsel; liegt es zwischen beiden genannten, so heißt es ein Mittelbindsel.

39 Ein Herz- oder Hartbindsel, Fig. 75, wird auch mit reitenden Schlägen aber ohne Kreuzung gemacht. Man bildet, Fig. 74, eine Bugt, indem man das Ende a über den stehenden Part b legt. Darauf legt man das Bindsel an; das Ende steckt man durch den letzten Schlag der Reiter, und macht einen Knoten daran. Den Endpart des Taus, Fig. 75, biegt man aufwärts, und befestigt ihn mit einem Kreuzbindsel an den stehenden Part, wie in der Figur. Solches Hartbindsel wird besonders gebraucht, um Jungfern, Doodshoofden, Blöcke und Kauschen an den Tauen zu befestigen.

40 Stoppen heißt die beiden Enden eines Taus mit einem Bindsel, aber ohne Kreuzschläge, zusammenbinden.

Seisen oder verseisen heißt vorzugsweise die beiden Theile eines Taljereeps oder eines Gienläufers an einander befestigen, während die Gien abgeschaakt oder verfahren wird. Die Schläge der Seising werden, wie Fig. 76, kreuzweise zwischen und um die beiden Parten genommen, um sie dann fest zu schlieren. Häufig werden vor den Kreuzschlägen noch runde Schläge genommen, die man Kneifschläge nennt. Ueber dieselben hin werden auch Reiter geschlagen, und die Enden mit einem Reefknoten (vergl. Nr. 27) befestigt, sobald die Seising länger liegen bleiben soll.

41 Damit sich die Enden eines Taus nicht aufdrehen und auseinander gehen, werden sie gespitzt, wie Fig. 79 und Fig. C (links unten auf der Tafel XXXII, A). Diese Zuspitzung wird folgendermaaßen gemacht. Man nimmt die Duchten wie zum Spliſſen auseinander, und stoppt dann das Tau, wo es nicht weiter aufgehen soll. Man nimmt darauf so viele Kabelgarne als nöthig sind, heraus, und macht Knüttels davon (d. h. mit der Hand von Theilen der Kabelgarne zusammengedrehte dünne Leinen), doch so daß sie am Tau bei der Stoppung mit dem einen Ende festsitzen bleiben. Die übrigen Garne werden mit einem Messer herunter geschraapt, wie Fig. 77. Aus jedem von den stehen gebliebenen Kabelgarnen macht man zwei Knüttels. Die eine Hälfte derselben legt man abwärts auf den geschraapten Theil des Taus; die andre Hälfte aufwärts auf das feste Tau, wie in Fig. 78. Hierauf nimmt man eine Länge Nähgarn (weißes Garn, womit die Nathen der Segel genäht werden), und schlägt einige Schläge bei a rund um das Tau, und zwischen den nach oben und nach unten liegenden Knüttels, und zieht sie recht fest; diese Schläge zusammen nennt man das Werp; zur Befestigung macht man einen Stich. Darauf legt man die unteren Knüttels nach oben und die obern nach unten, und macht ein neues Werp, so fährt man fort, und bildet auf diese Weise eine Art Flechtwerk. Die Enden können zuletzt betaakelt, d. h. zusammengebunden, und mit Nähgarn geschwigtet, d. h. im Zickzack zusam-

mengezogen werden; oder es werden die Knüttels über dem Werp zusammengestochen, und festgezogen. Das obere Bindsel, womit das Tau selbst gestoppt ist, muß auch geschwigtet werden, wie Fig. 79 zu sehen ist. Die fertige Spitzung sieht aus, wie Fig. C. Wenn das Tau sehr stark ist, so befindet sich am Ende ein kleiner Stropp g. Ist der sich zuspitzende Theil zu schwach, um die Flechtung der Knüttels zuzulassen, so kann man ein keilförmiges Stück Holz hineinstecken, und dann auf die angegebene Weise verfahren.

Da wo ein Bindsel um einen einzelnen Part eines Taus gelegt wird, kann es nicht durch Kreuzschläge gesichert werden, deshalb wird es geschwigtet. Eine solche Schwigtung wird, Fig. 80, auf die Art gemacht, daß man die Endparten im Zickzack unter und über den obersten und den untersten Schlag nimmt.

42 Die Pfropfung eines Taus (Grafting), Fig. 82, wird auf folgende Weise gemacht. Man legt die aufgedrehten Duchten zweier Enden eines Taus so zwischen einander, wie zu einer Splissung, Fig. D. Darauf werden die Garnen geöffnet, auseinander genommen, und Knüttels aus ihnen gemacht, wie vorher bei der Spitzung. Die Knüttels des untern Parts a, in Fig. 81, werden getheilt, und durch ein Werp geschieden, und so das Tau erst nach unten hin beflochten. Darauf macht man dasselbe mit den Knüttels des oberen Parts, und bringt an beide Enden eine Schwigting an, wie Fig. 82 zu sehen ist. Es gilt hier die nämliche Bemerkung wie früher: die Kabelgarne sind sämmtlich in den Tafeln zu stark gezeichnet, um deutlich zu bleiben.

Oft werden die Stroppen der Blöcke, namentlich derer auf dem Quarterdeck der Zierlichkeit wegen statt mit einer kurzen Splissung mit einer Pfropfung gebildet; diese kann aber dazu nie so sicher sein als die Splissung; denn sobald die Flechtung durch Reibung oder Regen verdorben ist, läßt die ganze Verbindung los. Sollen also die Blöcke mit einer Pfropfung gestroppt werden, so ist es am sichersten, dazu Wantstroppe zu nehmen, bei denen, wie sich sogleich zeigen wird, alle Theile gleich stark tragen, und demnach der Stropp auch dann noch hält, wenn die Pfropfflechtung nachgiebt.

43 Eine Stagmaus oder Maus, Fig. 83, ist eine spindelförmige Erhöhung am obern Ende eines Stags, welche vor dem Auge desselben zu liegen kommt, und das Zuschlieren des obern Stagtheils verhindert, wie Tafel XXXIII, B, Fig. 24 zu sehen ist. Man macht solche Mäuse gewöhnlich von Schiemannsgarn, von dem man hinreichend viele Schläge um das Stagtau legt und festzieht, mit darüber und darunter gehendem Kabelgarn befestigt, dann eine Schmarting und zuletzt eine Pfropfflechtung darüber anbringt. Uebrigens genügt, wie es auch auf Kauffahrteischiffen gewöhnlich geschieht, die Umlegung einer Schmarting, welche nach den beiden Enden der Maus verdünnt und gemarlt wird, so daß man kein Schiemannsgarn darunter zu legen braucht. Fig. 83 zeigt eine solche von Schmarting gebildete Maus. Die Knüttels werden von dreischäftiger Hüsing (welche die Engländer Hambro'-line nennen) genommen, mit ihrer Mitte gerade auf die dickste oder mittelste Stelle b der Erhöhung gelegt, mit dem Werp befestigt, und wie vorher auf und nie-

der gelegt. Je weiter man nach den dünnen Enden der Maus zukommt, verringert man die Zahl der Knüttels. Man setzt die Pfropfflechtung ein wenig über die Enden der Maus auf dem Stage selbst fort, und legt die Bekleidung desselben über die Enden der Knüttel, um sie damit statt der Schwigtung zu befestigen. Das Werp ist je nach der Dicke des Stags Marlien oder Hüsing.

Ein Leguan oder Mitis (Pudding), Fig. 84, wird wie ein Kranz um Masten und Raaen gelegt. Man nimmt dazu ein hinlänglich langes Stück Tau, was von der Dicke des Rundholzes abhängt, splißt an jedem Ende ein Auge ein, und bekleidet dann das Tau seiner ganzen Länge nach mit Schiemannsgarn, so daß man von den Enden nach der Mitte zu die über einander liegenden Schläge immer vermehrt, damit die letztere dicker wird, und dem Leguan seine Gestalt giebt. Ist er für einen Mast bestimmt, so giebt man ihm der Zierlichkeit wegen eine Pfropfflechtung. An eines der Augen wird eine Sorring oder ein Sorringssteert eingesplißt, um den Leguan vermittelst des andern Auges an den Mast zu sorren. Sorren heißt irgend Etwas mit einem stärkeren Tau als einem bloßen Bindsel festbinden. 44

Eine Mastwuhling (Dolphin), Fig. 85 und 86, wird so begonnen, wie ein Leguan, indem man an jedes Ende des hinlänglich langen Taus ein Auge einsplißt, aber ohne die Kleidung nach der Mitte zu erhöhen; darüber wird eine Trensing und eine Schmarting gelegt, und darauf, wie Fig. 85, eine Pfropfflechtung angebracht. An das eine Ende wird ein Sorringsbindsel angesplißt. Bei der Sorrung um den Mast steckt man das Bindsel abwechselnd über und unter das eine und das andre Auge, und das Ende nimmt man in einer Kreisform um die Kreuzsorring, wie Fig. 86. Eine solche Sorring nennt man eine Rosenkreuzung (Rose-lashing). 45

Platting (Foxes) wird von Kabelgarnen geflochten. Man nimmt dazu drei, fünf, sieben, neun Enden u. s. w., je nach der beabsichtigten Stärke, dreht oder rollt sie vorher zu je zwei auf dem Knie zusammen, und reibt sie stark hin- und rückwärts mit einem Stück Segeltuch. Solche zusammengedrehte Garne heißen Fuchsjes. — Spanische Platting wird aus einzelnen, nicht zu je zwei zusammengedrehten, Garnen geflochten. Die einzelnen Enden werden um die Hand aufgewickelt und zusammengedreht, wie in Fig. 89 zu sehen, damit sie klar herunter hängen, und das Flechten nicht hindern. 46

Seisings zum Beschlagen und sonstigem Befestigen der Segel werden je nach der Größe aus drei oder vier Fuchsjes gemacht, welche man mit ihrer Mittelbucht über einen Pumpenbolzen oder dergleichen aufhängt, und flicht die drei oder vier Parten nach der Länge des Auges zusammen, wie Fig. 87. Die Flechtung selbst geschieht ganz einfach, indem man die äußeren Fuchsjes auf jeder Seite abwechselnd über die inneren bringt. Ein äußeres Fuchsje wird mit der rechten Hand gelegt, und der Rest so lange mit der linken gehalten. Wenn dies geschehen ist, schiebt man den zum Auge bestimmten und jetzt schon geflochtenen Theil bis zu seiner Mitte auf den Bolzen, wie 47

Fig. 88, so daß jetzt alle noch ungeflochtenen Fuchsjes neben einander hängen und flicht jetzt diese in der vorigen Weise zusammen; alsdann ist zuerst das Auge fertig. Darauf fügt man noch ein Fuchsje bei a hinzu, und flicht es bis zu einer passenden Länge hinein. Je weiter man alsdann kommt, desto mehr Fuchsjes läßt man nach und nach fort, so daß sich der Seising gegen das Ende zu allmälig zuspitzt. Kommt man zur Spitze, so legt man ein Fuchsje aufwärts, flicht die andern noch etwas weiter zusammen, und holt das aufgelegte durch und zusammen.

48 Reefseisings werden ebenfalls von Fuchsjes geflochten. Sie bestehen zuweilen aus einem Stücke, oder sind einfach. Man fängt sie dann in der Mitte an, macht sie dort am breitesten, und läßt sie gegen die Enden zu schmäler werden. Wenn sie durch die Reefgatten des Segels gezogen sind, macht man auf jeder Seite des Gatts einen Sackstich, damit sie nicht hin und her gezogen werden können. Diese Stiche oder Knoten zieht man auf die Weise fest zusammen, daß man ein Ende durch ein Scheibengatt steckt, es anfaßt, und mit dem Fuße die Scheibe dreht. Man macht jetzt die Reefseisings gewöhnlich nach Art der Raabänder, d. h. aus zwei Theilen, von denen jeder ein Auge hat (vergl. S. 2561). Die Augen sind dann länger geflochten, um einen Schlag darin nehmen zu können, wie oben gezeigt worden. Ein Fuchsje wird wie vorher aufgelegt; weil aber die Reefseisings beinahe unaufhörlich gegen das Segel schlagen, und sich daher leicht öffnen können, so betaakelt man sie an den Spitzen mit Nähgarn, und steckt das Ende desselben mit einer Segelmachernadel durch das Ganze.

49 Kleid-Platting (Sennit) zur Bekleidung der Ankertaue wird von Kabelgarnen ganz in ähnlicher Weise, wie diejenige zu den Seisings, nur etwas stärker, geflochten.

50 Flechtmatten (Wrought-Mats) sind mattenartige Geflechte von Schiemannsgarn oder Kabelgarn, womit man Ankertaue, Wanten, Taljereepe, Masten und Raaen an solchen Stellen bekleidet, wo sie durch vorbeifahrendes Tauwerk schadhaft gerieben, oder schamvielt werden können.

Man spannt, Fig. 89, ein Ende dreischäftige Hüsing (Hambro'line) in einer horizontalen Richtung aus, und hängt eine der beabsichtigten Breite angemessene Zahl von Fuchsjes darüber. Das Fuchsje c zunächst der linken Hand hat einen Schlag in seine beiden Parten eingedreht. Darauf stellen sich zwei Mann einander gegenüber an beide Seiten der Hüsing; der eine bekommt den einen Part von c in die Hand. Das nächste Fuchsje hat auch einen Schlag in seinen beiden Parten, und der eine davon wird auf die andre Seite zurückgegeben; der übrig bleibende Part wird um denjenigen gedreht, welcher zuerst zurückgegeben war, wie in der Figur, und dieser wieder um den eigenen Part. In dieser Weise bildet sich allmälig die Matte, wie Fig. 89, bis alle Fuchsjes eingeflochten sind. Die zwei zur Linken h werden immer zusammengedreht, bis diejenigen zur Rechten zu ihnen hinkommen, um die Schläge immer einzuhalten. Am Ende wird ein andres Stück Hüsing hineingelegt, die Fuchsjes werden aufgedreht, ihre Enden um dieselbe gestochen, und dann mit einem

Marlpfriem in das Gewebe hineingebracht. Um die Oberfläche solcher Matten weicher zu machen, werden Duchten und Garne von altem Tauwerk in etwa drei Zoll lange Stücke zerschnitten, und mit großen Nadeln oder Pfriemen durch die Abtheilungen des Gewebes gezogen, und dann aus einander gedreht; diese kurzen durchgezogenen und aufgedrehten Garne heißen Drömels oder Dreumels (Thrumbs); solche Matten, welche auf diese Art eine dem daran liegenden Tauwerke vortheilhaftere rauhe Seite haben, heißen gespickte Matten.

Die Gattlägel oder Tauringe, mit denen die Gatten in den Segeln eingefaßt werden, Fig. 91, macht man von einer allein genommenen Tauducht, Fig. 90, indem man nach der beabsichtigten Größe einen Part über den andern legt, und mit dem langen Ende f dem Schlage oder den Schlagbiegungen folgt, bis sich der Ring, Fig. 91, geschlossen hat. Mit den beiden Enden macht man einen Sackstich, dreht sie auf und steckt sie, wie bei der Langsplissung, zwischen die Parten. 51

Webmatten (Wove-mats), Fig. 92, werden folgendermaßen gebildet: Man spannt zwei Stücke Hüsing in einer der Länge der Matte angemessenen Entfernung von einander aus, und darüber eine der Breite entsprechende Zahl von Parten des Schiemannsgarns oder der Platting, wie in der Figur. Zwischen diese Schläge, abwechselnd darunter und darüber steckt man einen runden hölzernen, einem Splißhorn ähnlichen Stab d, welcher das Schwert (Sword) genannt wird. Die aufgespannten Parten bilden die bei den Webern sogenannte Kette oder den Zettel. Zu dem kreuzenden Faden des Gewebes, den die Weber den Einschlag nennen, oder nach dem Schiffsausdruck zum Werp, nimmt man Schiemannsgarn e, und bringt es durch die Parten, welche durch das Schwert geöffnet sind. Mit dem letztern schiebt man es bis dicht an die Kreuzung der Parten. Darauf legt man ein Stück Schiemannsgarn i durch dieselbe Oeffnung, sticht es locker zusammen und schiebt es bis an das entgegengesetzte Ende, wo man es läßt. Man nimmt darauf das Schwert heraus und steckt es über und unter die andern Parten, so daß die vorher untern jetzt die obern sind, zieht wieder den Werp durch, und schiebt ihn mit dem Schwert fest. Darauf hebt man mit dem Schiemannsgarn i diejenigen Parten wieder in die Höhe, welche zuerst oben waren, und setzt so das Durchziehen des Werps fort, bis das Gewebe fertig ist. 52

Ein Türkenkopf, Fig. 95, wird von Logleine, oder Hüsing, oder anderer Leine zum Schmuck am Glockentau und an den Laufstagen, die auf das Bugspriet führen, angebracht. Man nimmt die Leine mit einem Timmerstich, wie Fig. 93, um das Tau, bringt die Bugt d unter die Bugt g, und nimmt das Ende durch dieselbe herauf; es sieht dann aus wie Fig. 94; darauf macht man noch eine Kreuzung mit den Bugten, nimmt die Enden abwärts, und folgt der Leitung der schon vorhandenen Schläge; auf diese Weise bildet sich eine Art von Türkischem Turban (Fig. 95), wovon der Name kommt. 53

Einen Wantstropp, Fig. 96, bildet man, indem man Kabelgarne rund um zwei Pöller, oder sonst wie in eine Bugt zusammenlegt, und sie mit 54

Schiemannsgarn zusammenmarlt. Große Wandstroppe werden von Schiemannsgarn gemacht, um sie beim Einsetzen der Masten um dieselben schlagen zu können. Blockstroppen werden auch auf diese Weise gemacht (vergl. S. 2632, Nr. 42), besonders für Fußblöcke an den Wanten, durch welche das laufende Tauwerk auf Deck herabkommt; diese werden auch von Spanischen Fuchsjes gemacht.

55 Ein Trompetenstich (Sheep-shank), Fig. 97, dient dazu, ein Tau, welches zu lang ist, zu verkürzen, wie eine Pardune, oder den Mantel eines Taakels u. dergl. Man macht mit den stehenden Parten a a einen halben Stich um die Bugten b b; alsdann kommt der Stich, wie in Fig. 97, zu Stande.

56 Man kann auch ein Tau durch eine hinzugenommene Ducht verlängern; man durchschneidet, Fig. 100, eine Ducht, und nimmt sie, soweit wie bis b heraus; dort durchschneidet man die Ducht b. Diese beiden Duchten nimmt man, wie Fig. 99, in derselben Länge heraus, und durchschneidet die Ducht c bei d. Man zieht die beiden Stücke des Taus auf eine angemessene Länge aus einander, und legt den Endpart der längsten Ducht d an der einen Seite über die kürzeste an der andern e. Jetzt bringt man die neue Ducht e, Fig. 98, dazu, indem man sie bei d auf e legt, und dann dem Schlage oder der Schlagbiegung der beiden längsten Duchten bis a folgt. Die Enden werden mit Knoten versehen, und wie bei der Langsplissung unter die Parten gesteckt. Diese Verlängerungssplissung wird hauptsächlich angewandt, um das Ober- und Unterleik eines Segels zu verlängern, wenn man dem Segel ein neues Kleid hinzufügen will. Soll ein solches Leik um zwei Fuß verlängert werden, so müssen die Duchten auf drei Fuß auseinander geschnitten werden, und die hinzu genommene Ducht muß eine Länge von neun Fuß haben.

57 Ein Blockstropp, Taf. XXXII, B, Fig. 27, wird folgendermaßen gebildet: Ein gehörig langes Tau wird mit Schiemannsgarn bekleidet, und seine beiden Enden werden mit einer kurzen Splissung zusammengesplißt; die Fugen werden gut getheert. Die Splissung wird, Fig. 28, über dasjenige Ende a des Blockes gelegt, welches demjenigen gegenübersteht, bei welchem das Tau über die Scheibe fährt, oder mit andern Worten, die Splissung kommt am Heerdende des Blocks zu liegen. Am andern, oder am Tauende wird ein Kreuzbindsel mit Reitern angebracht.

58 Eine eiserne Kausche mit einem Haaken, Fig. 29, wird häufig an einen Block gestroppt, wie Fig. 30. In solchem Falle wird der Stropp durch das Auge des Haakens geschooren, und über die Höhlung der Kausche d gelegt. Darauf wird die Splissung gemacht, und so wie vorher angegeben, ans Heerdende gelegt. Das Kauschbindsel wird zwischen dem Block und der Kausche angebracht, wie Fig. 30.

59 Ein Steertblock, Fig. 31, wird mit einer Augsplissung gestroppt. Die Splissung liegt unter dem Block, und die Enden werden geschraapt, gemarlt und mit Schiemannsgarn bekleidet; das Ende des Taus wird betaakelt. Noch

häufiger wird es aber in einiger Entfernung von der Splissung gestroppt, wie bei a. Alsdann wird der eigentliche Steert (Schwanz) auseinander gedreht, und die Duchten und Garnen werden, wie bei der Platting, zusammengeflochten. Zuweilen werden die aufgedrehten Garnen wie zu einem Wandstropp, blos zusammengemarlt.

Mit einem langen und einem kurzen Schenkel wird ein Block auf folgende Weise gestroppt; er wird, Fig. 32, mit einem Kreuzbindsel an die Bugt oder das Auge eingebindselt; der kurze Schenkel hat an seinem Ende ein Auge eingesplißt; der andre Schenkel bleibt lang, damit er um eine Raa u. s. w., durch das Auge b genommen, und an seinem eigenen Part festgestochen werden kann. Manchmal sind beide Schenkel kurz, und haben beide ein Auge, durch welche sie zusammengebindselt werden. 60

Ein Seitaublock, Fig. 33, wird in der letzterwähnten Weise gestroppt, d. h. beide kurzen Schenkel haben ein Auge; die Mittelbugt des Stropps liegt über dem Obertheile des Blocks; die Schenkel werden durch die Löcher der vorstehenden Schultern oder Haaken geschooren, und das Bindsel wird auf die vorherige Weise angebracht. 61

Drei- und vierscheibige Blöcke werden, Fig. 34, doppelt gestroppt. Das Gehäuse hat dazu auch zwei Keepen. Der Stropp selbst wird getrenst, mit Schmarting belegt, bekleidet, und dann zusammengesplißt. Die Schmarting wird zuweilen fortgelassen. Darauf legt man den ganzen langen Stropp zusammen, so daß in der Mitte die Splissung neben dem ungesplißten Part zusammen über dem Heerdende des Blocks liegt, wie Fig. 34. Das Bindsel wird kreuzweise um und durch die doppelten Parten des Stropps genommen. 62

Wenn dergleichen schwer zu handhabende Blöcke am Bord eines Kauffahrteischiffs gestroppt werden, so scheert man, wie Fig. 35, ein Tau durch eines der Scheibengatte, und befestigt den Block vertikal an einem Ringbolzen, und haakt den Haakenblock eines Stagtaakels an die beiden Bugten des Stropps, und holt ihn auf diese Art fest. Darauf bringt man ein Kneifbindsel, d. h. ein vorläufiges starkes Bindsel an, und dreht dieses mit einer Spaake fest. Darauf treibt man einen starken Keil e zwischen den Block und das Kneifbindsel. Alsdann macht man von Schiemannsgarn an jeder Seite des Blocks anfänglich durch die Mitte der äußersten Scheibengatten, einen Stopper um den Block und den Stropp, schiebt ihn dann bis zum Oberrande des Scheibengatts, seist ihn fest, und dreht ihn mit einer Spaake fest, wodurch der Stropp fest an seinem Platze bleibt. Hierauf schlägt man den Keil e heraus, nimmt das Kneifbindsel ab, und legt das eigentliche Bindsel um.

Wantklampen, Taf. XXXII, B, Fig. F, haben drei Keepen für die Bindsel i i i, welche mit Schwigtings um die Klampe und die Want gelegt werden; an der Rücks. haben sie eine Höhlung, in welche das Wanttau hineinpaßt. 63

Die einfachste Einrichtung zum Winden mit Blöcken ist Scheibe u. Tau, Fig. 38, ein Tau geht durch einen einscheibigen Steertblock; die Engl. nennen eine solche einfache Einrichtung Whip. Die übrigen Arten der Taljen und Taakel sind, 64

S. 1972—1973, und im Wörterbuche unter den Artikeln Block und Taakel ausführlich beschrieben. Wichtig sind auch die Berechnungen der von den Taakeln hervorgebrachten Kraftvermehrungen auf S. 2529 bis 2533.

65 Leinen unterscheiden sich von eigentlichen Tauen darin, daß sie von weit feineren Garnen geschlagen sind. Marlien heißt eine dünne, aus zwei Garnen gemachte und getheerte Leine, welche vorzugsweise zum Bindseln und Marlen gebraucht wird. Marlen heißt eine Leine so um ein Tau oder ein Holz schlagen, daß der Schlag selbst das lose Ende hält, wie Taf. XXXV, D, Fig. 338. Man marlt auf solche Weise das Segel an das untere Leik, weil es dort mehr zu halten hat. Das Marlen ist deshalb weit vorzüglicher als das schneckenlinienartige Annähen; wenn bei dem letzteren ein Schlag reißt, so lassen auch die übrigen nach; beim Marlen hält aber jeder Schlag noch das lose Ende.

Hüsing ist eine dünne, aus drei Garnen bestehende Leine, also etwas dicker als Marlien; beide werden aber troßweise geschlagen. Stärkere Hüsing wird Hamburger Leine, Hambro'-line, genannt.

Die Logleinen, Lothleinen u. s. w. sind im Wörterbuche genauer angegeben.

66 Nähgarn, zum Nähen der Segelnathen, ist zweidrähtig und wird nicht getheert. Taakelgarn ist dreidrähtig und getheert, und dient hauptsächlich zum Betaakeln der Taue, d. h. zum Festbinden um ihre Enden, damit ihre Duchten nicht auseinander gehen.

§. 370. Vom Laufe der Brassen und Bulienen.

1 Nachdem in den beiden vorhergehenden Paragraphen die einzelnen Bestandtheile der Zutaakelung ausführlich beschrieben worden, bleiben noch zwei Hauptpunkte derselben übrig: erstens die stufenweise Fortschreitung der Zutaakelung zu zeigen; zweitens den Lauf oder die Leitung des laufenden Tauwerks zur Uebersicht zusammenzustellen. Der erste Punkt ist in dem Wörterbuche unter dem Artikel Zutaakelung genau dargestellt und mit steter Rückweisung auf die einzelnen Figuren der verschiedenen Tafeln versehen. Dagegen bedarf der zweite Punkt hier einige Berücksichtigung, weil namentlich die Handhabung der Brassen und Bulienen bei der sogleich folgenden Manövrirkunde erforderlich ist.

2 Die Fockbrassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 32, sind mit dem Ende des stehenden Parts an das große Stag gestochen; dann fahren sie nach dem Block b an der Fockraa, und endlich durch den Block a am Auge des großen Stags. Der laufende Part fährt längs dem großen Mast durch einen Fußblock z an einem Augbolzen im Deck.

Auf Kauffahrteischiffen ist der Block a zweischeibig; über die zweite Scheibe fahren die Vormarsbrassen; der Block selbst ist an einem Beschlage fest am großen Mast, zwei oder drei Fuß unter der Langsahling des großen Marses. Der stehende Part ist unmittelbar unter der Maus des Stags festgestochen.

Die **Vormarsbrassen**, Tafel XXXIII, C, Fig. 32, sind mit dem stehenden Part oberhalb ihres Blocks an das große Stag festgestochen, fahren durch den Brassenblock d an der Marsraa, durch den Block c am großen Stag, und durch den Block n an demselben, welcher gerade über der Vorluke hängt. 3

Eine bessere Leitung der Vormarsbrassen ist aber die in Fig. 33; der stehende Part ist am großen Stengestag bei e festgestochen, und fährt durch die Blöcke d f und g. Wenn jetzt die Marsraa aufgeheißt ist, so giebt die hohe Lage des stehenden Parts den Vortheil, daß die Raa beim Brassen nicht so stark herabgezogen wird.

Die **Vorbrambrassen** sind auf großen Schiffen doppelt, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 33, und haben den festen Part am großen Stengenstagauge festgestochen, gehen durch den Block k an der Bramraa, durch den Block i am großen Stengenstag, und durch den Block h, an der Achterseite des Fockmasttops. 4

Sind die Brassen **einfach**, so fahren sie, wie in Fig. 34, von der Nock der Bramraa, über der sie mit einem Auge liegen, nach einem Block, der dicht unter der Splissung am großen Stengestag festsitzt, und dann durch einen Block an der vordersten Stengenwant dicht unter der Flechtung.

Die drei genannten Fock-Vormars- und Vorbrambrassen fahren in größern Kauffahrteischiffen gewöhnlich am großen Mast herunter, und werden dort neben einander belegt; auf kleineren fahren sie durch einen dreischeibigen Block an der vordersten großen Want, und werden dicht an einander belegt, so daß sie zugleich gefiert werden können.

Die **großen Brassen**, Tafel XXXIII, C, Fig. 35, sind mit dem Ende des stehenden Parts an einen Augbolzen festgestochen, der an den Seitenheckstützen festsitzt, gehen dann durch den Brassenblock i an der großen Raa, und zuletzt durch das Scheibengatt h an der Seite des Quarterdecks. 5

Die **großen Marsbrassen** sind mit dem Ende des stehenden Parts an das Besahnstag festgestochen, und fahren dann durch den Brassenblock l an der Marsraa, und durch den Block k am Auge des Besahnstags. Dieser letzte Block ist auch zuweilen an einen Bolzen gestroppt, der an dem Besahntop mit einem eisernen Bande festsitzt. Jetzt hat man auch, wie in Fig. 36, diesen Brassenblock m auf folgende Art. Um den Besahntop liegt ein Hanger mit zwei Schenkeln an das Auge des Besahnstags gebindselt, und hat in dem Ende jedes Schenkels einen Brassenblock m eingesplißt. 6

Wenn aber die große Marsraa aufgeheißt und dabei die großen Halsen nicht dicht an Bord sind, so zieht die so geleitete Brasse die Raa niederwärts und läßt das Segel nicht gut stehen.

Deshalb hat man auf den Kauffahrteischiffen die Kreuzstenge stärker, und leitet die großen Marsbrassen nach dem Kreuzstengentop, wodurch sie horizontaler zum Buge kommt; man hat dann auch noch eine Stengepardun mehr. Man kann aber auch die große Marsbrassen so leiten, wie vorher (Nr. 3) die zweite Art der Vormarsbrassenleitung angegeben worden.

7 Die großen Brambrassen, Tafel XXXIII, C, Fig. 35, sind mit dem stehenden Part an das Kreuzstengestagauge gestochen, fahren durch den Brassenblock an der Bramraa, durch einen Block p am Kreuzstengenstagauge, und durch einen Block o am vordersten Kreuzstengewant.

Bei Küstenfahrern, welche wenig Mannschaft haben, fahren die großen Mars- und großen Brambrassen sämmtlich nach vorne, um leichter angeholt werden zu können.

8 Die Brassen der Bagienraa, Tafel XXXIII, C, Fig. 37, haben entweder Schenkel, und dann sind diese am äußern Viertel der Raa festgestochen; oder sie haben keine, und dann ist der Brassenblock q an eine Kausche gestroppt, die sich an einem Auge befindet, welches mit einem eisernen Bande oder Stropp an die Raa befestigt ist.

Die Brassen selbst fahren kreuzweis nach vorne: der stehende Part der Backbordsbrasse p ist an die hinterste große Want an Steuerbord gestochen, und zwar auf der Bekleidung; der laufende Part fährt durch den Brassenblock an der Bagienraa, und durch einen zweiten Block s an derselben großen Want, welche unterhalb dem stehenden Part angebindselt ist; darauf geht er durch einen zwei- oder dreischeibigen Block am untern Theile der Want hinab, und wird auf einer Wantklampe, oder auf einem Karveelnagel in der Schanzreiling belegt.

9 Wenn die Besahngaffel auf- und niedergeht, so fahren die Kreuz- und die Kreuzbrambrassen ebenfalls nach vorne, und sind gewöhnlich nur einfach.

Die Kreuzbrassen fahren dann durch einen zweischeibigen Block u, Fig. 37, der an einen Augbolzen am Achtertheile des großen Eselshoofds festgestroppt ist. Die Kreuzbrambrassen fahren durch einen Block, der an die hinterste große Stengewant festgesorrt ist.

Wenn aber die Besahngaffel fest aufgehangen ist, so fahren die Kreuzbrassen durch das eine Scheibengatt eines zweischeibigen (oder eines einscheibigen) Blocks w an der Gaffelpiek, und dann durch den Brassenblock v an der Kreuzraa; das Ende des stehenden Parts ist um die Piek gestochen. Die Kreuzbrambrassen x x gehen durch das zweite Scheibengatt oder durch den einscheibigen Block w an der Piek.

10 Auf manchen, namentlich französischen Kriegsschiffen, hat man zuweilen zwei Paare Marsbrassen, wie Tafel XXXIII, C, Fig. 38, wodurch die Raa eine große Unterstützung erhält. Die oberen Brassen a wirken mehr in einer horizontalen Richtung, wenn die Raa geheißt ist; und wenn das Marssegel gereeft ist, und eine frische Kühlte weht, so hat die Raa einen gleichmäßigen Halt von oben und unten. Auf Kauffahrteischiffen mit weniger Mannschaft sind freilich doppelte Brassen nicht zu gebrauchen, und die bei Nr. 3 und Fig. 33 angeführte Verbesserung wird viel vortheilhafter sein.

11 Die Leitung sämmtlicher Bulienen ist Taf. XXXIV, D, Fig. 30 dargestellt. Die Fockbulien fährt durch einen Block o, welcher am Fockstagkragen sitzt,

oder zuweilen an einem Augbolzen in dem Bugspriet nahe beim Stagkragen, und geht dann nach der Back.

Die Vormarsbulien b fährt durch einen Block c, der an einen Augbolzen im Bugsprieteselshoofd festgestroppt ist, und geht dann auf die Back.

Die Vorbrambulien d geht durch eine Kausche am Ende des Klüverbaums.

Die große Bulien i fährt durch einen zweischeibigen Block k, der am Fockmast sitzt. Die Steuerbordbulien wird an Backbord belegt, und die Backbordbulien an Steuerbord. Auf kleinen Kauffahrteischiffen hat man für das Großsegel nur eine Bulien; diese ist mit einem Ende auf der Nagelbank oder dem Glockengalgen festgemacht; das andre Ende geht durch eine Kausche am Bulienspriet; bei jeder Wendung wird der laufende Part auf der einen Seite aus- und auf der andern eingeschooren.

Die große Marsbulien l geht durch einen Block m an einem Augbolzen am Fockeselshoofd, oder rund um den Top des Fockmasts über der Flechtung; und fährt durch den Mars herab.

Die große Brambulien o, geht durch einen Block p, der an der Querbramsahling der Vorstenge sitzt. Zuweilen ist der Raum zwischen den Langbramsahlingen hinten mit einem Füllungsklotze ausgefüllt, welcher vier Scheibengatten hat; zwei für die großen Brambulienen, und zwei für die großen Brambrassen, wenn sie nach vorn gehen.

Die Kreuzbulien q fährt durch einen Block r an der hintersten großen Want unter der Spierwurst (vergl. S. 2543), und durch einen zweiten Block s, der an demselben Wanttau etwa sechs Fuß über dem Deck angesorrt ist. Zuweilen fährt sie auch durch einen Block an der Langsahling des großen Marses, oder am Achtertheile des großen Tops.

Die Kreuzbrambulien t fährt durch einen Block oder eine Kausche an der großen Querbramsahling, oder durch ein dort befindliches Scheibengatt. Uebrigens wird diese Bulien auf den Kauffahrteischiffen selten gebraucht.

Wenn ein Schiff eine Besahnruthe führt, so hat die Besahn auch eine Bulien; diese wird dann, wie in der genannten Figur zu sehen ist, durch einen Block p geschooren, der an einen Augbolzen gestroppt ist, der an der untern Ruthennock festsitzt. Der stehende Part ist an einen Augbolzen an der Seite festgestochen, und der laufende Part wird dort um eine Klampe belegt.

Zweites Kapitel.

Von den Booten und Schaluppen.

§. 371. Allgemeine Uebersicht.

1 Von den (S. 2537) aufgezählten Bestandtheilen der Zurüstung sind Rundholz, Taakelwerk und Segel theils schon hinreichend erklärt, theils enthält das nautische Wörterbuch die erforderliche Vervollständigung. Auch die übrigen dorthin gehörigen Gegenstände, so wie diejenigen, welche zur Ausrüstung gehören, sind unter den betreffenden Artikeln des Wörterbuchs ausführlich behandelt. Einige übersichtliche Besprechung verdienen indessen hier noch die Boote und Schaluppen, als ein wesentlicher Theil der ganzen Zurüstung. Mit ihnen wird Alles verrichtet, was mit dem Schiffe selbst wegen seiner Größe und Schwere nicht gethan werden kann. Gewöhnlich sind die Ankerplätze von der Art, daß das Schiff in bedeutender Entfernung von dem Lande bleiben muß; alsdann kann man Personen, Güter, Wasser und andre Lebensmittel und Bedürfnisse nur vermittelst der Boote ans Land und an Bord bringen. Oft sind diejenigen Stellen, an denen der Anker liegen muß, für das Schiff selbst zu seicht; er muß alsdann mit dem Boote ausgebracht und wieder gelichtet werden. Das Sondiren unbekannter Fahrwasser und Küsten kann ebenfalls nur mit den Booten geschehen. Bei völliger Windstille an gefährlichen Stellen müssen die Boote das Schiff bugsiren. Geht endlich das Schiff im Sturme auf offener See zu Grunde, oder strandet es, oder geräth es in Brand, so sind die Boote das einzige Rettungsmittel.

2 Wie verschieden unter einander auch die nachher genannten Arten der Schiffsboote sind: so unterscheiden sie sich gemeinschaftlich von den auf Flüssen gebräuchlichen Kähnen dadurch, daß sie keinen flachen Boden und eckigen Bau haben, sondern sämmtlich einen Kiel, und einen den Seeschiffen ähnlichen Bau mit mehr oder weniger gekrümmten Spanten. An der innern Seite des Vor- und Achterstevens befindet sich ein eiserner Ring, in welchen die Haakenblöcke der Taakel eingehaakt werden, damit die Boote an der Seite des Schiffs aufgeholt und nieder gelassen werden können. Sie sind vorzugsweise zum Rudern eingerichtet, werden aber auch mit Masten und Segeln versehen, die sich leicht einsetzen und wieder abnehmen lassen.

Die quer durch's Boot laufenden Ruderbänke, deren die kleineren Boote vier, die größeren bis zu sechszehn haben, heißen Duchten oder Duften. Diejenigen Duften, welche zugleich den Masten zur Haltung und Stütze dienen, sind mit eisernen Banden an die Spanten befestigt; die übrigen liegen auf den Leisten längs den Spanten los, damit man sie wegnehmen kann, um für die einzuladenden Waaren, Wasserfässer, Lebensmittel u. s. w. Raum zu bekommen, oder das Boot reinigen oder ausschöpfen zu können.

Außer den Duften haben die mehrſten Boote, namentlich die zum Gebrauche der Reiſenden und Offiziere beſtimmten, eigene Sitzbänke; eine läuft quer durch das Hintertheil, und die beiden andern von dieſer zu beiden Seiten bis zur hinterſten Duft. Hinter der achterſten Sitzbank iſt auf den Booten großer, namentlich Kriegsſchiffe, eine beſondere Abtheilung mit einer kleinen Bank für den Steuernden; hier wird auch gewöhnlich ein Flaggenſtock mit einer Flagge aufgeſteckt. Im Hintertheile unter den Sitzbänken ſind alle Boote mit einem beweglichen Fußboden von dünnen Planken oder Dielen verſehen; vorne bleiben die Spanten gewöhnlich unbedeckt; doch haben viele ihrer ganzen Länge nach einen ſolchen Fußboden.

Die Ruder werden in der Seemannsſprache immer Riemen genannt, denn Ruder bedeutet nur das Steuerruder. Die Riemen beſtehen aus Buchen- oder Eſchenholz, und ſind nach Verhältniß des Boots mehr oder weniger lang und ſtark. 3

Der in das Waſſer einzutauchende Theil heißt das Blatt, und iſt flach und am äußerſten Ende am breiteſten. Das oberſte Ende dient zum Handgriff, und iſt deshalb dünner und rund. Der mittlere Theil iſt viereckig, um durch ſeine Stärke dem übrigen Theile das Gleichgewicht zu halten; gegen das Blatt zu iſt er wieder rund. Am obern Rande des Bords ſind bei jeder Duft zwei hölzerne Pflöcke oder eiſerne Bolzen, Dullen genannt, oder auch Rojeklampen eingeſchlagen, zwiſchen denen der Riemen beim Rojen (Rudern) zur Haltung zu liegen kommt. Zuweilen hat der Bord an den Duchten Einſchnitte mit beweglichen Schiebern; ſoll ein Riemen gebraucht werden, ſo wird der Schieber herausgezogen, und bleibt an einem Bindſel zur Seite hängen, und der Riemen wird, ſtatt zwiſchen Dullen in den Einſchnitt gelegt; wenn der Riemen wieder herausgenommen worden, kommt der Schieber wieder an ſeine Stelle. Dieſe Einſchnitte heißen Rojegatten, oder auch, was aber eigentlich nur für große Ruderſchiffe paßt, Rojepforten.

Wo ein Hafen ganz voller Schiffe liegt, und das Fahrwaſſer für die Boote zu beſchränkt iſt, um die gewöhnlichen Riemen gebrauchen zu können, da haben die kleinen Boote zuweilen eigene kurze ſchaufelartige Ruder, Pagaien genannt, welche nicht auf den Bord gelegt, ſondern frei mit der Hand und ſenkrecht im Waſſer bewegt werden.

Zum Feſthalten und Abſtoßen befindet ſich in jedem Boote noch ein Bootshaaken; dieß iſt eine verhältnißmäßig längere oder kürzere Stange, an dem einen Ende mit einem Eiſen beſchlagen, welches einen geraden und einen krummen Arm hat; mit dem geraden und ziemlich ſpitzen wird das Boot vom Ufer oder Schiffe abgeſtoßen oder abgehalten; mit dem krummen Arme, oder dem eigentlichen Haaken wird das Boot am Ufer oder Schiffe feſtgehalten, oder auch längs demſelben fortgezogen.

Damit das Boot nicht vom Wellenſchlage gegen das Ufer oder Schiff gerieben oder geſtoßen wird, hängt man von Tauwerk geflochtene Kränze, oder mit Werg geſtopfte kleine Polſter an kleinen Leinen an der Außenſeite des

Dullbords oder Dollbords hinaus. Auch den Vorderſteven umgiebt man zuweilen mit einem ſolchen Taukranze.

Zum Einſchöpfen des in das Boot eingedrungenen Waſſers hat man eine kleine hölzerne Schaufel mit kurzem Stiele, welche das Dehsfaß genannt wird; in dem Fußboden befindet ſich dazu eine bewegliche Lucke, welche das Dehsgatt heißt.

4 Die verſchiedenen Arten der Boote kann man in zwei Hauptklaſſen theilen: erſtens ſolche, die zu ſchweren Arbeiten, wie Ankerausbringen und Ankerlichten, und zum Fortbringen ſchwerer Laſten, wie Waſſerfäſſer, Kanonen u. dgl. gebraucht werden, und dieſe heißen eigentlich Boote; zweitens ſolche, die hauptſächlich zum Fortbringen von Perſonen, namentlich der Offiziere, Gäſte, Reiſenden, und zu ganz leichten Arbeiten und zum Fortbringen von Kleinigkeiten gebraucht werden, und dieſe heißen eigentlich Schaluppen. Beide Hauptklaſſen werden aber noch in mehrere Arten geſchieden, die eigene Namen führen.

Die ſieben Arten, welche jetzt am häufigſten gebraucht werden, ſind die Bd. III, S. 461 bis 466 mit ihren Beſtecken in Tafel CVI bis CVIII angegebenen, nämlich: große Boote, Barkaſſen, Pinaſſen, Kutter, Labberlote, Schaluppen und Jollen.

5 Das große Boot (Long-boat) iſt das größte, welches ein Schiff mitnimmt; es iſt mit Maſten und Segeln verſehen, und ſehr ſtark gebaut, und dient hauptſächlich zum Ausbringen und Lichten der Anker, und hat dazu gewöhnlich im Vordertheil ein kleines Bratſpill, und am Achtertheil einen ſchräge liegenden etwas gekrümmten Balken mit einer Scheibe, die ſogenannte taube Jütte. Außerdem dient das große Boot zum Führen ſchwerer Laſten, und iſt beim Schiffbruch die ſicherſte Zuflucht.

6 Die Barkaſſe (Launch) wird von vielen Schiffen faſt aller Nationen ſtatt des großen Boots gebraucht; ſie iſt mehr zum Rudern als zum Segeln eingerichtet, und flacher und breiter gebaut, um die Anker beſſer lichten zu können. Man giebt ihr indeſſen auch Maſten und Segel.

7 Die Labberlot (Barge) folgt der Größe nach auf die Barkaſſe, unterſcheidet ſich aber von ihr durch die Bauart; denn ſie iſt viel leichter und ſchärfer gebaut, mit mancherlei Zierrathen, und eben ſo ſehr zum Segeln als zum Rudern eingerichtet; ſie führt drei Maſten, und zwölf oder noch mehr Ruder, und dient zur Führung der Admiräle und der Offiziere und Perſonen von höherem Range; ſie iſt alſo das vornehmſte Boot.

8 Die Pinaſſe (Pinnace) hat dieſelbe Geſtalt und Einrichtung, wie die Labberlot, iſt aber kleiner, und führt ſelten über acht Ruder; ſie dient zur Führung von Offizieren, welche keinen Admiralsrang haben, und wird deshalb auch von kleineren Schiffen ſtatt der Labberlot geführt.

9 Die eigentliche Schaluppe (Yawl) iſt noch etwas kleiner als die Pinaſſe und führt ſelten mehr als ſechs Ruder; im Uebrigen hat ſie dieſelbe Bauart und Einrichtung, und ſo ziemlich denſelben Gebrauch. Bei den Kauffahrteiſchiffen iſt ſie die gewöhnlich ſogenannte Schaluppe.

Die bisher genannten Fahrzeuge sind sämmtlich karvielweise (carvel-built) gebaut, d. h. ihre Außenplanken sind mit den Kanten aneinander gesetzt, und die Nathen wie bei den Schiffen kalfatert. Dagegen die noch folgenden Fahrzeuge sind klinkerweise (clincher-built) gebaut, d. h. die Außenplanken sind der Breite nach etwas mit den Kanten über einander gelegt. Jede obere Planke liegt etliche Zoll über der untern; beide Kanten werden mit einer kleinen Schraube befestigt, auf welche an der Innenseite eine Mutter gesetzt wird, um sie fester anzuholen. Weil auf solche Art die Planken fest sind, ohne auf die Spanten genagelt werden zu müssen, so kann man die Zahl der letztern vermindern; dadurch werden diese Fahrzeuge sehr leicht und zum Segeln geschickt. Das Kalfatern, welches von unten herauf geschehn muß, und die Ausbesserung sind dafür nicht so bequem, wie bei den karvielweise gebauten Fahrzeugen. 10

Der Kutter (Cutter) dient zum Hin- und Herfahren der Mannschaft, und ist außer dem Klinkerwerk, oder der eben beschriebenen Beplankung noch dadurch von dem großen Boot unterschieden, daß er kürzer und breiter ist; übrigens führt er auch Masten und Segel. 11

Die Jolle (Wherry) ist ein kleines offenes Boot, welches nur zum Ueberfahren auf Kanälen dient, und gewöhnlich nur zwei, höchstens vier Ruder führt; Segel hat es selten. 12

Kauffahrteischiffe führen, mit Ausnahme der Wallfischfänger, welche mehrere haben müssen, drei kleinere Fahrzeuge mit sich: das große Boot, die Schaluppe oder Travaljeschaluppe, und die Heckjolle oder Kapitainsschaluppe, welche kleiner und schwächer, aber auch zierlicher gebaut ist, und dazu dient, den Kapitain an Land oder nach andern Schiffen zu bringen; während sie nicht gebraucht wird, hängt sie hinten am Heck an den Bootsdavids, wovon sie den Namen führt. 13

Das große Boot steht während der Reise auf dem Verdeck über der großen Lucke, wohin es mit den Rocktaakeln und den Seitentaakeln aufgeheißt, und beim Aussetzen von da wieder hinabgelassen wird, wie Tafel XL, A, Fig. 1. Es ruht vorne und hinten auf Klötzen, den sogenannten Bootsklampen, die in der Mitte einen Ausschnitt haben, so daß der Untertheil des Boots hineinpaßt, Tafel XXXVI, C, Fig. 10, b. Damit es beim Schlingern des Schiffs nicht hin- und hergeworfen, und von den überstürzenden Wellen über Bord geschleudert werde, ist es mit den sogenannten Bootskrabbern, a a, befestigt. Dies sind eigens eingerichtete Taue mit Jungfern und Taljereeps, deren untere Haakenblöcke im Augbolzen auf dem Deck eingehaakt werden.

Die Schaluppe steht während der Reise in dem Boote, wo sie auf angemessene Weise befestigt wird.

In dem Hafen oder auch auf dem Ankerplatze bleiben Boot und Schaluppe gewöhnlich ausgesetzt, und liegen hinter dem Schiffe oder werden an einer Backspiere (vergl. diesen Artikel im Wörterbuche) an der Seite des Schiffs in einiger Entfernung gehalten.

Die Kapitainsschaluppe oder die Heckjolle wird auch im Hafen, sobald sie gebraucht worden, wieder an dem David hinaufgezogen, und bleibt dort bis zur nächsten Fahrt hängen.

Die größeren Boote eines Kriegsschiffs befinden sich auf See im Kuhl des Schiffs; am Lande werden sie auch sämmtlich ausgesetzt; die kleineren hängen an der Seite an Davids, die an der großen Rüste, der Besahnrüste und dem Heck angebracht sind.

14 Die Boote können die verschiedenartigsten Bemastungen und Beseglungen erhalten; die vorzüglichsten sind die auf Tafel XXVIII, Fig. 4 bis Fig. 11 dargestellten (vergl. S. 2608—2611).

§. 372. Vom Rojen oder Rudern.

1 Es sei die Kraft, die ein Ruderer oder Rojer, wenn er in Ruhe ist, ausüben kann $= F$, und c sei die größte Geschwindigkeit, mit welcher er seine Glieder bewegen kann, so daß er alsdann auch nicht das geringste Hinderniß mehr überwinden würde. Zwischen der vollkommenen Ruhe und dieser möglich größten Geschwindigkeit liegen alle zulässigen Grade der letztern.

Es sei eine gegebene Geschwindigkeit $= u$; ist $u = o$, so wird alsdann die Kraft, mit welcher der Rojer wirken kann, $= F$, d. h. gleich seiner ganzen Kraft; dagegen wenn $u = c$, so wird seine vorhandene Kraft $= o$.

Die Verringerung der Kraft kommt nämlich davon her, daß der Ruderer während der Bewegung einen Theil seiner Stärke auf die Bewegung seines eigenen Körpers wenden muß, also um so viel weniger Kraft auf das Ruder oder den Riemen zu verwenden hat. Um irgend eine Berechnungsweise hiefür anwendbar zu machen, muß man den Fall setzen, daß irgend ein Wasserstrom mit der Geschwindigkeit $= c$ einen in Ruhe befindlichen Körper stößt, und auf ihn alsdann eine Kraft $= F$ ausübt. Es erhalte dann der Körper selbst in der nämlichen Richtung eine Geschwindigkeit $= u$, die aber geringer ist als c. Verfolgt man diese Rechnung (vergl. Wörterbuch, Artikel Rojen); setzt man der Erfahrung gemäß im Durchschnitt die Kraft eines ruhenden Mannes $=$ 54 Pfund; nimmt man ferner die größte Geschwindigkeit mit welcher ein Mensch seine Glieder bewegen kann, zu $7\frac{1}{2}$ Fuß in der Sekunde, so ergiebt sich die vortheilhafteste Geschwindigkeit oder $u = 2\frac{1}{2}$ Fuß in der Sekunde.

Bewegen also die Rojer in irgend einem Ruderfahrzeuge ihre Arme mit einer größeren oder kleineren Geschwindigkeit als $2\frac{1}{2}$ Fuß in der Sekunde, so ist die Arbeit nicht gut angeordnet.

2 Die Erfahrung hat gezeigt, daß die Größe eines Ruderblattes für einen Menschen nicht viel über einen halben Quadratfuß betragen darf, wenn er es mit Leichtigkeit führen soll. Hieraus läßt sich wieder, wie im Wörterbuche unter dem angeführten Artikel zu sehen ist, eine Tafel berechnen, welche sowohl für jede Zahl von Ruderern die Geschwindigkeit des Boots, als auch das Verhältniß zwischen den beiden Theilen des Ruders angiebt. Es sei POQ die ganze Länge desselben, und O der Punkt des Dollbords, auf welchem das Ruder auf-

liegt, oder der Stützpunkt; PO = p sei der innerhalb des Boots befindliche Theil; und OQ = q der außerhalb desselben befindliche Theil. Die letzte Kolumne der Tafel enthält demnach den Werth des Quotienten q/p. Diese Rechnungen haben besonders bei größern Ruderfahrzeugen einen entschiedenen Werth.

§. 373. Von den übrigen Bestandtheilen der Zu- und Ausrüstung.

Die außer dem Rundholz, dem Tau- und Taakelwerk, den Segeln und Flaggen, und den Booten und Schaluppen auf S. 2537 und 2538 aufgezählten Bestandtheile der Zurüstung sind theils in dem Wörterbuche unter den betreffenden Artikeln, theils, wie z. B. die Spille und Pumpen an den betreffenden Stellen des Werks behandelt. Diese Stellen sind bei den jedesmaligen Artikeln des Wörterbuches angegeben. 1

Die Bestandtheile der Ausrüstung sind ebenfalls im Wörterbuche ausführlich beschrieben, und von mannigfachen theoretischen Angaben begleitet. Die Steuermannsinstrumente sind außerdem in dem Werke selbst, sowohl im ersten als im zweiten Bande vollständig beschrieben; die betreffenden Stellen finden sich gleichfalls im Wörterbuche bei den einzelnen Artikeln angegeben. 2

Viertes Buch.

Manövrirkunde.

Erstes Kapitel.

Von der Drehung des Schiffs um seine perpendikuläre Axe vermöge des Ruders und der Segel.

§. 374. Von der Wirkung des Steuerruders.

1 Die Manövrirkunde lehrt im Allgemeinen, wie in jedem gegebenen Augenblicke Segel und Ruder zu gebrauchen sind, um die zweckmäßige Bewegung, Schnelligkeit, und namentlich richtige Wendung des Schiffs zu erlangen. Die ausführlichen Lehren von der Wirkung des Ruders sind bereits oben, S. 2242 bis 2260 gegeben worden. Hier sind also nur einige Hauptsätze zur Erinnerung zu bringen, wie sie zum Nächstfolgenden erforderlich werden.

2 Wenn sich die Ruderpinne oder der Ruderhelm, und damit auch das Ruder selbst in der Richtung des Kiels, also ohne alle Drehung befindet: so hat es natürlich keinen Einfluß auf das Schiff, indem es alsdann nur als Fortsetzung des Kiels und Achterstevens erscheint.

3 Geht das Schiff vorwärts, und wird der Helm an Steuerbord gebracht, so dreht sich die Ruderfläche nach Backbord, ragt also an dieser Seite über den Kiel hervor; das längs dem Schiff von vornher dagegen stoßende Wasser wirkt also auf das Ruder wie auf einen Hebelarm, treibt denselben vor sich her, und stößt damit das Achterschiff nach der Steuerbordsseite; dadurch wendet sich das Vorschiff nach Backbord.

4 Wird der Helm des vorwärts gehenden Schiffes nach Backbord gebracht, so ragt die Ruderfläche an Steuerbord über den Kiel hervor, das von vorne kommende Wasser treibt es vor sich her, stößt damit das Achterschiff nach Backbord, und das Vorschiff dreht sich nach Steuerbord.

Geht das Schiff *rückwärts*, und der *Helm* nach *Steuerbord*, so 5
kommt der Wasserstoß von hinten, treibt das an der Backbordsseite vor dem
Kiel hervorragende Ruder vor sich her, stößt damit das Achterschiff nach Back-
bord, und das *Vorschiff* dreht sich nach *Steuerbord*.

Wird der *Helm* des *rückwärts* gehenden Schiffes an *Backbord* ge- 6
bracht, so ragt das Ruder an der Steuerbordsseite vor dem Kiel hervor; der
von hinten kommende Wasserstoß treibt es vor sich her, stößt das Achterschiff
nach Steuerbord, und damit dreht sich das *Vorschiff nach Backbord*.

Faßt man also die Wirkungen zu einer Uebersicht zusammen, so ergeben 7
sich folgende Regeln.

1. Beim *vorwärtsgehenden Schiffe* haben *Helm und Vorschiff ungleichnamige*, *Helm und Achterschiff gleichnamige Borde*; oder:

Helm an Steuerbord bringt das Vorschiff nach Backbord;
das Achterschiff nach Steuerbord;
Helm an Backbord bringt das Vorschiff nach Steuerbord;
das Achterschiff nach Backbord.

2. Beim *rückwärts gehenden Schiffe* haben *Helm und Vorschiff gleichnamige*, *Helm und Achterschiff ungleichnamige Borde*; oder:

Helm an Steuerbord bringt das Vorschiff nach Steuerbord;
das Achterschiff nach Backbord;
Helm an Backbord bringt das Vorschiff nach Backbord;
das Achterschiff nach Steuerbord.

Es ist schon oben gezeigt worden, daß der Winkel, den das Steuerruder 8
mit dem Kiele macht, nie ein rechter werden darf, weil dieses den Lauf des
Schiffes zu sehr hemmen, und weil außerdem die Drehungskraft des Wassers
völlig verschwinden würde (vergl. S. 2249 Nr. 10 und S. 2253). Je weniger
also der Helm nach dem einen oder dem andern Borde hinübergebracht wird,
desto vortheilhafter ist es für die Geschwindigkeit des Schiffes.

Wenn das Schiff, z. B. vor Anker, ruhig liegt, aber ein Strom dagegen 9
strömt: so übt dieser ebenfalls einen drehenden Stoß auf das Ruder aus.
Kommt der *Strom von vorne*, so ist seine *Wirkung die nämliche*,
als wenn das Schiff in ruhigem Wasser *nach vorne* ginge. Kommt der
Strom von hinten, so ist seine *Wirkung dieselbe*, als wenn das Schiff
in ruhigem Wasser *nach hinten* ginge.

§. 375. Von der drehenden Wirkung der Segel.

Man denke sich eine Wetterfahne an ihrer Stange bei völliger Windstille 1
in irgend einer beliebigen Richtung, z. B. mit dem breiten Theile nach Westen,
mit ihrer Spitze nach Osten gekehrt. Erhebt sich nun ein Südwind, so findet
er an dem breiten Theile eine viel größere Fläche, auf die er wirken kann, als
an der Spitze; er treibt also den breiten Theil so lange vor sich her, bis er

parallel mit ihm ist, und dann keine Wirkung mehr auf ihn ausüben kann; alsdann steht die Spitze nach Süden, und der breite Theil nach Norden. Hätte aber die Fahne beide Theile gleich breit gehabt, so würde sich der Stoß des Windes auf beiden Seiten das Gleichgewicht gehalten haben, und die Fahne hätte sich gar nicht um ihre Axe drehen können.

Man kann sich nun jedes Schiff wie eine solche Windfahne denken, deren Stange die durch den Schwerpunkt des Schiffes gehende (freilich nur gedachte) Axe, und deren breite Seite die mit Segeln besetzte Hälfte ist. Sind beide Hälften zu beiden Seiten der Axe mit gleich viel Segelfläche besetzt, so kann natürlich keine Drehung erfolgen.

2 Es sei Tafel XXXV, A, Fig. 1, ein dreimastiges Schiff, dessen durch den Schwerpunkt gehende Axe m ist. Das Vorschiff sei nach Westen gerichtet, und der Wind wehe gerade aus Süden, oder von Backbord; alsdann ist Backbord die Luvseite, und Steuerbord die Leeseite. Es werde nun ein viereckiges Segel a am Fockmast mit dem Fall b geheißt; die untere Luvecke wird mit dem Hals d, und die untere Leeecke mit der Schoote e festgespannt; die Lee- oder diesmal Steuerbordsbrasse f richtet die Raa der Schoote gemäß; das Schiff liegt jetzt mit Backbordshalsen zu.

Das Segel a hat alsdann die doppelte Wirkung: es dreht das Vorschiff um die eingebildete Axe m nach Steuerbord oder leewärts hin; und zugleich treibt es das Schiff in der Richtung seines Kiels vorwärts.

3 Giebt man dem Schiffe noch einen Klüverbaum, wie Fig. 2, setzt einen Klüver c bei, dessen Hals am Ende des Baums fest ist, und holt die Schoote d nach hinten: so ist eine große Kraft entstanden, das Vorschiff nach Steuerbord oder leewärts zu drehen; weil nämlich der Klüver so weit von der Drehungsaxe m und damit vom Schwerpunkte entfernt, also der Hebelarm so lang ist.

4 Denkt man sich nun die Axe m, wie in Fig. 3, gerade durch den großen Mast gehend, so sieht man, daß alle aufgeheißten Segel dieselbe Wirkung ausüben, wie vorher bei Fig. 1 das Segel a allein, d. h. sie drehen das Vorschiff leewärts, und zugleich treiben sie das ganze Schiff vorwärts. Diese Segel heißen deshalb, weil sie sich vor dem Schwerpunkt befinden, die Vorsegel; sie sind: a die Blinde; d die Butenblinde; c der Klüver; b das Vorstengestagsegel; e das Focksegel; f das Vormarssegel; g das Vorbramsegel; h das Obervorbramsegel; i das große Stagsegel; k das große Stengestagsegel; l der große Marsflieger; n das große Bramstengestagsegel.

Sämmtliche Vorsegel haben also das Streben, das Schiff abfallen, d. h. sich vor dem Winde mit dem Vorschiff leewärts drehen zu machen.

5 Es sei, Fig. 4, c eine viereckige Besahn, mit Backbordshalsen zu, und der Steuerbordsschoote nach hinten geholt; alsdann dreht dieses Segel das Achterschiff nach Steuerbord oder leewärts, und zugleich treibt es das Schiff vorwärts; die Drehung des Achterschiffs nach leewärts bringt aber das Vorschiff luvwärts, oder macht es anluven.

6 Werden beide Segel, wie Fig. 5, die Fock a und die Besahn c beigesetzt,

und sind sie von gleicher Größe: so treiben sie das Schiff mit vereinigter Kraft vorwärts, und zugleich halten sie es durch ihre beiderseitige Gegenwirkung zu beiden Seiten der Drehungsaxe in der richtigen Stellung, wie vorher die beiden gleichbreiten Theile einer Windfahne.

Wird, Fig. 6, das Großsegel e allein beigesetzt, so daß der Hals vor der Drehungsaxe m, die Schoote hinter derselben zu liegen kommt, so wird das Schiff vorwärts getrieben, und doch in derselben Lage erhalten. 7

Denkt man sich nun die Besahn und das Großsegel in die auf wirklichen Schiffen vorkommenden Segel, wie Fig. 7, zerlegt: so sieht man, daß alle hinter der Rotationsaxe m, die hier immer noch durch den großen Mast gehend gedacht wird, liegenden Segelflächen das Achterschiff leewärts treiben, und damit das Vorschiff anluven machen, während sie zugleich das Schiff vorwärts treiben. Sie sind die Leehälften des Großsegels o, des großen Marssegels p und des großen Bramsegels q; ferner das ganze Besahnstagsegel s, das Kreuzstengestagsegel t, das Kreuzsegel v, das Kreuzbramsegel u und die Besahn x. 8

Wird, Fig. 8, das Focksegel a backgebraßt mit der Backbords- oder Luvbrasse d, indem der Leehals e nach vorne, die Luvschoote nach hinten geholt wird: so ist die Wirkung des Segels so, daß es das Vorschiff reißend schnell leewärts oder nach Backbord abfallen macht, während es zugleich das Schiff in der Richtung des Kiels rückwärts treibt. Weil nämlich das Segel gegen den Mast anliegt, und seine Vorderfläche dem Winde ausgesetzt ist, so muß es eine entgegengesetzte Wirkung von derjenigen haben, wenn es voll ist; weil ferner jetzt der Wind von vorne kommt, nach dem es backgebraßt ist, so hat das Segel eine größere Gewalt das Vorschiff leewärts zu treiben, als da der Wind gegen die Segelfläche allein von der Seite wirkte. 9

Wird, Fig. 9, die Besahn c backgebraßt, so treibt sie das Schiff rückwärts, und das Achterschiff zugleich leewärts, so daß das Vorschiff anluvt. 10

Soll nun das Schiff, Tafel XXXV, B, Fig. 10, mit den drei viereckigen Segeln und dem Klüver vor dem Winde wenden, oder nach der gewöhnlichen Benennung halsen, so muß natürlich die Gewalt der hinter der Rotationsaxe befindlichen Segel sehr vermindert, oder gänzlich fortgebracht werden, weil sie nach dem Vorigen das Achterschiff leewärts treiben, also das Vorschiff anluven machen. Läßt man nun die Schoote des Segels c in Fig. 10 los, so fängt das Segel an zu flattern, und verliert seine Kraft hinter der Rotationsaxe m; dadurch erhalten sogleich die Segel a und d vor der Axe m mehr Gewalt, und ebenso auch die Luvhälfte des Segels b, um das Vorschiff vom Winde abfallen zu machen. 11

Läßt man, Fig. 11, die Schoote des Segels b auch noch gehen, und braßt die Raaen von b und c so, daß sie mit den Luvnocken gerade gegen den Wind gerichtet sind, indem man die Leebrassen fiert, nnd die Luvbrassen g anholt; alsdann trifft der Wind nur ihre Luvleike, und streicht parallel oder wirkungslos an ihrer Außenfläche hin. Auf solche Art ist ihr Einfluß hinter der Drehungsaxe völlig aufgehoben. Hiedurch erhalten das Focksegel a und der Klü- 12

ver d den größten Einfluß, den sie haben können, ohne daß die Achterraaen herabgelassen oder gestrichen werden. Das Schiff fällt also schnell ab.

13 Soll nun im Gegentheil das Schiff anluven, so läßt man Fig. 12 die Schooten der Segel a und d gehen; es erhalten die Segel b und c die alleinige Wirksamkeit hinter der Drehungsaxe m, und das Achterschiff geht leewärts, folglich das Vorschiff luvwärts.

14 Läßt man, Fig. 13, die Wirksamkeit der Segel b und c fortdauern, um das Schiff anluven zu machen, bis das Segel a back liegt, so wird dessen Einfluß das Schiff noch kraftvoller luvwärts bringen. Beharrt das Schiff in dieser Drehung, bis seine Spitze die Richtungslinie des Windes überschritten, oder durch den Wind gedreht hat: so wird alsdann der Wind von Steuerbordsseite kommen, und das Schiff wird nun die Backbordsseite zur Leeseite haben, und nach Backbord abfallen.

15 Gesetzt das Schiff behält seine Geschwindigkeit oder Fahrt durchs Wasser, und die Wirkung der Segel b und c bei Fig. 12, und das Segel a, wenn es back liegt, bringt den Wind auf den Bug, oder gerade von vorne, wie Fig. 14, so werden die Segel b und c durch das Segel a bekalmt, d. h. ihnen wird der Wind von demselben abgefangen, weil das letztere den Wind ganz von seiner Vorderseite erhält. Braßt man in diesem Augenblicke die beiden Segel b und c herum, wie in Fig. 14, so werden sie auf solche Art bereit gemacht, den Wind wieder zu empfangen, wenn das Schiff um vier Striche weiter abgefallen, d. h. mit dem Vordertheile leewärts gekommen ist. Sobald die beiden Achtersegel den Wind wieder bekommen haben, geben sie dem Schiffe auch wieder einen Gang nach vorne, welcher beinahe ganz durch das rückwärts wirkende Segel a aufgehoben war. Das Schiff behält unterdessen die drehende Bewegung, ohne daß die Hülfe des Vorsegels weiter nöthig ist.

16 Sobald nun der Wind auf die Steuerbordsseite gebracht ist, braßt man das Segel a in Fig. 15 ebenfalls herum, indem man die Backbordsbrassen anholt, den Steuerbordshals an Bord bringt, und die Backbordsschooten nach hinten holt. Das Schiff liegt nun mit Steuerbordshalsen zu, oder bekommt den Wind von Steuerbord in die Segel. Die eben beschriebene Wendung heißt durch den Wind drehen oder über Stag wenden (Tacking), und hat manche Vortheile vor der andern Wendung, welche Halsen oder vor dem Winde drehen genannt wird, wovon tiefer unten das Genauere vorkommt.

17 Die Wirkung der Segel kann sehr durch das Ruder unterstützt werden. Wenn aber das Schiff in einem geraden Kurse vorwärts geht, so kann man es durch die Gegeneinanderwirkung der Vor- und Achtersegel im gehörigen Gleichgewicht erhalten, und dies ist hinsichtlich seiner Geschwindigkeit viel vortheilhafter, weil jede Drehung des Ruders seinen Lauf hemmt. Man muß daher so viel als möglich die Hülfe des Ruders zu entbehren suchen.

18 Bei der bisherigen Erklärung der Wirkung der Segel ist die Voraussetzung gemacht, daß sich der Schwerpunkt des Schiffs auch im Mittelpunkte desselben befinde; aber der Mittelpunkt der Drehung wird bei den mehrsten

Schiffen heutiger Bauart nicht weit hinter der Halsklampe liegen (vergl. S. 2397 Nr. 18), welche nahe am Hinterrande der Fockrüste liegt, und bis zu welcher der große Hals geholt wird. An dieser Stelle liegt nämlich die größte Breite, oder das Hauptspant. Weil sich nun dort der größte Raum befindet, so sollte dort auch der Schwerpunkt der Ladung im Raume sein, da dieser Theil des Gebäudes der stärkste ist. Der Mittelpunkt der Drehung wird also hauptsächlich von einer richtigen Stauung abhängen.

Ist das Schiff sehr vorlastig, so wird auch jener Mittelpunkt weit nach vorne gerückt; ist es sehr achterlastig, so rückt derselbe weit nach hinten.

Wenn das Schiff, Fig. 16, mit dem Achtertheile auf Grund kommt, und zwar mit den Segeln a b c d, wie vorher beigesetzt: so wird sein Achtertheil jetzt bei dem Stützpunkte auch die Rotationsaxe enthalten; weil aber dann das Vorschiff keinen andern Seitenwiderstand hat, als das Wasser, so wird es rasch vor dem Winde abfallen, weil die Achtersegel ihre Kraft verloren haben. 19

Wenn dagegen das Schiff, Fig. 17, mit dem Vordertheile auf Grund geräth, so wird die Drehungsaxe jetzt durch das Vordertheil gehen, und das Achtertheil wird vor dem Winde abfallen, weil es nur das Wasser zum Widerstande findet, und die Vordersegel alle Kraft verloren haben. So ist es mit einem schlechtgestauten Schiffe; ist es zu achterlastig, so fällt es sehr leicht ab, oder ist lafwindig, weil die Achtersegel ohne Hülfe des Ruders keine genügende Kraft gegen das schwerere Achterschiff ausüben können. Ist das Schiff zu vorlastig, so luvt es sehr leicht an, oder ist luvgierig, weil die Vorsegel ohne Hülfe des Ruders keine hinreichende Kraft gegen das schwerere Vorschiff ausüben können. Der Unterschied in der Lage des Schwerpunkts bringt also auf solche Weise einen Unterschied in der Wirkung der Segel hervor. Ferner weichen die Schiffe in Bauart und Beseglung von einander ab; diese müssen also auch erst bekannt sein, ehe man die angemessene Wirkung bestimmen kann (vergl. S. 2292 bis 2311).

Das Schiff, Fig. 18, segelt mit Steuerbordshalsen zu; die Raaen sind mit den Backbordsbrassen scharf aufgebraßt, und die Luvleike der Raasegel mit den Luvbulienen nach vorne gezogen. Man kann nun leicht finden, ob die vor und hinter dem Schwerpunkt befindlichen Segel sich das Gleichgewicht halten; ist es der Fall, so kann bei ruhiger See der Helm beinahe in der Mitte, d. h. ohne alle Drehung gehalten werden; wenn aber das Schiff zu luvgierig ist, oder mit dem Vordertheil jetzt immer nach Steuerbord fliegt, so ist es ein Zeichen, daß hinter dem Schwerpunkt zu viele Segel beigesetzt sind. Man zieht alsdann das Kreuzbramsegel, das Kreuzbramstag- und Kreuzstagsegel ein, und wenn das noch nicht genug ist, auch noch die Besahn; denn diese Segel fördern in solchem Falle nicht den Fortgang, sondern halten ihn auf, indem sie das Schiff zwingen, die Fläche des Ruders nach sich zu ziehen, weil es stets den Helm an Steuerbord oder in Luv haben muß, um abzufallen. 20

Es kann aber auch zuweilen die Luvgierigkeit davon herrühren, daß das Schiff vorne zu viel Segel führt. Denn die vordern Raasegel haben das

Streben, das Vorschiff niederzudrücken, und das Achterschiff im selben Verhältnisse zu heben; dadurch erhält es am Bug einen gleichen Seitenwiderstand, als wenn es zu vorlastig wäre; dies vermindert den Fortgang, denn das Achterschiff fliegt jetzt, wegen des geringeren Widerstandes nach Lee, und zwingt den Helm an Steuerbord oder luvwärts zu halten, um das Achterschiff beim Winde zu halten, wodurch die Ruderfläche nachschleppt und den Fortgang vermindert. Kommt also die Luvgierigkeit von dieser Ursache her, so werden das Obervorbram- und das Vorbramsegel eingezogen, wodurch das Schiff seine Steuerfolgsamkeit erhalten, oder wieder gut aufs Ruder lüstern wird.

21 Wenn die Hauptsegel eines Schiffes Raasegel sind, wie bei der fregattischen Zutaakelung, so nimmt man allgemein an, daß es nicht näher als bis auf sechs Striche an dem Winde liegen kann, d. h. daß sein Kiel keinen kleinern Winkel mit dem Winde als einen von sechs Strichen oder 67° 30′ machen kann (vergl. S. 2309 Nr. 17). Die Raaen selbst werden noch schärfer aufgebraßt, d. h. sie müssen einen noch kleinern Winkel mit dem Kiele machen, damit der Wind nicht das Leik der Segel trifft, sondern noch in das Segel selbst hineinfällt (vergl. S. 2305 Nr. 9). Bei Ost-Nordost kann also das Schiff Norden anliegen; soll es diesen Kurs behalten, und wird der Wind Ost zum Nord, so hat das Schiff schon einen Strich frei. Wird er Ost, also acht Striche von Norden, so nennt man den Wind recht von der Seite oder eigentlichen Seitenwind (on the beam); er trifft dann die Köpfe aller Deckbalken, namentlich den Kopf des Deckbalkens im Hauptspant oder des Segelbalkens; daher kann man solchen Wind auch auf den Segelbalken nennen. Bleibt der Kurs des Schiffes immer Nord, und weht der Wind nach Ost-zum-Süd, so wird er einen Strich hinter dem Segelbalken; bei Ost-Süd-Ost zwei, bei Süd-Ost-zum-Süd drei Strich hinter dem Segelbalken.

Wird er Süd-Ost, also zwölf Striche vom Kurse, oder vier Striche hinter dem Segelbalken, so heißt er Backstagswind (on the quarter); von da an weiter nach Süden gehend wird er ein, zwei, drei Striche hinter dem Backstag; ist er endlich Süd geworden, so heißt es, das Schiff segelt gerade vor dem Winde. Alle Windrichtungen zwischen dem Backstag und dem Winde gerade von hinten heißen raumer Wind. Backstagswind ist der vortheilhafteste, weil er alle Segel füllen kann, ohne daß die hintern Segel die vordern bekalmen, oder ihnen den Wind abfangen.

Wenn der Wind vom Segelbalken, oder von der perpendikulären Seitenrichtung weiter nach vorne geht, oder schraalt, d. h. ungünstig wird, und bis sechs Striche vom Kurse kommt, so nennt man ihn zuweilen Krahnbalkswind, und das Schiff segelt dann dicht oder scharf bei dem Winde. Alle Windrichtungen, die dann noch weiter nach vorne liegen, bilden konträren oder Gegenwind.

22 Wenn das Schiff mit Backbordshalsen zu gerade nach Norden anliegt, so werden die Kompaßstriche von der Kielrichtung des Vorschiffs bis zur Windrichtung nach Westen gezählt; z. B. segelt das Schiff mit diesen Halsen dicht bei dem Winde, so ist er West-Nordwest. Liegt aber das Schiff mit

Steuerbordshalsen zu gerade Norden an, und zwar dicht bei dem Winde, so werden die Kompaßstriche nach Osten gezählt, und der Wind ist Ost-Nordost. Es ist eine gute Uebung sich für jeden Kompaßstrich als Kurs gedacht, sowohl für Steuerbords- als für Backbordshalsen, die Windrichtungen zu bestimmen.

Zweites Kapitel.

Die Wendung über Stag durch den Wind.

Tafel XXXV, C.

§. 376. Die ehemals gebräuchliche Weise über Stag zu wenden.

Die ehemals gebräuchliche Weise über Stag oder durch den Wind zu wenden hat mancherlei Fehler; sie dient aber zum leichteren Verständniß der bessern in jetziger Zeit üblichen. 1

Es liege das Schiff, Fig. 1, mit Steuerbordshalsen zu Nord an, also der Wind sei Ost-Nordost, und es werde nöthig befunden zu wenden, und mit Backbordshalsen anzuliegen. Wenn bei dieser Wendung das Schiff gerade in den Wind kommt, so liegt es natürlich Ost-Nordost an; und wenn es nach der Wendung dicht am Winde segelt, so wird es Südost anliegen.

Zur Vorbereitung des Wendens muß man volle Segel halten, damit das Schiff den möglichst schnellen Lauf annimmt, weil das Ruder dadurch seine Kraft erhält; darauf werden die Luvbrassen so fest angeholt, als sie es bei den noch festen Leebrassen können; die Leehalsen und die Luvschooten, so wie die Leebuliens, welche bis dahin lose hingen, werden so weit angeholt, als es angeht. War Alles bereit, so kam das Kommando, und zwar zuerst: „Helm in Lee!", dann sogleich: „Laß gehn Fockschoot, Vormarsbulien, Klüver- und Stagsegelschooten!" 2

Der Helm wurde nach Lee gebracht, um das Vorschiff gegen den Wind zu drehen; die Fock-, Klüver- und Vorstengestagsegelsschooten wurden gehen gelassen, um diese Vorsegel unwirksam, und die Achtersegel dagegen wirksamer zu machen; die Vormarsbulien wurde losgelassen, damit das Vormarssegel desto eher back zu liegen kam, oder den Wind von vorne fing; sobald es zu flattern oder zu killen begann, wurde die Vormarsbrasse an der Luvseite angeholt, und so wie das Schiff anluvte, wurde die Marsraa wieder aufgebraßt; mit dieser Unterstützung kam das Marssegel schneller und wirksamer back zu liegen.

Mit diesem Theil der Wendung kam das Schiff in die Lage von Fig. 2, 3 und lag jetzt etwa Nordost-zum-Nord an, d. h. also bis drei Striche an dem

Wind. Dieser traf die Luvleike der Achtersegel und machte sie flattern oder killen.

In diesem Augenblicke kam das zweite Kommando: „Los Halsen und Schooten!"

Hierauf ließ man die großen Halsen und Schooten und alle Stagsegelshalsen und Schooten gehen, weil sie ferner ohne Nutzen waren, das Schiff in den Wind zu bringen, welcher keine weitere Gewalt auf sie ausübte, als sie killen zu machen. In diesem Augenblick wurden auch die Halsen und Schooten der Stagsegel über die Stage geholt, um für die Festsetzung nach der Wendung bereit zu sein. Die Geitaue des Großsegels wurden ein wenig aufgeholt, damit die große Raa desto leichter umgebraßt werden konnte.

4 Unterdessen kam das Schiff reißend schnell an den Wind, und wenn es die Lage von Fig. 3 hatte, so daß es gerade in den Wind, oder Ost-Nordost anlag, so kam das dritte Kommando: „Hol das Großsegel!"

Das Groß-, Großmars-, Großbram-, Kreuz- und Kreuzbramsegel, deren Bulienen und Brassen losgelassen, und welche von den Vorsegeln ganz bekalmt waren, wurden, wie in Fig. 3, umgebraßt; die Backbordsgroßhalse wurde an die Halsklampe gebracht, und die große Schoote hinten eingeholt. In diesem Augenblicke bekam das Schiff ein wenig Rückgang oder Deising; deshalb wurde der Helm nach Steuerbord übergebracht, wodurch die Steuerbordsfläche des Ruders gegen das von hinten kommende Wasser stieß, wodurch das Achterschiff nach Backbord, und folglich das Vorschiff nach Steuerbord gebracht wurde; die blinde Raa wurde in entgegengesetzter Richtung mit der Steuerbordstrisse (vergl. S. 2573), und das Klüverbackstag (S. 2549) an Backbord festgesetzt.

5 In diesem Augenblicke fiel das Schiff heftig ab, und wenn es so weit gekommen, daß die Achtersegel voll standen, so wurde das vierte Kommando gegeben: „Laß gehn und hol an!"

Hierauf wurden die Fockhalsen und die Fockbulienen losgelassen, die Vorderraaen umgebraßt; die Fockhalse an Bord gebracht, und die Schooten hinten eingeholt, die Vorderraaen wurden aber nicht scharf aufgebraßt, damit das Schiff erst anluven konnte. Denn beim scharfen Aufbrassen der Vorderraaen wäre das Abfallen zu heftig. Weil aber mit der Füllung der Segel das Schiff wieder Fortgang erhielt, so half der an Steuerbord gebrachte Helm, es wieder anluven zu machen; sobald es an den Wind gekommen, wurde der Helm wieder von Steuerbord zurückgebracht.

Alsdann wurden die Raaen scharf aufgebraßt, und die Bulienen angeholt; das Schiff lag alsdann, wie Fig. 4, mit Backbordshalsen zu, und dicht bei dem Winde, d. h. Südost, an. Die vier Lagen des Schiffs sind also, Fig. 1 Nord, Fig. 2 Nordost-zum-Nord, Fig. 3 Ost-Nordost, Fig. 4 Südost.

Die hauptsächlichsten Fehler bei dieser Wendungsweise sind folgende:

1) Das plötzliche Ueberbringen des Helms nach Lee dreht zwar anfänglich das Schiff schnell gegen den Wind; weil es aber dann die Steuerbordsseite

des Ruders hinter sich herzuschleppen hatte, so wurde sein Lauf dadurch so sehr gehemmt, daß es keinen hinreichenden Schwung behielt, um den Punkt zu überschreiten, wo es gerade in den Wind liegt; in diesem Falle mußte es die Wendung versagen, oder verkehrt fallen, d. h. wieder vom Winde abfallen.

2) Das Aufbrassen des Vormarssegels vermindert noch mehr den Fortgang des Schiffs; denn es ist ein gewöhnliches Mittel, den zu schnellen Lauf eines Schiffs zu hemmen, wenn es einen engen Kanal oder ein enges Revier hinauflaviert, und eben in den Wind gedreht hat, oder in den Wind liegt.

3) Weil das Großsegel nicht eher umgeholt wurde, als bis der Wind gerade von vorne kam, so wurden die Achtersegel von den Vordersegeln bekalmt, lagen todt gegen den Mast, und konnten schwer herumgebracht werden. Fiel dann das Schiff ab, so standen sie plötzlich voll, ehe die große Halse an Bord gebracht werden konnte. Wehte in solchem Falle der Wind heftig, so konnte bei schwacher Bemannung die Halse nicht anders als mit Hülfe einer Talje festgesetzt werden.

4) Weil die Klüver- und Vorstengestagsegels-Schooten zugleich mit den andern über die Stage geholt wurden, so kamen sie oft in falscher Richtung back zu liegen, und hinderten das Schiff anzuluven.

5) Dadurch, daß das Schiff schon wieder auf der andern Seite abfiel, ehe die Segel gehörig bei dem Winde festgestellt worden waren, verlor das Schiff zu viel Raum nach Lee hin, was ebenfalls gegen die schnelle Wendung geht.

§. 377. Die jetzt gebräuchliche schnellere Weise, über Stag zu wenden.

1 Es liegt das Schiff, Fig. 5, mit Steuerbordshalsen, dicht bei dem Winde, und zwar Nord an; der Wind ist also wieder Ost-Nordost; die See ist ziemlich ruhig, und man findet es nöthig zu wenden, so daß das Schiff nachher mit Backbordshalsen zu, oder Südost anliegt. Es sei Alles so vorbereitet, wie im vorigen Paragraphen Fig. 2 angegeben. Ein Haupterforderniß hierbei, wie überhaupt wenn man bei dem Winde segelt, ist: daß so viele und solche Segel beigesetzt seien, daß das Schiff sich mit der möglich kleinsten Hülfe des Ruders, oder so zu sagen, von selbst steuert, damit es den schnellsten Lauf durchs Wasser habe; man bringt es dann mit einer geringen Helmbewegung an den Wind, und wegen des geringen Widerstandes gegen die Ruderfläche dahin, daß es während der ganzen Wendung keinen Rücklauf, oder keine Deising erleidet.

2 Wenn Alles fertig zum Wenden ist, bringt man das Schiff allmälig an den Wind, und zwar mit so geringer Helmbewegung, als wegen der beigesetzten Segel nöthig ist. Es kommt dann das erste Kommando: „Helm in Lee!“ wobei zugleich (wie im vorigen Paragraphen bei Nr. 2) verstanden

wird, daß die Fockschoote, die Vormarsbulien, die Klüver- und die Vorstengestagsegelsschoote losgelassen werden. Dieß giebt der Besahn und den andern Stagsegeln die Kraft, das Schiff gegen den Wind aufzubringen.

3 Hat nun das Schiff die Lage von Fig. 6, so daß es beinahe Nordost-zum-Nord anliegt, so weht der Wind gerade auf das Leik der Raasegel; alsdann kommt das zweite Kommando: „Los Halsen und Schooten!"

Die große Halse und Schoote, und alle Halsen und Schooten der Stagsegel hinter dem Fockmast werden losgelassen und die letztern über die Stage geholt.

4 Sobald das Schiff den Wind ungefähr bis anderthalb Striche auf den Luvbug gebracht, oder sich ihm bis anderthalb Striche genähert hat, so daß es Nordost-halb Ost anliegt, wie Fig. 7, so wird das dritte Kommando gegeben: „Hol das Großsegel!"

Alsdann wird das Großsegel angeholt, und die Figur zeigt sogleich, daß die Achterraaen beinahe von selbst herumfliegen, indem die Luvleike dieser Segel schnell den Wind zum Backliegen fangen, wenn die Bulienen und Leebrassen losgelassen sind, und der Wind mehr Gewalt auf die Luvseite der Segel ausübt, um die Raaen herumzuwerfen. Nachdem das Großsegel herumgeholt ist, liegt das Schiff beinahe in den Wind; die Achtersegel werden von den Vorsegeln bekalmt; die große Halse kann ohne Mühe herab, und die große Schoote nach hinten gebracht werden, indem man nur die loose hängenden Taue einzuholen hat; der Helm wird gerade oder Mittschiffs gestellt, und nachher so gebraucht, wie es das Anluven oder Abfallen nöthig macht. Nachdem das Vorschiff die Richtungslinie des Windes überschritten hat, werden die Schooten des Klüvers und Vorstengestagsegels über die Stage geholt. Die Pardunen werden nun aufgesetzt. Die blinde Raa wird mit der Steuerbordstrisse getoppt, und das Klüverbackstag an Backbord festgesetzt.

5 Wenn das Schiff den Wind ohngefähr vier Striche vor dem Backbordssegelbalken hat (oder wenn es schnell abfällt, noch früher), so wird das vierte Kommando gegeben: „Laß gehn und hol an!"

Die Fockhalse und die vorderen Bulienen werden losgelassen, die Raaen schnell mit den Steuerbordsbrassen umgebraßt; die Luvbrassen werden aber nur abgeschrickt, d. h. stoßweise losgelassen, damit das Schiff mehr anluvt. Darauf werden die Raaen scharf angebraßt, die Bulienen angeholt, die Luvbrassen festgesetzt, und das laufende Tauwerk wird aufgeschossen. Das Schiff hat alsdann die Lage wie Fig. 8, d. h. dicht bei dem Winde mit Backbordshalsen zu, mit der Spitze nach Südost.

Drittes Kapitel.

Vom Einbrechen der Segel und Wegbringen einer Eule.

§. 378. Vom Einbrechen der Segel.

Es liege ein Schiff, Taf. XXXVI, B, 1, Fig. 2, mit Backbordshalsen Südost an, und zwar dicht bei dem Winde, so daß also der letztere Ost-Nordost ist. Es kann nun durch Unvorsichtigkeit des Steuernden (zuweilen auch durch plötzliche Aenderung des Windes) geschehen, daß sich das Schiff gerade in den Wind dreht. Wenn es dicht bei dem Winde segelt, so machen die Raaen mit dem Winde einen Winkel von wenig mehr als drei Strichen, oder 33° 45′. Wenn also durch Unvorsichtigkeit das Schiff zu viel ostwärts anluvt, so kommen die Raaen bald so zu liegen, daß der Wind auf das Luvleik der Segel fällt, also die vorderen Raasegel keine Gewalt mehr haben, das Vorschiff leewärts zu treiben. Alsdann bringt man den Helm an die Luvseite, hier an Backbord, holt oder geit die Besahn auf, holt das Besahnstagsegel nieder, und einige Leute auf der Back brechen den Klüver und das Vorstengestagsegel ein, wie Fig. 3. Das Einbrechen der Segel geschieht, Tafel XXXVI, B, Fig. 4, indem man die Leeschooten eines Segels entweder ganz an die Längenaxe des Schiffs, oder sogar noch über dieselbe hinaus nach Luv bringt, um den Wind möglichst voll ins Segel zu bringen. Nachdem nun die Achtersegel eingezogen und die Kraft der Vorsegel verstärkt worden, können diese zusammen mit dem Ruder das Schiff wieder abfallen machen. 1

Ist das Schiff aber schon weiter nach Osten gegangen, so daß es eine Eule fängt, so müssen andre Hülfsmittel angewandt werden. Eine Eule fangen sagt man von einem Schiffe, wenn es durch Unvorsichtigkeit des Steuernden, oder auch durch plötzliche Aenderung des Windes, denselben gerade von vorn in die Segel bekommt, also nicht allein durch den Wind gedreht hat, sondern nun sogar mit backliegenden Segeln beim Winde liegt. In solchem Falle läßt man die Fockschoote und Fockhalse, Vorbulienen und Leebrassen gehen, und die Vorbrassen werden rasch mit den Backbordsbrassen umgebraßt; die Backbords- oder Luvschooten des Klüvers und Vorstengestagsegels werden nach hinten geholt, und die Steuerbords- oder Leebulienen nach vorne, wie Fig. 5. Auf solche Art wird das Schiff sicher wieder abfallen; denn da Klüver und Vorstengestagsegel und alle Vorsegel back liegen, so drehen sie das Vorschiff wieder zurück. Zugleich killen die Achtersegel und haben keine Wirkung, um hinter der Drehungsaxe ein Abfallen des Achterschiffs hervorzubringen. Hat das Schiff dabei Rückgang oder Deising, und man will ihm mit dem Ruder helfen, so muß der Helm nach Lee oder Steuerbord gebracht werden, weil das von hinten stoßende Wasser alsdann das Achterschiff nach Backbord oder luvwärts treibt, und den Vorsegeln hilft, das Vorschiff lee- 2

wärts oder zum Abfallen zu bringen. Soll das Ruder nicht mithelfen, so stellt man es mittschiffs, und gebraucht es je nach dem Abfallen und Anluven. Im Englischen heißt dieses Wegbringen einer Eule Boxing off.

3 Wenn sich auf der Luvseite eine Gefahr zeigt, so vermeidet man sie natürlich dadurch, daß man das Vorschiff abfallen läßt. Ist es aber zugleich nöthig, daß das Schiff wendet, so muß es vor dem Winde herum geschehen. Man nennt diese Art zu wenden Halsen. Man läßt dabei das Schiff erst soweit abfallen, bis es den Wind gerade von hinten erhält, und alsdann auf der andern Seite wieder anluven, so daß es nun auf dieser bei dem Winde liegt. Man thut es aber nur bei zwei Gelegenheiten: entweder bei Sturm und schwerer See; oder wenn, wie eben angenommen, sich luvwärts eine Klippe oder sonst ein gefährliches Hinderniß entgegenstellt. Man verliert nämlich bei dem Halsen eine bedeutende Strecke leewärts, und auch Zeit.

Viertes Kapitel.

Von der Wendung vor dem Winde, oder vom Halsen.

§. 379. Von den Nachtheilen des Halsens.

1 Der Hauptnachtheil dieser Wendung ist der Rücklauf nach Lee. Wenn nämlich ein Schiff bei dem Winde segelt, so will es eben in einer dem Winde mehr oder weniger entgegengesetzten Richtung weiter kommen. Wenn es nun wendet, und während der Wendung immer mehr und mehr vor den Wind kommt: so wird es unvermeidlich eine ganze Strecke leewärts getrieben, also in der entgegengesetzten Richtung seines beabsichtigten Weges.

2 Es liege ferner ein Schiff dicht bei dem Winde Südost an, und zwar mit Backbordshalsen zu; alsdann ist der Wind Ost-Nordost. Soll es darauf wenden, so muß es bis Nord herumkommen; dies sind im Ganzen zwölf Striche Unterschied; macht es daher die Wendung über Stag, oder durch den Wind, so beschreibt es keinen größeren Bogen, als eben diese zwölf Striche; dabei kommt das Schiff, ehe es gerade in den Wind liegt, ein ganzes Stück luvwärts. Sollte es auch, nachdem die Linie der Windrichtung überschritten ist, etwas abfallen, was aber bei sorgfältiger Behandlung nicht geschieht: so wird der augenblickliche Verlust bis zum Wiederanluven höchstens so groß sein, als der Gewinn, ehe es in den Wind kam; nach diesem Verluste ist es also an der nämlichen Stelle, und hat doch schon die Wendung vollendet.

3 Es liege nun aber ein Schiff ebenfalls Südost an, und zwar mit Backbordshalsen zu, so muß es beim Halsen durch Süden herum bis Norden

zwanzig Striche machen, also acht mehr als beim Wenden über Stag, was einen bedeutenden Zeitverlust neben dem schon erwähnten Leewärtstreiben ausmacht. Man sieht also leicht ein, daß dieses Halsen nur im Nothfall des Sturms oder einer Gefahr an der Luvseite angewendet werden darf.

§. 380. Das Halsen.

Es bemerke das Schiff, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 6, eine Gefahr an der Luvseite, d. h. hier an Backbord. Sogleich bringt es den Helm an Backbord, geit die Besahn auf, holt das Besahnstagsegel nieder, und läßt das Kreuzsegel killen. Dies letztere geschieht, indem man die Bulien und die Leebrasse gehen läßt, und die Luvbrasse anholt. Zuweilen geit man auch das Großsegel auf; wenn dieses nicht geschieht, fiert man wenigstens langsam die große Schoote. Hierdurch erhalten die Vorsegel Gewalt, das Vorschiff abfallen zu machen. Hierauf läßt man die großen, Großmars-, und großen Brambulienen gehen; und wenn das Schiff Süden anliegt, also der Wind schon zwei Striche hinter dem Seitenwinde, oder hinter den Segelbalken wirkt, wie bei Fig. 7, so wird die große Halse gefiert, und die Luvbrassen werden eingeholt. Ist das Schiff nun abgefallen, so daß das Schiff West-Südwest anliegt, so ist es gerade vor dem Winde, und hat die Lage wie Fig. 8. Alsdann werden die Raaen ins Kreuz gebraßt, und die Steuerbords-, großen und Fockhalsen an Bord geholt. Die Vorsegel sind in diesem Zeitpunkte, wie es die Figur zeigt, durch die Hintersegel bekalmt. Die Klüver- und Vorstengestagsegelsschooten werden über die Stage geholt, die blinde Raa wird mit den Backbordsbrassen aufgetoppt, und die Klüverbackstage an Steuerbord aufgesetzt. Ist alsdann das Schiff mit dem Vordertheile bis West-Nordwest gekommen, so hat es den Wind auf der Steuerbordsseite als Backstagswind. In diesem Augenblicke wird die Besahn wieder ausgeholt, das Besahnstagsegel geheißt, und die Schoote desselben nach hinten geholt, wie Fig. 9, wodurch das Schiff schnell anluvt. Ist das Schiff ganz herum gekommen, so daß der Wind gerade auf den Segelbalken trifft, oder Seitenwind ist, was geschieht, wenn das Schiff Nord-Nordwest anliegt, oder wenn nöthig, auch schon etwas eher, wird der Helm mittschiffs gesetzt, um das Anluven zu mäßigen. Darauf werden die Raaen scharf angebraßt, die Schooten nach hinten geholt, und das laufende Tauwerk aufgeschossen. Das Schiff segelt dann wieder scharf bei dem Winde mit Steuerbordshalsen zu, und liegt Norden an, während der Wind Ost-Nordost ist. 1

Es segle das Schiff, Fig. 10, mit Steuerbordshalsen zu, und plötzlich schraale der Wind, oder springe so um, daß er gerade von vorne kommt; alsdann liegen die Vorsegel back, und die Achtersegel sind bekalmt. In solchem Falle wird die große Halse gefiert, die große Schoote, die Achterbulienen und die Leebrassen läßt man gehen; die Achterraaen werden umgebraßt, wie Fig. 11; die Backbordsgroßhalse wird an Bord geholt, und die Steuerbordsschoote nach hinten; die Klüver- und Vorstengestagsegelsschooten werden 2

über die Stage geholt; wenn das Abfallen sehr heftig ist, so werden die Klüver- und Vorstengestagsegelsschooten nicht nach hinten geholt; die blinde Raa wird getoppt, und der Helm mittschiffs gesetzt. Hat das Schiff den Wind vier Striche vor dem Segelbalken, oder bei schnellem Abfallen noch eher, so läßt man die Fockhalse, Schoote, Vorbulienen, und Leebrassen gehen; die Vorderraaen werden umgebraßt, die Backbordsfockhalse an Bord gebracht, die Schoote nach hinten, und alle Raaen scharf bei dem Winde festgesetzt, wie bei dem „Laß gehn und hol an!" beim Wenden über Stag (S. 2658).

Die mehrsten Schiffe werden schnell genug abfallen, indem sie deisen (rückwärts gehen), die Segel back liegen, und den Helm mittschiffs haben. Einige aber thun es nicht, und man hilft ihnen dann mit dem Ruder, und zwar in dem vorliegenden Beispiele bringt man den Helm an Steuerbord, wenn das Schiff Deising hat, damit die Steuerbordsseite des Ruders gegen das von hinten kommende Wasser gestoßen und so das Achterschiff nach Backbord getrieben, und das Vorschiff zum Abfallen gezwungen werde. Viele Seeleute behaupten, dies sei eine gefährliche Stellung für das Ruder; dies ist jedoch nur bei heftigem Sturme und schwerer See der Fall. In manchen Fällen, namentlich bei Legervall, läßt sich dieses Mittel gar nicht entbehren.

Fünftes Kapitel.

Das Segeln mit günstigem Winde, und Beisetzung der Leesegel.

§. 381. Mit einem Winde zwischen Seiten- und Backstags-Wind.

1 Es liegt ein Schiff mit Backbordshalsen zu, Norden an; der Wind ist also West-Nordwest; darauf raumt der Wind bis auf einen Strich hinter den Segelbalken, d. h. bis West-zum-Süd; der Winkel zwischen Kurs und Wind beträgt dann neun Striche; das Schiff hat also, statt scharf beim Winde segeln zu müssen, drei Striche frei. In diesem Augenblicke werden die Schooten gefiert, und die Bulienen losgelassen; die Leebrassen etwas gefiert, und die Luvbrassen etwas eingeholt; die Fockhalse wird langsam gefiert, die Schoote ein wenig nach hinten geholt, die Luvhalse an den Krahnbalken gebracht, und zwar mit einem eigenen Tau, dem sogenannten Halsbullentau (Passaree); und die Racktaljen werden festgesetzt (S. 2577).

2 Ist das Wetter schön, und findet man es nöthig, möglichst viele Segel beizusetzen: so schickt man einige Leute nach oben, um die Oberbramsegelsfallen an die Oberbramraaen zu stechen, ihre Segel selbst loszumachen und ihre Schooten über die Bramstengenstage zu bringen (S. 2591). Die Oberbramsegel werden dann geheißt, und Blinde und Außenblinde beigesetzt.

Hierauf werden die Leesegelsspieren ausgeschoben, und die Schwingbäume ausgebracht (vergl. S. 2558 bis 2560; 2602 bis 2607; und die betreffenden Artikel im nautischen Wörterbuche) und die Leesegel beigesetzt. 3

Auf Tafel XXXIV, B, finden sich die sämmtlichen Leesegel beisammen. Das Ausbringen der obern Spieren und der Schwingbäume ist S. 2603 ausführlich beschrieben; das Zutaakeln und Aufheißen der Leesegel auf S. 2604 bis 2607; das Beisetzen des Brodwinners oder Treibers auf S. 2606, Nr. 84.

Wenn der Wind bis auf zwei Striche hinter das Backstag kommt, wie Tafel XXXIV, B, Fig. 6, so wird die Luvseite des großen Segels aufgegeit, damit es nicht die Vorsegel bekalmt. Darauf werden auch in Lee das große Mars- und große Bramleesegel beigesetzt, und zwar vor ihren Raasegeln (vergl. S. 2605). Weil bei dieser Beseglung der Zug an den Masten von hinten kommt, so müssen Borgpardunen beigesetzt werden. Die Seitentaakel, welche um den Top der Masten liegen, können diesem Zwecke entsprechen. 4

§. 382. Vor dem Winde.

Kommt der Wind von Süden, so segelt das Nord anliegende Schiff gerade vor dem Winde, wie Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 12. Alsdann werden der Treiber, der Klüver und die Stagsegel niedergeholt, das Kreuzsegel wird entweder bis auf das Besahneselshoofd niedergelassen, oder, wie in der Figur, ganz festgemacht; das Großsegel wird mit den Geitauen und den Gordings aufgegeit; die Vormars- und Vorbramleesegel werden niedergeholt; und das Vormars- und Vorbramsegel werden gestrichen, aufgegeit und festgemacht, wie Fig. 12 zeigt. 1

Bliebe der Treiber beigesetzt, so würde er wegen seines großen Achtermoments das Schiff unruhig im Steuern machen, und die unaufhörlich dem Wasser entgegengesetzte Ruderfläche würde den Lauf des Schiffes sehr hemmen. Das Kreuzsegel wird eingezogen, weil es sowohl dem großen Marssegel den Wind nehmen, als auch das Steuern schwierig machen würde. Die übrigen Segel, namentlich die Stagsegel, werden eingezogen, weil sie bei dieser Richtung von keinem Nutzen sind; und Vormars- und Vorbramsegel werden noch besonders deshalb eingezogen, weil sie bei ihrer Bekalmung unaufhörlich gegen den Mars und die Bramsahling killen und sich beschädigen würden. Das Großsegel wird eingezogen, damit es nicht dem Focksegel den Wind wegfängt; das Blindesegel läßt man beigesetzt, weil es den Wind unter der Fock durch empfängt.

Die Leesegel werden bisweilen, so wie in der Fig. 12, beigesetzt: zwei große Mars- und zwei große Bramleesegel und zwei Fockleesegel; die Segelkraft ist dann ziemlich gut zu beiden Seiten der Drehungsaxe vertheilt. Doch hängt Vieles von der Eigenthümlichkeit des Gebäudes und der Stauung ab, ob ein Schiff zum guten Segeln mehr Vor- oder mehr Achtersegel braucht. 2

3 Zuweilen theilt man die Segelfläche so wie in Fig. 13, daß man die Marsleesegel nach vorne nimmt. Das Vormarssegel wird nämlich festgemacht, und dann die Vormarsraa wieder geheißt, um an ihren Nocken die Falle der Leesegel zu tragen. Die englischen Seeleute nennen das: scandalizing the fore-topsail-yard (die Vormarsraa beschimpfen).

Manche Schiffe segeln übrigens besser, wenn die Fock aufgegeit und das Großsegel beigesetzt ist.

4 Geht der Wind wieder zurück nach Westen-zum-Süd, so ist er nur einen Strich hinter dem Seitenwinde, wenn das Schiff Norden anliegt; alsdann werden die Lee- und Stagsegel wie in Fig. 14, beigesetzt. Fängt es an, etwas frisch zu wehen, so nimmt man die Oberbram- und Bramleesegel fort; eben so die Außenblinde und den Treiber, weil der letztere das Schiff so luvgierig macht, und zwingt, den Helm in Luv zu haben.

Das Einnehmen dieser Segel ist theils von S. 2603 bis 2607, theils unter den betreffenden Artikeln im Wörterbuche gezeigt, und in Fig. 15 und 16 dargestellt.

5 Kommt der Wind noch weiter zurück nach vorne, und wird er dabei heftiger, so wird das untere Leesegel eingenommen, und der Schwingbaum in die Rüste gebracht (S. 2604). Darauf werden die Raaen aufgebraßt, und das Marsleesegel niedergeholt. Schraalt der Wind noch weiter, so wird die Fockhalse an Bord gebracht, die Schoote nach hinten und die Bulien angeholt. Darauf wird die Blinde gereeft, und die Raa mit den Leebrassen aufgetoppt (vergl. S. 2570); die Klüverbackstage werden aufgesetzt, und das Schiff segelt wieder scharf bei dem Winde mit Backbordshalsen zu; es liegt Nord an, und der Wind ist wieder West-Nordwest.

Sechstes Kapitel.

Vom Reefen und allmäligen Einziehen der Segel bei stärker werdendem Winde.

§. 383. Vor, bei und nach dem Reefen.

1 Wenn der Wind immer mehr zunimmt, so wird das große Bramstagsegel in den Vormars niedergeholt, und das Kreuzstengestagsegel in die Schwigtings des großen Masts (vergl. S. 2599 und 2600). Der Klüver wird um ein Drittel eingeholt (vergl. S. 2594 und 2595).

2 Das Reefen der Marssegel ist S. 2569 ausführlich beschrieben. Es muß besondere Sorgfalt angewandt werden, daß die Segel gehörig auf die Raa geholt werden, und daß die Reefseisings frei von den Bramschooten bleiben.

Sobald die Leute, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 17, von der Raa sind, werden die Falle steif geholt, die Reeftaljen losgelassen, und die Marssegel aufgeheißt, indem man sie mit den Luvbrassen killend hält. Die Leute im Mars verfahren die Geitaue, die Gordinge und die Reeftaljen. Wenn die Marssegel mit einem steifen Leik aufgeheißt sind, werden die Raaen aufgebraßt, die Bulienen angeholt, und das laufende Tauwerk wird aufgeschossen.

Die Bramsegelschooten werden dann wieder ausgeholt, und die Segel geheißt. Von jedem Mars- und Bramsegel werden die Leeschooten immer zuerst ausgeholt (ausgenommen wenn der Wind sehr raum ist); weil der Wind, wie Fig. 18 zu sehen ist, das Segel immer nach Lee hinüberwirft, so kommt die Leeschoote i beinahe von selbst an die Rock; alsdann hält man das Segel mit der Luvbrasse killend, und holt die Luvschoote ohne Schwierigkeit aus. 3

§. 384. Einziehen der Bramsegel.

Zuweilen werden Schiffe dadurch luvgierig, daß sie zu viele Vorsegel führen; diese drücken das Vorschiff tiefer ein, und nehmen dem Ruder durch die Erhebung des Achterschiffs einen Theil seiner Wirksamkeit. Man nimmt in solchem Falle das Vorbramsegel ein. 1

Beim Einnehmen eines Bramsegels fiert man zuerst das Fall; darauf holt man die Luvbrasse ein, und geit zuerst das Luvschoothorn auf, dann das Leeschoothorn, und zuletzt holt man die Gording auf. Viele Kauffahrteischiffe haben keine Gordings an den Bramsegeln; diese sollten aber nie fehlen, weil sonst das Segel bei heftigem Winde den Festmachenden, welches gewöhnlich kleinere Knaben sind, zu gefährlich werden kann. 2

§. 385. Einziehen des Klüvers und des großen Stengestagsegels; und Borgpardunen der Stengen.

Muß der Klüver eingeholt werden, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 19, so läßt man das Fall gehn, holt am Niederholer m, fiert die Schoote n langsam, und holt das Segel dicht an den Baum. Ist es wahrscheinlich, daß der Wind zunehmen wird, so läßt man den Leiter oder Ausholer o (vergl. S. 2594) gehen, holt den Klüver bis dicht an das Bugspriets-Eselshoofd p, und staut ihn dort in das Vorstengestagsegels-Netz q hinein. 1

Das große Stengestagsegel wird gegenwärtig so tief geschnitten, daß es den Mast eben so sehr wie das große Marssegel anstrengen kann. Es wird bei einigermaaßen stürmischem Wetter beinahe eben so bald eingezogen, wie das große Bramsegel. Das Einziehen geschieht folgendermaaßen. 2

Man fiert, Fig. 20, die Schoote q langsam, und holt die Leegording ein, während man von der Luvgording r nur das lose Hängende einzieht. Würde nämlich die letztere zuerst eingeholt, so würde das Segel Wind fangen, und namentlich bei einer heftigen Kühlte bis zum Zerreißen auf- und niederschla-

gen. Darauf läßt man das Fall s gehen, und holt am Niederholer t. Sieht man voraus, daß es stark wehen wird, so holt man es in die Schwigtings des Fockmasts herauf, und staut es dort auf, indem man es mit einem Beschlagseising festmacht. Auf vielen Schiffen hat man auf jeder Seite der Marspüttingstaue ein Netz ausgespannt, um das Segel besser verwahren zu können.

3 Wenn der Wind immer mehr zunimmt, so bringt man noch mancherlei Unterstützungen der Marsraaen und der Stengen an. Man befestigt einen Wandstropp an der Langsahling des Marses, und einen zweiten gegenüber etwa auf einem Viertel der Marsraa von Außen an gerechnet. In den Wandstropp an der Sahling wird der einscheibige Block des Stengenseitentaakels eingehaakt; in den Stropp an der Raa der zweischeibige Block desselben. Diese Einrichtung dient dann als ein Niederholtaakel, um die Marsraa niederzuholen, wenn sie bei den heftigen Bewegungen des Schiffes aufwärts gegen den Mast fliegt. Wenn, wie auf Kauffahrteischiffen, die Bauchgordinge durch Grenadierblöcke gehen (S. 2566), so dienen sie als Niederholer. Bei anwachsendem Winde wird ein zweites Reef in das Marssegel gestochen; es geschieht ganz auf dieselbe Weise wie bei dem ersten; nur muß jetzt noch besondere Sorgfalt angewandt werden, daß das Segel gehörig auf die Raa über dem ersten Reef zu liegen kommt.

4 Wenn ein Marssegel doppelt gereeft ist, so hat sich der Zug an der Stenge von oben her, wo ihm das Tauwerk entgegenwirkte, tiefer hinab begeben; man bringt deshalb eine Vorgpardune dicht über der Marsraa an der Stenge an. Hiezu wird, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 21, ein Taukranz oder Stropp um die Stenge gelegt. Er besteht aus zwei Schenkeln y, jeder mit einem Auge, und hat in der Bugt eine große Kausche z eingebindselt. Dieser Stropp wird, Fig. 20, um die Stenge genommen, und an ihrer Vorderseite an den beiden Augen a festgebindselt, so daß die Kausche b nach hinten liegt. Ein Mantel c wird durch die Kausche gezogen, und oben am Top der Stenge d festgestochen; der untere Block des Manteltaakels wird an einen Augbolzen gehaakt, der in der kleinen Rüste oder dem Stuhl für die Stengenpardun festsitzt; der Läufer fährt durch einen Fußblock auf Deck.

Wenn das Marssegel nach dem zweiten Reefen geheißt wird, so hält man es vermittelst der Luvbrasse killend, und der Stropp wird dicht über der Raa hinabgeschoben, und die Vorgpardun festgesetzt; darauf braßt man das Marssegel voll, holt die Bulien und Luvbrasse fest an, und schießt das laufende Tauwerk auf.

5 Wenn die See hoch geht, und namentlich gegen die Seite anrollt, so muß man besondere Sorgfalt in der Beisetzung der Segel anwenden, was aber immer von der Eigenthümlichkeit des Schiffs abhängen wird, weil dieselben Segel bei verschiedenen Schiffen sehr abweichende Wirkungen hervorbringen können.

Wenn das Schiff sehr luvgierig ist, also den von der Luvseite anrollenden Wogen die Seite entgegenwerfen will, so geit man die Besahn auf, und steckt das dritte Reef in das Vormarssegel. Hiedurch wird das Schiff folgsamer gegen das Steuer gemacht; so daß es einer schweren See, welche eben heran-

kommt, durch ein schnelles Abfallen entgehen kann. Beim Einziehen der Besahn wird zuerst der Besahnbruhk in Lee (S. 2585) mit gehöriger Mannschaft und Kraft angeholt, sobald die Schoote gefiert ist; dann die andern Dempgordingen in Lee, und zuletzt werden die loose hängenden in Luv eingeholt.

Sieht das Wetter sehr drohend aus, und ist ein heftiger Sturm zu erwarten, so müssen die Kanonen besonders sorgfältig befestigt, die Borgbruhke umgelegt und festgesetzt, und die Pfortenlucken gehörig festgesorrt werden. Finden sich Spieren auf Deck, so müssen sie durch eine außerordentliche Sorrung festgemacht werden, die man durch die Ringe an den Seiten der Pforten zieht. 6

§. 386. Einziehen der Marssegel; Niederholen der Bramraaen; und Streichen der Bramstengen.

Wenn die Heftigkeit des Windes noch immer zunimmt, so wird das Kreuzsegel und das Vormarssegel festgemacht, in das große Marssegel steckt man aber das dritte Reef ein, wozu es natürlich erst aufgegeit werden muß. 1

Um ein Marssegel ganz einzuziehen, wird hinreichende Mannschaft an die Geitaue, die Niederholtalje und die Luvbrassen gestellt; darauf läßt man das Fall gehen, holt die Luvbrasse an, läßt die Luvschoote los, und holt das Geitau an; darauf läßt man die Bulien und die Leeschoote gehn, und geit den Leetheil des Segels auf; die Bauchgording wird ebenfalls angeholt. Darauf werden die Stoßtaljen oder Schlingertaljen festgesetzt, und die Mannschaft geht auf die Raa, um das Segel festzumachen. 2

Beim Einnehmen der Marssegel wird, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 23, zuerst die Luvschoote f aufgegeit, weil sonst das Segel voll stehen bleibt; darauf läßt man die Bulien e und die Leeschoote d gehn. Wäre diese zuerst gefiert, so würde das Segel von den heftigen Schlägen und Wallungen zerreißen; jetzt aber liegt es ruhig back. Ist ein Schiff sehr schwach bemannt, so muß man zuweilen doch das Leegeitau ein wenig aufholen, um die Luvbrasse einholen zu können.

Die Stoßtalje oder Schlingertalje ist eine Talje, mit welcher die Raaen festgesetzt werden, wenn bei heftigem Stampfen und Schlingern des Schiffs die Segel festgemacht werden sollen; damit nicht die Mannschaft durch das heftige Hin- und Herstoßen beschädigt oder gar herunter geschleudert wird. Die untern Raaen können gewöhnlich mit den Racktaljen festgesetzt werden, oder sie haben eigene Stoßgienen; bei den Marsraaen heißen sie aber genauer Stoßtaljen. Sie werden an der Luvseite angebracht. Ein looses Taakel oder eine sogenannte dritte Hand (eine Talje mit einem Haaken- oder Steertblock, die zu irgend einem Gebrauche bald hier bald dorthin gebracht und festgemacht werden kann) wird dazu gebraucht. Der einscheibige Block wird in einen Wandstropp an der Raa eingehaakt; der zweischeibige wird an einen Augbolzen gestochen, der an dem Eselshoofd des Mastes festsitzt; der Läufer fährt auf Deck herab. Wenn das Schiff gerade nach der Leeseite schlingert, 3

so wird die Talje fest angeholt und belegt; hiedurch ist die Raa gehindert, weiter hin und her zu schwanken und gegen den Mast zu stoßen.

4 Das Schiff führt jetzt, nach allen bisherigen Einziehungen, folgende Segel, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 24: das Großsegel; die Fock; das dichtgereefte Großmarssegel; das Vorstengestagsegel; und das Besahnstagsegel. Zeigt es sich aber luvgierig, so wird das Besahnstagsegel aufgegeit, und niedergeholt, und zwar in derselben Weise wie das Großstengestagsegel (vergl. S. 2665, §. 385 Nr. 2).

5 Wenn der Sturm zunimmt, so werden die Bramraaen heruntergenommen. Zuerst wird der hiezu bestimmte Fallblock an der Bramstenge, oder der Jackblock, Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 25, i (vergl. S. 2589) hinaufgenommen, und um die Bramstenge geknüpft. Das Drehreep k wird von der Raa losgemacht, und an den Stropp des Fallblocks festgestochen; das Bramstengenwindreep l wird durch denselben geschooren, und der Block mit dem Fall m in die Höhe geholt. Die Schooten n n, die Bulienen, die Gordingen und die Geitaue werden losgemacht, und an die Querbramsahlings o o festgestochen. Das Windreep l wird mit einem Fischerstich (Tafel XXXII, A, Fig. 62) an die Mitte der Raa gestochen, und die Bucht nach der Leeseite der Raa gebracht und dort bei q gestoppt. Es kann auch dort festgestochen, und das Ende an die Mitte der Raa gebunden werden. Das Luvgeitau wird an die Luvtoppenant befestigt, im Fall die letztere nicht lang genug ist, um die Raa damit niederzulassen, und das Rack wird losgemacht. Darauf holt man an dem Windreep l, durch dessen Stoppung bei q die Raa gekentert oder in eine perpendikuläre Lage kommt; das Luvgeitau wird langsam gefiert, und das Windreep ein wenig niedergelassen. Darauf wird die Raa, in Fig. 26, an den Wanderbügel oder Wanderring w an der Luvstengenpardun gestoppt. Dieser Wanderbügel geht an der Stengenpardun auf und nieder, um das Aufheißen und Niederlassen der Bramraa zu erleichtern. Der Mann s in der Luvstengewant taakelt die untere oder Luvnock der Raa ab, und der Mann t auf der Bramsahling die obere oder Leenock. Die Raa wird alsdann auf Deck niedergelassen, indem sie durch den Bügel w an der Stengenpardun luvwärts gehalten wird. Die Brassen und Toppenanten werden an den Querbramsahlings festgemacht. Wenn die Raa unten ist, wird das Windreep losgemacht, und aus dem Fallblock ausgeschooren. Der Block selbst wird losgeknüpft und herabgelassen, und das Drehreep an die Querbramsahling festgestochen.

6 Der Bramstengenwindblock wird an einen Augbolzen gehaakt, der an der Backbordsseite des Stengeneselshoofds festsitzt. Das Windreep wird durchgeschooren, dann durch das Scheibengatt in der Bramstenge, und das Ende an den Augbolzen gestochen, der an der Steuerbordsseite des Stengeneselshoofds festsitzt.

Sollen die Bramstengen gestrichen werden, so werden die Stage, Wanten und Pardunen losgemacht; das Schlottholz wird aus dem Schloßgatt herausgezogen, und die Bramstenge niedergelassen. Ist sie tief genug, so wird das Windreep belegt, und eine Fußsorring durch das Schloßgatt und um die

Stenge geschooren und festgemacht. Es ist indessen vorzuziehen, die Bramstenge bis aufs Deck herabzulassen.

Siebentes Kapitel.

Von den verschiedenen Manövern während eines Sturmes.

§. 387. Allgemeine Uebersicht dieser Manöver.

Die Manöver, welche ein Schiff während eines Sturmes auszuführen hat, sind folgende:

Erstens: mit dem Groß- und Focksegel allein zu wenden; man hat die Ansicht davon auf Tafel XXXVI, B, 1, Fig. 27 bis 31, wobei noch beide Segel gereeft werden.

Zweitens: den Klüverbaum und die Blinde Raa einzuholen, Fig. 32.

Drittens: mit dem Großsegel allein zu halsen, oder vor dem Winde zu wenden, Fig. 33 und 34; wobei das Großsegel vielleicht zerrissen wird, und niedergeholt werden muß, Fig. 35.

Viertens: mit möglichst wenigen Segeln beizuliegen, und dennoch nöthigenfalls zu halsen, Fig. 36, 37 und 38. Beiliegen heißt im Allgemeinen bei einem schweren und dabei konträren Winde mit wenigen Segeln so nahe als möglich bei dem Winde segeln, um beinahe auf derselben Stelle zu bleiben, oder doch so wenig als es angeht, von seinem beabsichtigten Wege verschlagen zu werden.

Fünftens: vor Top und Taakel zu treiben und zu wenden, Fig. 39 und 40. Vor Top und Taakel treiben heißt bei heftigem Sturme alle Segel einnehmen und festmachen, und nur mit den Masten und der Taakelasche treiben.

Sechstens: Lenssen, Fig. 41 bis 45; dies heißt bei einem schweren Sturme vor dem Winde segeln. Weil alsdann das Schiff mit gefährlicher Geschwindigkeit durch das Wasser läuft, so lenßt man nur dann, wenn es nicht mehr möglich bleibt bei dem Winde zu liegen, und die Stöße des Sturmes und der Wellen auszuhalten. Bei diesem Lenssen ist es besonders gefährlich eine Eule zu fangen, d. h. den Wind von vorne in die Segel zu bekommen. Es kann dies auf zweifache Art geschehen: entweder durch unvorsichtiges Anluven, dies nennen die Engländer to be broached to; oder durch plötzliches Abfallen, so daß das Schiff bei der heftigen Wendung vor dem Winde so weit herumgeschleudert wird, daß es bis in den Wind hineindreht; dies nennen die Engländer to be brought by the lee. Beides ist unter solchen Umständen sehr gefährlich; daher werden beim Lenssen nur die geübtesten Leute ans Ruder gestellt.

Siebentens: die Stengen zu streichen, Fig. 46; dies ist zwar oft unvermeidlich, bleibt aber immer nachtheilig, weil dadurch der Schwerpunkt des ganzen Schiffes niedriger zu liegen kommt, was bei einer schwer wogenden

See die Heftigkeit des Schlingerns und Stampfens auf gefährliche Weise vermehrt. Doch selbst bei gestrichenen Stengen müssen die Raaen oben bleiben. Denn wären sie auf Deck genommen, so könnte das Schiff keiner nachrollenden hohen Welle entgehen, deren Einsturz die schlimmsten Folgen haben kann.

Achtens: gegen vorneher kommende Seen über Stag zu wenden, Fig. 47 bis Fig. 50; nebst den Hülfsmitteln, wenn das Schiff die Drehung versagt, oder verkehrt fällt, wie kurzes Halsen, und Halsen mit Anluven, welches die Engländer box-hauling nennen, Fig. 51 bis 55.

Neuntens: ein besondres Manöver, welches eben so wohl bei ruhigem als bei stürmischem Wetter stattfinden kann, und welches oft zur Anwendung kommt, ist das Beidrehen oder Aufbrassen, wenn zwei Schiffe mit einander sprechen wollen; Fig. 56 bis 58.

Zehntens: das Sondiren oder Lothwerfen, wenn man sich dem Lande nähert und vor Anker gehen will; Fig. 59 bis 64.

Eilftens: mit einem Spring auf dem Tau und mit Ankerkappen unter Segel gehen oder von Leegerwall loskommen, Fig. 65 bis 67; dies geschieht, wenn ein Schiff so dicht an Leegerwall getrieben ist, daß es nicht mehr Zeit zum Wenden hat.

Zwölftens: beim Uebergehn oder Ueberschießen des Ballasts oder der Ladung, wenn das Schiff ganz auf die Seite geworfen ist, dasselbe wo möglich wieder aufzurichten; Fig. 68 bis 70.

§. 388. Angabe der Stellen des Nautischen Wörterbuchs, in denen die genannten Manöver des vorigen Paragraphen zu finden sind.

1 Das erste und dritte Manöver ist unter dem Artikel „Wenden“ zu finden. Das zweite unter „Einholen“. Das vierte unter „Beyliegen“. Das fünfte unter „Top und Taakel“. Das sechste unter „Lenssen“. Das siebente unter „Streichen“. Das achte unter „Wenden“. Das neunte unter „Sprachrohr“. Das zehnte unter „Lothwerfen“, und in der VII. Abtheilung der Ankerkunde, dicht vor dem Artikel „Vor Anker gehen“, auf S. 24 unter „Ankergrund“. Das eilfte Manöver ist ebenfalls in der Ankerkunde enthalten, und zwar auf S. 39 unter dem Artikel „mit einem Spring auf dem Tau ankern“, und besonders auf S. 40 dicht vor dem Artikel „den Anker kappen“. Das zwölfte Manöver findet sich unter den beiden Artikeln „Kentern“ und „Uebergehen“.

2 Weil diese Manöver ganz spezielle Fälle der Manövrirkunde enthalten, so war es zweckgemäßer, sie unter den einzelnen Artikeln des Wörterbuchs darzustellen.

3 Die Manöver, welche auf mehrere Schiffe zugleich und auf ganze Flotten Bezug haben, sind im Wörterbuch unter dem Artikel „Seetaktik“ mit besonderer Benutzung der Tafel XXXV, E, und der beiden Signaltafeln XLIX und L. beschrieben und erklärt.

Uebersicht

des

Fünften Buches

oder der

Ankerkunde.

§. 389. Erklärung und Eintheilung der Ankerkunde.

Die Ankerkunde lehrt auf die vortheilhafteste Weise vor Anker gehen, vor Anker liegen, und den Anker lichten, um wieder unter Segel zu gehen. Hierzu bedarf es nicht allein einer hinreichenden Kenntniß und Benutzung der Anker, Ankertaue und der am Bord befindlichen Maschinen, wie der Brat- und Gangspille u. s. w.; sondern auch der Art, wie man lothet und sondirt, um Tiefe und Beschaffenheit des Ankergrundes zu erfahren; ferner der verschiedenen Manöver, welche mit Hülfe der Segel ausgeführt werden müssen, um gut vor Anker zu kommen, und gut unter Segel zu gehen, wenn man den Anker wieder gelichtet hat; endlich der vielfachen Manöver, welche ausgeführt werden müssen, um das Schiff sicher vor Anker liegen zu machen, wenn es auf einem Platze geankert hat, welcher der wechselnden Strömung von Ebbe und Fluth, und den verschiedenen mit diesen Strömungen bald übereinstimmenden bald ihnen entgegengesetzten Winden unterworfen ist. 1

Die ganze Ankerkunde enthält demnach vier Haupttheile: der erste oder Elementartheil lehrt die verschiedenen Anker in ihren einzelnen Theilen und mit ihren Tauen kennen, so wie auch die Theorie ihrer Haltbarkeit; der zweite lehrt das Sondiren und Manövriren um vor Anker zu gehen, und das eigentliche Ankerwerfen; der dritte zeigt, wie bei den verschiedenen Winden und Strömungen, und bei zunehmendem Sturme das Schiff sicher vor Anker liegen kann, und wie namentlich die mehreren bei solchen Gelegenheiten zugleich ausliegenden Taue klar gehalten und vor dem Brechen geschützt werden können; der vierte Theil lehrt endlich unter den mannigfaltigsten Umständen den Anker mit der möglich kleinsten Anstrengung und Gefahr zu lichten und unter Segel gehen; oder auch nöthigenfalls das Ankertau im richtigen Momente zu kappen. 2

3 Es ist nun die ganze Ankerkunde in das nautische Wörterbuch verlegt, und zwar aus zweifachem Grunde: erstens vereinigt fast kein andrer Theil der Schifferkunde so viele eigenthümliche Kunstausdrücke in sich, so daß es am angemessensten war, die einzelnen Theile der ganzen Lehre sogleich mit den Erklärungen dieser Kunstausdrücke zu verbinden; zweitens aber ist es bei keinem andern Theile der Schifferkunde so nöthig, daß der gebildete Seemann auch die dahin gehörigen Ausdrücke der andern seefahrenden Nationen kenne. Bei allen übrigen Manövern und Vorkommenheiten ist er gleichsam nur auf sein Schiff und auf die Nationalsprache der Besatzung angewiesen. Dagegen bei dem so wichtigen Vor-Ankergehen, Vor-Ankerliegen und Ankerlichten ist er nicht allein in mannigfaltigem Verkehre mit den Lootsen, die nur in größeren Häfen mehrere Sprachen sprechen; sondern ein sehr besuchter Ankerplatz umgiebt ihn mit den Schiffen so vieler Nationen, mit denen sich schnell zu verständigen bei den verschiedenen Vorkommenheiten des Ankerplatzes so nöthig ist, um sich nicht gegenseitig den größten Schaden zuzufügen, oder gar den Untergang zu bringen.

§. 390. Angabe der zur Ankerkunde gehörigen Seitenzahlen des Nautischen Wörterbuchs.

Die ganze Ankerkunde erstreckt sich im nautischen Wörterbuche von Seite 13 bis 52, und zwar in zwanzig größern Abtheilungen, welche mit Römischen Zahlen und eigenen Ueberschriften versehen sind. Innerhalb einer jeden Abtheilung folgen die dorthin gehörigen Artikel einander bald streng alphabetisch, bald mehr in logischer Folge. Die Abtheilungen I bis VI gehören zu dem im vorigen Paragraphen angegebenen Elementartheile. Die Abtheilungen VII und VIII gehören zum zweiten Theile, welcher das Vor-Ankergehn lehrt. Die Abtheilungen IX bis XIV gehören zum dritten Theile, welcher das Vor-Ankerliegen zeigt. Die Abtheilungen XV bis XVII gehören zum vierten Theile, welcher das Ankerlichten und das Unter Segel gehen nach dem Lichten lehrt. Die Abtheilung VIII zeigt einige praktische Berechnungsweisen des Gewichts der Anker und Taue. Die Abtheilung XIX enthält noch einzelne beim Anker vorkommende Ausdrücke.

Die XX. Abtheilung enthält die alphabetische Folge sämmtlicher in den übrigen neunzehn Abtheilungen vorgekommenen Artikel, mit der Angabe der jedesmaligen Seitenzahl. Wer also nur über einzelne mit dem Anker in Verbindung stehende Artikel Auskunft, oder deren Namen in einer fremden Sprache sucht, muß in dieser XX. Abtheilung nachsuchen; sie steht auf S. 51 und 52.

Um die mit dem Gebrauche des Ankers in Verbindung stehenden Manöver kennen zu lernen, sind die Abtheilungen VIII bis XIV und die Abtheilung XVII am wichtigsten.

Sechstes Buch.

Fragen und Antworten

zur

Schiffer-Prüfung.

---

§. 391. Uebersicht.

Die nachfolgenden Fragen und Antworten zu einer Schiffer-Prüfung haben den Hauptzweck, die bisher mitgetheilten Lehren der Schifferkunde zu einer umfassenden und dem praktischen Gebrauche angemessenen Uebersicht zu bringen. Es sind deshalb bei den Antworten die Hauptstellen des Werkes und des nautischen Wörterbuches angeführt, aus denen sie genommen werden können. Die allein stehenden Seitenzahlen sind diejenigen dieses Bandes.

Neben diesem Hauptzwecke können dieselben auch dazu dienen, jüngeren Seeleuten, welche sich nach mehrjährigem wirklichem Seedienste zum Besuche einer höheren Navigationsschule, oder zu einer wirklichen Schiffer-Prüfung vorbereiten, das Selbstbewußtsein und die Selbstbeurtheilung ihrer schon erworbenen praktischen Kenntniß in der Schifferkunde zu erleichtern.

Die Fragen und Antworten sind in vier Hauptabtheilungen geordnet: die erste ist aus der Schiffsgebäudekunde genommen; die zweite aus der Zurüstungskunde; die dritte aus der Manövrirkunde und die vierte aus der Ankerkunde.

Innerhalb dieser Abtheilungen schriftlich oder mündlich zu gebende Antworten zu scheiden, muß jedem Leser nach dem Grade und Umfange seiner Kenntnisse überlassen bleiben.

Hinter der letzten Abtheilung sind noch einige Aufgaben hinzugefügt, welche eine ausführliche Berechnung und Zeichnung erfordern.

§. 392. Erste Abtheilung.

Schiffsgebäudekunde.

1 Frage. Welches sind die vier Eigenschaften eines vorzüglich guten Schiffsgebäudes?

Antwort. Stärke; Stabilität; Geräumigkeit und Schnelligkeit (2170).

2 F. Welche Eigenschaft muß mit der Stabilität verbunden sein?

A. Daß es sanft auf der See liegt; weder heftig stampft noch heftig schlingert (2170).

3 F. Hängt diese Eigenschaft von dem Gebäude allein ab?

A. Nein; auch von der Stauung (2509 u. 2519).

4 F. Hängt die Schnelligkeit von der Schärfe des Gebäudes allein ab?

A. Nein; es muß auch gut Segel tragen, und sich leicht steuern lassen (2170).

5 F. Welches sind die drei Hauptaxen des Schiffsgebäudes?

A. Die Längen-, Breiten- und Vertikalaxe, die sich sämmtlich im Schwerpunkte des ganzen Schiffs senkrecht schneiden (2175).

6 F. Was heißt der Wasserraum eines Schiffes, und wie kann man durch ihn das Gewicht des ganzen Gebäudes und seines Inhalts berechnen?

A. Der Wasserraum ist der unter der Wassertrachtsebene befindliche oder eingetauchte Theil des Schiffs. Die Wassermasse, welche das Volumen des Wasserraums ausfüllt, hält durch ihre Schwere das Gewicht des ganzen Schiffes und seines Inhalts im Gleichgewicht; es muß also das Gewicht des Wasserraums gleich demjenigen des ganzen Schiffes sein. Berechnet man also den körperlichen Inhalt des Wasserraums in Kubikfußen, und multiplizirt die gefundene Anzahl derselben durch die dem in Rede stehenden Kubikfuße Wasser entsprechende Anzahl von Pfunden, so erhält man das Gewicht des ganzen Schiffes und seines Inhaltes, ausgedrückt in den betreffenden Pfunden (2176).

7 F. Wie viel Königsberger Pfunde rechnet man auf einen Königsberger Kubikfuß Seewasser?

A. 63 ½ Königsberger Pfunde (2289).

8 F. Wodurch entsteht die Kielgebrechlichkeit der Schiffe?

A. Dadurch, daß der Auftrieb des Wassers gegen die Mitte des Schiffes mehr Gewalt ausübt, als gegen die schärfer gebauten Enden (2177).

9 F. Wodurch wird der Kielgebrechlichkeit am besten entgegengewirkt?

A. Durch möglichst geringe Belastung der Enden; durch gehöriges Verschießen der Laschingen von Kiel und Kolschwinn; durch hinreichendes Verbolzen der Spantentheile und endlich durch gehörige Stärke der Deckbalken (2179 u. 2180).

10 F. Welche Größen muß man kennen, um die Stabilität eines Schiffes zu berechnen?

A. Den Wasserraum; seine Breite; seine Tiefe von der Wassertrachtsebene bis zur Unterseite des Kiels; das Verhältniß des horizontalen Wasser-

ebenendurchschnitts zu dem Parallelogramm aus seiner Länge und Breite; denjenigen Theil der Tiefe, mit welchem der Horizontaldurchschnitt in der Wasserebene multiplizirt werden muß, um das Volumen des Wasserraums zu erhalten; die Anzahl von Pfunden in dem betreffenden Kubikfuß; endlich die Entfernung des Schwerpunktes des ganzen Schiffs von der Wassertrachtsebene. Die letztere Größe fällt bei beladenen Kauffahrteischiffen gewöhnlich fort, weil ihr Schwerpunkt mehrentheils in die Wassertrachtsebene fällt (2208 u. 2495).

11 F. In den gewöhnlichen Formeln zur Berechnung der Stabilität kommt ein Divisor 12 vor; wie ist er hineingekommen?

A. Aus der Berechnung des Trägheitsmoments eines Parallelepipeds (2191).

12 F. Man habe die Stabilität eines gegebenen Schiffes berechnet, und will nun für einen bestimmten Fall wissen, wie weit sich das Schiff auf die Seite neigen wird; welche Größen muß man zu dieser Berechnung kennen?

A. Die betreffende Segelfläche; die Stärke des Windes; die Höhe des Kraftpunktes der Segel über der Wassertrachtsebene; endlich den Winkel, den der Wind mit der Segelfläche macht (2497).

13 F. Wie führt man die Rechnung, um die Neigung des Schiffs zu finden?

A. Man multiplizirt die Segelfläche mit der Höhe des Segelkraftpunktes über der Wasserebene; dieses Produkt multiplizirt man weiter mit der Pfundezahl, welche die Wirkung des Windes auf einen Quadratfuß Segelfläche ausdrückt. Dieses ganze Produkt dividirt man durch die Stabilität, und erhält den Sinus des Winkels, um welchen das Schiff von einem Winde auf die Seite geneigt würde, wenn er mit der angegebenen Stärke in senkrechter Richtung auf die Segelfläche träfe.

Es verhält sich aber die Kraft des geraden zur Kraft des schiefen Stoßes gegen eine und dieselbe Fläche, wie das Quadrat des Radius, oder die Einheit, zum Quadrat des Sinus des Neigungswinkels, d. h. hier zum Quadrat des Sinus desjenigen Winkels, den der Wind mit der Segelfläche macht.

. Man multiplizirt also den vorher gefundenen Sinus durch das Quadrat des Sinus des Neigungswinkels des Windes, und erhält den Sinus der eigentlichen Neigung des Schiffes (2497).

14 F. Wenn man für ein gegebenes Schiff, dessen Stabilität bekannt ist, die Segelfläche und ihr Moment bestimmen will, welchen Neigungswinkel nimmt man als den zulässig größten an, und wie verfährt man bei dieser Bestimmung?

A. Man nimmt einen Winkel von 10° als den größten an, multiplizirt seinen Sinus mit der gegebenen Stabilität und setzt dieses Produkt gleich dem Momente der zu bestimmenden Segelfläche; indem man dabei die Stärke des Windes als die möglich größte, z. B. wie bei einem Sturme, annimmt. Man hat alsdann jenes erste Produkt aus der Stabilität und dem Sinus von 10° durch diese angenommene Windstärke zu dividiren,

und erhält alsdann einen Quotienten, welcher dem Produkte aus der Segelfläche und der Höhe des Kraftpunktes über der Wasserebene gleich ist. Innerhalb dieser Größe oder dem eigentlichen Momente der Segelfläche kann man die beiden Faktoren je nach der verschiedenen Art der Bemastung und Beseglung, die man dem Schiffe geben will, beliebig wechseln lassen (2497).

15 F. Wie tief kann man ein Schiff beladen, ohne seine Fähigkeit, die Segel bequem zu führen, merklich zu verringern?

A. So tief, daß seine größte Breite etwa 6 ½ Zoll über der Wasserebene liegt (2499).

16 F. Wie unterscheidet sich die Lastigkeit eines Schiffs von seinem körperlichen Inhalt?

A. Die Lastigkeit eines Schiffs ist nur das Gewicht, welches es tragen kann, ohne tiefer, als bis zur Ladewasserlinie einzusinken (2478).

17 F. Wie kann man die Lastigkeit mit Hülfe des Wasserraums finden?

A. Wenn man den Wasserraum, den das Schiff ohne alle Ladung einnimmt, von demjenigen abzieht, den es mit voller Ladung hat (2478).

18 F. Wenn man sich bei dem Ausmessen des körperlichen Raumes eines Schiffes, die mittlere Spantenfläche in ein Trapez und zwei Segmente theilt, darf man alsdann den Flächeninhalt eines solchen Segments gleich $^{31}/_{40}$ eines solchen Parallelogramms nehmen, dessen eine Seite die Länge des Bogens, und dessen andere die Sagitta des Bogens ist?

A. Nur in einem Falle darf man es; wenn nämlich die Spanten nach Kreisbogen geformt sind und der Bogen gerade 100° beträgt (2491).

19 F. Wie viele und welche Baurisse geometrischer Art werden von einem Schiffsgebäude gemacht?

A. Drei: der Seiten-, der Spanten- und der wasserpasse Riß, welcher auch der Sentenriß genannt wird (2260).

20 F. Welches mechanische Konstruktionssystem der neueren Schiffsbaukunst ist das bewährteste?

A. Das parabolische System des Schwedischen Schiffbaumeisters Chapman (2320).

21 F. Welches sind die drei Hauptpunkte für eine richtige Stauung?

A. Angemessene Wassertracht; Verminderung des Stampfens; und Verminderung des Schlingerns (2511).

22 F. Warum ist es vortheilhafter, die schwersten Stücke des Ballasts auf die Laschungen der Lieger, oder in die sogenannten Flügel des Raums, als auf das Kolschwinn zu bringen?

A. Weil die schwersten Lasten auf dem Kolschwinn den Schwerpunkt des ganzen Schiffs so tief herabbringen, daß die Wiederaufrichtung des Schiffes nach einer Seitenneigung nur mit der größten Heftigkeit geschieht; wenn dagegen die schwersten Lasten in die Flügel des Raums kommen, so liegen sie weiter von der Drehungsaxe ab und geben da-

durch dem Schiffe durch ihre wechselseitige Gegenwirkung eine sanftere Bewegung (2509).

23 F. Ein Schiff hat Kanonen, Mörser, Anker und dergl. schwere Stücke zu laden, wie staut man sie am besten?

A. Man legt die Kanonen und Mörser nach der Länge des Schiffs auf eine Bettung von Stauholz, und zwischen ihnen die Ankerschafte, und zwar so, daß beide Arme horizontal zu liegen kommen, damit Nichts über die Kanonen oder Mörser hervorragt; unter die Hände und Spitzen legt man die Ankerschuhe. Auf diese Art bringt man das Schiff bis zu seiner Ballasttracht, oder der Wasserlinie der Ballaststeife. Hierauf ebnet man den ganzen Raum mit Holz, Kugeln, Bomben, Blei oder Roheisen (2515).

24 F. Ein Schiff soll Wolle oder Baumwolle laden, welcher Ballast ist der vortheilhafteste?

A. Eisen, weil es den wenigsten Raum einnimmt (2515).

25 F. Ein Schiff hat Chinesische Porzellankisten zu laden, wie sichert man sie am besten vor der Beschädigung?

A. Man gräbt sie in den Ballast ein (2515).

26 F. Man hat Seidenzeuge und andere kostbare Stoffe, die vor den Insekten geschützt werden müssen, und zugleich Pfeffer zu laden; wie staut man sie am zweckmäßigsten?

A. Man gräbt die Waarenballen in den loosen Pfeffer ein (2516).

27 F. Es soll der kubische Inhalt eines zu ladenden Fasses gefunden werden; nach welchen Methoden kann es geschehen?

A. Nach einer annähernden: man sucht den Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Diameter, und multiplizirt ihn mit 0,7; man addirt dieses Produkt zum kleinsten Diameter, und erhält den mittleren Diameter. Darauf berechnet man das ganze Faß wie einen Cylinder, dessen Höhe die Länge des Fasses ist, und dessen Grundfläche den gefundenen mittleren Diameter zum Durchmesser hat (2526).

Eine genauere Methode ist die nach der baryzentrischen Methode, oder dem Guldinschen Prinzipe. Man macht sich einen vertikalen Durchschnitt durch die Längenaxe des Fasses, und sucht von dessen Hälfte den Flächeninhalt und den Schwerpunkt. Diesen halben Durchschnitt läßt man als die erzeugende Fläche um die Längenaxe des Fasses drehen; die Peripherie des Kreises, den der Schwerpunkt beschreibt, multiplizirt mit dem Flächeninhalte der erzeugenden Fläche, gibt den kubischen Inhalt des Umdrehungskörpers; d. h. hier des Fasses.

Wenn das Faß klein ist, und man ein größeres parallelepipedisches, oder zylindrisches, oder überhaupt regelmäßiges, und daher leicht zu berechnendes Gefäß hat: so füllt man dies letztere hoch genug mit Wasser, und bezeichnet dessen Höhe; darauf taucht man das zu messende Fäßchen ganz unter das Wasser hinein, und bezeichnet diesen zweiten Wasserstand; der Raum zwischen beiden Wasserständen ist dem kubischen Inhalte des Fäßchens gleich.

§. 393. Zweite Abtheilung.

Zurüstungskunde.

28 F. Welche Bestimmung hat man zur Tragfähigkeit oder Haltbarkeit eines Taus?

A. Ein Tau, dessen Durchschnittsfläche 1 Englischen Quadratzoll beträgt, kann 5414 Pfund avoir-du-poids-Gewicht tragen (2530).

29 F. Wie wird die Dicke eines Taus gewöhnlich angegeben?

A. Nicht nach dem Durchmesser, sondern nach dem Umfange (2530).

30 F. Es ist eine Last von 1263 Pfund mit einem Taakel von fünf Scheiben zu heben, wie viel Zoll muß ein jedes Tau im Umfange haben?

A. Einen Zoll; genauer nur 0,8 Zoll (2531).

31 F. Zu wie viel Pfunden kann man die Kraft eines Mannes im Allgemeinen annehmen?

A. Zu 60 Pfund (2529).

32 F. Wenn eine Last durch ein Taakel gehoben werden soll, bringt man nur das Gewicht der Last in Rechnung?

A. Nein; man rechnet gewöhnlich noch ein Drittel zur Kraft, um die Reibung zu überwinden (2529).

33 F. Wie findet man die Größe der zur Hebung einer gegebenen Last mit einem gegebenen Taakel erforderlichen Kraft?

A. Wenn die Taue eines Taakels für parallel gelten können, so dividirt man die Last durch die Anzahl der Taue und erhält die Pfundenzahl, welcher die Kraft gleich sein muß; zu dieser addirt man ein Drittel für die Reibung; diese Summe dividirt man durch 60, oder durch irgend eine Zahl, welche der Kraft eines Mannes entsprechen soll; der Quotient gibt die Zahl der erforderlichen Leute (2529).

34 F. Eine Last von 2000 Pfund soll durch eine Gien von 5 Scheiben gehoben werden, wie groß muß die Kraft dazu sein?

A. Wenn man 2000 durch 5 dividirt, erhält man 400; hiezu ein Drittel oder 133⅓ addirt, erhält man 533⅓ Pfund als die ganze erforderliche Kraft. Die Kraft eines Mannes zu 60 Pfund genommen, gibt 9 Mann, die an der Gien arbeiten müssen (2529).

35 F. Wie läßt sich eine Handspaake als Druckhebel gebrauchen?

A. Man legt das untere Ende derselben unter die Last, z. B. unter ein Faß, und nahe dabei ein kleines Stück Holz, welches zum Stützpunkte dient; indem man das obere Ende als den längern Hebelarm niederdrückt, hebt man mit dem andern Ende die Last (2527).

36 F. Gesetzt, ein Mann kann 80 Pfund heben; er hat eine Handspaake, deren ganze Länge 5 Fuß beträgt; der Ruhe- oder Stützpunkt sei 1¼ Fuß von der Last und 3¾ Fuß von der Kraft oder niederdrückenden Hand entfernt; eine wie große Last kann der Mann damit heben?

A. Das Moment der Last, d. h. das Produkt aus ihrer Größe und ihrer

Entfernung vom Stützpunkte ist gleich dem Momente der Kraft, d. h. gleich dem Produkte aus der Größe der Kraft und ihrer Entfernung vom Stützpunkte. Es ist also die Kraft gleich 240 Pfund; die Kraft des Mannes ist also durch die Spaake verdreifacht (2528).

37 F. Wie wird die Handspaake beim Bratspill gebraucht?

A. Als Druckhebel; die Mitte der Welle gibt den Stützpunkt für die hineingesteckte Spaake, und der Radius der Welle gibt den andern Hebelarm, an dessen Ende die Last hängt. Ist das Ankertau von beträchtlicher Stärke, so muß auch noch dieselbe Dicke desselben mit zum Radius der Welle gerechnet werden, weil sich die Wirkung der Last in der Axe des Taus konzentrirt (2528).

38 F. Es sei eine Last von 2000 Pfund zu heben; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zum obern Ende einer Spaake sei gleich 5 Fuß; die Entfernung vom Mittelpunkt der Welle bis zur Mitte des Taus sei gleich $^{3}/_{4}$ Fuß; die Reibung soll $^{1}/_{3}$ der Kraft erfordern; wie groß ist die Zahl der zum Winden am Bratspill erforderlichen Leute?

A. Die um ein Drittel vermehrte Kraft ist gleich 400 Pfund; diese ist gleich 7 Mann (2529).

39 F. Es soll ein Schiff zum Ausbessern auf das Land gewunden werden; welches sind die drei dazu erforderlichen Maschinen?

A. Die Helling, oder schiefe Ebene; die Gien, durch deren Scheiben die Last vermindert wird; und ein Gangspill, oder senkrechte Welle zur nochmaligen Verstärkung der Kraft (2533).

40 F. Welchen Mast setzt man zuerst ein?

A. Den Besahnmast (Wörterbuch, Artikel: Bemasten, Einsetzen und Mast).

41 F. Wie ist das Verfahren, um den Besahnmast ohne Hülfe eines Krahns mit den am Bord allein befindlichen Hülfsmitteln einzusetzen?

A. An den Stellen des Hinterdecks oder der Schanze, welche der Fischung des Besahnmasts zu beiden Seiten gegenüber liegen, werden nahe am Bord zwei starke Planken hingelegt, auf denen die Bockspieren zu stehen kommen, damit sie nicht das Deck beschädigen. Diese Planken müssen so lang sein, daß sie über drei Deckbalken reichen; diese letztern werden unten mit Stützen versehn.

Darauf werden zwei Spieren von gehöriger Länge an ihren oberen Theilen zusammengesorrt, und zwar mit einem Hartbindsel, aber nicht zu fest zusammengezogen, damit die Spieren unten auseinander gestellt werden können. Sobald dies geschehn, werden sie über den Heckbord gelegt. Hat das Schiff keine Kampanje oder Hütte, durch die es gehindert wird, so legt man eine dritte Spier quer über die Schanzreiling, auf der die Bockspieren ruhen und sich leichter aufrichten lassen. An die Sorrung der Spieren wird eine Gien angebracht. Der untere Gienblock wird nach vorne genommen, und der Gienläufer verfahren, bis der Block an den Vorsteven reicht, und dort in einen Augbolzen eingehaakt

werden kann. Das Ende des Läufers wird durch einen Fußblock nach dem Gangspill gebracht, und dort eingewunden. Die Bockspieren heben sich dadurch über der auf den Reilings liegenden Spiere. Die Fußenden der Spieren werden durch vier Steerttaakel gehalten; an jeder Spier geht ein solches Taakel nach vorne und eines nach hinten. Vor der Aufrichtung werden an der Sorring der Spieren vier Backstage des Bocks befestigt, von denen zwei nach vorne und zwei nach hinten gehn, und zur Aufrechthaltung des Bocks dienen. An das obere Ende der einen Spiere befestigt man auch einen Jolltaublock, und scheert ein Jolltau durch, um bei vorkommenden Gelegenheiten einen Mann in die Höhe zu heißen.

Sobald die Spieren aufgerichtet sind, werden sie durch die Backstage und die Steerttakel nach vorne oder hinten gerückt, bis sie die richtige Stellung haben; alsdann wird der untere Gienblock vom Vorsteven los gemacht und der Läufer verfahren, bis der untere Block senkrecht unter dem obern, und gerade über der Fischung des Besahnmastes hängt.

Um den Mast wird etwas über seinem Schwerpunkte, damit er sich schräge stellt, ein Wantstropp von Schiemannsgarn geschlagen. Die Bucht des Stropps wird durch den Stropp des untern Gienblocks gezogen und mit einem Knebel festgeknebelt.

Zwei Jolltaublöcke werden am Top des Masts, an jeder Seite einer, oberhalb der Langsahlings angebracht, damit sie nach der Einsetzung des Masts gleich bereit sind, um das stehende Tauwerk über den Top zu holen und einen Mann auf die Sahling zu heißen, welcher dasselbe gehörig ordnet. Das Ende desjenigen Jolltaus, welches von der einen Bockspiere herabhängt, wird unterhalb der Backen um den Mast genommen und heißt dann das Backtau.

Sobald der Mast mit der Gien hoch genug gehoben ist, wird das Backtau angeholt, wodurch er eine senkrechte Stellung über der Fischung erhält. Einige Leute helfen den Fuß des Masts in die Fischung bringen, worauf die Gien langsam gefiert wird. Auf dem untersten Deck sind einige Leute in Bereitschaft, welche den Fuß des Masts in die Mastspur setzen. (Wörterbuch, Artikel: „Bemastung," S. 102.)

42 F. In welcher Folge werden die andern Masten eingesetzt?

A. Erst der Große und dann der Fockmast. (Wörterbuch, Artikel: „Bemastung.)

43 F. Wenn es sich trifft, daß ein Mast beschädigt wird, ohne daß Spieren von hinreichender Länge zur Errichtung eines Bocks zu haben sind, wie kann man den alten beschädigten Mast benutzen, um den neuen einzusetzen?

A. Man setzt, nach Abnahme des übrigen Tauwerkes, außer den Hangern und Seitentaakeln, den alten Mast mit den Seitentaakeln in den Rüsten, und mit Backstagen und Fußtaakeln fest; bringt eine Gien und ein Jolltau an seinen Top an, stützt die Deckbalken in der Nähe ab, sägt den

Mast nahe am Deck ab und schiebt seinen Fuß etwas rückwärts, um ihn als Bock zu gebrauchen. In den abgesägten Stumpf treibt man einen Augbolzen, haakt in diesen den Gienblock und hebt den Stumpf heraus. Nachher verfährt man mit dem neuen Mast, wie beim gewöhnlichen Einsetzen. (Wörterbuch, Artikel: „Bemastung.")

44 F. Braucht man zum Einsetzen des Bugspriets auch einen Bock?

A. Nein; man setzt es mit Hülfe der Fockraa ein. (Wörterbuch, Artikel: „Bemastung.")

45 F. Wie wird das Wasserstag angebracht?

A. Es wird durch das Wasserstagsgatt unter dem Galjonsbilde durchgenommen und mit den beiden Enden zusammengesplißt; am obern Ende wird ein Jungfernblock eingebindselt und durch ein Taljereep mit dem andern Jungfernblock am Stagkragen verbunden (2547).

46 F. Welches ist die vortheilhafteste Weise die Vormarsbrassen zu leiten?

A. Man sticht den stehenden Part an dem großen Stengenstage, und zwar am Auge fest, leitet ihn durch den Brassenblock an der Marsraa nach einem Block am großen Stage, nahe unter dem Auge, und durch einen Block, der am Top des großen Masts festsitzt. Auf diese Art wirkt der obere Theil der Brasse horizontaler, wenn die Raa geheißt ist (2639).

47 F. Wie fahren die Brassen der Bagienraa?

A. Kreuzweise nach vorne, nach den hintersten großen Wanten (2640).

48 F. Wann fahren die Kreuz- und Kreuzbrambrassen nach hinten?

A. Wenn die Besahngaffel nicht auf und nieder geht, so fahren sie nach einem Block an der Piek (2640).

49 F. Welche Taue sind alle erforderlich, um die Backspiere oder den vordern Schwingbaum festzusetzen?

A. Eine Toppenant, ein Stampfstag, ein vorderes und ein hinteres Kehrtau (2603).

50 F. Wann wird die Raa eines Marsleesegels an die Achterseite des Marssegels, und wann wird sie an die Vorderseite desselben genommen?

A. An der Luvseite kommt die Leesegelsraa hinter das Leik des Marssegels; an der Leeseite vor dasselbe. An der Luvseite drückt nämlich der Wind das Außenende der kleinen Leesegelsraa stärker, als das Binnenende; läge also die Raa vor dem Marssegel, so würde die Binnennock derselben theils den Druck des Windes hindern, theils das Marssegel beschädigen. Das Gegentheil findet bei dem an der Leeseite beigesetzten Leesegel statt (2605).

51 F. Wodurch unterscheiden sich Luggersegel von andern Raasegeln?

A. Daß ihre Raaen nicht in der Mitte, sondern an einem Drittel ihrer Länge an dem Maste hängen; weil dadurch die Raaen schräge hängen, so ist das eine Leik länger, als das andere, und das längere kommt an die Leeseite. Die Luggersegel müssen beim Wenden gestrichen und durchgekait werden (2610).

§. 394. Dritte Abtheilung.

Manövrirkunde.

52 F. Wie sind die vier Wirkungsarten des Ruders?

A. Beim Vorwärtsgehen bringt der Helm an Steuerbord das Vorschiff nach Backbord, und der Helm an Backbord das Vorschiff nach Steuerbord. Beim Rückwärtsgehen bringt der Helm an Steuerbord das Vorschiff nach Steuerbord, und der Helm an Backbord das Vorschiff nach Backbord (2649).

53 F. Wie wirken die Strömungen auf das Ruder eines ruhig liegenden Schiffs?

A. Eine von vorne kommende Strömung wirkt, als ginge das Schiff vorwärts; und eine von hinten kommende, als ginge es rückwärts (2649).

54 F. Welche Wirkung haben die Achtersegel beim Seitenwinde?

A. Weil sie hinter der Drehungsaxe des Schiffes liegen, die durch den Schwerpunkt des Schiffes geht, so machen sie das Schiff anluven (2650).

55 F. Wann ein Schiff vorlastig ist, welchen Fehler hat es hinsichtlich der Wendung durch die Segel?

A. Es kann nicht gut abfallen, weil die Achtersegel mehr Gewalt haben, als die Vordersegel (2653).

56 F. Welche beiden Hauptarten der Wendung gibt es?

A. Die eine durch den Wind, oder über Stag; die andere vor dem Winde, welche auch Halsen genannt wird (2652).

57 F. Welchen Nachtheil hat das Wenden vor dem Winde?

A. Erstlich verliert das Schiff von seinem Wege; denn sobald es nicht mehr dicht bei dem Winde liegt, und mehr und mehr vor den Wind kommt, eine desto größere Fahrt macht es nach Lee hin, also dorthin, wohin es nicht will.

Zweitens verliert es Zeit; denn um von dem einen Bord bei dem Winde bis zum andern zu kommen, muß es zwanzig Kompaßstriche durchmachen (2661).

58 F. Der Wind ist Ost-Nordost, und das Schiff liegt Norden an, also mit Steuerbordshalsen zu; wie wendet es über Stag?

A. Zuerst gibt man dem Schiffe recht volle Segel, um ihm einen schnellen Gang durch's Wasser zu verschaffen; darauf holt man die Luvbrassen, so weit sie lose sind, durch; ebenso die Leehalsen, die Luvschooten und die Leebulienen, und sorgt besonders dafür, daß, wenn das Wetter es erlaubt, alle die Segel beigesetzt seien, durch die es sich selbst steuert, damit es nicht die Fläche des Ruders nachzuschleppen hat.

Das erste Kommando ist: „Helm in Lee!"

Hierauf wird der Helm allmälig nach Lee gebracht, und die Fock-, Klüver- und Vorstengestagsegels-Schoote losgelassen. Kommt das Schiff in die Lage von Nordost-zum-Nord, also bis drei Striche vom Winde,

so daß der Wind gerade auf's Leik der Segel weht: so wird das zweite Kommando gegeben: „Los Halsen und Schooten!"

Hierauf werden große Halse und Schoote, und die Halsen und Schooten aller Stagsegel hinter dem Fockmast losgelassen, und die letzteren über die Stage geholt. Sobald das Schiff bis Nordost-ein halb-Ost, oder bis einen und einen halben Strich vom Winde gekommen, wird das dritte Kommando gegeben: „Hol das Großsegel!"

Hierauf läßt man die Bulienen und Leebrassen des Groß-, Groß-Mars-, Groß-Bram-, Kreuz- und Kreuzbramsegels gehn; die Raaen fliegen beinahe von selbst herum, weil die Luvseiten der Segel heftig backfallen, sobald die Bulienen und Leebrassen losgelassen sind, und der Wind mit seiner Wirkung auf die Luvtheile der Segel die Raaen herumwirft. Wenn das Großsegel herumgeholt ist, wird das Schiff beinahe in den Wind liegen. Die Achtersegel werden von den Vordersegeln bekalmt; deshalb kann die große Halse mit Leichtigkeit an Bord, und die große Schoote nach hinten gebracht werden, weil nur die lose hängenden Taue einzuholen sind. Der Helm wird mittschiffs gebracht, und von da an nur gebraucht, wenn das Abfallen oder Anluven des Schiffes es nöthig macht. Sobald das Schiff die Richtungslinie des Windes passirt hat, werden die Klüver- und Vorstengestagsegels-Schooten über die Stage gebracht. Die Seitenpardunen werden ebenfalls festgesetzt. Die blinde Raa wird mit den Steuerbords-Trissen getoppt, und die Backbordsbackstage des Klüverbaums festgesetzt.

Wenn der Wind vier Striche auf dem Backbordsbug hat, oder auch eher, wenn das Schiff rasch abfällt, wird das vierte Kommando gegeben: „Laß gehn und hol an!"

Hierauf läßt man die Fockhalse und die Vorbulienen gehn, und die Brassen werden schnell mit den Steuerbordsbrassen aufgebraßt; die Luvbrassen werden aber abgeschrickt, damit das Schiff anluven kann. Darauf werden die Raaen scharf bei dem Winde gebraßt, die Bulienen angeholt, die Luvbrassen festgesetzt und die laufenden Taue aufgeschossen. Alsdann ist die Wendung über Stag vollendet, und das Schiff liegt scharf bei dem Winde mit Backbordshalsen zu, und zwar Südost an (2657).

59 F. Was ist der Vortheil dieser Wendung über Stag?

A. Beim allmäligen Anluven im Anfange der Wendung gewinnt das Schiff in seinem Gange, weil es weiter luvwärts kommt; ferner gewinnt es an Zeit, da es nur zwölf Striche durchzumachen hat (2660).

60 F. Wann muß man also nur das Halsen oder Wenden vor dem Winde wählen?

A. Wenn entweder ein heftiger Wind, oder eine Gefahr an der Luvseite die Wendung über Stag unmöglich macht (2661).

61 F. Wann können Leesegel beigesetzt werden?

A. Wenn der Wind schon einen Winkel von neun Graden mit dem Kurse des Schiffes macht (2663).

62 F. Wenn das Schiff gerade vor dem Winde segelt und das Vormarssegel festgemacht hat; wie kann es die Segelfläche, namentlich der Leesegel am passendsten vertheilen?

A. Es führt am großen Mast nur die Bramleesegel auf beiden Seiten; am Fockmast aber unten auf beiden Seiten die Fockleesegel; und an der mit festgemachtem Segel aufgeheißten Marsraa zu beiden Seiten die Marsleesegel (2664).

63 F. Das Schiff befindet sich mitten im Sturme, hat die Bramraaen schon herunter genommen, führt nur noch gereefte Fock- und gereeftes Großsegel, und liegt mit Backbordshalsen zu bei dem Winde; es soll jetzt wenden, und natürlich nur vor dem Winde herum, oder halsen; wie geschieht es?

A. Zuerst werden hinreichende Mannschaften an die Geitaue gestellt; wenn darauf Alles bereit ist, werden die Kreuzraa und die Bagienraa in's Vierkant gebraßt; die große Halse und Bulien werden langsam gefiert und das Lufgeitau angeholt. Das Segel fliegt nun natürlich nach Lee; darauf läßt man die große Schoote langsam fieren und das Leegeitau anholen; hiedurch legt sich das Segel back, und kann ohne heftige Wallung weiter aufgeholt werden; wollte man dagegen die Leeschoote zuerst fieren, so würde das Segel so heftig hin und her schlagen, daß es zerreißen müßte. Hierauf werden auch die Bauch- und Nockgordinge angeholt. Die große und die Großmars-Raa werden in's Vierkant gebraßt und der Helm in Luv gebracht.

So wie das Schiff abfällt, läßt man die Fockbulien gehn, fiert die Fockschoote allmälig, und holt die Luv- oder Backbordsbrassen des Focksegels ein. Wenn das Schiff gerade vor dem Winde ist, werden die Steuerbordshalsen an Bord, und die große Schoote nach hinten geholt, aber die Luvbrassen vorne werden noch eingehalten. Ist die große Halse zu schwer an Bord zu bekommen, so haakt man eine Talje in den untersten Bulien-Lägel, oder in die zu diesem Zwecke an das Bulienspriet gesplißte Kausche, und holt damit die Halse an Bord. Wenn das Schiff anluvt, holt man den Helm auf, damit es nicht zu heftig luvwärts dreht; die Fockschoote wird nach hinten geholt; die Raaen werden scharf beigebraßt, die Buliene angeholt, die Luvbrassen festgesetzt; die Stoßgienen werden auf die Luv- oder Steuerbordsseite gebracht, und das Tauwerk wird aufgeschossen. Das Schiff liegt nun mit Steuerbordshalsen zu; (Nautisches Wörterbuch, Artikel: W e n d e n).

64 F. Ein Schiff ist mit Steuerbordshalsen zu auf Legerwall gerathen, wie macht es sich frei?

A. Es luvt an, und läßt die Fock- und Vorstengestagsegels-Schooten fliegen; sobald es in den Wind kommt, läßt es den Lee- oder Backbords-Anker gehen. Dieser bringt das Vorschiff an den Wind; darauf läßt es die große Halse und Schoote, Achterbulienen und Leebrassen gehn, holt das Großsegel um, wie beim Wenden über Stag, und setzt den

Helm mittschiffs; wenn die große Halse am Bord ist, kappt es den Anker; die Vorsegel, welche back liegen, machen es abfallen. In diesem Augenblicke werden die Vorderraaen rund gebraßt, und sobald das Schiff vorwärts geht, wird der Helm mittschiffs gebracht, Alles festgesetzt, und es liegt jetzt mit Backbordshalsen zu. Wenn Zeit dazu ist, so kann eine Troß zu einer Achterpforte an der Leeseite herausgebracht und an das Ankertau befestigt werden; an dieser, als Springtau ausgebrachten, Troß kann man nach dem Kappen holen, so das Achterschiff windwärts bringen und die Wendung beschleunigen; (Nautisches Wörterbuch, Artikel: Mit einem Spring auf dem Tau ankern; Seite 40).

§. 395. Vierte Abtheilung.

Ankerkunde.

65 F. Ein Schiff gedenkt bald zu Anker zu gehen, und will das Loth werfen; da es gerade mäßiger Wind ist, so soll es im Segeln geschehen; wie ist es zu thun?

A. Es wird ein Mann nach dem Außenende des Klüverbaumes, ein zweiter auf die Nock der blinden Raa, und ein dritter in die Besahnrüste, die beiden letztern an der Luvseite, geschickt; die Leine wird von Außen herum, frei von allem Tauwerk, bis nach vorne genommen, so daß der Mann auf der blinden Raa das Loth zu werfen, der auf dem Klüverbaum der Leine noch einen schnellen Zug vorwärts zu geben hat. Der in der Rüste stehende Mann läßt die auf dem Quarterdeck von einer Rolle sich abwickelnde Lothleine durch seine Hand gehen, zählt die Knoten und ruft sie aus; (Wörterbuch, S. 24, unter dem Artikel: Ankergrund).

66 F. Der Wind ist zu stark, um während des Segelns das Loth werfen zu können; wie muß es daher geschehen?

A. Man bringt das Schiff gegen den Wind; geit die Besahn und das Besahnstagsegel auf, braßt das Kreuzsegel im Vierkant, und verfährt dann wie vorher; (Wörterbuch, S. 24, unter Ankergrund).

67 F. Was ist alles nöthig, damit der Anker zum Fallen klar sei?

A. Das Ankertau muß an den Ankerring gestochen sein; der Anker muß mit den Vorseiten- und Rocktaakeln über Bord gehalten, aus der Rüstleine gefiert sein, und unter dem Krahnbalken in der Porteurleine hängen, und einige Bugten des Taus müssen bereit liegen; (Wörterbuch, S. 22 und 23).

68 F. Ein Schiff hat dicht bei dem Winde gesegelt, und zwar mit Backbordshalsen zu; es findet sich auf dem Ankerplatze keinerlei Strömung; wie geht es vor Anker?

A. Es werden zuerst die Bramsegel, das Groß- und Focksegel, der Klüver und die Stagsegel eingezogen. Es nähert sich also das Schiff unter dem Vorstengestag-, Vormars-, Großmars-, Kreuzsegel und Besahn oder Treiber. Die Boye wird ausgeworfen, die gehörige Mannschaft an die

Rüst- und Porteurleine gestellt, und Alles aus dem Bereich der Ankertaubugten entfernt.

Darauf wird das Vorstengestagsegel niedergeholt und der Helm nach Lee gebracht. Ist das Schiff in den Wind gekommen, so läßt man die Marssegel fallen, holt die Luvbrassen ein, läßt die Schooten gehen und geit die beiden Marssegel auf. Darauf braßt man das Kreuzsegel back und bringt den Helm mittschiffs. Sobald das Schiff einen Rücklauf erhält, läßt man den Anker zugehn. Hat er den Grund erreicht, so fiert man eine der Stärke des Windes angemessene Länge des Taus nach, stoppt es mit dem Stopper vor der Beting, oder vor dem Bratspill und legt einige Schläge um die Beting, oder sorrt es mit einem Tauende um den Kattenkopf, der in einem Spillgatt des Bratspills steckt, oder mit dem Spehntau am Spehnkopf; oder bei starkem Winde um die Bratspillbeting; (Wörterbuch, S. 25).

69 F. Es kommt eine Strömung von Osten, und der Wind ist Süd-Südost; mit welchen Halsen zu muß das Schiff der Strömung entgegensegeln, um den Ankerplatz zu erreichen?

A. Mit Steuerbordshalsen zu; denn alsdann liegt es Osten an, und segelt der Strömung gerade entgegen, und liegt dicht bei dem Winde. Wollte es dagegen die Backbordshalsen zu holen, so würde es Südwest anliegen, also die Strömung beinahe von hinten haben, und daher von ihr getrieben werden; (Wörterbuch, S. 26).

70 F. Es liegt ein Schiff gegen die Ebbe, welche eben so, wie der Wind, von Süden kommt, mit dem Backbordstaue vor Anker; wie schwait es beim Eintritte der von Norden strömenden Fluth am besten auf die andere Seite?

A. Mit Steuerbordshalsen zu; denn dadurch geht es bei dem Südwinde ostwärts, und endlich so in die neue Ankerlage, daß sein Backbordstau frei vom Galjonsschegg bleibt; (Wörterbuch, S. 31).

71 F. Es soll ein Schiff verteit werden, und zwar mit einem Ebb- und einem Fluthanker; wie geschieht es?

A. An das eine Ankertau wird noch eines oder werden mehrere angesplißt; bei günstiger Strömung, oder mit Hülfe der Segel läßt sich das Schiff bis zu der Stelle treiben, an welcher der zweite Anker liegen soll, indem es dabei von dem zusammengesplißten Tau so viel fiert, daß zwei ganze Taue außer Bords sind. Hierauf läßt es den zweiten am andern Bug liegenden Anker fallen; für diesen zweiten Anker fiert es dessen Tau, während es von dem langen Tau um eben so viel einholt. So kommt es endlich an die Stelle, wo es von beiden Tauen gleichviel gefiert hat.

Ist bei dem Verteien die Strömung nicht stark genug, so kann auch das Kreuzsegel beigesetzt und dann backgebraßt werden; (Wörterb. 36).

72 F. Wie ankert man mit einem Spring auf dem Tau?

A. Man bringt eine Troß- oder Pferdeleine durch eine Achterpforte heraus nach dem Ankertau, und befestigt sie dort; darauf holt man an dieser

Troß, und bringt das Schiff in eine mehr oder weniger quer gegen das Tau gerichtete Lage; (Wörterbuch, S. 39).

73 F. Ein Schiff hat einen fremden Anker geangelt, und findet beide zu schwer, oder zu fest im Grunde liegend, um sie lichten zu können; was muß es thun?

A. Es windet bei niedrigem Wasser das eigene Tau so weit ein, daß der Anker auf und nieder ist, und setzt es dann so steif als möglich um die Beting und mit Stoppern fest. Bei steigender Fluth lichtet alsdann das Schiff selbst den Anker, oder das Tau springt vor den Klüsen. Wo keine Ebbe und Fluth ist, macht man das Schiff erst vorlastig und windet das Tau ein; darauf macht man es achterlastig, und so hebt das Vorschiff den Anker; (Wörterbuch, S. 47).

74 F. Es liegt ein Schiff vor dem Steuerbordstau gegen Wind und Strömung vor Anker; es soll nach dem Ankerlichten unter Segel gehen; welches ist die vortheilhafteste Art?

A. Wenn kein anderes Schiff im Wege liegt, so läßt man es mit Steuerbordshalsen zu abfallen; denn wenn es so abfällt, daß der Wind auf den Steuerbordsbug trifft: so bleibt das Tau während des Einwindens von Galjonsschegg frei. Ist das Tau bis zum stagweisen Stande aufgewunden, so wird es gestoppt, die beiden Marssegel und das Kreuzsegel werden losgemacht, ihre Schooten ausgeholt, und sie selbst geheißt; dem Schiffe wird mit dem Ruder eine Wendung gegeben, damit der Wind auf den Steuerbordsbug kommt. Das Vormarssegel wird mit den Steuerbordsbrassen back, und das große Mars- und das Kreuzsegel mit den Backbordsbrassen scharf beigebraßt. Soll das Schiff vorwärts gehen, so muß der Anker rasch gelichtet werden; (Wörtb., S. 48).

75 F. Das Schiff muß beim Ankerlichten, nachdem es abgefallen ist, rückwärts gehen, um einem andern Schiffe auszuweichen; wie muß dieß geschehen?

A. Das Kreuz- und Großmarssegel werden mit den Steuerbordsbrassen back gebraßt, wie es das Vormarssegel schon war; die Besahnschoote wird nach hinten geholt; der Helm kommt wie vorher ein wenig nach Steuerbord, um den Wind auf den Steuerbordsbug zu bringen; und das Tau wird schnell eingewunden. Sobald der Anker vom Grunde los ist, wird das Schiff deisen; in diesem Augenblicke muß der Helm hart an Steuerbord kommen, oder luvwärts, um das Schiff bei dem Winde zu halten; denn beim Rückgange wirkt das Ruder auf diese Weise, indem das Wasser gegen die hintere oder Steuerbordsseite des Ruders stößt, und dadurch das Achterschiff leewärts oder nach der Backbordsseite treibt. Hat das Schiff seinen Rücklauf weit genug gemacht, so kann der Anker mit Bequemlichkeit aufgesetzt werden. Darauf läßt man das Schiff abfallen, um die Segel zu füllen; oder nach der andern Seite herumgehen, wie es die Umstände erfordern; (Wörterbuch: S. 48, Abtheilung XVII., Nr. 5).

§. 396. Einige schriftliche Aufgaben zur Schiffer-Prüfung.

Unter den vorhergehenden Fragen sind wohl nur sehr wenige, welche nicht von Jedem einigermaaßen Geübten sogleich mündlich beantwortet werden können. Zur Uebung, wie zur Selbstbeurtheilung ist es aber zweckmäßig, noch einige Aufgaben auszuwählen, welche eine ausführliche Berechnung und Zeichnung erfordern.

1. Nach der Bestecktafel CV, III. Bd., S. 423 bis 461, und nach der Dimensionentafel CX, S. 467, die drei Baurisse des Linienschiffs von 74 Kanonen zu zeichnen. Zum Vorbilde dienen die Lithographientafeln XXXVII, XXXVIII und XXXIX, welche nach der Bestecktafel CV und der Dimensionentafel CIV die Baurisse eines dreimastigen Kauffahrteischiffes darstellen. Außer diesen Vorbildern findet man die genauen Zeichnungsregeln von S. 2385 bis 2435.

2. Für drei Schiffe, das Linienschiff, die Fregatte und das Kauffahrteischiff, deren Dimensionen und Bestecke in Tafel CIV, CV, CX u. CXI angegeben sind, die Wasserräume und die Stabilität zu berechnen, und zwar nach den verschiedenen Berechnungsweisen; S. 2262 bis 2278, und S. 2480 bis 2507.

3. Auf die Fregatte, deren Baurisse auf Tafel XL, und deren Hauptdimensionen auf S. 2435 und 2436 angegeben sind, diejenigen Messungen und Rechnungen anzuwenden, welche sich aus den Grundzügen des parabolischen Systems von Chapman (S. 2320 bis 2333) ergeben.

